

Temps et quantité dans la *Critique de la raison pure* : une approche à l'algèbre dans la philosophie critique de Kant

Xavier Corsius

Thèse soumise dans le cadre des exigences du programme de Doctorat en philosophie

Département de philosophie, Faculté des Arts
Université d'Ottawa

© Xavier Corsius, Ottawa, Canada, 2019

REMERCIEMENTS

Il me sera très difficile de remercier tout le monde car c'est grâce à l'aide de nombreuses personnes que j'ai pu mener cette thèse à son terme.

Je voudrais tout d'abord remercier grandement mon directeur de thèse, le professeur David Hyder qui m'a donné tout l'espace nécessaire pour entreprendre ce projet. Il a toujours été là pour me soutenir et me conseiller au cours de l'élaboration de cette thèse. Son travail implacable fait de lui un chercheur chevronné et un philosophe modèle.

Je tiens à remercier les professeurs Paul Rusnock, Jeffrey Reid et Mitia Rioux-Beaulne du département de philosophie de l'université d'Ottawa pour avoir accepté de participer à mon jury de thèse. Je remercie également le professeur Marius Stan du département de philosophie de Boston College pour l'honneur qu'il m'a fait d'être dans mon jury de thèse. Sa participation scientifique, son honnêteté ainsi que le temps qu'il a consacré à ma recherche ont été grandement appréciés.

Il m'est impossible d'oublier mes collègues et amis, M. Jean-Luc Filion, M. Frédérique Garneau, M. Nicola Franz et M. Jacques Robenhymmer pour toutes nos discussions qui m'ont accompagné tout au long de ce projet.

Je tiens à remercier particulièrement Mme Marie-Jude Delatour pour son travail consciencieux de révision et sa disponibilité.

Je remercie toute ma famille, particulièrement ma mère et ma grand-mère qui m'ont soutenu et supporté dans ce projet.

Mes derniers remerciements vont à ma conjointe Panyada Phandanouvong avec qui j'ai partagé mes études et notamment ces années de thèse et qui a tout fait pour que je réussisse.

TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS	II
RÉSUMÉ	IV
INTRODUCTION	V
Contexte théorique	XIV
Plan du travail	XXII
CHAPITRE 1 – L’algèbre et la mathématique universelle	1
Section 1 : L’algèbre dans la première Critique	3
Section 2 : Le concept de quantité dans la mathesis universalis	23
CHAPITRE 2 – Le problème de l’algèbre dans la littérature seconde	38
Section 1 : Une interprétation de l’histoire de l’algèbre – critique de Daniel Sutherland	39
Section 1. 1 : Le nombre	48
Section 2 : L’algèbre se réduit à la géométrie – critique de Lisa Shabel	52
Section 3 : L’algèbre et le Schématisme transcendantal – critique d’Anthony Winterbourne	63
CHAPITRE 3 – Le Schématisme des concepts purs de l’entendement	69
Section 1 : Le Schématisme transcendantale	69
Section 2 : L’imagination transcendantale	81
Section 3 : La réfutation de l’idéalisme	86
CHAPITRE 4 – La Phoronomie et l’Esthétique transcendantale	96
Section 1 : La Phoronomie	97
Section 2 : Temps et Espace dans la Phoronomie – critique de Gordan Brittan	106
Section 3 : Esthétique transcendantale et la Phoronomie	119
CHAPITRE 5 – La construction de la quantité variable x	129
Section 1 : Le temps et la quantification des grandeurs	131
Section 2 : L’autonomie des constructions symboliques	135
Section 2.1 : La synthesis speciosa	138
Section 3 : La préséance de la théorie de la quantité pure	141
CONCLUSION	147
BIBLIOGRAPHIE	158

RÉSUMÉ

Dans ce travail nous élaborons une interprétation de la philosophie critique d'Immanuel Kant qui montre qu'elle donne les fondements à l'algèbre. Nous affirmons que les constructions algébriques se distinguent des constructions géométriques et qu'elles forment une théorie de la quantité pure. Dans la première *Critique*, l'algèbre est une méta-arithmétique qui donne les conditions de la quantification de la grandeur en général. Par conséquent, la théorie mathématique de l'épistémologie critique s'inscrit dans le projet d'algébrisation des sciences pendant l'époque moderne.

Nous avons divisé notre travail en cinq chapitres. Avec le chapitre 1, nous montrons le rôle de l'algèbre dans la pensée moderne. L'algèbre, fondée dans l'arithmétique, est la théorie de la quantification des grandeurs non-déterminées. Dans le chapitre 2, nous critiquons les *a priori* historiques sur lesquels se basent les commentateurs de la philosophie critique pour affirmer que la construction de la quantité, chez Kant, doit nécessairement se ramener à des constructions spatiales. Dans le chapitre 3, nous montrons que le nombre est un schème pur *temporel*. La théorie kantienne du Schématisme transcendantal des concepts purs de la quantité suppose des relations temporelles *a priori* sur lesquelles se fondent la numérisation des relations spatio-temporelles. Dans le chapitre 4, en analysant les rapports entre l'Esthétique transcendantale et la Phoronomie des *Premiers principes métaphysiques des sciences de la nature* (1786), nous affirmons que la quantification des grandeurs spatio-temporelles est fondée sur une conception du temps absolu qui contient une métrique intrinsèque. Dans le chapitre 5, nous nous sommes concentrés sur le rôle de la synthèse pure qui génère la représentation symbolique de la quantité variable. En analysant la relation entre la temporalité et la science de la quantification, nous sommes en mesure d'expliquer et de défendre la possibilité de la construction de la variable x dans l'épistémologie critique.

Nos recherches sur les rapports entre le temps et la quantification dans l'épistémologie critique, nous permettent d'affirmer que la construction de la variable algébrique repose sur une synthèse pure temporelle qui a préséance sur la quantification spatiale. L'algèbre précède la géométrie, la chronométrie et la Phoronomie. Ce qui nous laisse dire que l'algèbre est la mathématique la plus *fondamentale* dans le système critique.

INTRODUCTION

Le projet épistémologique développé par Immanuel Kant (1724-1804) dans sa *Kritik der Reinen Vernunft* (1781 et 1787) (*Critique de la raison pure*)¹ mène à la mise en place d'une théorie philosophique de la science de la nature dont les premiers principes métaphysiques sont présentés dans *Metaphysische Anfangsgründe der Naturwissenschaft* 1786, (*Premiers principes métaphysiques de la science de la nature*).² Ensemble, la *Critique de la raison pure* et les *Premiers principes métaphysiques* sont les deux œuvres essentielles à la théorie philosophique des sciences du projet critique de Kant.

Dans sa visée positive, le projet critique met en lumière les éléments les plus fondamentaux de la science de la nature. D'après Kant, les sciences mathématiques de la nature reposent sur des structures *a priori*, lesquelles fondent les règles de la quantification des grandeurs physiques. Le rôle de la *Critique de la raison pure*, la première de trois critiques, est de fournir les éléments transcendants du système de grandeurs spatiales et temporelles qui généreront, une fois quantifiées, un système de science mathématique de la nature. Dans la *Théorie transcendantale des éléments*, la première partie de l'œuvre, il identifie les structures *a priori* qui sont les conditions de la quantification des grandeurs. Dans la première section, intitulée *Esthétique transcendantale*, il montre que l'espace et le

¹ KANT, I. (1781, 1787). *Critique de la raison pure*, traduction et présentation RENAUT, A. Paris : GF-Flammarion, 730p. Pour les références à la *Critique de la raison pure*, la pagination se conforme à la convention habituelle. A renvoie à l'édition de 1781 et B à l'édition de 1787. Pour toutes les autres œuvres de Kant, nous suivons la convention de l'édition allemande de l'Académie de Berlin. Les citations sont suivies du volume et de la page de *Akademie-Ausgabe* (2^e Édition).

² KANT, I. *Metaphysische Anfangsgründe der Naturwissenschaft*, *Gesammelte Schriften*. Hrsg. von der Königlich-Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin, 1902-. *Akademie-Ausgabe*, Vol. 4. Nous suivons la traduction dans les *Œuvres philosophiques*, sous la dir. de Ferdinand Alquié, 3 vol. Paris : Gallimard, « La Pléiade ». La pagination est dans le texte directement et elle fait référence à l'édition de l'Académie de Berlin.

temps sont les formes pures de la connaissance esthétique dans lesquelles se donnent le divers de l'intuition sensible. Les formes pures sont les conditions sensibles *a priori* de la quantification et elles contiennent des relations que l'on peut exprimer en langage mathématique. De ce fait, l'espace et le temps *fondent* les mathématiques. Ils forment les conditions sensibles des sciences mathématiques.

Dans l'*Analytique transcendantale*, Kant découvre les formes pures *a priori* de la faculté intellectuelle. Il montre que ces formes, les catégories de l'entendement, sont les conditions générales de la connaissance de tout objet. L'entendement projette ses formes *a priori* sur le système de relations spatio-temporelles et génère un système de principes *a priori* sur lequel reposera la science mathématique de la nature. Avec le système des principes de l'entendement pur, Kant se permet d'expliquer comment la nature se laisse comprendre sous une forme nomologique. Autrement dit, dans l'idéalisme critique kantien, les lois des sciences de la nature sont fondées *a priori* sur des principes purs *a priori* qui ont leurs sources dans les formes *a priori* de l'entendement et de la sensibilité.

Comme le souligne Kant dans la préface des *Premiers principes métaphysiques* « [...] on ne peut trouver de science à *proprement parler* que dans l'exacte mesure où il s'y trouve de la *mathématique* » (IV, 470). La mathématique est la science de la quantification des grandeurs et c'est avec celle-ci que les lois des sciences sont exprimées. La science de la quantification des grandeurs se divise habituellement en trois disciplines (trois domaines d'application de la catégorie de la quantité) : l'arithmétique, la géométrie et la science physique. Dans la première *Critique*, Kant ne consacre aucun chapitre en particulier à ces disciplines ; elles se retrouvent néanmoins dans le développement théorique de la *Critique de la raison pure*. Dans l'*Esthétique transcendantale*, il montre que la géométrie,

l'arithmétique et la science physique sont fondées d'abord sur la structure *a priori* spatiale et temporelle de la sensibilité. Ensuite, combinée à la structure de l'entendement, la structure *a priori* de la sensibilité génère les règles de construction des disciplines mathématiques. Plus précisément, dans le chapitre sur le Schématisme transcendantal, Kant montre que le concept de grandeur en général, le *quantum*, engendre le concept temporel pur de la quantité, c'est-à-dire le nombre. Le concept de la quantité pure schématisé sert à mesurer *a priori* les *quanta* sensibles purs sur lesquels repose la science mathématique de la nature. On trouve les principes de cette science mathématique dans *l'Analytique des principes* où Kant fonde, entre autres, les principes *a priori* de la mesure des grandeurs extensives et intensives.

La première *Critique* aboutit dans un système de principes qui doit servir à tout système de science physique. Les *Premiers principes métaphysiques* sont divisés en quatre chapitres et, sur le plan de l'architectonique, chaque chapitre est associé à un des quatre principes du système des principes de l'entendement pur présenté dans la première *Critique*. Le premier chapitre sur la Phoronomie correspond au principe des Axiomes de l'intuition. Le deuxième chapitre sur la Dynamique correspond au principe de l'Anticipation de la perception. Le troisième chapitre sur la Mécanique correspond au principe des Analogies de l'expérience. Finalement, le quatrième chapitre sur la Phénoménologie correspond au principe des Postulats empiriques de la pensée.

La théorie philosophique de la science doit indiquer les principes *a priori* nécessaires à la science de la nature. La philosophie transcendantale doit donner les principes de ces principes. Elle participe de cette manière à établir les fondements de la science de la nature. Ainsi, après avoir critiqué l'inhabilité de la métaphysique à contribuer à la science

mathématique de la nature, avec la philosophie transcendantale Kant redonne un rôle positif à la philosophie dans le développement des sciences de la nature.

La question qui s'est imposée aux commentateurs a été de savoir comment la philosophie des sciences de Kant s'inscrit dans le contexte des sciences de l'époque. Cette question est primordiale, car elle permet de mieux comprendre l'épistémologie de l'idéalisme critique. De fait, la lecture des *Premiers principes métaphysiques de la science de la nature* est devenue aujourd'hui un passage obligé pour l'interprétation du système critique présenté dans la première *Critique*. La lecture des *Premiers principes métaphysiques* (1786) publiés entre les deux éditions de la première *Critique* (1781 et 1787) permet de mettre en contexte et de mieux comprendre certains passages importants de la première *Critique*. En effet, rappelons que dans l'édition de 1787 de la *Critique de la raison pure*, la présentation des concepts d'espace et de temps dans l'Esthétique transcendantale a été modifiée. À l'exposition métaphysique de l'espace et du temps de l'édition de 1781, Kant a ajouté une exposition transcendantale de ces mêmes notions dans l'édition de 1787. De plus, au § 8 intitulé *Remarques générales sur l'Esthétique transcendantale*, il a ajouté deux remarques qui sont fondamentales pour la compréhension du temps de l'Esthétique transcendantale. Il a aussi réécrit la section de la *Déduction transcendantale* et il a ajouté le chapitre sur la *Réfutation de l'idéalisme* à la fin de l'analytique des principes. À la lumière des *Premiers principes métaphysiques*, les extraits modifiés de l'édition de 1787 de la première *Critique* prennent un sens particulier. Dans l'Esthétique transcendantale de la deuxième édition, Kant fait référence directement aux *Premiers principes* et en particulier au chapitre de la Phoronomie, où il traite du concept de mouvement pur considéré avant les forces. La *réfutation de l'idéalisme*, une section de

la deuxième édition de la *Critique* qui porte sur l'espace et qui réfute à la fois la thèse idéaliste de René Descartes (1596-1650) et matérialiste de George Berkeley (1685-1753), prend une signification particulière si l'on considère la théorie de l'espace de la Phoronomie. Dans ce premier chapitre des *Premiers principes métaphysiques*, Kant prend comme point de départ la relativité de l'espace et du mouvement pour introduire la notion de mouvement pur. Sans oublier le système des principes de l'entendement pur, cette section prend tout son sens avec les *Premiers principes*. Car, chaque principe du système correspond à un chapitre des *Premiers principes*.

Dans ce travail, nous nous pencherons sur la relation du temps et de la quantité pure. Ces deux concepts jouent ensemble un rôle de premier plan dans les rapports entre la première *Critique* et les *Premiers principes*, surtout en ce qui a trait à la Phoronomie. Nous aurons l'occasion de montrer le lien entre L'Esthétique transcendantale, le Schématisme transcendantal des concepts de l'entendement pur et la Phoronomie des *Premiers principes métaphysiques*. En mettant en lumière la liaison entre le temps et la quantité pure nous serons capable d'éclairer la thèse de Kant sur l'algèbre et comprendre sa théorie des sciences par rapport à celles de son époque.

À la modernité, la *quantité* est devenue la première catégorie. Dans l'effort de mathématisation du monde, elle a remplacé l'*ousia* (l'essence première) et l'explication quantitative du mouvement est devenue purement mathématique. Dans ce contexte, l'étude du mouvement quantifié est la science fondamentale de la physique moderne. Toutefois, les premiers systèmes de la science du mouvement expliquent le mouvement dans une mathématique encore empirique et dont l'universalité reste à prouver. C'est véritablement au début du dix-huitième siècle, grâce aux techniques mathématiques de l'algèbre que la

science physique pure du mouvement, se définit à proprement parler comme une science mathématique pure physique. Les mécaniciens Modernes voudront que leurs sciences soient basées sur des principes rationnels. On observe de fait au cours du développement de la physique classique newtonienne un passage entre un modèle géométrique et un modèle algébrique. L'*écriture* mathématique qu'amène l'algèbre alloue aux physiciens le soin de manipuler la quantité pure sans avoir toujours recours à l'observation empirique afin de justifier leurs principes. Avec l'algèbre, la géométrie deviendra plus arithmétique et la science physique, en particulier la Phronomie, deviendra la science mathématique pure du mouvement considéré avant les causes qui le détermine ; en terme moderne nous disons la *cinématique*.

L'interprétation de ce changement d'*écriture* mathématique vis-à-vis l'épistémologie critique est un des points de notre travail. Notre objectif est, entres autres, de diriger l'attention de l'interprète de la philosophie kantienne sur la question de l'algèbre et de montrer comment l'épistémologie critique se situe par rapport à la transformation algébrique de la science de la nature.

Dans le système de la science de la nature du projet kantien, comparée à la dynamique et à la mécanique, la phronomie est la science physique mathématique la plus pure. À l'instar de l'Esthétique transcendantale, la théorie générale du mouvement explique la possibilité de connaissances synthétiques *a priori*. Mais, le mouvement ne pouvait pas faire partie des concepts de l'intuition pure *a priori*, car il requiert quelque chose d'empirique comme un point matériel. Le mouvement doit nécessairement appartenir à la sensibilité. La Phronomie des *Premiers principes métaphysiques* a donc un double statut, car elle est à la fois pure et empirique. D'une certaine manière, c'est une science physique

transcendantale – elle est la condition de connaissances synthétiques *a priori*. Ainsi, la possibilité d’écrire les sciences dans une mathématique où le physicien utilise la quantité pure devrait naturellement s’accorder avec l’épistémologie critique. De fait, les conditions de la quantification du mouvement pur sont à sensibles et *a priori*. Elles ne reposent pas sur des relations physiques et dynamiques. Les conditions du mouvement sont fondées *a priori* avant les causes qui déterminent le mouvement. De plus, comme mentionné plus haut, Kant affirme qu’il existe des structures *a priori* sur lesquelles reposent les sciences mathématiques. L’algébrisation de la science fondamentale de la physique serait assurée dans les cadres de l’épistémologie kantienne sur les structures *a priori* de la connaissance. Pourtant, la tradition philosophique a presque toujours opposé l’épistémologie critique à l’algèbre, car Kant dans ses écrits critiques ne discute pas de la notion de *fonction*, un concept primordial dans le développement des sciences mathématiques. De plus, dès la publication de la première *Critique*, des critiques se sont levées contre la théorie kantienne des mathématiques. On pense ici à la critique de Johann Eberhard (1739-1809).³ On lui reprochait d’avoir recours à l’intuition pure pour le fondement des sciences de la nature. Encore aujourd’hui, la tradition philosophique tend à penser que la philosophie des sciences de Kant ne tient pas compte des développements de l’époque, surtout en ce qui a trait aux rapports de l’algèbre et des sciences mathématiques. Les thèses de la première *Critique* sur les sciences mathématiques seraient inadéquates pour expliquer l’état des sciences physiques de la fin du dix-huitième siècle, car elle a été développée dans un paradigme mathématique géométrique qui privilégie les représentations spatiales.

³ Voir *La réponse à Eberhard*, Ak. Vol 8.

Selon nous, le projet critique inclut une science de la quantité pure ou l'algèbre, et celle-ci est liée à la structure du temps. C'est la thèse que nous défendrons dans ce travail. L'épistémologie critique n'est pas réfractaire à la construction d'une mathématique universelle qui privilégie la quantité générale. Nous affirmons que le temps est une prérogative à la construction des grandeurs spatio-temporelles et qu'il est lié à la quantité pure. Par conséquent, l'algèbre, entendue comme science mathématique de la quantité pure, ne se réduirait pas aux constructions mathématiques spatiales. Autrement dit, les équations mathématiques ou constructions symboliques s'attachent à la structure du temps *a priori* qui coule.

Nos recherches montrent que Kant défend la possibilité de faire de la science du mouvement une science fondée avant les forces, c'est-à-dire une physique mathématique sensible et pure. Le développement de l'argument qui va de l'Esthétique transcendantale à l'Analytique transcendantale et qui aboutit dans la Phoronomie met en évidence les traces de cette affirmation. Ainsi, notre réflexion portera avant tout sur la première partie de la première *Critique*, dans la perspective où l'interprétation du système critique doit considérer la Phoronomie des *Premiers principes métaphysiques*. Plus précisément, nous nous pencherons sur la question de la quantité pure, soit l'algèbre, dans le but d'étayer les recherches sur les rapports entre la philosophie transcendantale de Kant et les sciences mathématiques. Nous montrerons que le réquisit de l'intuition pure du criticisme kantien n'empêche en rien de penser que l'épistémologie kantienne rend compte d'une mathématique abstraite comme l'algèbre, car elle comprend une théorie de la quantité pure. Dans les cadres de l'épistémologie critique, la théorie de la quantification pure et générale, comme toutes les autres sciences mathématiques, est intimement liée à la structure *a priori*

de la connaissance *esthétique*. Mais, l'algèbre aurait l'avantage sur les autres sciences mathématiques de pouvoir présenter le concept de quantité dans la forme *a priori* du temps, sans nécessairement poser dans l'espace une figure construite. Ce qui laisse dire qu'avec une mathématique symbolique, comme une algèbre, la théorie de la quantification des *quanta* n'est pas limitée aux conditions spatiales de la connaissance sensible. En ce sens, les structures *a priori* de la sensibilité et de l'entendement ne restreignent pas la possibilité de manipuler le concept de quantité symboliquement.

La tradition s'est surtout concentrée à montrer que la philosophie des mathématiques de Kant fonde avant tout la géométrie dans la forme *a priori* de l'espace et qu'elle est primordiale pour le fondement des sciences mécaniques. L'espace aurait préséance sur le temps. Par conséquent, la doctrine du temps est évacuée au profit de celle de l'espace et de la conception du mouvement de la Phronomie des *Premiers principes métaphysiques*.⁴ Or, tout porte à affirmer que dans la première *Critique*, c'est le temps qui se trouve être la condition transcendantale la plus fondamentale. L'œuvre repose sur la structure du temps qui s'écoule et c'est cette structure qui unit la faculté sensible à la faculté intellectuelle. Comme l'a exposé Martin Heidegger (1889-1976) dans *Kant und das Problem der Metaphysik* 1929 (*Kant et le problème de la métaphysique*), le temps dans la structure de la première *Critique* permet d'articuler le projet critique. Selon Heidegger, nous trouvons dans le chapitre sur le Schématisme transcendantal la clé de cette interprétation.

Autrement dit, il existe une relation entre la conception du temps et la théorie de la quantité pure. Étant donné que dans la première *Critique*, le temps a une structure

⁴ VUILLEMIN, J. (1955). *Physique et métaphysique kantienne*. Paris: Presses universitaires de France repose sur la même thèse.

intrinsèque mathématisable indépendante de toutes relations spatiales et que sur cette structure se construit la possibilité d'une mathématique symbolique, l'algèbre est indépendante de la géométrie. La temporalité et la quantification des grandeurs sont intimement liées. Il existe une mathématique commune à toutes les sciences mathématiques de la nature comme une algèbre qui s'applique aux phénomènes qui se présentent dans le divers de l'intuition. De fait, le projet d'établir les bases de la quantification des grandeurs spatio-temporelles, tel que nous pouvons l'entrevoir dans la première *Critique*, sert à fonder une théorie des sciences du mouvement pur dans l'espace mobile. En fait, la représentation symbolique de la quantité pure permet la manipulation des *quanta* dans tous les cadres de références. Ainsi, en soutenant qu'il existe un rapport entre le temps et la quantification, la théorie kantienne des sciences mathématiques a une parenté avec le projet de fonder une physique mathématique pure du mouvement, soit une cinématique.

Contexte théorique

Aborder la philosophie kantienne à travers les *Premiers principes métaphysiques* fait encore partie de l'histoire récente du *scholarship* kantien. Ce n'est que depuis les dernières décennies que les études kantiennes ont vu une recrudescence de cette manière d'aborder le projet critique kantien. Bien qu'en réaction à la tradition hégélienne et à l'idéalisme allemand, les néokantiens allemands au dix-neuvième siècle avaient déjà proposé d'aborder la philosophie kantienne par la question des sciences. Au vingtième siècle Jules Vuillemin (1920-2001) dans *Physique et métaphysique kantienne*⁵ a aussi donné une interprétation du système critique qui passe par les sciences de la nature et, plus précisément, par les *Premiers principes métaphysiques*. Néanmoins, durant une bonne

⁵ Cf. Vuillemin (1955).

partie de la fin du vingtième siècle aborder le système critique à partir de la théorie physique des *Premiers principes* est une posture interprétative restée encore marginale.

Ce sont les travaux de Michael Friedman (avril 1947-) qui ont incontestablement remis à l'avant-scène des études kantienne la nécessité de réfléchir sur la théorie des sciences des *Premiers principes métaphysiques* afin d'interpréter les thèses épistémologiques du projet critique de Kant. Au cours des dernières décennies, Friedman a montré la nécessité de poser les rapports entre les thèses de la première *Critique* et celles des *Premiers principes métaphysiques* dans le cadre de la mécanique d'Isaac Newton (1642-1727).⁶ En rejetant le modèle de connaissance de ses prédécesseurs rationalistes comme Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716) et Christian Wolff (1679-1754), Kant défendrait, selon Friedman, une position épistémologique qui fonde la science mécanique de Newton, exposée en 1687 dans les *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica (Principia)*.⁷ En ce sens, la mécanique de Newton réalise le projet de la philosophie transcendantale des sciences de la nature et la théorie kantienne des sciences de la nature serait équivalente à celle de Newton. Ainsi, avec ses recherches, Friedman veut montrer que le modèle paradigmatique des sciences mathématiques devant servir à l'interprétation de la théorie kantienne des sciences doit concorder avec celui des *Principia*. Sur ce point, Friedman réitère et renforce la thèse déjà avancée par les néokantiens au dix-neuvième siècle, surtout

⁶ NEWTON, I. (1687) [1759]. *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, Londres, 1687. Traduction de feu Madame la Marquise du Chastellet. Paris: Dessaint & Saillant et Lambert, Imprimeurs, 1759, Tome I, 437 p., Tome II, 379p.

⁷ FRIEDMAN, M. (1992). *Kant and the exact sciences*, Cambridge, Mass. : Harvard University Press, 357p. et FRIEDMAN, M. (2013). *Kant's Construction of Nature*, Cambridge : Cambridge University Press, 641p.

ceux de l'école de Marbourg comme Hermann Cohen (1842-1918)⁸, et reprise par Vuillemin dans ses travaux en 1955.

Mais, à la différence de ces auteurs, Friedman prend à contre-pied la thèse acceptée, après la critique logiciste de la philosophie des mathématiques de Kant et les développements de la physique, que l'épistémologie critique est obsolète. Avec les développements de la logique mathématique, l'intuitionnisme impliqué dans le constructivisme kantien est devenu archaïque. Les systèmes de logique développés, entre autres, par Gottlob Frege (1848-1925), Giuseppe Peano (1858-1932) et David Hilbert (1862-1943) ne se basent plus sur l'intuition dans le fondement des mathématiques. De plus, à la fin du dix-neuvième siècle et au début du vingtième siècle, la philosophie des sciences de Kant apparaissait incapable de répondre aux développements des sciences mathématiques et physiques. Kant défendait la thèse que l'espace est euclidien, alors qu'après les travaux des géomètres et leur application dans la théorie générale d'Albert Einstein (1879-1955), l'espace-temps n'est plus euclidien. Ainsi, dans le cadre de la nouvelle tradition philosophique des sciences qui prend racine dans la tradition *analytique*, la philosophie des sciences abandonne l'épistémologie kantienne.

En présentant l'importance des rapports entre la mécanique de Newton et la philosophie transcendantale, les recherches de Friedman ont montré la fonction du constructivisme de la philosophie des mathématiques de Kant. Dans *Kant and the Exact Sciences*, Friedman défend l'idée que l'intuitionnisme kantien devait suppléer à une mathématique qui n'avait pas encore tous les outils logiques. Friedman retournait donc l'argument des logicistes et

⁸ COHEN, H. (1883) *Das Prinzip des infinitesimal-Methode und seine Geschichte* traduction De LAUNAY, M. *Principe de la méthode infinitésimale et son histoire*, Paris : Vrin, 189 p.

restaurait la valeur de la philosophie des mathématiques de Kant. Si on considère que le type de physique que la philosophie transcendantale doit fonder est celui des *Principia* de Newton, l'intuitionnisme du criticisme kantien devient totalement justifié. Kant serait loin d'avoir défendu une thèse épistémologique naïve des mathématiques, car il avait en vue la physique des *Principia Mathematica* de Newton. D'après Friedman, en déterminant les conditions de possibilités de la science dans la *Critique* et les *Premiers principes métaphysiques*, Kant contribuerait au projet des *Principia*. Le projet critique participerait à l'établissement d'une science universelle de la nature. À l'instar de Newton, la philosophie transcendantale kantienne mènerait à la mathématisation de la théorie générale de la nature. Les thèses de la philosophie transcendantale conduiraient à une mécanique empirique newtonienne. Le système de quantification des *quanta* spatiaux et temporels serait donc réalisé par l'application de la géométrie euclidienne aux relations phoronomiques. La mathématisation de la nature, dont la première *Critique* doit donner les conditions transcendantales, serait équivalente à la *géométrisation* de la nature dans un sens newtonien.

L'équivalence entre le projet de Newton et l'épistémologie critique a des conséquences importantes sur l'interprétation des rapports du projet critique et des sciences mathématiques. Newton favorisait une approche empiriste à la mécanique et de surcroît à la géométrie, un élément essentiel de son approche. Les lois mécaniques sont basées sur une géométrie, qui elle-même comprend des processus mécaniques, car à la base de la géométrie, il existe selon Newton, des processus mécaniques. Par conséquent, la géométrie se fonde sur des processus mécaniques. En insistant sur la filiation entre les thèses de l'épistémologie critique et celle des *Principia*, Friedman sous-entend que pour Kant, lla

mécanique est une science mathématique fondée essentiellement sur la géométrie au sens de Newton. La première *Critique* fournirait, en ce sens, les éléments transcendants d'une théorie de la science de la nature *empirique*. Elle donnerait les conditions transcendantales de la *géométrisation* de la nature. Ainsi, en analysant les rapports entre les thèses kantienne de la première critique et les *Premiers principes* dans le cadre de la mécanique empiriste de Newton, Friedman montre que des processus phoronomiques sont à la base de la théorie des mathématiques de Kant. Dans ce contexte, la géométrie serait plus « fondamentale » et le but de l'idéalisme critique est de montrer en quoi la géométrie se base sur des principes transcendants.

Toutefois, en affirmant que le projet critique devrait être analysé dans les limites des *Principia* de Newton, on ne considère pas que les changements que la mécanique newtonienne a subis après son introduction sur le continent. De fait, l'effet de sidération qu'a produit sur les scientifiques la publication des *Principia* a rapidement fait place à la constatation que le système de Newton s'appuyait sur des concepts *métaphysiques* qui n'ont pas été suffisamment débattus.

Les historiens des sciences ont affirmé qu'au dix-huitième siècle, les *Principia* ont été effectivement retravaillées et modifiées par les mécaniciens continentaux au point qu'aujourd'hui ce que nous nommons habituellement la physique newtonienne est en fait le système réécrit dans le symbolisme mathématique inspiré, entre autres, par Leibniz. Les physiciens de l'époque étaient confrontés à des problèmes qui demandaient de revoir quelques *a priori* de la mécanique newtonienne. Malgré le fait que cette histoire soit documentée et bien connue, elle n'est pas prise en compte dans l'interprétation de Friedman de la philosophie des sciences de Kant (elle ne l'était pas non plus dans les thèses de

Cohen). Si on défend l'idée que la philosophie de Kant donne les fondements d'une théorie physique qui a été retravaillée à son époque, alors il existerait un décalage entre la philosophie critique de Kant et les sciences de son époque.

Depuis quelques années, plusieurs commentateurs, dont Stan (2009, 2013)⁹, Hyder (2013, 2014)¹⁰ Watkins (1997)¹¹, ont montré que la théorie des sciences de Kant n'est pas confinée à la seule théorie mécanique des *Principia Mathematica*, mais qu'elle entretient aussi des rapports avec le projet de la mécanique rationaliste de Leonhard Euler (1707-1783). Ce qui ne devrait pas étonner, car Euler se trouve être celui qui a introduit les thèses de Newton sur le continent dès le début du dix-huitième siècle. Euler est la figure marquante au siècle des Lumières dans les sciences physiques et mathématiques. Kant avait devant lui une copie *Mechanica sive motus scientia analytice exposita*, l'œuvre d'Euler dans laquelle il a réécrit le système des *Principia Mathematica* avec les mathématiques algébriques développés par ses prédécesseurs, dont Leibniz.

Les nouvelles recherches sur les liens entre la philosophie kantienne et les sciences ont montré qu'il est essentiel au commentateur de considérer la transformation qu'a subie la mécanique des *Principia Mathematica* dans la mécanique analytique d'Euler. Ces changements sont essentiels à souligner afin d'éviter d'introduire une confusion dans

⁹ STAN, M. (2009). Kant's early theory of motion: Metaphysical dynamics and relativity, *The Leibniz Review*, No. 19, 29-6 ;

STAN, Marius (2013). Kant's third law of mechanics: The long shadow of Leibniz, *Studies in History and Philosophy of Science*, Vol. 44, No. 3, p. 493-504.

¹⁰ HYDER, D. (2013). « Time, Norms, and Structure in Nineteenth-Century Philosophy of Science », dans BEANEY, M. (dir.), *The Oxford Handbook of the History of Analytic Philosophy*. Oxford : Oxford University Press, p. 250-275.

HYDER, D. (2014). « Michael Friedman. Kant's Construction of Nature: A Reading of the Metaphysical Foundations of Natural Science », *Isis*, Vol. 105, No. 2, p. 432-434.

¹¹ WATKINS, E. (1997). « The laws of motion from Newton to Kant » *Perspectives on Science* Vol 5, p. 311-348.

l'analyse de la théorie philosophique des sciences mathématiques du système critique et des rapports qu'elle entretient avec la physique de son époque.¹² De fait, la théorie de la science de la nature présentée dans les *Premiers principes métaphysiques* se rapproche plus du projet rationaliste des scientifiques comme Euler que le projet empiriste de Newton.

Dans cette perspective, rappelons qu'une des conditions mathématiques qui a mené à la science mathématique pure du mouvement a été la possibilité d'appliquer l'échelle de mesure sur les phénomènes qualitatifs. En effet, les mécaniciens continentaux, souhaitant fonder leur science mécanique sur des principes rationnels, cherchaient à fonder la mécanique sur des processus mathématiques purement arithmétiques. Il fallait donc être capable de mesurer la dimension du mouvement, la vitesse. Pour y arriver, la méthode algébrique développée, entre autres, par Leibniz, mais déjà présentée par François Viète et Descartes a été utilisée. Sur le plan épistémologique, la méthode mathématique symbolique de Descartes et Leibniz ne nécessite pas le recours à la géométrie empirique, c'est-à-dire qu'elle n'a pas recours à des processus mécaniques. Pour Newton, la géométrie reste cependant basée sur des processus mécaniques. Mais, dans le cas où la géométrie est arithmétisée dans l'algèbre, il devient concevable de fonder une mécanique sur des mathématiques plus abstraites. Il sera possible de mathématiser le mouvement et d'établir une nouvelle science de la nature. Un des résultats de cette transformation est la possibilité d'étudier les lois du mouvement avant les forces et d'établir la science du mouvement pur.

¹² Nous mentionnons ici que l'étude des rapports entre la mécanique d'Euler et la théorie des sciences de Kant dans le modèle algébriste, comme nous le suggérons, permettrait de réapprécier les rapports entre le projet critique kantien et le projet d'une métaphysique de la nature de l'Académie de Berlin. Ce projet dépasse les limites de notre travail. Voir LEDUC, Christian (2012), « La métaphysique de la nature à l'Académie de Berlin », *Philosophique*, vol. 42, n° 1, 2015, p. 11-30.

Dans ce cadre, les lois du mouvement pur ne seraient plus empiriques, mais retiendraient quelque chose de la *certitude* des procédés de la mathématique pure.¹³

Mais les nouvelles recherches sur la philosophie des sciences de Kant et ses rapports avec les mécaniciens continentaux ne permettent pas de rendre compte de ce fait, car sur le plan de la philosophie des mathématiques, la question de l'algèbre reste encore ignorée. Un des éléments les plus importants des avancées des sciences a été la théorie des fonctions. Pour Euler cette théorie n'est pas seulement une technique mathématique parmi d'autres, mais véritablement le cadre fondamental de toutes les sciences mathématiques.

Kant ne discute pas explicitement de cette théorie dans la première *Critique*, ni non plus dans la *Phoronomie* des *Premiers principes métaphysiques*. Cependant, en montrant qu'il existe une théorie de la quantité pure et comment est fondée dans le système critique, nous pouvons établir un rapprochement entre la conception de la théorie de la science de Kant et celle de ses contemporains.

À la lumière de nos recherches, nous voulons aider à clarifier l'interprétation qui présente l'idée que la mathématique fondamentale chez Kant est limitée à la géométrie. La géométrie est euclidienne chez Kant, comme pour tous les autres philosophes de son époque.¹⁴ Mais, il faut ajouter à cela, la notion du temps. En ne portant attention qu'à la notion d'espace géométrique au détriment de la notion de temps, on court le risque de laisser dans l'ombre le rôle du temps dans la quantification des *quanta* purs.

Ce travail servira à remettre en avant-scène le lien entre le temps et la quantité, et à ouvrir la possibilité de construire une physique mathématique pure au sein des cadres de

¹³ DARRIGOL, O. (2014). *Physics and Necessity: rationalist pursuits from the Cartesian past to the quantum present*, Oxford : Oxford University Press, Ebook.

¹⁴ N'oublions pas la trigonométrie sphérique.

l'épistémologie kantienne. La philosophie critique contient une théorie de la grandeur en général qui permet de lier les grandeurs pures dans une équation. À notre avis, la nécessité des constructions géométriques dans la théorie kantienne des sciences physiques est le premier pas vers la représentation symbolique des relations spatio-temporelles. Mais, comme nous le montrons, il serait erroné d'affirmer à partir de là que les constructions géométriques, c'est-à-dire les constructions spatiales, ont préséance sur les constructions temporelles et symboliques. Au contraire, l'épistémologie kantienne ne contraindrait pas une mathématique algébrisée. La théorie des sciences de Kant s'inscrirait par-là dans le contexte des sciences mathématiques de son époque. Avec notre travail, nous serons en mesure de réévaluer l'idée que la philosophie transcendantale se limiterait seulement aux systèmes géométrique et mécanique des *Principia Mathematica* de Newton et par conséquent, à contribuer aux nouvelles recherches sur les rapports entre l'épistémologie kantienne et les sciences de son époque.

Sans replacer le projet critique dans le cadre du mode de pensée algébrique, il n'est pas possible de comprendre la relation qui doit exister entre le concept du temps de l'Esthétique transcendantale, le Schématisme des concepts purs de l'entendement et la Phronomie.

Plan du travail

Notre problème relié à l'algèbre dans l'épistémologie kantienne advient parce que cette épistémologie requiert que les structures *a priori* de la sensibilité soient au fondement de la connaissance mathématique. Pourtant, une algèbre a justement cet avantage d'être abstraite et de ne pas avoir besoin de fondements dans la sensibilité. Il semble donc exister au sein de l'épistémologie critique une contradiction. Afin de contribuer à l'interprétation

philosophique du projet critique, nous proposons une interprétation qui répond à ce problème.

Nous aborderons notre problématique en deux volets. Dans un premier temps, dans les trois premiers chapitres, nous présenterons la théorie mathématique de Kant et nous dégagerons un cadre théorique afin de réfléchir sur l'algèbre dans le cadre de l'épistémologie critique. Nous nous appuierons sur les recherches des historiens des mathématiques pour dégager l'idée qu'à l'époque moderne, le concept de quantité est un concept univoque et qu'avec l'algèbre, il réunit à la fois la géométrie et l'arithmétique. Ce fait distingue les considérations mathématiques des Modernes, de celles des Anciens. Il doit être pris en compte dans l'interprétation de la philosophie des mathématiques de Kant. De la même manière, le concept de quantité et sa relation au temps dans l'épistémologie kantienne réunit la Phronomie, l'étude du mouvement pur, à l'Analytique transcendantale et à l'Esthétique transcendantale.

Plus particulièrement, dans le chapitre trois, à partir d'une lecture du chapitre du Schématisme des concepts purs de l'entendement, nous montrerons que le concept de nombre dans la première *Critique* relie la quantification à la temporalité. En ce sens, le concept de nombre requiert la structure d'un temps universel. Nous montrerons que le temps universel est numérique et qu'il est essentiel au projet de quantification des grandeurs spatio-temporelles dans la *Critique*.

Dans un deuxième temps, au chapitre quatre, nous présenterons le projet de la Phronomie et sa relation avec l'Esthétique transcendantale. En montrant le rôle de la structure du temps dans la *Critique*, nous serons en mesure d'analyser la conception du temps de l'Esthétique transcendantale et ses rapports avec la théorie du mouvement de la

Phoronomie. Nous pointons enfin vers le problème de la mesure du temps dans les cadres de l'épistémologie critique. Le développement qui va du chapitre 1 au chapitre 4, nous permet au chapitre 5, d'affirmer l'autonomie de l'algèbre par rapport à la géométrie et par conséquent, la préséance de la quantification de la grandeur pur en générale dans le fondement des sciences mathématiques.

CHAPITRE 1 – L’algèbre et la mathématique universelle

Introduction

Réfléchir sur l’algèbre dans la philosophie critique demande de discuter de la critique kantienne de la métaphysique et du projet *moderne*¹⁵ de construire une *mathesis universalis*. S’inspirant de l’algèbre, les philosophes modernes ont tenté d’établir les bases d’une mathématique universelle ou *mathesis universalis* qui exprimerait toutes les vérités des sciences. De fait, avec l’algèbre, le mathématicien peut manipuler la grandeur en général. Il porte son attention sur la quantité générale plus que sur ce qu’elle représente. Les philosophes modernes s’en sont inspirés pour imaginer une mathématique universelle. Il y a donc un point de rencontre durant la modernité entre l’algébrisation de la science et le projet d’une mathématique universelle.

Ainsi, dans le projet critique, la problématique autour de la possibilité de représenter le concept de quantité générale sous forme symbolique dépasse la question des mathématiques dans le projet critique. La question de l’algèbre est connectée aussi à celle de la possibilité de construire dans le projet critique une *mathesis universalis* où toutes les inférences seraient visibles symboliquement. Toutefois, en insistant sur l’impossibilité pour la métaphysique d’être une science au même titre que les sciences de la nature, l’idéalisme critique semble remettre en question le projet d’une *mathesis universalis* et par conséquent, peut-être aussi l’algèbre.

De fait, avec la première *Critique*, Kant procède à une critique de la métaphysique. Selon lui, la métaphysique ne peut devenir une science, car ses concepts ne peuvent pas

¹⁵ Dans notre travail, quand nous référons à l’époque moderne nous référons aux seizième et dix-septième siècles.

être construits dans l'intuition pure. La métaphysique est un discours conceptuel qui n'a pas d'ancrage dans la sensibilité. Ce point de vue place l'épistémologie critique dans l'embarras quand il est question de l'algèbre, car celle-ci a l'avantage sur les autres disciplines mathématiques d'être plus formelle, abstraite et sans relations directes avec l'expérience sensible. C'est cet aspect qui inspire les contemporains de Kant de construire une mathématique universelle symbolique qui ne demande pas de constructions géométriques.

Ce chapitre sert à mettre les premiers jalons de notre argument, afin de renverser la prémisse acceptée que l'épistémologie critique serait sourde au projet moderne de construire une *mathématique universelle*. Nous voulons montrer qu'au sein de l'épistémologie critique, la question de l'algèbre est légitime. Elle permet, en fait, d'évaluer les rapports entre la philosophie critique et l'effort de construire une mathématique universelle qui aurait la tâche de fonder une science de la nature.

Afin d'atteindre notre objectif, nous analyserons dans un premier temps la distinction qu'établit Kant entre les constructions géométriques et les constructions algébriques ou symboliques. Ceci nous conduira, dans un deuxième temps, à discuter du projet de la mathématique universelle à l'époque moderne. Nous prendrons l'occasion dans ce chapitre de présenter le projet de construire une écriture mathématique universelle et sa relation à l'algèbre parce qu'il nous permet d'introduire la relation entre la représentation symbolique et le temps. Cette discussion jettera les bases des notions nécessaires pour discuter de la question de l'algèbre dans la première *Critique*. Ce qui nous mènera au prochain chapitre à présenter et à critiquer trois approches contemporaines à la question de l'algèbre dans la philosophie critique.

Section 1 : L'algèbre dans la première *Critique*

Une des prémisses du criticisme kantien est l'impossibilité pour le métaphysicien de produire des connaissances concrètes *a priori*. Cette limitation remet en question les prétentions du métaphysicien de produire une connaissance universelle et *a priori* sur la nature des choses. Selon Kant, le métaphysicien n'est pas capable de présenter [*Vorstellung*] ses concepts dans l'intuition pure *a priori*. Ce qui signifie, littéralement, que le métaphysicien ne peut placer *devant soi* ses concepts. Par conséquent, il n'est pas capable de produire une connaissance concrète (*in concreto* dira Kant dans la Théorie transcendantale de la méthode) de ses concepts. Autrement dit, le métaphysicien ne peut présenter ses concepts dans l'espace et dans le temps. Par conséquent, sa discipline est limitée à n'être qu'un discours sans vraie signification et sans relation à l'expérience sensible pure. Selon Kant, seul le mathématicien est capable de se présenter ses concepts dans la sensibilité pure *a priori*. Comme il le dira dans le deuxième livre de la première *Critique*, les concepts des mathématiques pures sont construits *a priori* dans l'espace et le temps et ils sont, pour ainsi dire, en relation avec la sensibilité pure.

Dans le cas de l'algèbre, cette exigence apparaît problématique, car une algèbre est une forme de mathématique symbolique dont l'avantage est justement de ne pas être en relation directe avec la sensibilité. Comparées à la géométrie euclidienne et à l'arithmétique, les techniques de l'algèbre sont plus abstraites. Elles permettent de manipuler la quantité pure générale sans égards à la *figure* qui la présente dans l'intuition pure. L'algèbre est donc primordiale pour l'approche scientifique. (Dans le chapitre 3, nous verrons que tout le divers donné dans l'intuition pure est quantifiable, car il est homogène.)

Mais, dans le cadre de l'épistémologie kantienne, c'est la capacité du mathématicien à construire ses concepts mathématiques dans l'intuition pure qui fait de sa discipline une science proprement dite. Pour le dire autrement, le mathématicien peut *voir* ses concepts et c'est cette propension des mathématiques qui distingue celle-ci de la métaphysique. Le métaphysicien n'a pas les moyens de faire *voir* ses concepts. La question se pose donc à savoir si à l'instar de la métaphysique, l'algèbre est aussi confinée à n'être que conceptuelle sans relation à la sensibilité. Autrement dit, est-ce qu'il y a une place dans l'épistémologie critique pour une mathématique symbolique, abstraite et formelle, dans les cadres de l'épistémologie kantienne?

Kant a toutes les raisons d'affirmer dans la première *Critique* que la métaphysique n'a pas progressé de la même façon que les sciences mathématiques. Au moment où il commence sa carrière philosophique, les sciences ont fait des progrès fulgurants. Avec l'établissement des Académies scientifiques, l'activité scientifique s'est professionnalisée. La métaphysique ne semble pas avoir eu le même sort et, comme le souligne Kant dans la première *Critique*, elle est devenue inutile pour l'avancement des sciences. Selon nous, le projet critique vise à redonner un rôle à la métaphysique dans l'établissement des sciences de la nature. La critique kantienne vise plutôt les métaphysiciens que la métaphysique elle-même.

Ce thème n'est pas nouveau à la première Critique. Il se trouve déjà dans les œuvres précritiques. Par exemple, dans *Untersuchung über die Deutlichkeit der Grundsätze der natürlichen Theologie und der Moral*, 1764 (Recherche sur l'évidence des principes de la théologie naturelle et de la morale)¹⁶ la réponse de Kant à la question posée par l'Académie

¹⁶ Ak. Vol 1.

royale des sciences de Berlin en 1763, il affirme que c'est une erreur des philosophes de considérer les concepts mathématiques avec le regard du philosophe. Il met en doute la manière dont les philosophes s'y sont pris pour appliquer la méthode des mathématiques en philosophie. La cible de son attaque est Wolff. Kant critique la manière dont ce dernier analyse les concepts mathématiques.

C'est ainsi que Wolff a considéré la similitude en géométrie avec le regard du philosophe, afin de comprendre aussi, dans le concept général de similitude, les cas qui se présentent en géométrie.¹⁷

Le philosophe ne contribue pas aux mathématiques. Son analyse, *son regard*, n'amène rien aux mathématiciens. Il y a une division des tâches et elles ne sont pas interchangeables.

Mais devrions-nous déduire que la philosophie est à la remorque du savoir scientifique? Le philosophe n'a-t-il rien à amener aux mathématiciens ou à leur dire? D'après nous, en défendant que la philosophie est transcendantale, Kant espère redonner les lettres de noblesse à la philosophie. Une large part de l'exercice de la première *Critique* est de mettre en lumière les limites de la connaissance rationnelle et d'évaluer la possibilité pour la métaphysique de déboucher sur des connaissances rationnelles. Elle aboutira sur la possibilité pour le philosophe de contribuer aux développements des sciences.

Kant se demande, dans un premier temps, quelles sont les limites du champ de l'expérience possible au sein duquel les objets de la métaphysique pourraient être produits et connus. La question «Que puis-je savoir?» s'attaque en tout premier lieu au métaphysicien.¹⁸ Le projet critique pose la priorité de la question de la connaissance

¹⁷ « So hat Wolff die Ähnlichkeit in der Geometrie mit philosophischem Auge erwogen, um unter dem allgemeinen Begriffe derselben auch die in der Geometrie vorkommende zu befassen. » (Ak, II, p. 277)

¹⁸ Que puis-je savoir ? comme il le dira dans les *Prolégomènes*, est la première des trois questions, les deux autres étant Que dois-je faire ? et Que puis-je espérer ? La première critique, la *Critique de la raison pure*, vise à répondre à la première question.

rationnelle sur celle de la métaphysique – *du comment sur le quoi*. Kant place la question de la connaissance avant celle de l'existence. Dans la *Préface* de la deuxième édition de la *Critique*, Kant illustre ce retournement de la question du savoir en référence à Copernic.

Il en est ici comme avec les premières idées de Copernic, lequel, comme il ne se sortait pas bien de l'explication des mouvements célestes en admettant que toute l'armée des astres tournât autour du spectateur, tenta de voir s'il ne réussirait pas mieux en faisant tourner le spectateur et en laissant au contraire les astres immobiles. Or, en métaphysique, on peut faire une tentative du même type en ce qui concerne l'*intuition* des objets. Si l'intuition devait se régler sur la nature des objets, je ne vois pas comment on pourrait en savoir *a priori* quelque chose ; en revanche si l'objet (comme objet de sens) se règle sur la nature de notre pouvoir d'intuition, je peux tout à fait bien me représenter cette possibilité. (B XVII-XVIII)

Kant fait précéder la question de la connaissance de l'objet, sur celle de son existence. Aborder le projet critique de Kant de cette façon permet de comprendre comment la première *Critique* s'attèle à critiquer la volonté des métaphysiciens à tenir un discours scientifique sur la nature. Avant de demander « pourquoi quelque chose, plutôt que rien ? », demandons « que peut-on connaître ? ». Comme dans ses écrits précritiques, dans la première *Critique* ce sont d'abord avec les philosophes rationalistes, dont Leibniz et Wolff, qu'il converse. Mais, dans la première *Critique*, il remet en question la prétention de ses prédécesseurs à vouloir édifier un type de savoir métaphysique. Il est vrai qu'à l'instar de ses prédécesseurs, Kant pense que les sciences mathématiques se présentent de droit comme le modèle ultime de la connaissance rationnelle étant donné leurs capacités à produire des connaissances *a priori*. Et comme eux, il pense que la métaphysique gagnerait à être analysée et évaluée à travers le prisme de la rationalité que constituent les sciences mathématiques. Les sciences mathématiques représentent, de fait, l'archétype du savoir rationnel. La géométrie, l'arithmétique et la physique ont produit des connaissances *a priori* qui s'appliquent à l'expérience empirique. Mais, contrairement aux thèses des

métaphysiciens rationalistes, la métaphysique, selon Kant, est incapable d'occasionner un sens avec le donné empirique. Elle n'est pas en mesure de donner une signification concrète au monde. En fait, seules les connaissances des sciences mathématiques, selon la première *Critique*, s'appliquent *a priori* sur la nature. Elles seules donnent une forme au donné phénoménal et génèrent *a priori*, pour ainsi dire, un sens.

Kant ne rejette pas la métaphysique dans son ensemble. Mais si elle reste dans l'état où il la trouve, elle ne pourra devenir une *science*. C'est la prétention à un *savoir métaphysique* qui est remis en question. En fait, la méthode de la première *Critique* vise à redonner aux philosophes leur droit de parole sur la connaissance, au prix, toutefois, qu'ils devront accepter de se confiner à l'intérieur des limites de leur domaine de savoir. Le philosophe pourra contribuer au savoir, mais il n'aura plus l'autorité sur celui-ci sans faire appel à l'*expérience* telle qu'elle est déterminée par les principes *a priori* sur lesquels se fondent les sciences mathématiques de la nature. S'il veut rester pertinent, le philosophe n'est pas obligé d'imiter les sciences. Mais il doit au moins en montrer leurs conditions de possibilité et dévoiler les principes *a priori* sur lesquelles repose l'édifice des sciences de la nature. C'est avec ce rôle bien précis que le philosophe peut prendre sa place. La philosophie devient conditions de possibilité de la science, elle expose les éléments transcendants qui permettent de *fonder* les sciences de la nature, non plus comme métaphysique, mais comme épistémologie. Avec la philosophie transcendantale, comme l'a souligné Jocelyn Benoît, se développent « parallèlement deux types de discours, dans un redoublement tout à fait caractéristique de la pensée moderne [...] analysé par Foucault, le discours de la science, essentiellement (mais pas seulement) empirique, tout à fait tourné vers le monde, comme objet, et le discours transcendantal, qui a trait aux conditions de

possibilité du premier » (Benoît, p. 1104).¹⁹ Nous ne retrouvons plus un discours universel qui englobe toute les sciences, mais deux disciplines avec leur domaine propre : la philosophie transcendantale et la science de la nature. La philosophie (entendue comme transcendantale) s'occupe d'exposer les conditions *a priori* de la connaissance sur la nature et la science mathématique qui s'applique sur le monde et produit un système de science qui régule le monde phénoménal.

Le projet critique est typiquement moderne. Il cherche à *fonder* les sciences. Le tour de force de Kant est d'avoir montré que le dédoublement, entre d'un côté la philosophie et de l'autre les sciences mathématiques, émane de la même structure *a priori*. Elles regardent vers des directions opposées, mais dans le champ des représentations, on découvre que la science et la philosophie sont issues de la même structure *a priori*. C'est ce geste qui définit le moment critique. L'objet et les conditions de possibilités de son discours se retrouvent dans le même horizon.

En tant que philosophie critique, la philosophie pourra participer à l'édification d'une connaissance certaine et apodictique. La philosophie kantienne ne s'arrête donc pas seulement à dire ce que l'entendement ne peut connaître, elle montre aussi comment l'entendement participe dans la production de la connaissance scientifique. Dans ce rôle bien précis, la philosophie devient *positive*. Tant qu'elle reste dans le pays de la vérité, sur l'île enfermée par les limites immuables de la nature elle-même (A 235/B 294).

Dans ce contexte, Kant, avec la première *Critique*, ne fait pas que prescrire son remède au discours métaphysique, il montre comment les sciences mathématiques sont les seules, à proprement parler, qui peuvent dire quelque chose de signifiant sur la nature. Dans la

¹⁹ BENOÎT, J. *Transcendantal*, in LECOURT, D. (2006). *Dictionnaire d'histoire et philosophie des sciences*, Presse universitaires de France, 1195 p.

Préface et l'*Introduction* de la deuxième édition de la première *Critique* (1787), il affirme que les mathématiques et la science physique forment ensemble le domaine par excellence où l'entreprise rationnelle a donné lieu à des résultats concrets. Dans la *Préface* (B), il souligne qu'elles se distinguent des autres savoirs humains, car elles sont capables de produire des connaissances apodictiques. Elles se constituent en une connaissance caractérisée par les structures nécessaires et *a priori* qui soutiennent les inférences logiques en matières empiriques. Les sciences mathématiques sont fondées sur des principes *a priori* qui leur assurent une connaissance pure. Ces principes *a priori* sont aux fondements de l'expérience scientifique et ils permettent de mettre les phénomènes sous forme de lois.²⁰ Donc, il existe des principes *a priori* qui structurent l'expérience empirique et qui sont les véritables fondements des sciences mathématiques. Une part importante du projet philosophique que s'est donné Kant dans la première *Critique* est justement d'élucider ces principes. Kant en identifie deux types : les principes de la sensibilité et les principes de l'entendement. La *Théorie transcendantale des éléments*, la première division de la *Critique*, est consacrée à justifier ces deux types de principes. Dans l'*Esthétique transcendantale*, il identifie l'espace et le temps comme les principes de la sensibilité.²¹ Dans la *Logique transcendantale*, spécifiquement dans la section intitulée l'Analytique des principes, il identifiera les quatre principes de l'entendement : l'Axiome de l'intuition, les Anticipations de la perception, les Analogies de l'expérience et les Postulats de la pensée empirique. Ensemble, ces principes *a priori* de la sensibilité pure et de l'entendement pur

²⁰ « La raison doit s'adresser à la nature en tenant d'une main ses principes, en vertu desquels seulement des phénomènes concordants peuvent avoir valeur de lois, et de l'autre main l'expérimentation qu'elle a conçue d'après ces principes [...] » (B XIII).

²¹ « Une science de tous les principes de la sensibilité *a priori*, je la nomme *esthétique transcendantale*. » [A 21/B 35].

constituent le socle sur lequel les sciences mathématiques de la nature sont construites. Nous aurons l'occasion d'en discuter plus longuement dans le chapitre 5 de ce travail. Pour l'instant, il suffit de dire que les sciences mathématiques sont le modèle de connaissance qui doit préoccuper le philosophe et que dans la *Critique*, Kant élucide les principes *a priori* au fondement des sciences mathématiques. Le problème pour le métaphysicien est de croire que sa discipline est aussi fondée sur des principes *a priori* et qu'elle est capable d'atteindre le même degré de certitude que les sciences de la nature. En fait, la métaphysique contrairement aux mathématiques n'utilise pas la même méthode. Dans le deuxième livre de la première *Critique*, nous trouvons une discussion sur cette différence entre la philosophie et les mathématiques. Rappelons que c'est dans le contexte de cette discussion que nous avons analysé les affirmations de Kant sur l'algèbre. Cette discussion nous a permis de voir que Kant ne rejette pas d'emblée l'algèbre et par conséquent, que son épistémologie n'est pas rédhibitoire à la construction d'une langue scientifique symbolique. Nous montrons maintenant que la notion de l'algèbre n'est pas incohérente dans le système critique.

La tâche principale de Kant dans le deuxième livre de la première *Critique* est de montrer que la raison pure a besoin d'une discipline afin qu'elle n'erre pas au-delà de ses limites. La première partie de l'œuvre avait déjà montré ce que la raison peut prédiquer *a priori*, la deuxième partie porte sur ce que la raison pure peut exiger des différentes disciplines dans lesquelles elle fait usage de ses concepts.

Encore faut-il bien remarquer que, dans cette seconde partie de la critique transcendantale, je ne fais pas porter la discipline de la raison pure sur le contenu, mais seulement sur la méthode de la connaissance de la raison pure.
(A 712/B 740)

Seule la raison pure dans son usage transcendantal a besoin d'une méthode. En effet, dans son usage empirique la raison est confrontée à l'expérience. Dans la Théorie transcendantale de la méthode, Kant affirme que la raison pure dans son usage philosophique n'est pas capable de présenter ses concepts *a priori* dans l'intuition pure (évidemment non plus *a posteriori*).

Notons ici que le fait de présenter dans la même section, soit dans la Méthode transcendantale, les différences entre la philosophie et les mathématiques, et les différents types de constructions mathématiques, nécessitera, selon nous, de replacer la thèse de Kant sur les mathématiques dans un contexte qui dépasse celui de la première *Critique*. Comme nous l'avons affirmé plus haut, Kant met en question dans la première *Critique* le projet de vouloir fonder une métaphysique entendue comme connaissance universelle et purement intellectuelle qui aurait un droit de regard sur toutes les autres disciplines du savoir. Le problème pour Kant est que la philosophie ne produit pas de connaissance concrète. Comme il l'affirme dans la Théorie transcendantale de la méthode :

[...] *construire* un concept signifie le présenter *a priori* dans l'intuition qui lui correspond. Pour la construction d'un concept est donc requise une intuition *non empirique*, laquelle par conséquent, en tant qu'intuition, est un objet *singulier*, mais n'en doit pas moins, comme construction d'un concept (d'une représentation générale), exprimer dans la représentation une validité universelle pour toutes les intuitions possibles qui appartiennent au même concept. (A 713-714/B 742-743)

La philosophie ne peut présenter ou construire ses concepts dans l'intuition, car le philosophe ne peut leur faire correspondre une intuition pure non empirique. Nous avons fait allusion à cette idée plus haut. Nous avons dit que le philosophe ne peut présenter ses concepts dans les limites de la sensibilité pure. Autrement dit, il ne peut les construire. La connaissance philosophique ne pourra jamais produire une connaissance *concrète* des

concepts. Par conséquent, et c'est un des résultats importants de l'épistémologie critique, le philosophe doit se contenter d'une connaissance rationnelle *discursive*. Il doit donc s'astreindre à la discipline de la raison. La connaissance philosophique porte uniquement sur des concepts et ne peut pas être du même type que les mathématiques, car seuls les concepts mathématiques peuvent être construits.

La métaphysique ne peut pas, et surtout ne doit pas imiter la raison dans son usage mathématique, sinon elle risque de souffrir d'une lubie. C'est en ce sens que le projet critique se distingue de celui de la philosophie leibnizo-wolffienne. La philosophie ne peut devenir une science au même titre que la mathématique.²² Elle ne peut rien contribuer aux sciences mathématiques et elle ne peut pas imiter leurs méthodes. Par conséquent, le métaphysicien ne peut mettre les phénomènes empiriques sous des lois rationnelles de la même manière que le ferait un physicien.

À la lumière de ce que nous venons de dire, nous pouvons mettre en contexte l'argument que Kant a présenté dans la *Préface* et l'*Introduction* sur les mathématiques. Dans son *Introduction* à la deuxième édition de la *Critique*, il dit que les mathématiques sont des jugements synthétiques *a priori*. Dans le cadre de l'épistémologie critique, c'est dire que les concepts mathématiques, quoiqu'ils soient connus *a priori*, c'est-à-dire avant l'expérience empirique, nécessitent néanmoins une *construction* dans l'intuition pure. Il

²² Voir Kant, *Critique de la raison pure* «La philosophie leibnizo-wolffienne a donc indiqué à toutes les recherches sur la nature et l'origine de nos connaissances un point de vue entièrement faux, dans la mesure où elle n'a considéré la différence entre la sensibilité et l'ordre intellectuel que comme logique, alors qu'elle est manifestement transcendante et ne concerne pas seulement la forme de la distinction et de la confusion, mais leur origine et leur contenu, en sorte que par la première nous ne connaissons pas seulement la nature des choses en soi de façon confuse, mais nous ne la connaissons pas du tout, et que, dès que nous écartons par la pensée notre constitution subjective, l'objet représenté, avec les propriétés que lui attribuait l'intuition sensible ne se rencontre plus, ni ne peut se rencontrer nulle part, étant donné que c'est précisément cette constitution subjective qui détermine sa forme en tant que phénomène.» (A 44/B 61-62)

fait mention de cette thèse déjà dans la *Préface* (B) en utilisant l'exemple du triangle isocèle de Thalès.

Pour le premier qui démontra le triangle *isocèle* [...], il se produisit une illumination [...]. Il lui fallait produire cette figure par l'intermédiaire de ce qu'il y pensait et présentait lui-même *a priori* d'après ces concepts (par construction) [...]. (B XI-XII)

En construisant le concept du triangle isocèle, Thalès, selon Kant, constata qu'il n'avait pas besoin d'utiliser autre chose que sa pensée : il n'avait pas besoin d'aller hors des limites de la science mathématique. Il pouvait avancer avec une certaine confiance à l'aide de cette science. Mettant à part la véracité de cette histoire, l'important pour Kant est de montrer que le concept de triangle n'est pas abstrait de l'expérience, mais construit *a priori*. De fait, la construction du concept mathématique *par l'intermédiaire de ce qu'il y pensait et présentait lui-même* permet de présenter celui-ci *a priori* dans l'intuition pure.

Le concept n'existe pas préalablement à celui qui le construit – mais se révèle dans l'acte de construction. Ainsi, la construction *a priori* dans l'intuition du concept mathématique constitue la particularité de la discipline mathématique.²³ Le concept mathématique a la capacité d'être construit *a priori* dans l'intuition pure. « Construction dans l'intuition pure » signifie que le concept est présenté [*Vorstellung*] dans l'espace et dans le temps.²⁴ Avec la science mathématique, les concepts sont donc présentés *in concreto* dans l'intuition pure (A 710-711/B 738-739). Ce qui implique que la science mathématique n'a point besoin d'une critique, contrairement à la métaphysique.

Comme nous l'avons dit, Kant défend l'idée que les mathématiciens construisent leurs concepts dans l'intuition pure selon la méthode synthétique. Autrement dit, les concepts

²³ Notons que nous suivons la note de Renaud pour la traduction française de *Darstelle*. Dans notre travail, *Darstellung* est traduit par présenter et *Vorstellung* est traduit par représenter.

²⁴ Nous reviendrons sur la notion de construction.

mathématiques ne sont pas fondés sur le principe de non-contradiction, comme l'ont cru ses prédécesseurs, mais dans l'intuition pure *a priori*. Par conséquent, calculer sera une activité de l'entendement qui demande le recours de l'intuition pure *a priori*. Le métaphysicien ne jouit pas du même avantage que le mathématicien et il doit consentir à ce que son activité ne devienne pas une science.

Avec la géométrie, les critères du constructivisme kantien semblent ne poser aucun problème, dans la mesure où la construction du concept universel dans l'intuition génère une figure concrète établissant une relation entre cette figure particulière et le concept universel. Ainsi, même si la figure dessinée sur une feuille de papier est empirique et singulière, elle représente le concept de triangle en général. Le constructivisme kantien explique que cela est possible dans la mesure où ce n'est pas la figure, mais la règle, c'est-à-dire l'*acte de construction*, qui est primordiale.

Ainsi vais-je construire un triangle en présentant l'objet correspondant à ce concept soit, par la simple imagination, dans l'intuition pure, soit, d'après celle-ci, également sur le papier, dans l'intuition empirique, mais dans un cas comme dans l'autre entièrement *a priori*, sans en avoir extrait le modèle d'une quelconque expérience. La figure singulière que l'on a dessinée est empirique, et elle sert pourtant à exprimer le concept sans qu'atteinte soit portée à son universalité, parce que, dans cette intuition empirique, c'est toujours simplement l'acte de construction du concept que l'on considère [...]. (A713-14/B741-42)

La figure particulière construite, en l'occurrence le triangle, permet la connaissance de toutes les propriétés du triangle en général. Le concept de triangle et le triangle construit sur une feuille de papier ou dans l'intuition pure *a priori* (toujours par l'imagination productrice²⁵) sont en relation directe, car c'est l'acte de construction du concept que l'on

²⁵Il est essentiel de souligner que c'est toujours d'après l'imagination transcendante. Le rôle de l'imagination transcendante dans la construction des concepts mathématiques deviendra plus clair dans le chapitre suivant lorsque nous discuterons du rôle du schématisme transcendantal dans la construction des concepts mathématiques.

considère. Il y a adéquation entre la figure et le concept et d'une certaine manière, ils *disent* la même chose. L'explication de Kant permet de comprendre comment une science reste pure et *a priori* même si nous n'avons accès à son universalité que par la singularité. Les modèles ne sont pas tirés de l'expérience, alors que leur réalisation reste empirique. Le constructivisme kantien résout en partie le problème de la connaissance des concepts mathématiques entre les réquisits empiriques et rationnels des sciences mathématiques. Les concepts mathématiques ont leurs origines dans l'activité synthétique de l'entendement et ils sont représentés dans l'intuition pure *a priori*.

Cependant, pour ce qui est de la connaissance rationnelle que fournissent les mathématiques, l'explication kantienne paraît poser un problème, car elle fait appel aux formes de la faculté sensible pour le fondement des mathématiques. De fait, il n'est pas évident, à première vue, que l'espace et le temps établissent aussi la rationalité des jugements mathématiques. En effet, s'il y a bien un domaine où les idées apparaissent totalement indépendantes de l'expérience sensible ce sont les mathématiques. Les sciences mathématiques produisent des connaissances qui ont un fondement *a priori*. Mais comme l'indique Kant, c'est justement à partir de là que les philosophes qui l'ont précédé ont cru faussement que les jugements mathématiques reposaient uniquement sur des principes *analytiques*, comme le principe de non-contradiction.

Autrement dit, selon Kant, les métaphysiciens qui l'ont précédé ont pensé que les jugements mathématiques étaient fondés uniquement et purement sur l'entendement (grâce à l'énoncé d'axiomes), sans faire appel à la faculté sensible. Les métaphysiciens (surtout wolffiens) ont avancé que seule l'analyse conceptuelle servait à assurer la nécessité et l'universalité des mathématiques. Comme il le mentionne, ses prédécesseurs ont voulu

fonder²⁶ les propositions mathématiques sur le principe de non-contradiction et ils ont cru que les propositions mathématiques étaient analytiques. Kant donne l'exemple de la proposition arithmétique $7+5=12$ laquelle, selon lui, les philosophes ont crû qu'elle était analytique.

On devrait certes, au premier abord, penser que la proposition $7+5=12$ est une proposition simplement analytique qui résulte du concept d'une somme de 7 et 5 d'après le principe de non-contradiction. (B15)

Mais d'après Kant, ils se sont trompés, car le concept de 12 n'est pas inclus dans le concept de 5 ou de 7.

Le concept de 12 n'est en aucune manière déjà pensé du fait que je pense simplement cette réunion de 7 et 5, et je peux bien décomposer analytiquement aussi loin que l'on voudra mon concept d'une telle somme possible : je n'y rencontrerai pourtant pas le nombre 12. (B15)

Les jugements mathématiques ne peuvent pas être analytiques, car il faut sortir du concept de 5 et ajouter quelque chose de plus à celui-ci, en l'occurrence le concept de 7, pour avoir le concept de 12. Il faut avoir recours à l'intuition pure *a priori* afin d'ajouter les unités nécessaires pour produire le concept de 12. Cet acte demande une synthèse de l'entendement avec l'intuition pure. Les jugements arithmétiques comme $5+7=12$ s'appuient sur l'intuition. De fait, les jugements mathématiques sont, selon Kant, synthétiques *a priori*.

Il faut sortir de ces concepts en s'aidant de l'intuition qui correspond à l'un des deux, par exemple ses cinq doigts ou (comme Segner dans son arithmétique) cinq points, et ainsi ajouter l'une après l'autre les unités des cinq données dans l'intuition au concept de sept. Car je prends d'abord le nombre 7 et, en me servant pour le concept de 5 des doigts de ma main comme d'une intuition, j'ajoute alors, à la faveur de cette image que j'en ai, peu à peu au nombre 7 les unités qu'auparavant je prenais ensemble pour constituer le nombre 5, et je vois ainsi surgir le nombre 12. C'est dire que la proposition arithmétique est

²⁶ *Fonder* ici signifie donner les conditions absolues de la validité de la proposition.

toujours synthétique, ce dont on devient d'autant plus clairement conscient que l'on prend des nombres un peu plus grands. (B16)

De la même manière en géométrie pure.

Que la ligne droite soit, entre deux points, la plus courte, c'est une proposition synthétique. Car mon concept de ce qui est droit ne contient aucune détermination de grandeur, mais seulement une qualité. Le concept de ce qui est le plus court est donc entièrement surajouté et ne peut être par aucune analyse tiré du concept de la ligne droite. Il faut donc s'aider de l'intuition, par l'intermédiaire de laquelle seulement la synthèse est possible. (B16)

Le concept de droit ne contient pas le concept de court et il ne peut être induit analytiquement. Le concept de droit ajouté à celui de plus court demande une synthèse. Kant ajoute que même en voulant fonder les propositions géométriques les plus fondamentales sur le principe de non-contradiction, comme Leibniz et Wolff, cela n'empêche pas d'affirmer que l'intervention de l'intuition est nécessaire (B16).

La mécanique aussi contient des jugements synthétiques *a priori*. Ainsi, il est nécessaire en science physique (dans sa partie pure), en géométrie et même en arithmétique, de s'écarter du concept et d'avoir recours aux formes de l'intuition pour connaître et fonder les propositions. (B17).²⁷

C'est ce recours à l'intuition pure qui, selon Kant, a échappé aux penseurs avant lui. Par conséquent, ils n'ont pas remarqué que les jugements mathématiques ne sont pas analytiques, mais synthétiques tout en étant *a priori*.²⁸ Les concepts mathématiques sont présentés [*Vorstellung*] par l'intuition pure *a priori*, c'est-à-dire *construits* et en ce sens, ils sont instanciés dans l'intuition pure sensible et donc représentés [*Darstellung*].

Quand Kant publie la *Critique de la raison pure*, les sciences mathématiques ont subi une transformation importante. Les mathématiques modernes sont devenues, entre autres,

²⁷ « La science de la nature (*physica*) contient en elle des jugements synthétiques *a priori*, intervenant à titre de principes » (B17) Voir note 1.

²⁸ « Les jugements mathématiques sont tous synthétiques. Cette proposition semble avoir échappé aux observations de ceux qui ont analysé la raison humaine, et s'opposer même directement à toutes leurs conjectures [...] » (B14).

plus abstraites que celles des Anciens. Elles ont été transformées par la possibilité d'écrire les concepts mathématiques dans un symbolisme formel, sans en même temps présenter une figure géométrique.

Dans ce nouveau contexte, l'explication de la connaissance des concepts mathématiques par Kant apparaît problématique. En effet, Kant défend la thèse que les mathématiciens ont recours à l'intuition pure, c'est-à-dire qu'ils démontrent et construisent leurs concepts. Toutefois, dans le cas où le mathématicien utilise une mathématique sans figures, comme dans le cas d'une algèbre, le concept est représenté par un symbole et non par une figure construite. Par conséquent, il ne semble pas nécessaire aux mathématiciens modernes de construire et de présenter leurs concepts dans l'intuition pure *a priori*. Le mathématicien moderne n'a pas besoin d'avoir recours à l'intuition pure *a priori*. Cette constatation est embarrassante pour l'épistémologie critique, car dans l'éventualité où elle est incapable d'expliquer la possibilité pour le mathématicien d'utiliser des symboles, elle apparaîtra surannée. Il est donc vital pour l'épistémologie critique de répondre à cet aspect des mathématiques modernes. Kant offre une partie de la réponse dans le deuxième livre de la première *Critique*, la *Théorie transcendantale de la méthode*.

Après avoir discuté de la distinction entre la connaissance philosophique et la connaissance mathématique, Kant établit une distinction entre les constructions de la géométrie et celle de l'algèbre.

Cela dit, la mathématique ne construit pas simplement des grandeurs (*quanta*), comme c'est le cas en géométrie, mais construit aussi la pure grandeur (*quantitas*), comme en algèbre, où elle fait totalement abstraction de la nature de l'objet qui doit être pensé d'après un tel concept de grandeur. Elle se choisit alors une manière d'indiquer toutes les constructions de grandeurs en général (nombres), comme celles de l'addition, de la soustraction, etc., de l'extraction de racines ; et après avoir aussi indiqué le concept général des grandeurs d'après les divers rapports qu'entretiennent ces grandeurs, elle présente dans

l'intuition, selon certaines règles générales, toute opération produisant ou modifiant la quantité²⁹ ; quand il s'agit de diviser une grandeur par une autre, elle réunit leurs caractères à l'une et à l'autre d'après la forme qui sert à indiquer la division, et ainsi, à l'aide d'une construction symbolique, elle arrive tout aussi bien que la géométrie d'après une construction ostensive ou géométrique (des objets eux-mêmes) là où la connaissance discursive ne pourrait jamais parvenir par l'intermédiaire de simples concepts. (A 717/B 746)

Dans ce passage, l'algèbre est identifiée à la construction symbolique des grandeurs pures et elle se distingue de la géométrie identifiée aux constructions ostensives des *quanta*. L'algèbre est définie comme la construction symbolique de la quantité au sens de la *quantitas*.

En définissant l'algèbre comme une construction symbolique de la quantité pure, cela nous laisse dire que le mathématicien peut manipuler la quantité pure. Ce qui signifie qu'avec le symbole, *le mathématicien porte son regard sur la forme de la quantité* uniquement. De la même façon que la construction ostensive présente l'objet dans l'intuition pure avec une figure, la construction symbolique le fait avec un signe.

[...] la méthode algébrique, avec ses équations d'où elle fait par réduction surgir la vérité en même temps que la preuve, n'est certes pas une construction géométrique, mais elle constitue une construction *caractéristique*, dans le cadre de laquelle, en se servant des signes, on présente les concepts dans l'intuition, notamment ceux qui portent sur le rapport entre les grandeurs, et où, sans jamais considérer la dimension heuristique, on garantit tous les raisonnements contre les erreurs par la manière dont chacun se trouve visualisé. (A 734/B 762)

Les constructions symboliques sont plus abstraites que les constructions ostensives, car ce sont des constructions *caractéristiques*. Elles font apparaître la vérité et la preuve en même temps. En utilisant la construction symbolique, le mathématicien indique à l'aide de signes — des *caractères* — la quantité pure. Avec une algèbre, le mathématicien détermine le

²⁹ Le texte de l'AK disait [*die durch die Grösse erzeugt und verändert wird*] « toute opération qui est produite ou modifiée par la quantité ».

concept de grandeur en général selon des règles et il voit les démarches de sa preuve sans se rabattre sur une construction géométrique.

Que ce soit avec la géométrie ou avec l'algèbre, le mathématicien a la capacité de manipuler des grandeurs (*quanta*) dans l'intuition pure, c'est-à-dire dans l'espace et dans le temps. Mais, comment peut-il manipuler la grandeur pure, le concept de quantité en général, sans construire de figure dans l'intuition? Comment expliquer que le mathématicien est à même de présenter dans l'intuition pure le concept d'une pure grandeur générale au même titre que les grandeurs comme en géométrie? Il est plus facile d'imaginer que la figure construite sur une feuille de papier ou en pensée puisse représenter le concept géométrique de la grandeur. Dans la géométrie, l'objet est en relation avec le sujet. Le triangle construit et le concept de triangle sont dans une relation d'un à un qui permet aux mathématiciens d'opérer et de calculer directement sur les objets géométrisés. Mais dans les cadres de l'épistémologie critique, comment la symbolisation de la grandeur pure s'édifie-t-elle entre le sujet et l'objet mathématique construit s'il n'y a pas de figures construites? Dans les cadres de la construction mathématique, comment expliquer même la possibilité de la construction symbolique de la quantité? Frank Pierobon³⁰ a posé cette question dans son livre *Kant et les mathématiques*. Il demande

[...] comment comprendre que Kant puisse insister sur le caractère constructif de l'algèbre, pour l'annexer à sa conception de la géométrie, tout en mentionnant la distinction entre le tracé imageant et le signe (la « caractéristique ») qu'il semble tenir pour rien ? L'on pourrait, pour tenter de comprendre cette énigme, s'arrêter sur cette précision somme toute anodine par laquelle Kant attire notre regard sur le fait que la représentation des concepts dans l'intuition, dans le cas de l'algèbre, concerne le « rapport des quantités».³¹

³⁰ PIEROBON, F. (2011). « Conceptions kantiennes des mathématiques » *Kant et les sciences*, Paris : Vrin, p.25-53.

PIEROBON, F. (2003) *Kant et les mathématiques : la conception kantienne des mathématiques*, Paris : Vrin, 240 p.

³¹ Cf. Pierobon, 2011, p.25

Pour Pierobon (2003, 2011), la conception kantienne des mathématiques est incompatible avec la possibilité de construire une mathématique purement symbolique comme l'algèbre.

La caractéristique de la géométrie euclidienne, qui est le paradigme majeur dans la conception kantienne des mathématiques, est de proposer un mode de production de l'objet qui contient en même temps une méthode de démonstration.³²

En définissant la philosophie des mathématiques de Kant dans le modèle géométrique, Pierobon dit qu'elle passe peut-être à côté d'une révolution mathématique.³³ Il base son argumentation sur le fait que Kant inscrit sa philosophie des mathématiques dans le paradigme pictural qui met l'accent sur les diagrammes et que par là il ne peut rendre compte de la révolution qu'amène la symbolisation algébrique.

Le constructivisme qu'implique la doctrine épistémologique kantienne des mathématiques semble ainsi mettre en question la possibilité de représenter les concepts mathématiques dans une écriture symbolique et formelle. Dans le cadre de l'épistémologie critique, il n'est pas évident que le concept et le symbole dans une algèbre soient dans une relation équivalente à celle que l'on trouve dans la géométrie entre le concept et la figure géométrique construite. Dans ce dernier cas, la figure vient instancier le concept et elle présente une figure concrète sur laquelle le mathématicien peut procéder à des opérations. Si cette affirmation se révélait exacte, le problème de la possibilité de la symbolisation des concepts mathématiques dans la philosophie critique de Kant ne se limiterait pas à la philosophie des mathématiques. Il conduirait à penser que toute l'épistémologie des sciences mathématiques qu'implique le projet critique est en décalage avec son époque. C'est la prémisse sur laquelle se sont construits la plupart des commentaires sur les sciences

³² Cf. Pierobon, 2011, p.25

³³ Cf. Pierobon, 2011.

mathématiques dans la philosophie critique de Kant. La philosophie des sciences de Kant, par conséquent, se situerait en amont des développements des sciences de son époque. Il serait capable de rendre compte (peut-être) de la théorie de Newton, mais certainement pas des systèmes de sciences développés au dix-huitième siècle avec l'approche algébrique. Selon nous, cette prémisse pose un problème, car elle laisse penser que le concept de quantité à l'œuvre dans le projet critique est désuet. Dans le cas de la possible construction d'une science mathématique de la nature, c'est bien le *rapport à la quantité* qui doit être pensé. De fait, une des différences entre les Modernes et les Anciens s'illustre par le fait que dans la cosmologie aristotélicienne c'est la recherche de l'essence qui prévalait sur la recherche des lois de la nature, alors que pour les Modernes c'est la recherche de la quantité qui s'exprime partout. Autrement dit, si comme l'affirme Pierobon la conception mathématique de Kant est comprise dans le paradigme de la géométrie euclidienne uniquement, la conception des mathématiques de Kant serait plus ancienne que ses contemporains.

Par ailleurs, l'utilisation de l'expression « caractéristique de la géométrie euclidienne » pour définir le modèle mathématique paradigmatique dans lequel se développe la pensée de Kant dans la première *Critique* est trompeuse. Dans les passages de la première *Critique* que nous avons cités plus haut, l'utilisation du terme « caractéristique » doit être interprétée dans le contexte du projet leibnizien de la *caractéristique universelle* où « caractéristique » sous-entend la notion de computation.³⁴ Leibniz avait une conception particulière de la *caractéristique universelle*. Il l'imaginait comme une langue formelle qui devait traduire

³⁴ G p. 752, n. 12. *Critique of pure Reason*, (P. GUYER, Trad.), Cambridge, U.K. : Cambridge University Press, 2000, c1998, 785 p.

tous les concepts. Il existe un lien entre la conception kantienne de l'algèbre et le développement d'une caractéristique qui aurait la tâche de traduire la pensée dans un calcul où penser serait la même chose que calculer. De plus, rappelons que Kant a ajouté l'expression par «*la médiation de certains caractères*» au § 1 de l'Esthétique transcendantale dans la phrase « Pour autant, tout acte de penser ne peut que se rapporter, que ce soit immédiatement (*directe*) ou de façon détournée (*indirecte*), par la médiation de certains *caractères* [...] » (B 33). Le terme français *caractères* est la traduction du terme allemand *Merkmale*. Kant souligne dans cette section de l'Esthétique transcendantale que l'entendement se rapporte à la sensibilité, entre autres, par la médiation de signes et de caractères. Selon nous, cela devrait indiquer que la notion de *caractères* insérée dans la deuxième édition de l'Esthétique transcendantale devrait pointer vers la notion de symbole tel qu'utilisée dans les équations algébriques. Afin de définir un peu plus la notion kantienne de l'algèbre comme construction symbolique de la quantité pure, nous devons nous pencher sur les rapports entre la quantité et la *mathesis universalis*. Nous aurons l'occasion dans cette présentation de voir la relation au temps.

Section 2 : Le concept de *quantité* dans la *mathesis universalis*

Le modèle de la connaissance scientifique des Modernes se développe sur la capacité des disciplines du savoir de mettre la nature sous une forme quantitative et se débarrasser de l'essentialisme. L'objectif est de quantifier, de mesurer et de mettre en ordre toutes les choses du monde. Il est nécessaire de rappeler cet aspect de la pensée moderne, car il nous permet de mettre en perspective l'importance du concept quantité et de l'apport de l'algèbre dans la capacité de le représenter symboliquement.

Notons que cette force de l'algèbre a été primordiale pour le développement des sciences de la nature, car elle a permis au mathématicien de quantifier tous les types de grandeurs. Comme l'a écrit l'historien des sciences Pierre Duhem dans *La théorie physique : son objet, sa structure*, « [...] le langage de l'algèbre permet aussi bien de raisonner sur les diverses intensités d'une qualité que sur les grandeurs d'une quantité ».³⁵ On peut donc quantifier la quantité d'une qualité, comme dans le cas de la chaleur où on établit une échelle graduée de la chaleur dans le temps, la température.

L'algèbre fondée dans l'arithmétique a permis aux sciences de la nature de développer de nouveaux champs d'études scientifiques. L'écriture algébrique met au jour les structures et elle alloue au mathématicien la capacité de quantifier toutes les choses qui ont une grandeur.

Cherchant à quantifier les éléments de la nature, les Modernes utilisent un concept de quantité qui les démarque des Anciens. Dans la perspective ancienne, les mathématiques, c'est-à-dire l'arithmétique et la géométrie, représentaient deux disciplines quantitatives qui avaient leur propre objet : l'arithmétique s'occupait des choses nombrées et la géométrie des quantités spatiales.³⁶ C'est l'algèbre qui a permis l'unification de ces deux disciplines

³⁵ Voir DUHEM, P. M. M. (1962). *The aim and structure of physical theory*, New York : Atheneum, 344 p. Brittan «For algebra, unlike arithmetic and geometry, gives the *mere form* of an object, quantity without quality. Quality, in the form of experience, is hence needed to secure ' reality'», BRITTAN, G. G. (1992). *Algebra and Intuition*. Dans C. J. Posy (Éd.), *Kant's Philosophy of Mathematics* (p. 315-339). Netherlands: Kluwer Academic Publishing

³⁶ HOYRUP, J. (1996). *The Formation of a Myth : Greek Mathematics – Our Mathematics* «Mathematics proper consists of two branches: the study of quantity— geometry; and the study of number—arithmetic » (p.9). Les recherches d'Hoyrup ont montré que l'idée que les mathématiques européennes sont directement issues des grecques n'est pas le fin mot de l'histoire. En fait, selon ce dernier, les mathématiques telles qu'elles se développent en Europe au début du seizième siècle est en grande partie héritière des mathématiques arabes. Hoyrup impute cette falsification historique à Pierre de Laramée. « Dishonest and ignorant, Petrus Ramus was precisely enough of both, and enough of a preacher to make ignorance and dishonesty serve his purpose. He was thus able to formulate the myth of Greco-European mathematics conclusively at a moment where it was still in visible disagreement with contemporary facts. » (Hoyrup, 1996, p.12)

sous une science de la quantité. Ce fait a été bien établi par les historiens des mathématiques. Toutefois, ce n'est que vers la fin du dix-neuvième siècle que les études historiques des sciences mathématiques se sont concentrées sur le calcul algébrique et comment celui-ci a amené avec lui un changement dans la pratique des sciences mathématiques.³⁷ L'algèbre a permis de réunir sous une même discipline scientifique et mathématique, la géométrie, l'arithmétique, mais aussi la mécanique.³⁸ En effet, grâce aux équations algébriques, la numérisation des rapports spatiaux est devenue possible, c'est-à-dire qu'il est devenu possible d'appliquer le système décimal sur les figures géométriques et construire une géométrie pure quantitative.

L'algèbre fondée dans l'arithmétique forme ce que nous nommons encore aujourd'hui l'algèbre littérale.³⁹ Ce nouveau calcul sera utilisé par les physiciens de la période des

[...] Ramus too knew about algebra, and wrote a book about it (1560). Apart from Ramus's habitual introduction of graphic schemes, however, this book is fully dependent on the Islamic tradition, and hardly a single real step in advance of al-Khwaṛizmi and his twelfth century translators. Algebra is made 'ancient' through the identification of the sequence of powers with a continued proportion (familiar from the Elements) and by making the introductory first-degree problem [...] (Hoyrup, 1996, p.13).

³⁷ COURNOT, A.A. (1847). *De l'origine et des limites de la correspondance entre l'algèbre et la géométrie*, Paris : Hachette et Cie, 419 p.

³⁸ MOSCOVICI, S. (1968). *Essai sur l'histoire humaine de la nature*, Paris : Flammarion, 604p.

« La géométrie conçue par les Grecs n'était pas immédiatement adaptée ni à l'explication d'un univers où tout est réductible au nombre, à la figure et au mouvement, ni à la description des instruments définis par l'énoncé de leurs dimensions, de leurs proportions et de leurs poids. L'idée d'une géométrie quantitative [est] née des travaux des mécaniciens [...] La quantité n'est pas, pour elle, un simple nombre dans une relation de proportions, mais l'expression d'une grandeur que l'on souhaite mesurer et qui présente une propriété particulière de l'objet » (p.302-303).

« De là l'importance du concept de dimension. L'emploi des mathématiques dans le domaine des mécanismes a pour conséquence d'élargir la famille des dimensions, en y incluant celle qui a trait au mouvement à côté de celle qui a trait à l'espace » (p.303).

³⁹ REYNAUD, C.-R. (1714-1735) *Science du calcul des grandeurs en général, ou Éléments de mathématiques*, 2 vol. Paris :

« Pour distinguer les Sciences générales les unes des autres, et pour en donner une notion, on fera remarquer trois manières d'exprimer les grandeurs en général et tous leurs rapports,

La première, qui est la plus à la portée des sens, et de l'imagination, est de les exprimer par les lignes, et par les figures ; car il n'y a point de rapport possible entre les grandeurs, qui ne puisse être exprimé par le rapport des lignes droites, puisqu'on peut prendre des lignes droites qui soient entre elles en tel rapport qu'on voudra. On peut aussi imaginer des figures soit rectilignes, soit courbes, soit en partie rectilignes, et en partie courbes, dans lesquelles on peut concevoir des lignes droites terminées par la figure, qui aient entre elles tous les rapports possibles, et qui puissent représenter tous les rapports des grandeurs. Enfin on peut comparer les parties des figures, tant les unes avec les autres, qu'avec les figures entières dont elles font parties, et même

lumières pour construire une mécanique *algébrique*. Ce bouleversement qui se produit au cours de la modernité a amené un nouveau mode de penser que les historiens des mathématiques ont nommé le *mode de pensée algébrique* qu'ils distinguent du *mode de pensée géométrique*.⁴⁰

Ainsi, à l'âge classique après l'introduction de l'écriture algébrique, le même concept de quantité s'applique dans toutes les sciences mathématiques. Le concept de quantité en général (*quantitas*) devient univoque.⁴¹ C'est le même concept de quantité qui est manipulé, que ce soit avec des lignes, des nombres ou simplement des lettres. Il existe, en gros, trois manières d'exprimer les grandeurs et leurs rapports. Avec la géométrie on les exprime par des lignes et des figures. L'arithmétique sert à les exprimer avec des nombres, des quantités déterminées. Enfin, la troisième manière est de le faire à l'aide de lettres : c'est l'algèbre. Cette dernière est la théorie générale de la quantité indéterminée. On cherche à l'aide de l'algèbre à déterminer la variable. Chacune de ces sciences quantitatives se distingue par leur niveau d'abstraction. Avec la géométrie, on quantifie sur des lignes et les grandeurs sont représentées par des points et des lignes. C'est une forme d'*écriture* qui

les figures entières les unes avec les autres; on peut, dis-je les comparer de manière qu'on y trouve tous les rapports possibles, et par conséquent elles peuvent servir à représenter en général tous les rapports possibles des grandeurs.

La seconde manière est d'employer les expressions des Nombres. Pour le faire concevoir clairement, on fera remarquer que nous avons naturellement les idées claires et distinctes de l'unité, et de tous les nombres possibles composés de l'unité : que pour appliquer aux grandeurs particulières et sensibles les idées des nombres, on prend dans chaque espèce de grandeur une partie déterminée pour unité, par exemple, un pied dans les longueurs, un pied carré dans les surfaces, un pied cubique dans les solides, une heure dans les temps; une livre dans les poids; un degré dans les mouvements, et dans les vitesses et ainsi des autres. Cette unité, étant une grandeur, est divisible à l'infini ; qu'on peut comparer toutes les grandeurs de différentes espèces.

»

⁴⁰ PAOLO, M. (1996). *Philosophy of mathematics and mathematical practice in the seventeenth century*, Oxford : Oxford University Press 275p.

⁴¹ RABOUIN, D. (2009). *Mathesis universalis : l'idée de "mathématique universelle" d'Aristote à Descartes*, Paris : Presses universitaires de France, 405p.

utilise des diagrammes (la *trace* figure le concept). L'arithmétique quantifie sur les nombres représentés par un signe. La trace figure le nombre.

Rappelons que nous avons dans l'histoire deux modes d'expressions de nombres qui ne sont pas équivalents, les chiffres romains et les chiffres arabes. Par exemple, dans le système des chiffres romains le symbole restreint la manipulation des nombres. Alors que dans le système des chiffres arabes, les signes permettent des manipulations plus souples en raison du système positionnel d'écriture. Enfin, avec l'algèbre on quantifie les grandeurs comme telles. Les symboles, c'est-à-dire les lettres, permettent la manipulation des grandeurs en général (*quantitatis*). Ainsi, avec la théorie générale des grandeurs, l'algèbre étant plus abstraite est à même d'englober les deux autres modes d'expression. Elle n'amène pas seulement une nouvelle technique pour résoudre des problèmes géométriques, elle reconfigure les sciences quantitatives. Géométrie, arithmétique et mécanique, dans sa partie pure, se trouvent ainsi toutes sous une discipline : la science mathématique de la nature. La capacité de représenter le concept de quantité symboliquement a donc été fondamentale pour le développement des sciences mathématiques.

Les succès de la mathématisation de la science physique requéraient l'usage d'une langue artificielle et universelle qui traduirait les exigences de la pensée scientifique. Comme nous l'avons indiqué plus haut, plusieurs philosophes à l'époque de Kant cherchent à construire une *mathesis universalis* et ils sont influencés par l'algébrisation des mathématiques. L'algèbre a contribué de manière considérable à l'idée d'une langue universelle qui agirait comme une logique au sein de laquelle la pensée rationnelle ne s'exprimerait qu'avec des symboles. À la suite des développements des sciences mathématiques au dix-huitième siècle, les philosophes modernes ont cherché à construire

une langue universelle. Cette recherche n'est pas exclusive à la modernité, elle a une longue tradition, mais ce que les penseurs comme John Wallis (1668-1672)⁴² souhaitent avant tout est de trouver une langue universelle *artificielle* qui permettra de communiquer le plus fidèlement le *Logos*.

Autrement dit, dans le cadre de la recherche de la théorie mathématique des sciences de la nature, cette recherche se laïcise. La recherche d'une langue universelle naturelle et divine se transforme en une recherche d'une langue universelle et artificielle qui doit traduire la pensée rationnelle et scientifique.⁴³ Nous mentionnons cet élément afin de souligner que les nouvelles sciences se développent, entre autres, avec la perspective de construire une langue artificielle, rigoureuse et symbolique. Dans le cadre de ces recherches, la langue universelle recherchée se distingue des mathématiques géométriques des Anciens où c'est encore la recherche de l'essence qui prime. Il existe donc une relation entre l'algèbre et le projet de construire une *mathesis universalis* où la quantité générale sera symbolisée.

Dans l'effort de formalisation du savoir rationnel, on se départira petit à petit des figures empiriques et géométriques au profit de symboles plus abstraits. De fait, chez les Modernes, on assiste à une tentative de mathématisation du langage, c'est-à-dire à une formalisation des éléments fondamentaux du langage nécessaires à la communication de la

⁴² WALLIS, J. (1685). *A treatise of algebra, both historical and practical*, London.

⁴³ ECO, U. (1994). *La recherche de la langue parfaite dans la culture européenne*, traduction MANGANARO, J., Paris : Seuil, 436 p.

« [...] Il est nécessaire de le répéter : ce n'est plus ici, désormais, la recherche d'une langue originaire disparue, mais l'effort de création d'une langue nouvelle, artificielle, inspirée par des principes philosophiques, et capable de résoudre avec des moyens rationnels ce que les langues saintes de tout genre, toujours cherchées et jamais trouvées, n'étaient pas en mesure de fournir. Nous avons relevé dans toutes les langues saintes et primordiales, du moins dans la façon dont elles étaient proposées, un excès de contenu, que l'on ne pouvait jamais tout à fait circonscrire, par rapport à l'expression. À présent, par contre, on recherche une langue scientifique (ou philosophique) dans laquelle se réalise, en fonction d'un acte inédit d'*impositio nominum*, un accord total entre expression et contenu » (p.253).

pensée rationnelle. On cherche à découvrir l'ordre fondamental dans lequel les idées (ou les concepts) se déploient.⁴⁴ En formalisant le langage, on procède, pour ainsi dire, à un arpentage de la pensée qui s'exprimera dans un symbolisme qui favorise la succession ordonnée.⁴⁵ Ainsi, le symbolisme recherché montre que la pensée se déploie dans le temps. La recherche de la langue universelle se penche surtout sur l'ordre des choses et des idées pensées dans *le temps*. La langue scientifique ne sera plus géométrique et spatiale, mais de plus en plus symbolique et *temporelle*.

Dans ce contexte, les travaux de Leibniz se trouvent aux premières loges. Ces travaux sur la caractéristique universelle vont définir tout un cadre de recherche qui se poursuivra jusqu'au vingtième siècle. Dès ses premiers écrits, il s'intéressera au projet de construire un langage universel et artificiel⁴⁶ aussi rigoureux que le calcul mathématique. Une caractéristique dans laquelle chaque idée aura une position et un nombre. Ce langage aurait l'avantage de conduire le scientifique dans ses déductions et en *les lui rendant sensibles*

⁴⁴ La plupart des recherches dans ce contexte s'inscrivent dans la recherche d'une grammaire universelle. Par exemple, Port-Royal *La grammaire* (1660) et *La Logique* (1662).

⁴⁵ FOUCAULT, M. (1966). *Les mots et les choses : une archéologie des sciences humaines*, Paris : Gallimard, 400 p. « [...] la pensée classique excluant la ressemblance comme expérience fondamentale et forme première du savoir, dénonçant en elle un mixte confus qu'il faille analyser en termes d'identité et de différences, de mesure et d'ordre » (p.66).

« [...] le rapport de toute connaissance à la *mathesis* se donne comme la possibilité d'établir entre les choses, même non mesurables, une succession ordonnée.

En ce sens, l'*analyse* va prendre très vite valeur de méthode universelle; et le projet leibnizien d'établir une mathématique des ordres qualitatifs se trouve au cœur même de la pensée classique; c'est autour de lui que toute entière elle gravite » (p.71).

« Mais d'autre part ce rapport à la *mathesis* comme science générale de l'ordre ne signifie pas une absorption du savoir dans les mathématiques, ni le fondement en elles de toute connaissance possible; au contraire, en corrélation avec la recherche d'une *mathesis*, on voit apparaître un certain nombre de domaines empiriques qui jusqu'à présent n'avaient été ni formés, ni définis. En aucun de ces domaines, ou peu s'en faut, il n'est possible de trouver trace d'un mécanisme ou d'une mathématisation; et pourtant, ils se sont tous constitués sur fond d'une science possible de l'ordre. S'ils relevaient bien de l'Analyse en général, leur instrument particulier n'était pas la méthode algébrique mais le système des signes. Ainsi est apparue la grammaire générale [...] » (p.71).

⁴⁶ Il est important de noter ici que la notion de langue naturelle, la *mathesis universalis* recherchée, n'est pas une langue première au sens chronologique, mais *première* au sens métaphysique.

elle lui épargnerait les erreurs de raisonnement où « calculer et raisonner serait la même chose », comme le dit Leibniz.⁴⁷ Pour ce faire, Leibniz s'inspira à la fois de la méthode algébrique et des symboles linguistiques, comme les hiéroglyphes et les signes chinois. Il voudra que les relations logiques entre les idées soient représentées de manière sensible, à l'aide de *pictogrammes*. Les différentes combinaisons possibles de raisonnement logique seront visibles et ils refléteront la pensée.⁴⁸ L'idée (ou le concept) est *figurée* dans le symbole qui, pour ainsi dire, *parle* directement aux yeux. C'est ainsi qu'on peut affirmer qu'avec les recherches de Leibniz, on passe, dans l'histoire des idées, d'une écriture phonétique à une écriture idéographique exprimant directement l'idée. En ce sens, il essaiera de fonder une *lingua characteristica*, une écriture des notions conceptuelles, autrement dit : une *Begriffsschrift* ou *idéographie*.⁴⁹ Leibniz n'a jamais pu lui-même

⁴⁷ Voir ROSSI, P., (2004). *Aux origines de la science européenne*, traduction VIGHETTI, Patrick, Paris : Seuil, 383 p.

Sur ce point, Leibniz se distingue de Descartes. Comme le rapporte Rossi (2004), Descartes dans une lettre à Mersenne du 20 novembre 1629 dit :

« Je tiens que cette langue est possible, et qu'on peut trouver la Science de qui elle dépend, par le moyen de laquelle les paysans pourraient mieux juger de la vérité des choses⁴⁷, que ne font maintenant les philosophes. Mais n'espérez pas de la voir jamais en usage; cela présuppose de grands changements en l'ordre des choses, et il faudrait que tout le Monde ne fût qu'un paradis terrestre, ce qui n'est bon que dans le pays des romans. »

« Il est une chose que Descartes avait vue clairement : l'étroit rapport entre la langue parfaite et la vraie philosophie (celle que Wilkins appellera *universal philosophy* ou encyclopédie). Descartes voyait dans ce rapport un rapport de dépendance : l'absence d'une liste ordonnée de toutes les pensées des hommes d'où tirer la série des idées simples rendait la construction d'une langue universelle impossible et illusoire.

Dalgarno et Wilkins avaient tenté l'entreprise d'une classification totale des notions des choses. Leibniz, utilisant largement ces tentatives, réfutera explicitement la position cartésienne.»

Leibniz répondant à Descartes :

« Cependant quoique cette langue dépende de la vraie philosophie, elle ne dépend pas de sa perfection. C'est-à-dire que cette langue peut être établie, quoique la philosophie ne soit pas parfaite : et à mesure que la science des hommes croîtra, cette langue croîtra aussi. En attendant elle sera d'un secours merveilleux et pour se servir de ce que nous savons, et pour voir ce qui nous manque, et pour inventer les moyens d'y arriver, mais surtout pour exterminer les controverses dans les matières qui dépendent du raisonnement. Car alors raisonner et calculer sera la même chose ».

⁴⁸ COUTURAT, L. (1901). *La logique de Leibniz*, Paris : Presse universitaire de France. « En un sens, la caractéristique réalise par-là l'idéal de la logique formelle. Toutes les opérations de l'esprit se trouveront ramenées à des combinaisons toutes formelles de signes dont le sens reste inconnu ou indéterminé » p.101.

⁴⁹ Dans ce texte, nous supposons que la *lingua characteristica* de Leibniz peut se comprendre dans le sens d'une *Begriffsschrift*, traduite en français par *Idéographie*. C'est au dix-neuvième siècle en Allemagne que

achever ce projet, mais il a indiqué la direction à suivre – l'idée était bel et bien lancée.⁵⁰ Comme l'a observé Blanché et Dubucs (1996) « La direction que prend la recherche d'un langage universel après Leibniz, a une signification philosophique particulière. La langue universelle qui doit servir d'*idéographie* devra être construite à l'aide d'une écriture symbolique qui, omettant la parole, fera passer la pensée directement à l'écrit ».⁵¹ La rigueur des démonstrations symboliques devrait suffire à *montrer* les inférences logiques de la pensée rationnelle. Ainsi, en prenant la forme écrite, le *Logos* devenu silencieux parlerait directement aux yeux. Au lieu donc d'avoir à souffrir de l'ordre unilinéaire et évanescent du discours oral, il bénéficiera de la permanence du discours écrit.⁵² Il se laissera *voir* dans la démarche symbolique.

Après les travaux de Leibniz, non seulement l'*idéographie* devra communiquer la pensée, mais elle devra le faire dans une écriture où les signes sensibles doivent en refléter les éléments constitutifs, et cela, d'une manière directe. Dans une forme écrite et symbolique, les relations entre les idées (ou les concepts) se montreront dans un espace fourni par le discours écrit. Alors que le discours oral n'offre pas de relief au raisonnement, dans le discours écrit celui-ci acquiert une profondeur. Afin d'être compris, le raisonnement n'aura plus besoin d'être *dit*, il se *montrera*.⁵³ La langue universelle annonce déjà le projet

le terme *Begriffsschrift* acquiert la connotation que nous lui connaissons aujourd'hui. Voir à ce propos, KORTO, Tapio (2010) « Frege's Begriffsschrift as lingua characteristica » *Synthese*, Vol. 174, No. 2, pp 283–294.

⁵⁰ L'historiographie de la philosophie fait aboutir ce projet dans les travaux de Frege, particulièrement, dans *Begriffsschrift* (1879). En effet, il est possible de faire le lien entre le projet de Leibniz et celui de Frege. Les deux tentent de construire un langage artificiel dont la structure des signes reflétera celle des idées (Leibniz) et celle des concepts (Frege).

⁵¹ BLANCHÉ, R. et DUBUCS, J. (1996). *La logique et son histoire*, Paris : Armand Collin, Paris.

⁵² FREGE, G. (1972). *On the Scientific Justification of a Conceptual Notation*. Conceptual Notation and related articles, Oxford : Oxford University Press

⁵³ N'est-ce pas le projet du *Tractatus logico-philosophique* de Wittgenstein?

de formalisation du *Tractus Logico-Philosophique* de Wittgenstein qui voudra que les symboles *montrent* les règles de la pensée générale. L'idée de se départir de tout obstacle qui empêche de faire passer *l'esprit* directement aux raisonnements sans autre moyen que *la vue* a ses racines déjà au dix-septième siècle dans la recherche du langage universel. Toutefois, faut-il le rappeler, à l'époque moderne le *symbole* parle directement à l'esprit, mais toujours dans un ordre défini par la temporalité.

En effet, après les travaux des mathématiciens du dix-neuvième siècle, c'est le rapport à la temporalité qui semble être évacué. Ce changement aura une influence, selon nous, sur l'interprétation de la question de l'algèbre dans le projet critique. Car, comme nous le montrerons la question de l'algèbre dans le projet critique est reliée à celle du temps.

L'avènement de l'algèbre a contribué de manière importante à l'avancement des sciences en Europe. Il ne fait aucun doute qu'il a eu un impact sur le projet moderne de construire une mathématique universelle, une *mathesis universalis*. La question de l'algèbre dans la philosophie kantienne mène donc naturellement à la question plus large de la possibilité de construire une mathématique universelle symbolique dans les cadres de la philosophie critique kantienne. Toutefois, la place du projet critique dans cette histoire n'a pas été clairement identifiée parce que, pour la majorité des commentateurs du vingtième siècle, la philosophie transcendantale se situerait en dehors de ce développement.

En nous référant au passage suivant dans la *Préface* de la deuxième édition de la *Critique* (*Préface B*) :

[...] depuis Aristote [la logique] n'a éprouvé le besoin de ne faire aucun pas en arrière [...] Encore est-il remarquable dans cette discipline qu'elle n'ait pu jusqu'ici faire non plus, aucun pas en avant et qu'elle semble donc, selon toute apparence, être close et achevée (B VIII).

Kant donne l'impression qu'il n'a pas à ce moment-là tenu compte du développement de l'algèbre. L'idée d'une mathématique formelle et symbolique ne pourrait donc pas avoir lieu dans les cadres du projet critique. Cependant, Kant, contrairement à Leibniz, ne cherche pas à fonder les mathématiques sur une logique aristotélicienne qui n'était de toute façon aucunement adaptée à la puissance expressive des mathématiques de l'époque. On lui tiendra tout même rigueur de cette affirmation, surtout après les avancées de la logique formelle. Comme l'écrit Scholtz (1968)

[...] il est nécessaire [...] de se demander si nous n'aurions pas été plus avancés, si nous n'avions davantage prêté attention à Leibniz, et un peu moins à Kant ; la critique que ce dernier a faite d'une métaphysique mathématisée au sens leibnizien est devenue presque canonique, et c'est là un des plus graves coups qu'il a infligé à la logique.⁵⁴

Cette citation de Scholtz exprime l'idée que par sa critique du modèle leibnizien-wolffien, Kant a mis en doute la tentative de baser la connaissance sur une logique aristotélicienne ou tout autre logique.

Cette manière d'entrevoir la philosophie kantienne est consolidée par le contexte des développements de la logique de premier et deuxième ordre qu'on trouve au dix-neuvième siècle. De fait, Gottlob Frege (1848-1925) publie *Die Grundlagen der Arithmetik: eine logisch-mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl* (Les fondements de l'arithmétique) en 1884. Dans cette œuvre, Frege détermine le concept de suite ordonnée à celui de déduction logique, pour passer de là au concept de nombre. Au cours de son argument, il critiquera le recours à l'intuition temporelle pour fonder les propositions arithmétiques qu'a défendues Kant dans la première *Critique*. Il rejette la définition

⁵⁴ SCHOLTZ, H. (1968). *Esquisse d'une histoire de la logique*, Paris : Aubier, 157p.

kantienne du concept de nombre comme somme de caractères⁵⁵ (nous le verrons, cette critique n'est pas tout à fait juste), mais aussi, et surtout pour la faiblesse de son analyse logique qui a pour conséquence, de n'être pas être capable de proprement distinguer les propositions analytiques des propositions synthétiques. La théorie présentée dans les *Fondements de l'arithmétique* s'appuie sur le travail que Frege avait déjà présenté quelques années auparavant, en 1879, dans sa *Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens* (l'*Idéographie*). Dans cette œuvre, il présente une logique des quantificateurs qui lui permet d'affirmer que le concept de nombre, (la quantité déterminée de l'arithmétique chez les Modernes), est analytique, dans le sens qu'il est réductible à la logique générale. Ainsi, avec cette nouvelle logique, Frege présente et défend une conception logique du nombre qui doit supplanter celles qui étaient en vigueur, dont la conception kantienne et, qui se ramèneraient, selon lui, à un empirisme inadéquat ou à un psychologisme qui ne s'avouait pas.

Aujourd'hui, l'analyse de Frege sur la philosophie des mathématiques de Kant constitue le prisme à travers lequel une grande partie des interprétations de la philosophie kantienne se constituent. Même si, après les résultats de Gödel et son théorème d'incomplétude et le problème de Turing (« halting problem »), le projet logiciste de Frege (et de Russell et Whitehead) n'a pas réussi, il reste que l'essentiel de sa critique envers la philosophie kantienne constitue encore le cadre général de l'interprétation de la doctrine mathématique de Kant. La thèse de Frege est considérée comme le dernier clou dans le cercueil du constructivisme kantien. Cette attitude aboutit, selon nous, au rejet de la dernière tentative de fonder les mathématiques dans un cadre épistémologique kantien.

⁵⁵ LONGUENESSE, B. (1991). *Kant et le pouvoir de juger*, Paris : Presse universitaire de France, 482p.

Peu avant que Frege publie les *Fondements de l'arithmétique*, Hermann Cohen (1842-1918) avait publié en 1883 *Das Prinzip des infinitesimal-Methode und seine Geschichte*.⁵⁶ Dans cette œuvre, Cohen se donnait la tâche de fournir les fondements du calcul infinitésimal en se basant sur la théorie kantienne du temps et sur une lecture spécifique du chapitre des Anticipations de la perception présenté par Kant dans l'Analytique transcendantale.⁵⁷ L'ouvrage est publié pour la première fois en 1871, mais il ne survit pas aux critiques acerbes de Frege et Russell. Frege dira de cet ouvrage qu'il n'établit pas clairement la distinction qui doit exister entre l'arithmétique, la géométrie et la mécanique. La critique de la philosophie des mathématiques de Kant par Frege ébranla la confiance dans le système critique d'établir les fondements des sciences mathématiques.

Conclusion

Dans le mouvement de la critique logiciste, l'idée d'une mathématique symbolique universelle au sein de l'épistémologie critique semblait impossible. Pourtant le projet critique kantien contient une théorie de la quantité pure, comme construction symbolique, et le développement de la *Critique* établit les conditions de la quantification des grandeurs spatiales et spatio-temporelles.

L'affirmation qu'avec son projet Kant fournit les conditions de possibilités de la quantification des grandeurs spatio-temporelles n'est pas en elle-même contestée. Le développement qui va de l'Esthétique transcendantale à l'Analytique transcendantale donne les conditions de possibilité de la science de la nature : de la nature *mathématisée*. Avec les *Premiers principes métaphysiques de la nature*, Kant fournit les principes de cette

⁵⁶ COHEN, H. (1883) *Das Prinzip des infinitesimal-Methode und seine Geschichte* traduction De LAUNAY, M. *Principe de la méthode infinitésimale et son histoire*, Paris : Vrin, 189 p.

science mathématique de la nature. Sur le plan de la science de la nature, le projet de la philosophie transcendantale de Kant peut donc se ramener à dire qu'il donne les conditions de possibilité de la théorie mathématico-physique de la nature. Pour être plus précis, nous pouvons dire qu'avec les Axiomes de l'intuition et les Anticipations de la perception, les principes mathématiques de la science physique sont fournis. Avec les *Premiers principes métaphysiques de la nature*, les principes premiers de la physique sont fournis et fondés.

Ce qui apparaît plus discutable est l'affirmation selon laquelle cette science de la nature s'exprime aussi sur une mathématique symbolique universelle où le concept de quantité est représenté avec des symboles et non pas avec une figure géométrique. Cette affirmation laisse penser que la théorie de la science de la nature dans la philosophie de Kant devrait s'écrire à l'aide de symboles algébriques. Précisons d'emblée que la polémique ne tient pas au fait que la théorie scientifique de la nature, par exemple, la Phoronomie présentée par Kant dans les *Premiers principes métaphysiques des sciences de la nature*, ne puisse s'écrire dans un langage mathématique, ce qui serait saugrenu. Dans la préface des *Premiers principes*, Kant associe lui-même la science de la nature et la mathématique, quand il affirme que « [...] dans toute théorie particulière de la nature, on ne peut trouver de science à *proprement parler* que dans l'exacte mesure où il peut s'y trouver de la mathématique ».⁵⁸ Il est clair que pour Kant il n'y a pas de science s'il n'y a pas de mathématiques. Autrement dit, ce qui fait de la physique une science de la nature est qu'elle est mathématisable, c'est-à-dire, dans les cadres de la doctrine kantienne des mathématiques, qu'il est possible de construire les concepts des sciences de la nature dans l'intuition et cela *a priori*. (Ce qui lui laisse dire que la Chimie n'est pas encore une science

⁵⁸ Ich behaupte aber, dass in jeder besonderen Naturlehre nur so viel eigentliche Wissenschaft angetroffen werden könne, als darin Mathematik ist (Ak. IV, 470).

proprement dite).⁵⁹ Les sciences physiques, comme la phoronomie, la dynamique et la mécanique forment ainsi une science mathématique de la nature. Le problème que nous soulevons et à laquelle nous répondrons dans la prochaine section tient plutôt au type de mathématique qu'il est permis de penser dans le cadre de l'épistémologie critique. La question est de savoir si le recours à l'intuition pure du constructivisme kantien prive sa théorie des sciences (dans le cas qui nous concernera la théorie du mouvement) de la capacité de s'écrire et d'être fondée par une théorie de la quantité pure.

Mais alors que pour la grande majorité des commentateurs sur le sujet, la particularité de la doctrine kantienne des mathématiques se ramène à montrer comment la science de la nature s'inscrit dans le mode de pensée géométrique, nous voulons montrer qu'elle s'inscrit aussi dans le mode de pensée algébrique. La théorie mathématique de Kant ne se ramène pas uniquement à la construction de figure géométrique, mais aussi à la possibilité de codifier ses figures dans un symbolisme où les chiffres ou les lettres de l'alphabet sont des symboles du concept de quantité générale dans le temps.

⁵⁹ « [...] la chimie ne pourra devenir plus qu'un art systématique ou une théorie expérimentale, jamais en tout cas une science proprement dite, parce que ses principes sont purement empiriques et ne sont susceptibles d'aucune représentation a priori dans l'intuition [...]; bref, parce que ses principes ne se prêtent d'aucune manière à une application des mathématiques » (Ak. IV, p. 471).

CHAPITRE 2 – Le problème de l’algèbre dans la littérature seconde

Introduction

L’interprétation des positions défendues par Kant sur les mathématiques dans sa philosophie critique constitue un champ d’expertise bien établi des études kantienne⁶⁰. Malgré la multitude de commentaires sur la philosophie des mathématiques de Kant⁶¹, la question de l’algèbre reste encore très peu travaillée. Plutôt les débats sur la philosophie des mathématiques de Kant ont surtout tourné autour de la possibilité ou non de l’épistémologie critique à répondre aux nouveaux contextes des mathématiques amenés par les développements des géométries non euclidiennes au dix-neuvième siècle.⁶² La question qui s’est imposée a été celle de savoir s’il existe une possibilité logique, dans les cadres de l’épistémologie critique, de construire des géométries non euclidiennes. De ce fait, seulement quelques commentateurs se sont attaqués à la question de l’algèbre et sa relation à la philosophie critique en premier plan, notamment A. Winterbourne⁶³, Daniel Sutherland⁶⁴, Lisa Shabel⁶⁵ et G. Brittan⁶⁶. Ces auteurs ont tenté de montrer la cohérence

⁶⁰ La philosophie des mathématiques de Kant à son entrée dans le *Stanford Encyclopedia of Philosophy*.

⁶¹ POSY, C.J. (1992) *Kant’s Philosophy of Mathematics*, Synthese Library.

BAROT, E. & SERVOIS, J. (2009) *Kant face aux mathématiques modernes*, Paris : Vrin.

⁶² MARTIN, G. (1985). *Arithmetic and Combinatorics: Kant and His Contemporaries*, Wubnig, Judy ed. Southern Illinois University Press, ne discute pas directement de l’algèbre dans la philosophie critique de Kant.

⁶³ WINTERBOURNE, A. (1981). « Construction and the Role of Schematism in Kant’s Philosophy of Mathematics », *Stud. Hist. Phil. Sci.*, Vol. 12, No. 1, pp. 33-46.

WINTERBOURNE, A. (1982). « Algebra and Pure time: Hamilton’s Affinity with Kant », *Historia Mathematica* Vol. 9, pp. 195-200.

⁶⁴ SUTHERLAND, D., (2004) « The Role of Magnitude in Kant’s Critical Philosophy », *Canadian Journal of Philosophy*, Vol. 34, No. 3, p. 411-44.

SUTHERLAND, D. (2004), « Kant’s philosophy of mathematics and the greek mathematics » *Philosophical Review*, Vol. 113, No. 2, p. 157-201.

SUTHERLAND, D. (2006). « Kant on Arithmetic, Algebra, and the Theory of Proportions », *Journal of the History of Philosophy*, Vol. 44, No. 4, p. 533-558.

⁶⁵ SHABEL, L. (1998) « Kant on the Symbolic Construction of Mathematical Concepts », *Stud. Hist. Phil. Sci.*, Vol. 29, No. 4, pp. 589-621.

⁶⁶ BRITTAN, G. (1978). *Kant’s Theory of Science*, Princeton University Press.

du constructivisme kantien et sa doctrine des constructions symboliques. Ils ont essayé de contourner les critiques habituelles sur la philosophie des mathématiques de Kant en se penchant sur des éléments historiques. Mais, comme nous le montrerons, aucun de ces auteurs n'a montré les rapports entre l'algèbre, entendue comme mathématique universelle du concept de quantité pure, et la Phronomie des *Premiers principes métaphysiques* comme nous voulons le faire dans le cadre de notre travail. Ainsi, dans ce chapitre nous exposerons en détail l'interprétation de ces auteurs afin de situer notre recherche et de repousser les frontières imposées aux études kantiennes.

Section 1 : Une interprétation de l'histoire de l'algèbre – critique de Daniel Sutherland

La mise en relation entre la théorie de la quantité de la première *Critique* et la théorie des proportions d'Eudoxe que nous trouvons dans les *Éléments* d'Euclide est l'une des stratégies relevées dans la littérature seconde.

Dans le contexte où l'algèbre héritée du Moyen-Orient a ouvert la voie à une nouvelle science mathématique de la nature, l'historiographie des mathématiques sur la question de l'héritage historique de l'algèbre apparaît, d'après nos recherches, quelque peu litigieuse. Le fait que durant l'époque moderne l'algèbre présente une véritable révolution mathématique venue de l'Orient a été remis en question au début du vingtième siècle. Les historiens des mathématiques, tels que Hieronymus Georg Zeuthen (1839-1920) et Paul Tannery (1843-1904), peut-être dans un excès d'hellénisme, ont tenté de montrer qu'avec la théorie des proportions d'Eudoxe les mathématiciens grecs possédaient un type de protogéométrie algébrique qui permettait de manipuler des grandeurs incommensurables. Les interprètes de la philosophie de Kant, comme Sutherland et Friedman, se maintiennent

encore dans cette perspective historique. Ils défendent la thèse que la géométrie et l'arithmétique dans le système critique doivent prendre en considération cet élément de l'historiographie des mathématiques. Aujourd'hui, le port-étendard de cette interprétation est David Sutherland. En se basant sur une étude de Stein (1990)⁶⁷, Sutherland a présenté ses thèses sur la philosophie des mathématiques de Kant dans une série d'articles entre 2004 et 2008.⁶⁸ Il présente une interprétation des mathématiques et du concept de « magnitude » (grandeur) dans la philosophie critique. Sutherland souligne que les thèses de Kant s'inscrivent dans la longue tradition mathématique qui a ses racines chez les Grecs. En procédant de cette manière, la philosophie des mathématiques de Kant pourrait retrouver une certaine crédibilité en face des développements des mathématiques, telle que la formalisation des géométries non-euclidiennes. Par rapport aux commentateurs passés, Sutherland semble donc faire progresser la question des mathématiques dans la philosophie critique de Kant, car il défend l'idée que celle-ci doit être interprétée dans les cadres d'une mathématique plus ancienne que celle au sein de laquelle évoluaient ses contemporains. Si tel était le cas et qu'il s'avérait que Kant développe son épistémologie mathématique dans les cadres de la théorie d'Eudoxe, nous pensons alors que sa théorie des sciences physiques aussi serait à interpréter dans les mêmes cadres. Toutefois, Kant ne mentionne cette théorie nulle part dans son œuvre critique. De plus, comme nous l'avons affirmé dans les sections précédentes, il présente une théorie physique fondée sur une théorie du mouvement pur. Cette théorie implique une théorie de la quantité pure en phase avec celle de ses contemporains modernes.

⁶⁷ STEIN, H. (1990). « Eudoxos and Dedekind: on the Ancient Greek theory of Ratios and Its relation to Modern Mathematics », *Synthese*, Vol. 84, No. 2, p. 163-211.

⁶⁸ Cf. p. 43

Comme nous le montrons dans les pages qui suivent, la thèse de Sutherland se base sur une interprétation historique de l'apport de l'algèbre au cours de la modernité qui a été remise en question par plusieurs historiens. À notre avis, il propose, par conséquent, une interprétation de la philosophie des sciences mathématiques de Kant qui n'est pas complète.

Sutherland (2006) défend la thèse que la théorie des mathématiques présentée par Kant dans la première *Critique* se base sur le concept de quantité tel qu'on le trouve dans les mathématiques grecques. En admettant l'hypothèse que la théorie de la quantité de Kant se conforme en particulier au livre cinq des *Éléments* d'Euclide, Sutherland veut montrer que la théorie des mathématiques de Kant est guidée par la théorie des proportions d'Eudoxe.⁶⁹ Il suit en ce sens une thèse déjà avancée par Michael Friedman en 1992.

Thus general arithmetic or algebra corresponds approximately Eudoxian-Euclidean theory of ratios or proportion developed in Book V of the *Elements*; the arithmetic of numbers corresponds approximately to the special theory of numerical magnitudes developed in Book VII-IX.⁷⁰

Friedman et Sutherland utilisent cet argument pour montrer que la philosophie de Kant est explicable sur le point historique. Toutefois, selon nous, ce détour n'est pas nécessaire. Les mathématiques de Kant sont, pour le dire simplement, *nos mathématiques*. Elles incluent la notion de construction symbolique qui permet la transcription de la quantité dans des équations.

⁶⁹ Voir *Kant on Arithmetic, Algebra and the Theory of Proportion*, p.534 « I think the recent work has largely neglected the importance of Kant's theory of magnitudes and the extent to which that theory is influenced by the Eudoxian theory of proportions presented in Euclid's *Elements* ». En fait, Sutherland ne fait que reprendre, sans la critique, une thèse qu'Howard Stein avait déjà établi entre les mathématiques Grecques et les mathématiques Modernes et qu'il a présentée dans STEIN, Howard (1990) « Eudoxo and Dedekind: On the Ancient Greek Theory of Ratios and Its Relation to Modern Mathematics » *Synthese*, Vol. 84, No. 2, p 163-211.

⁷⁰ CF. Friedman, 1992, p.110

Darrigol (2014) montre que déjà chez les Babyloniens, afin de compter les objets et mesurer la longueur, il fallait inventer un système de dénombrement des choses. Le problème de la diagonale que l'on trouve chez Pythagore au cinquième siècle en est la preuve. Comme nous le savons, la découverte des irrationnels avait mis à mal la théorie du nombre de Pythagore. Héritier du problème, Eudoxe, disciple de Platon, a redéfini la théorie du nombre d'une manière non numérique en utilisant les grandeurs. Euclide a exploité cette théorie dans sa théorie axiomatique.

1. Une grandeur est partie d'une grandeur, la plus petite de la plus grande, quand la plus petite mesure la plus grande.
2. Une grandeur plus grande est multiple d'une grandeur plus petite, quand la plus grande est mesurée par la plus petite.
3. Une raison est une certaine manière d'être de deux grandeurs homogènes entre elles, suivant la quantité.
4. Une proportion est une identité de raisons.
5. Des grandeurs sont dites avoir une raison entre elles, lorsque ces grandeurs, étant multipliées, peuvent se surpasser mutuellement.
6. Des grandeurs sont dites être en même raison, la première à la deuxième, et la troisième à la quatrième, lorsque des équi-multiples quelconques de la première et de la troisième, et d'autres équi-multiples quelconques de la deuxième et de la quatrième sont tels, que les premiers équi-multiples surpassent.

Reprenons Darrigol (2014) pour l'explication de la théorie d'Eudoxe. Les définitions 1 et 2 impliquent la notion d'une grandeur de « mesure » d'une autre, ce qui signifie que cette dernière peut être obtenue par juxtaposition de copies identiques de la première, par analogie avec une longueur multiple obtenue par traduction répétée d'une longueur donnée. Elles définissent des multiples et des sous-multiples d'une grandeur donnée. Selon la définition 3, le rapport est une relation binaire entre deux grandeurs de même genre qui diminuent ou augmentent dans la même proportion. La perception de cette relation devrait correspondre à notre intuition : de combien la grandeur de l'une est plus importante que celle de l'autre. La définition 4 ajoute une autre condition préalable pour la comparabilité

de deux grandeurs : il doit y avoir des multiples de la plus petite quantité qui dépassent les plus grandes. Cette condition correspond à ce que nous appellerions maintenant la propriété Archimède d'un ensemble de grandeurs homogènes appartenant à un ensemble sur lequel une relation d'ordre a été préalablement définie. La définition 5, traditionnellement attribuée à Eudoxe, définit ingénieusement l'égalité des rapports par la comparaison des « équi-multiples ». Bien que l'équimultiplicité soit une notion prénumérique, pour la commodité du lecteur moderne, le multiple d'une grandeur peut être écrit comme na , où n est un nombre entier. Dans cette notation, on considère que deux grandeurs a et b sont dans le même rapport que deux autres grandeurs a_1 et b_1 lorsque pour deux entiers n et m l'ordre de ma et nb est identique à l'ordre de ma_1 et nb_1 .

Comme le souligne Sutherland, la théorie des proportions d'Eudoxe doit venir suppléer un problème à propos des nombres irrationnels. Selon Sutherland, l'utilisation de la théorie des proportions d'Eudoxe dans ses *Éléments* permet de discuter des rapports entre les proportions sans faire appel à la notion de nombre. Sutherland (2006) dit :

Eudoxus responded to this difficulty by developing an ingenious treatment of ratios. His approach turns on defining a proportion (i.e., the sameness of two ratios) in a way that does not appeal to numbers. In Book 5, Euclid defines a ratio as “a sort of relation with respect to size between two homogeneous magnitudes” and follows Eudoxus in his definition of sameness of ratios. In modern algebraic notation, the definition would read:

For any four magnitudes

a, b, c and d and any two positive natural numbers m and n ,

$a:b = c:d$ iff for all m, n :

$ma > nb \rightarrow mc > nd$

$ma = nb \rightarrow mc = nd$

$ma < nb \rightarrow mc < nd$.⁷¹

⁷¹ Cf. Sutherland, 2006, p.537.

En écrivant la théorie des proportions dans un symbolisme moderne, Sutherland, ainsi que Stein (1990) et Friedman (1991), affirme que la théorie des proportions d'Eudoxe dans les *Éléments* d'Euclide jouerait le même rôle qu'une théorie algébrique qui permettrait d'exprimer les nombres irrationnels sans construire une figure géométrique.

D'abord, durant l'époque moderne, la mathématique symbolique, l'algèbre, qu'on trouve dans les travaux des mathématiciens, dépasse les considérations des nombres rationnels et irrationnels auxquelles la théorie des proportions d'Eudoxe devait répondre. Avec son symbolisme, l'algèbre permettait la manipulation de la grandeur en général – elle s'intéresse plus à la forme de la chose, à sa quantité générale qu'à ce qu'elle représente. Selon nos recherches, le mode de pensée algébrique fait passer une épistémologie mathématique marquée sur la *chose* à une théorie mathématique plus abstraite et soustraite des considérations ontologiques.

Ensuite, les thèses de Sutherland impliquent que la distinction établie par Kant dans la première *Critique* entre d'un côté, les *quanta* et de l'autre, la *quantitas* (A 717/B 746) semble à première vue rejoindre la distinction que nous pouvons constater entre la mathématique ancienne qui se concentrerait sur le *quantum* et l'analyse moderne qui se concentrerait sur la *quantitas*. Notons que les grandeurs *quantitas* sont déjà *quantitatives*, alors que les *quanta* ne le sont pas encore. Ce sera le rôle de la catégorie de quantité de déterminer un *quantum*. Comme l'a affirmé Béatrice Longuenesse dans *Kant et la capacité de juger* (1993) «[u]n *quantum* est immédiatement donné comme intuition ; mais la détermination de sa *quantitas* nécessite, elle, l'exercice de la fonction discursive tendant à la forme logique de la quantité du jugement ». ⁷² Les *quanta* sont donnés dans l'intuition, la

⁷² LONGUENESSE, B. (1991) *Kant et le pouvoir de juger : sensibilité et discursivité dans L'Analytique transcendantale de la Critique de la raison pure*. Paris: Presses universitaires de France, p.290.

quantitas demande l'activité de l'entendement. Comme nous le verrons dans les sections suivantes, la quantification des *quanta* se produit dans la forme du sens interne, dans le temps pur. Afin d'appuyer son interprétation, Longuenesse (1993) s'appuie sur les leçons de Métaphysique, dans lesquels Kant dit : « *Quantum, in quo est quantitas. Quantum, je peux le reconnaître immédiatement. Mais pas la quantité, combien il est grand* ». En note de bas de page, Longuenesse fait référence à la troisième *Critique*. Dans la faculté de juger, Kant dit au § 25 :

Que quelque chose soit une grandeur (*quantum*), cela se laisse reconnaître à partir de la chose elle-même, sans aucune comparaison avec d'autres ; à savoir, quand prise comme un ensemble, la pluralité de ce qui est homogène constitue une unité. Mais savoir combien la chose est grande, cela exige toujours quelque chose d'autre, qui est aussi une grandeur (comme mesure).⁷³

Longuenesse poursuit son analyse en soulignant le fait que le terme de grandeur traduit le terme allemand *Grösse* que Kant utilise pour traduire aussi bien le terme latin de *quantum* et *quantitas*. C'est ce fait qui semble en première apparence poser un problème. Le terme grandeur est alors traduit par *le concept de grandeur* – traduit en anglais par *the concept of magnitude* comme si la grandeur est produite par l'entendement.

En identifiant la méthode de la géométrie, c'est-à-dire de la construction ostensive à la méthode synthétique de la géométrie euclidienne et grecque, Kant retiendrait une conception ancienne de la géométrie. En ce sens, la construction ostensive et la construction symbolique telle que l'a définie Kant seraient une méthode synthétique, alors que la méthode algébrique des Modernes serait à associer à la méthode analytique. C'est précisément la thèse que sous-entendent les commentateurs qui ont voulu montrer les liens entre la doctrine mathématique de Kant et la géométrie ancienne. Afin d'analyser la

⁷³ Cf. Longuenesse, 1991, p.300

conception de l'algèbre comme construction symbolique de Kant, il est nécessaire de s'appuyer sur la théorie des proportions d'Eudoxe telle que développée dans les *Éléments* d'Euclide. Autrement dit, la question serait celle de savoir si toute démarche géométrique analytique dans le cadre de la philosophie de Kant doit être suivie ou accompagnée d'une preuve synthétique géométrique.

Comme mentionné plus haut, l'enjeu pour la thèse de Sutherland, et pour tous ceux qui affirment que la philosophie kantienne des mathématiques est héritière de la mathématique grecque, tournerait autour de l'historiographie du concept de quantité.⁷⁴ Ces auteurs doivent montrer que le concept de quantité tel qu'on le trouve dans les textes des mathématiciens modernes est le même que celui des mathématiciens anciens. Il leur sera nécessaire d'expliquer, sur le plan historique, un saut de deux millénaires entre les mathématiques des Anciens et l'état des mathématiques que l'on trouve à l'époque moderne autour du dix-huitième siècle. De plus, en défendant cette position, on est obligé, d'une certaine manière, de minimiser l'apport de la culture arabe dans le développement des mathématiques. En ce sens, la théorie des grandeurs que contient le modèle d'une *mathesis* serait le même pour les Modernes que pour les Grecques. C'est la *même* mathématique, d'un côté elle est synthétique de par ses racines Grecques, et de l'autre, elle est *analytique*, car elle utilise la méthode de l'analyse développée par les Modernes.

Cependant, nous sommes d'avis que la version de l'historiographie des mathématiques défendue par Sutherland ne tient pas compte du changement de cap que l'algébrisation du

⁷⁴ L'argument que la philosophie des mathématiques de Kant est directement héritière des mathématiques anciennes a pour but final d'esquiver la critique que la philosophie des mathématiques de Kant est inadéquate même pour son époque. RUSNOCK, P. (2004). «Was Kants Philosophy of Mathematics Right for His Time», *Kant-Studien*, Vol. 95, p. 426-442. Dans notre travail, nous voulons présenter la théorie des mathématiques de Kant dans un autre paradigme et montrer que l'apanage de l'épistémologie critique contient tout pour penser que sa philosophie des mathématiques est conforme au projet de science mécanique.

concept de quantité a amené. Au dix-huitième siècle, le modèle géométrique des Anciens sera remplacé par celui des Modernes. La représentation des quantités par un symbolisme a légitimé la représentation de tous types de grandeurs – extensives et intensives – par un symbole et a permis d’opérer arithmétiquement sur celles-ci. En insistant suffisamment sur l’importance de cette nouvelle façon de *voir* les mathématiques, on court le risque de faire de la théorie mathématique des Modernes, et par surcroît celle de Kant, des héritières directes d’une conception de la mathématique devenue archaïque.

Dans ce contexte, le but de Sutherland serait donc de montrer que la théorie des proportions d’Eudoxe exprime autant la théorie des grandeurs générales qu’elle représente l’algèbre. En faisant de la philosophie des mathématiques de Kant une héritière de la mathématique ancienne, le problème de l’interprétation est de montrer que la théorie des proportions d’Eudoxe avait aussi déjà tout pour construire une algèbre géométrique. Sans une telle démonstration, la théorie des mathématiques de Kant deviendrait caduque par rapport aux différentes conceptions des mathématiques de son époque. La mention de l’algèbre, dans le système critique, est superflue et Kant est pris dans un paradigme qui n’existe plus.

Il existe une tension historique pour les commentateurs qui veulent établir les parallèles entre la conception kantienne des mathématiques et celle des Anciens. Ils doivent faire fi du fait que les Anciens n’étaient pas en possession d’une algèbre géométrique. Comme nous le verrons aux chapitres suivant, ce problème se prolonge sur le plan de la théorie des sciences. Car il oblitère le fait que les mécaniciens au dix-huitième siècle avaient besoin d’une théorie mathématique beaucoup plus puissante que celle de la théorie des proportions d’Eudoxe.

L'enjeu dépasse les thèses de Sutherland. Il se trouve être l'interprétation de l'histoire du concept de quantité. En favorisant l'alternative de la continuité entre la mathématique ancienne et la mathématique des Modernes, l'interprétation de la philosophie de la mathématique de Kant devient problématique. La confusion qui suit celle de l'héritage de l'algèbre et qui aura une conséquence importante sur l'interprétation de la philosophie kantienne, est l'impossibilité de comprendre qu'avec la possibilité de le symboliser, le concept d'une grandeur en général, c'est-à-dire le nombre, peut être conceptualisé et il ne demande plus l'intervention de lignes tracées pour le manipuler.

Dans la thèse de Sutherland, la démonstration dans la géométrie d'Euclide contenait déjà en germe un type d'algèbre géométrique. Le problème avec cette interprétation est qu'elle implique que les Anciens avaient peut-être une théorie du nombre qui se rapproche de celle de Kant. Nous montrerons dans le troisième chapitre que cette relation ne s'arrime pas tout à fait. Le concept de nombre dans la première *Critique* est plutôt lié au concept *schématisé* de la catégorie pure de la quantité. Selon nous, ce détour par la théorie d'Eudoxe n'est pas utile pour discuter de la thèse de Kant. Plus largement, elle s'avère problématique aussi pour introduire une relation entre l'algèbre et le temps tel que nous l'avons vu dans notre chapitre sur la recherche de la mathématique universelle.

Section 1. 1 : Le nombre

Il est utile à ce moment de se pencher sur la relation entre la notion de nombre et le concept de quantité générale. Les historiens des mathématiques ont montré que la notion de nombre diffère chez les Anciens et les Modernes. Chez les Anciens, le nombre représente l'ensemble des choses, soit le nombre des choses. Chez les Modernes, le nombre représente le concept de quantité univoque, un concept qui ne traite pas directement la

théorie des proportions d'Eudoxe. Le concept de nombre n'est plus basé sur des considérations qui impliquent une ontologie au sein de laquelle les choses du monde possèderaient une quantité discrète.

[...] the concept of number as the thing counted, that is, as a collection of counted units, derived from this basically physical ontology of Greek mathematics.⁷⁵

Rappelons que la théorie d'Eudoxe devait contourner le problème des irrationnels qui n'étaient pas représentables par la simple construction géométrique. Elle ne devait pas remplacer une théorie mathématique qui n'était de toute façon pas encore celle des Anciens.

Le mythe de l'origine grecque a été démonté par de récentes études en mathématiques. Rappelons que même les mathématiciens modernes comme Descartes et Leibniz traitaient l'algèbre avec un certain dédain. De fait, l'algèbre est une technique qui vient des marchands arabes et qui n'est pas la mathématique d'école. Elle n'a pas encore le statut d'épistémè que la logique, par exemple, à ce moment-là. Ce survol historico-culturel met en doute la légitimité de vouloir toujours ramener les développements de la mathématique moderne aux origines grecques (Hoyrup, 1996). Le mythe de l'origine grecque des mathématiques modernes est tenace et il a vraisemblablement encore une influence aujourd'hui dans les études de Sutherland.

Les études en histoire des mathématiques ont indiqué qu'avec le mode de pensée algébrique s'installe une pensée qui insiste sur les relations mathématiques en elles-mêmes, c'est-à-dire qui a préséance sur la relation à l'objet (Mahoney, 1970 et Hoyrup, 2006). Dans

⁷⁵ Cf. Mahoney, 1970, p.5

ce contexte, les recherches de François Viète (1540-1603) occupent une place importante.⁷⁶

Viète est la figure emblématique du tournant algébrique à la modernité. Avant Descartes, Viète est le premier qui a dénoté par une lettre de l'alphabet tout ce qui pouvait être additionné, soustrait, multiplié ou divisé. Le symbole représente la quantité.

La logique spécieuse de Viète permet aux mathématiciens la possibilité de représenter et de calculer directement la « forme » quantitative des choses, sans considérer leur *essence*.

Les lettres représentent la quantité en général. Comme l'indique Mahoney :

Viète [...] understood something else by « unknown ». True, following Diophantus he calls it a species, and he calls algebra *logistica speciosa*; but he also says that this « logistic of species » shall be carried out using the « species or forms of things ». The form of the things denoted by alphabetical letters is purely and simply quantity: not just numbers or line segments, but everything for which it makes sense to say that it is added, subtracted, multiplied, and divided [...].⁷⁷

En ce sens, le nombre devient un concept qui se rattache au concept général de la quantité.

Viète présente ainsi avec l'algèbre spécieuse une conception de la quantité et du nombre qui sort du paradigme grec. Les mathématiciens Modernes étaient donc en possession d'un concept de quantité plus sophistiqué que les Anciens.

Viète amène un tournant dans le langage mathématique. Comme l'a affirmé Unguru dans un article qui remet en question les thèses de Zeuthen et Tannary, le nombre comme concept marque une véritable rupture par rapport aux Grecs. Unguru (1975) précise :

The Greek concept of *arithmos* (number), i.e., a « number of things » (what Klein calls *Anzahl*), was replaced in the sixteenth century by a new concept of number as an abstract symbol. Instrumental this change was Francois Viète (Vieta), 1540-1603, who transformed the concept of *arithmos* into the modern concept [...]

This transformation marks the beginnings of modern mathematics. Greek *arithmos* and modern number do not mean the same thing. As Klein has it, the

⁷⁶ FRANÇOIS, V. « *La nouvelle algèbre de M. Viète : précédée de l'Introduction en l'art analytique* » Paris : Fayard, 271p.

⁷⁷ Cf. Mahoney, 1970, p.3

two concepts differ in 'Begriflichkeit.', conceptualization and intentionality. (By the latter Klein understands ...the mode in which our thought and also our words, signify or intend their objects.). For the Greeks, arithmos always meant number of things (Anzahl), although 'things' did not have to be mentioned explicitly, for after Viète, on the other hand, Number is a concept; it is the concept of quantity. As number came to be regarded as abstract and symbolic entities, 'new' mathematics (and by the same token, a 'new' science on the long run) came into being mathematics in which the symbolic form of a statements inseparable from its content; indeed, if I may put it this way, the form is the content Mutatis mutandis this separation is also, to a very great extent impossible in modern (physical) science, where mathematical form and physical content are irreducibly intertwined and hopelessly enmeshed.⁷⁸

Force est de constater que le paradigme géométrique grec s'effrite déjà avec la logique spéculaire de Viète.⁷⁹ Toutefois comme nous pouvons l'anticiper, le passage de la première approche à la seconde approche ne s'est pas produit du jour au lendemain. Comme l'a noté Mahoney dans *The Beginnings of Algebraic Thought*:

Close examination of the works of leading mathematicians of the seventeenth century often reveals a certain tension between two modes of mathematical thought: an old, traditional, geometric mode and a new, in many ways revolutionary, algebraic mode. For example, one can often see this tension in Pierre de Fermat: on the one hand, he consciously solves problems that the ancient mathematicians were powerless to confront or that they could not even have posed; on the other hand, he maintains that his solutions carry on the traditions of ancient mathematics, even though these solutions employ mathematical tools and concepts with which an Archimedes or an Apollonius would hardly have agreed.⁸⁰

Les modèles géométriques et algébriques vont se superposer à la modernité. Une approche géométrique et une approche plus abstraite, ou algébrique, se font compétition. Il existe chez les mathématiciens du dix-septième siècle et du dix-huitième siècle une hésitation à embrasser d'un coup les nouvelles techniques mathématiques. Comme l'a fait remarqué Cousquer (1995) dans l'article nombre de *L'encyclopédie*, D'Alembert donne à l'article

⁷⁸ Cf. Unguru, 1975, p.111

⁷⁹ Viète is raising algebra from a refined auxiliary technique for solving arithmetical problems to the language of mathematics itself. (Mahoney, *The Beginnings of Algebraic Thought*. P.4).

⁸⁰ Cf. Mahoney, 1970, p.5

nombre une définition juxtaposant plusieurs points de vue contradictoires. D'abord comme une multiplicité d'unités dans le premier paragraphe. Ensuite comme rapport abstrait d'une quantité à une autre. Enfin, dans le troisième paragraphe, selon la définition de Wolff, ce qui a le même rapport avec l'unité qu'une ligne droite à avec une autre ligne droite, avec un retour dans la suite de l'article à la notion euclidienne de multiplicité d'unités.⁸¹ Selon nous, tout ce que nous avons relevé jusqu'ici montre que plusieurs concepts des mathématiques et de la notion de nombre vont se chevaucher entre le seizième et le dix-huitième siècle.

Ce détour sur l'histoire des mathématiques montre que la question de l'évolution des mathématiques à l'époque moderne n'est pas sans remous et elle ne suit pas nécessairement un progrès unilinéaire. Les conditions herméneutiques de l'histoire des mathématiques dépassent les limites de ce travail, mais elles doivent néanmoins rester en tête lorsqu'on analyse la littérature seconde sur la philosophie des mathématiques de Kant. Selon les faits relevés, il ne serait donc pas nécessaire de retourner aussi loin que la théorie d'Eudoxe pour justifier l'emploi des symboles algébriques dans les limites de l'idéalisme critique. Kant fournit assez de références dans son texte pour montrer que sa conception des mathématiques tient compte de l'état des mathématiques de son époque.

Section 2 : L'algèbre se réduit à la géométrie – critique de Lisa Shabel

Lisa Shabel a défendu la thèse que la doctrine kantienne de la construction symbolique de la quantité, et plus généralement sa philosophie des mathématiques, est héritière de la conception wolffienne. Son interprétation se distingue des autres interprétations de la

⁸¹ COUSQUER, É. (1995). *La théorie des proportions à la théorie des nombres réels*, Laboratoire LAMA.

philosophie des mathématiques de Kant, car elle affirme que les mentions de Kant sur l'algèbre ne sont pas fortuites. Elle défend la thèse que la philosophie des mathématiques de Kant, entre autres, sur la question de l'algèbre est en phase avec les conceptions des mathématiques des philosophes rationalistes; laissant sous-entendre que d'une certaine façon, Kant ne rejette pas complètement le paradigme Leibniz-Wolff.

Les travaux de Shabel présentent l'importance de la question de l'algèbre dans la philosophie critique de Kant sur deux plans. Dans un premier temps, ses recherches établissent la cohérence interne de la philosophie kantienne des mathématiques. Dans un deuxième temps, elles expliquent la cohérence de la doctrine constructiviste kantienne avec les doctrines mathématiques de son époque, plus spécifiquement, celles de Wolff. Selon Shabel, Wolf serait le philosophe le plus important en Allemagne avant Kant. En défendant la thèse que la doctrine kantienne des mathématiques s'accorde avec celle de Wolff, Shabel développe un argument qui met en évidence les raisons qui motivent le constructivisme kantien. En cela, les recherches de Shabel sont capitales, car elles marquent un point de rupture avec les commentateurs qui l'ont précédé. Au lieu d'établir une distinction entre la théorie des sciences mathématiques de Kant avec la tradition initiée par Leibniz et Wolff, comme on peut le remarquer dans les recherches de Friedman, les recherches de Shabel tentent plutôt de montrer les rapports entre la doctrine philosophique critique et la théorie de Wolff.

Nous nous distancerons de son interprétation sur deux fronts : systématique et historique. Sur ce dernier point, nous pouvons déjà affirmer que nous récusons son interprétation, car nous affirmons qu'il est nécessaire, pour comprendre les thèses de Kant sur les sciences et les mathématiques, de référer aux travaux d'Euler et Kästner. Nous

reviendrons sur ce point dans le chapitre 5. Continuons avec la présentation des thèses de Shabel. Shabel défend le point de vue qu'il n'y a pas lieu d'établir une distinction stricte entre les constructions géométriques et algébriques dans la philosophie critique. Selon elle, il n'y a pas de distinction entre les constructions ostensives et les constructions symboliques.

Shabel essaie de montrer que la notion de *construction* employée n'est pas incohérente et que, par conséquent, il n'y a pas lieu de faire une distinction d'espèce entre ces deux genres de constructions. Les constructions symboliques se ramènent aux constructions géométriques. Selon elle, le problème est que la plupart des commentateurs n'ont pu expliquer cet aspect de la doctrine kantienne, car ils n'ont pas compris l'importance des constructions algébriques. En fait, comme le montre Shabel (1998)⁸², les commentateurs ont la plupart du temps rejeté toute possibilité de la construction symbolique. Dans la mesure où il est nécessaire, selon la doctrine kantienne, que les concepts mathématiques soient présentés (exhibés) dans l'intuition, il a semblé impossible aux commentateurs d'expliquer la relation entre une variable algébrique et le concept mathématique :

[...] It is difficult to see how [...] an algebraic variable could be the exhibition of an intuition in Kant's sense, for the display of an algebraic variable does not itself reveal anything about the spatiotemporal forms of objects.⁸³

Reprenons l'exemple de la construction géométrique. Lors de cette construction, la figure révèle, pour ainsi dire, la forme *a priori* de l'objet construit. La construction du triangle met en jeux les formes *a priori* de l'espace et du temps. Alors que la variable algébrique à première vue ne présente pas, dans l'intuition, de figure *spatiale*, c'est-à-dire qu'elle

⁸² SHABEL, L. (1998). « Kant on the Symbolic Construction of Mathematical Concepts », *Stud. Hist. Phil. Sci.* Vol 29, No. 4, pp. 589-621.

⁸³ Cf. Shabel, 1998, p. 591

n'exhibe pas les propriétés spatio-temporelles de l'objet, l'équation algébrique du triangle rectangle ne met pas *devant les yeux* un triangle, mais des symboles. La variable algébrique échappe-t-elle à la nécessité de présenter l'objet qu'elle représente dans l'intuition pure ? Non, selon Shabel.

Shabel (1998) développe un argument dans son article et elle montre que le constructivisme kantien ne se trouve pas en contradiction avec la possibilité de symboliser les concepts mathématiques. Elle prend à contrepartie l'idée que la doctrine constructiviste de Kant ne peut rendre compte de l'algèbre.

The major Kant commentators have failed to give a reading that is informed by the state of early modern mathematical practice; rather, their reading has been informed by more recent conception of mathematics that is inadequate for understanding Kant's claims about geometry, arithmetic, and, in this case algebra.⁸⁴

Nous souscrivons à l'analyse de Shabel. En effet, comme elle le sous-entend, interpréter la doctrine kantienne des mathématiques dans la sphère délimitée par les développements de la mathématique contemporaine ne rend pas justice aux thèses de Kant sur les mathématiques.

L'analyse de Shabel est devenue le point de référence sur la question de l'algèbre dans la littérature, car elle prend à contre-pied toute une tradition d'interprétation de la philosophie des mathématiques de Kant qui tient pour acquis que sa philosophie des mathématiques est inapte à rendre compte de l'algèbre.

Shabel défend la thèse que les constructions symboliques, en l'occurrence l'algèbre, ne doivent pas être différenciées des constructions ostensives, comme la géométrie. Géométrie et algèbre ne définissent pas deux disciplines qui ont leurs propres

⁸⁴ Cf. Shabel, 1998, p.591

épistémologies et qui par conséquent seraient incompatibles. En fait, selon Shabel, l'algèbre s'applique à la géométrie, et donc, les constructions symboliques doivent aussi s'appliquer aux constructions ostensives. Shabel interprète ainsi le passage de la *Critique* cité plus haut A 717/B 745 :

Kant did not intend to draw a strict distinction in kind between symbolic construction on the one hand and ostensive or geometrical construction on the other. Rather, a 'symbolic' construction is, for Kant, that which symbolizes an ostensive construction.⁸⁵

Les constructions symboliques représentent les constructions ostensives et cela montre d'après elle que le constructivisme kantien est en accord avec la pratique et la vision que les mathématiciens avaient de la discipline mathématique. À cet effet, elle montre que, selon Kant, l'algèbre permet la possibilité de construire l'objet mathématique sans égards à sa forme ou à sa figure.

The 'symbolic' construction does not achieve the construction of the mathematical concept in intuition, but rather provides a clear and manipulable symbol of the performable construction [...].⁸⁶

Vu de cette manière l'algèbre est une aide au mathématicien qui lui permet d'éviter la lourdeur des constructions géométriques, tout en lui évitant des erreurs de raisonnement. De fait, comme nous l'avons souligné, au dix-septième siècle, l'algèbre est une nouvelle mathématique que les Modernes ont appliquée à la géométrie, pensons ici à Descartes qui s'est servi de l'algèbre pour résoudre des problèmes de géométrie. Continuons avec la présentation de Shabel. En s'appuyant sur ses recherches historiques, Shabel affirme que

⁸⁵Cf. Shabel, 1998, p.59. Voir aussi SHABEL, L (2006). *Kant's philosophy of mathematics* in Kant and Modern Philosophy, « Kant does not mean to draw a strict distinction between two kinds of mathematical construction. For Kant, the algebraist's 'symbolic' construction is that which symbolizes an ostensive construction [...] » (p. 101) dans P. Guyer (Éd.), *Kant and Modern Philosophy* (p. 94-128). New York : Cambridge University Press, 482 p.

⁸⁶ Cf. Shabel, 1998, p.617

la doctrine mathématique de Kant s'aligne sur une conception de l'algèbre qui était en vogue à son époque. Elle défend son argument en montrant que Kant avait élaboré ses cours de mathématiques en s'aidant des écrits de Wolff.⁸⁷ Par conséquent, il y a une forte chance que Kant se soit inspiré de Wolff pour développer sa thèse et celle-ci devrait donc être en accord avec les mathématiques de son époque.

Selon Shabel, Wolff concevait l'algèbre comme une méthode qui aide le mathématicien dans ses preuves géométriques. Notons qu'en maintenant cette thèse, elle s'oppose au point de vue qui voit dans l'algèbre une forme d'arithmétique généralisée.⁸⁸

The historical evidence [...] show that in the eighteenth century algebra was not considered a type of arithmetic, but rather a method for solving both arithmetic and geometric problems.⁸⁹

Comme elle le souligne, pour Wolff l'algèbre, loin d'être une forme d'arithmétique symbolique, est plutôt une méthode qui aide les mathématiciens et qui leur permet de manipuler les grandeurs. L'algèbre symbolise la géométrie, ainsi l'algèbre n'est pas une discipline indépendante de la géométrie, mais elle s'y réduit.⁹⁰

[...] for Wolff, algebra is not considered a science or discipline in its own right, but rather an art or method which aids in the solution of certain arithmetic or geometric problems [...].⁹¹

⁸⁷ Elle se sert ici de l'étude de G. Martin (1985), qui comme nous l'avons dit, ne s'est pas concentrée sur l'apport de l'algèbre pour la doctrine des mathématiques de Kant.

⁸⁸ Shabel, 1998, p.601. « Algebra was not simply a generalized arithmetic, but rather a general method for the solution of particular problems of geometry and arithmetic. »

⁸⁹ Cf. Shabel, 1998, p.599

⁹⁰ « For Wolff, mathematics is the science of all that can be measured; arithmetic is the science of number, or counting; and a number is 'that which may be referred to unity' (Wolff, 1739, p.1). Insofar as numbers are employed to count, that which is measured by them according to the rules of arithmetic are particular, discrete objects. Any such object may be considered as the unit in relation to which all other objects will be conceived. For example, in his 'Elementa Arithmeticae' Wolff says that 'Two globes of stone are the same unities, but if one be of stone, another of lead, they are called different unities, but if they be considered only as globes, they are the same unity, as 'two globes of silver' and three globes of silver'; they are heterogeneous if not, as 'two globes of silver' and 'three globes of lead' (Wolff, 1968, p.26) »

⁹¹ Cf. Shabel, 1998, p.600

Elle note que l'algèbre au dix-huitième siècle, surtout dans les cadres du cartésianisme, est une forme de calcul de grandeurs, mais dans le sens où toutes les grandeurs, les unités, sont exprimables par des segments de lignes.⁹² Dans ce contexte, le nombre comme toute grandeur discrète est défini comme une concaténation d'unités. Selon Shabel, ceci permet à Wolff de dire que les nombres rationnels sont commensurables à l'unité et les nombres irrationnels, incommensurables.

The preceding definitions characterize positive integers as wholes made up of discrete parts identical to an arbitrarily selected unit. Moreover, because straight lines are easily compared one to another, Wolff says that all numbers are best expressed by straight lines (Wolff, 1968, p.24). Thus, once a single, given straight line chosen as unity, any number can be constructed in relation to it, as the simple concatenation of units. More precisely, the line segment for a given number as the number one stands to that number. Wolff goes on to define rational numbers as those commensurable with the unity, and irrational as incommensurable; consequently, any straight line segment that is measurable by the chosen unit expresses a rational number. Thus, Wolff's understanding of numbers, the object of arithmetic, ultimately relies on traditionally geometric concepts of line length, commensurability and incommensurability.⁹³

Ce qui laisse dire à Shabel que Wolff a une conception géométrique du nombre.

For Wolff, both known and unknown magnitudes are represented by straight line segments for the purposes of arithmetic and geometric problem solving.⁹⁴

⁹² Shabel cite Guisnée dans son œuvre « Application de l'algebre [sic] a la geometrie, ou Methode pour démonstrer par l'algebre, que les theorèmes de Geometrie, & d'en résoudre & construire tous les Problèmes» (1733) dit : « En un mot, on explique tous les usages qu'on peut faire de l'algebre commune, dans toutes les parties des mathématiques, pourvu qu'on exprime par des lignes les grandeurs qu'elles ont pour objet; et on ne suppose pour cela que les simples éléments de la Géométrie ordinaire». Selon Shabel, Guisnée s'inscrit dans la voie ouverte par la *Géométrie* de Descartes. En effet, « Les règles pour la direction de l'esprit » et la « géométrie » montrent les conceptions de Descartes sur l'algebre, la géométrie et les mathématiques. Il recherche une mathématique universelle qui ne peut être représentée et conçue que symboliquement. L'algebre est une théorie générale des proportions et des équations, dont les objets acquièrent d'abord leurs caractéristiques d'après le champ numérique, mais dont les objets symboliques s'identifient avec les objets du monde physique. Cette mathématique universelle identifie l'algebre conçue comme logistique symbolique, avec la géométrie interprétée pour la première fois comme science symbolique. Descartes montre que tous les résultats d'opérations sur les grandeurs, une fois choisie une unité de longueur, peuvent être représentés par des longueurs. Premier pas essentiel : les rapports géométriques, les produits, les aires, les volumes peuvent être représentés par des longueurs. La demi-droite représente tous les résultats des calculs. Cette géométrie de Descartes est une Algèbre des longueurs. » (p. ii)

⁹³ Cf. Shabel, 1998, p.601

⁹⁴ Cf. Shabel, 1998, p. 601

Ainsi, selon Shabel, l'algèbre est une méthode qui permet de manipuler les grandeurs, les *magnitudes*. Mais les grandeurs sont représentées par des segments de lignes. Les grandeurs sont donc *figurées* par un segment de ligne qui sert d'unité. L'algèbre est alors conçue comme une méthode qui aide le mathématicien dans ses déductions, mais qui reste géométrique — en ce sens — c'est une science de l'espace.

Algebra is a method which aids in the solution of such problems by symbolically manipulating such magnitudes: particular letters symbolize the known and the unknown magnitudes of a particular problem, and algebraically expressed operations on these symbols symbolize arithmetic operations on the magnitudes themselves.⁹⁵

Donc selon Shabel, la doctrine kantienne des constructions symboliques doit être interprétée dans ce contexte. Les constructions symboliques représentent les constructions ostensives symboliquement, c'est-à-dire que les mathématiciens peuvent représenter les grandeurs géométriques sans pour autant leur adjoindre toutes les fois une figure, un *diagramme*. Les lettres et les notations algébriques représentent la grandeur pure, la grandeur sans figure. En fait, selon Shabel, et c'est la thèse qu'elle défend dans ses nombreux articles, les Modernes avaient une conception spécifique des grandeurs mathématiques. Ils concevaient deux types de grandeurs : les grandeurs géométriques et les grandeurs algébriques, des grandeurs de grandeurs.

Kant uses the term 'magnitude' (Grösse) in two senses: he uses 'magnitude' to designate an object which has a particular determinate size, while also speaking of a thing's 'magnitude', that is, the size of an object. In other words, for Kant, magnitudes *have* magnitude. Magnitudes in the first sense, as sized objects, are constructible object of geometry; these are conceived both quantitatively and qualitatively, that is with respect to both their size and their shape, or figure. Magnitude in the second sense, as the size *of* an object, is to conceive magnitude in the first sense with respect to its quantitative aspect only; that is to conceive of size without shape, quantity without quality.⁹⁶

⁹⁵ Cf. Shabel, 1998, p.603

⁹⁶ Cf. Shabel, 1998, p 604

La construction symbolique pour Kant représente la possibilité de manipuler les grandeurs de grandeurs, la grandeur en général, c'est-à-dire selon la thèse de Shabel, la grandeur sans qualité.

Nous acceptons en partie l'analyse de Shabel. Il est vrai que Kant dit dans la première *Critique* que la construction symbolique est comme une manière de manipuler les grandeurs pures.

[Le mathématicien] construit aussi la pure grandeur (quantitas), comme en algèbre, où elle fait totalement abstraction de la nature de l'objet qui doit être pensé d'après un tel concept de grandeur [...] (A 717/B 745).

Cependant, notre accord avec son interprétation s'arrête ici. Premièrement, comme nous le verrons, l'idée qu'il existe une distinction chez Kant entre d'un côté des grandeurs et de l'autre, des grandeurs de grandeurs, c'est-à-dire des grandeurs sans qualité, ne nous apparaît pas juste. Deuxièmement, et c'est le point de notre discussion, son analyse implique que la notion de nombre de Kant est une notion *géométrique*, en ce sens, que comme Wolff, le nombre peut être représenté comme un agrégat d'unités discrètes.

When an object is thought under Kant's concept of 'magnitude in general' it is quantified as an aggregate of units, and thus measured, or counted; this explanation should recall Wolff's definition of number. Thus, the magnitude (quantitas, size) of a magnitude (quantum, sized object) is determined by considering the object under the concept of 'magnitude in general', that is, by quantifying it relative to a chosen unit.⁹⁷

Ce que Shabel ne mentionne pas est que la manière de présenter l'algèbre comme une forme de symbolisation de la géométrie et comme un calcul d'unités qui se ramène à un segment de ligne évolue quelque peu au dix-huitième siècle.⁹⁸ Cette transformation se

⁹⁷ Cf., Shabel, 1998, p.610

⁹⁸ Shabel donne dans une note de bas de page quelques indices sur la pérennité de la doctrine kantienne de la construction symbolique : (Shabel, 1998, p. 590 «It is a separate and interesting question to ask whether and how Kant's critical philosophy of mathematics could account for late eighteenth-century development in the

constate dans le domaine de la physique. Par exemple, Euler et Lagrange font partie des scientifiques qui essaient de se débarrasser des représentations géométriques. L'interprète peut voir deux conceptions de l'algèbre se dessiner au dix-huitième siècle. Une conception qui insiste sur le calcul des longueurs, comme Wolff⁹⁹ (et Descartes). Et une autre, qui insiste sur la possibilité que l'algèbre a de mener des opérations sur des grandeurs homogènes. En fait, dans son texte *Éléments d'Algèbre* (1798), Euler dit :

Il est évident par-là que toutes les grandeurs peuvent être exprimées par des nombres, et qu'on doit faire consister ce fondement de toutes les sciences mathématiques, dans un traité complet de la science des nombres et un examen soigneux des différentes manières de calculer qui peuvent se présenter. On nomme cette partie fondamentale des mathématiques, l'*Analyse* ou l'*Algèbre*.¹⁰⁰

Le problème de Shabel est qu'elle fait correspondre trop hâtivement la notion de nombre à celle de Wolff. Alors que dans la *Critique*, la doctrine du Schématisme transcendantal correspond à celle que l'on peut retrouver chez ses contemporains, dont Euler et Abraham Gotthelf Kästner (1719-1800), professeur de mathématiques et de physique à Göttingen. Nous aurons l'occasion de discuter de Kästner au dernier chapitre.

Le problème qu'entrevoit Shabel dans la littérature sur la question de la relation entre l'algèbre et le constructivisme kantien trouve sa solution dans l'interprétation géométrique des grandeurs (*quantités*). Selon elle, il est nécessaire de comprendre l'algèbre comme un type de méthode mathématique qui rend compte des constructions géométriques en aidant

thory of algebraic equations that led to Galois theory and group theory in the nineteenth century, and ultimately, to our modern structural conception of abstract algebra. Because algebraic practice was conceived with respect to its geometric applications until at least 1870».)

⁹⁹ MASSIMI, Michela (2013). « Philosophy of natural science from Newton to Kant », *Studies in History and Philosophy of Science*, vol. 44, p. 393–395. « Dunlop offers a reappraisal of Wolff's view of mathematical reasoning, which surprisingly emulates Newton (as Wolff understands him) in emphasising the role of perception and imagination in the formation of metaphysical concepts. »

¹⁰⁰ EULER, L. (1795). *Éléments d'Algèbre*, Tome I. Lyon : Bruyset, p. 4.

le mathématicien dans ses déductions, c'est-à-dire en le dotant d'une aide symbolique. Les constructions symboliques sont donc des constructions ostensives interprétées sur le mode géométrique.

Il y a deux aspects de cette interprétation qui sont problématiques. Le premier historique : le problème d'une telle interprétation est qu'elle sous-entend que le paradigme mathématique chez Kant reste dans les limites de la géométrie grecque, sans prendre en considération que la mathématique moderne sort des limites de la mathématique grecque. Sur le plan historique, l'interprétation avancée par Shabel n'est pas tout à fait juste. Le problème se trouve peut-être dans l'incapacité de Wolff d'avoir pleinement saisi l'apport de l'algèbre. Notons que nous ne nous opposons pas à la lecture que Shabel propose de Wolff; notre différend tient plutôt à la manière de présenter les grandeurs dans la philosophie de Kant et durant l'époque moderne. C'est le second aspect de la thèse de Shabel auquel nous ne pouvons donner notre consentement.

Le problème de l'interprétation de Shabel est qu'elle ne prend pas en considération la relation de la notion de grandeur en général au concept de nombre. Selon nous, afin d'appuyer son argumentaire, Shabel doit remanier la notion de nombre telle que présentée par Kant dans la première *Critique*. La conception de nombre de Kant devrait être définie comme le concept de grandeur en générale, auquel ce dernier réfère dans le Schématisme. Mais Shabel récusé cette interprétation.

Kant's concept of magnitude in general is not to be confused with the concept of number in general which he invokes in the schematism. [...] 'magnitude in general' cannot be identified with the concept of a variable numeric quantity.¹⁰¹

¹⁰¹ Cf. Shabel, 1998, p. 610

L'interprétation philosophique de l'algèbre durant l'époque moderne montre que la notion de quantité évolue et se modernise. Mais en plus, le concept de « grandeur en général » est rattaché à celui de « quantité variable numérique ». Selon nous, en esquivant l'interprétation du nombre comme grandeur en général, tel que nous la trouvons dans le chapitre du Schématisme transcendantal, Shabel se détourne de la possibilité de relier la théorie kantienne à celle de ses contemporains physiciens. Nous verrons dans le chapitre 3 comment l'interprétation du schématisme peut mettre en lumière le fait que le nombre, et donc la théorie de la quantité pure exprimée symboliquement dans une algèbre, trouve un espace conceptuel dans le cadre de l'épistémologie critique. La solution de Shabel suggère que le *nombre* doit être interprété sur le mode géométrique et non comme nous l'affirmerons, sur le mode de la mathématique universelle où le concept de quantité est *relié au temps*. Le concept de quantité générale dans la *Critique* doit être interprété sur un mode figuratif temporel. Le concept de grandeur se laisse *dévoiler* autant dans une figure construite comme un triangle que dans un chiffre ou sur une tablette à calculer.

En ce qui concerne notre thèse, celle-ci s'aligne plus particulièrement avec l'interprétation de Winterbourne. Celui-ci défend une lecture du Schématisme transcendantal, basé sur les travaux de William Rowan Hamilton (1805-1865), afin de montrer le lien entre le temps et l'algèbre. Comme nous le verrons en présentant l'analyse de Winterbourne, la conception kantienne des mathématiques dans la *Critique* est cohérente. Il est simplement nécessaire de montrer les rapports qui existent entre le concept de nombre et la structure du temps dans le chapitre sur le Schématisme transcendantal.

Section 3: L'algèbre et le Schématisme transcendantal – critique d'Anthony Winterbourne

En soulignant les rapports de la temporalité à l'algèbre à partir du chapitre sur le schématisme, nous reprenons, en partie, la thèse avancée par Winterbourne (1981, 1982).¹⁰² De fait, avec son analyse du chapitre sur le Schématisme des concepts purs de l'entendement, Winterbourne a mis en évidence les rapports qui existent dans la philosophie critique entre l'algèbre et le temps. Afin d'appuyer son propos et de montrer la légitimité des thèses de Kant entre l'algèbre et le temps, Winterbourne se base en fait sur une thèse qui avait été déjà avancée par sir William Rowan Hamilton (1805-1865). Winterbourne affirme qu'avec *Preliminary and Elementary Essay on Algebra as the Science of Pure Time* (1835), Hamilton avait tenté de raffiner la thèse kantienne.¹⁰³ Hamilton est une figure importante dans l'histoire des sciences. Il préconisait une approche algébrique aux sciences physiques. En ce sens, il se rapproche de la tradition des rationalistes continentaux.¹⁰⁴ Il se distançait de Newton sur ce point précis, qui, comme nous l'avons indiqué dans la dernière section, favorisait une approche géométrique dans les *Principia Mathematica*. Hamilton avait le projet de donner un fondement scientifique

¹⁰² *Op. cit.* p.50

¹⁰³ Winterbourne (1981,1982) est le seul qui utilise la théorie d'Hamilton pour étudier les thèses de Kant. Sur les thèses d'Hamilton sur les mathématiques voir : Hankins, Thomas L. Foundations of algebra. In *Motion and time, space and matter*, P. Machamer and R. Turnbull, eds., Columbus Ohio State Univ. Pr. Chap. 12, pp. 327-359 & *Sir William Rowan Hamilton*, Johns Hopkins Univ Pr., 1980 ; Ohrstrom, Peter, W. R. Hamilton's View of Algebra as the Science of Pure Time and His Revision of This View, *Historia Mathematica*, Vol. 12, 1985, 45-55 ; Janet. Newton and Hamilton : in Defence of Truth in Algebra, *The Southern Journal of Philosophy* Vol. 50, No. 3, Septembre 2012, pp-504-527. Malheureusement les études référées sur la thèse d'Hamilton et son apport aux sciences mathématiques servent à montrer qu'il avait probablement tort de suivre Kant sur la relation entre le nombre et le temps et qu'il s'est ravisé, fort heureusement, à favoriser l'approche géométrique de Newton et des *Principia Mathematica*. Les questions sur les rapports entre les thèses d'Hamilton et la tradition rationaliste d'Euler et Lagrange n'ont pas encore été pleinement épuisées. En insistant sur la parenté entre la philosophie critique et la tradition algébriste, les liens entre les thèses d'Hamilton en physique et celles d'Euler pourraient constituer un nouveau champ de recherche. Cette recherche dépasse les limites de notre travail.

¹⁰⁴ Folina, Janet *Newton and Hamilton : in Defence of Truth in Algebra*, The Southern Journal of Philosophy Volume 50 : 3, Septembre 2012, pp-504-527. « Hamilton supported a Kantian conception of mathematics, including algebra. In particular, he argued that algebra could be justified as a science like geometry, based on a Kantian, rationalist conception of a priori temporal intuition. In contrast, Newton famously forwarded an empiricist ideal for the sciences and avoided algebraic methods in his calculus. »

à l'algèbre qui en ferait plus qu'un langage abstrait et symbolique – mais une science du temps. Comme le remarque Winterbourne :

[...] The aim of Hamilton's *Preliminary and Elementary Essay on Algebra as the Science of Pure Time* (1835) was overtly philosophical. Hamilton was trying to establish a philosophical basis for algebra that would anchor the latter in the ordinal character of real numbers.

In Hamilton's words, he wished to improve the science, not the "Art" or the "Language" of algebra. Such a "scientific" basis must be "strict, pure, and independent; deduced by valid reasoning's from its own intuitive principles; and thus not less an object of a priori contemplation than Geometry. For Hamilton this meant basing algebra on "pure time" as the intuitively most immediate and consistent foundation. Algebra was to be "the Science of Order in Progression". It is obvious that Hamilton would have been exceedingly interested.¹⁰⁵

En reprenant une étude de Hankins (1977), Winterbourne montre que la théorie d'Hamilton est directement influencée par Kant.¹⁰⁶ Soulignons que l'interprétation de Winterbourne et d'Hankins se base, entre autres, sur ce passage d'Hamilton :

In all Mathematical Science we consider and compare relations. In algebra the relations which we first consider and compare, are relations between successive states of some changing thing or thought. And numbers are the names or nouns of algebra; marks or signs, by which one of these successive states may be remembered and distinguished from another.... Relations between successive thoughts thus viewed as successive states of one more general and changing thought, are the primary relations of algebra. For with Time and Space we connect all continuous change, and by symbols of Time and Space we reason on and realise progression. Our marks of temporal and local site, our then and there, are at once signs and instruments of that transformation by which thoughts become things.... And such a transformation there is when, in Algebra, we contemplate the change of our own thoughts as if it were the progression of some foreign thing, and introduce Numbers as the marks or signs to denote place in that progression.¹⁰⁷

¹⁰⁵ Cf. Winterbourne, 1982, p.195

¹⁰⁶ Hankins has noted that Hamilton's reading of the Critique of Pure Reason encouraged him to publish his own ideas on the subject of algebra as pure time [Hankins 1976, 336; Hamilton 1853, 1171. Thus Hamilton's ideas were given support by his encounter with Kant's writings but played little or no part in their genesis. Given that Kant's theory of algebra--such as it is--cannot be found entirely in the Transcendental Aesthetic (as Hamilton appears to have assumed) the affinity between the respective philosophical positions is even more striking.

¹⁰⁷ Cf. Hamilton, 1835, (cité par Winterbourne 1981 et Hankins 1976).

Dans le développement de la preuve mathématique, le mathématicien met devant lui les démarches de son raisonnement. Il inscrit pour ainsi dire dans le temps la possibilité de sa solution. Notons ici que cette manière de concevoir la démarche mathématique se rapproche de celle des cartésiens et surtout celle de Leibniz.

Leibniz, comme nous l'avons dit, avait le projet de construire une langue universelle où penser signifiera la même chose que calculer. En ce sens, tous les prédicats de la chose calculée ou pensée deviendraient visibles et il serait possible de *contempler* chaque étape de la démarche. Évidemment, Dieu n'a pas besoin de langage et pour ainsi dire d'algèbre, car il contemple d'un coup tous les prédicats de la chose. Pour le dire autrement, Dieu n'a pas besoin de schématisation des concepts, car son entendement intuitionne. Ce que Kant a montré qu'il n'était pas possible pour l'esprit des hommes.

Poursuivons avec notre analyse de l'argument de Winterbourne. Winterbourne montre que la théorie de l'algèbre chez Kant est fondée dans le temps et trouve son articulation dans le chapitre sur le schématisme. À notre connaissance, Winterbourne est le seul commentateur depuis les dernières décennies à avoir présenté et défendu cette position de façon aussi claire.

Le concept de quantité tel que traité dans une algèbre n'exige pas la production de figures géométriques et spatiales, mais seulement la possibilité de l'inscrire dans le temps. Selon, Winterbourne, l'algèbre se trouve être la mathématique la plus fondamentale dans la première *Critique*.¹⁰⁸ Il défend cette thèse en affirmant qu'avec le Schématisme des concepts purs de l'entendement la notion de temps est plus fondamentale que celle de

¹⁰⁸Voir Winterbourne, A. *Construction and The Role of Schematism in Kant's Philosophy of Mathematics*, Stud. Hist. Phil. Sci., Vol. 12, No. 1, pp. 33-46, 1981« [...] Kant regarded algebra as more fundamental than either arithmetic or geometry [...] ».

l'espace, et par extension, l'algèbre se retrouve à être la mathématique la plus fondamentale. Nous dirons plutôt que l'algèbre est la mathématique la plus générale. De fait, la thèse dans ce travail n'est pas aussi forte que celle de Winterbourne. Nous n'affirmons pas, comme il le laisse entrevoir, que l'algèbre, étant attachée essentiellement au temps, est en cela *la* science mathématique qui englobe toutes les autres sciences et qu'il soit possible dans les cadres de l'épistémologie critique de se départir de la construction des figures géométriques.

Conclusion

Comme nous le soulignerons dans la section suivante, le développement dans la première *Critique* qui va de l'Esthétique transcendantale à l'Analytique transcendantale montre qu'il existe des principes synthétiques et *a priori* qui sont encore plus fondamentaux et qui sont les conditions de l'inscription de la quantité dans des équations algébriques. Le temps joue un rôle fondamental, certes, mais il est nécessaire de considérer que les principes synthétiques *a priori* constituent la science, en tant que transcendantale, de la théorie des sciences mathématiques de Kant. L'algèbre ne constitue pas une mathématique transcendantale.

Réitérons notre thèse : l'épistémologie critique contient une mathématique pure quantitative au sein de laquelle les équations algébriques inscrivent le concept de quantité dans le temps. La question plus large de savoir quelle est, de la géométrie ou de l'algèbre, la mathématique la plus fondamentale dans la philosophie critique, n'a pas vraiment de sens dans la philosophie transcendantale sans considérer les thèses que présente Kant dans les *Premiers principes* (1787). Ce que ne fait pas Winterbourne.

C'est la philosophie transcendantale qui ultimement fournit les principes *a priori* de la science mathématique de la nature. Ainsi, notre propos est plus sobre que celui de Winterbourne. Nous mettons simplement de l'avant l'affirmation que le constructivisme kantien et le recours à l'intuition *a priori* ne doivent pas astreindre le commentateur à penser que les sciences mathématiques de la nature puissent uniquement se formuler dans une mathématique géométrique. Le Schématisme des concepts purs permet de sortir du cadre de cette interprétation.

CHAPITRE 3 – Le Schématisme des concepts purs de l’entendement

Introduction

La doctrine du Schématisme transcendantal des concepts purs de l’entendement (A 137-148/B176-187) nous permet d’affirmer qu’il existe dans les cadres de l’épistémologie critique une possibilité pour la construction d’une algèbre. Dans cette section de la première *Critique*, Kant montre que les catégories de l’entendement schématisées dans les formes de l’intuition pures génèrent des concepts purs sensoriels [*der reinen sinnlichen Begriffen*]. Avec le schématisme, les catégories pures acquièrent une signification sensible. Comme l’a souligné Martin Heidegger dans *Kant et le problème de la métaphysique* « le schématisme met *en vue* les catégories en les amenant pour ainsi dire au sens ».¹⁰⁹ Le schématisme peut donc être interprété comme un moyen d’inscrire les concepts purs de l’entendement dans l’intuition pure sensible. En qualifiant le schématisme de cette manière, se trouve éclairci le lien entre le projet d’une mathématique universelle et le projet critique. De la même façon que les mathématiques amènent les concepts aux sens où les marques sensibles qui les représentent dans une *caractéristique mathématique* permettent de voir le développement de la pensée dans le temps, le schématisme *met en vue*, dans le temps, les concepts purs de l’entendement dans l’intuition pure sensible.

Section 1 : Le Schématisme transcendantale

La schématisation des concepts est une activité synthétique de l’entendement pur qui prend acte dans la forme du sens interne, et non dans la forme du sens externe. Par conséquent, les rapports entre le projet critique et la mathématique, en passant par la

¹⁰⁹ HEIDEGGER, M. (1929). *Kant und das Problem der Metaphysik*, traduction DE WÄELHENS, A. et WALTER, B. (1953) *Kant et le problème de la métaphysique*, Paris : Gallimard, 308 p.

doctrine du schématisme, sont basés sur la structure du temps et non uniquement sur celle de l'espace.

Dans le cas qui nous occupe, la catégorie de quantité, le concept de grandeur en générale schématisé génère le nombre. La catégorie de la quantité est « [...] le schème pur de la *grandeur* (*quantitatis*), envisagée comme concept de l'entendement [...] » (A 142/B 182). Selon nous, en défendant la thèse que le concept de nombre est le résultat de la schématisation du concept de la quantité, Kant soustrait le nombre à l'expérience empirique tout en montrant qu'il s'attache au divers de l'intuition pure. Avec cette doctrine, Kant montre que le nombre n'est pas un concept intellectuel, mais un concept sensible pur généré par un effet de l'entendement sur la sensibilité. Il défend la thèse que le concept de nombre est le résultat de la schématisation de la catégorie de la quantité. Le concept de nombre est un concept-schéma, un produit de la projection de la forme *a priori* de l'entendement sur la forme *a priori* du sens interne. Le concept de nombre est donc intimement lié à la structure *a priori* du temps.

Dans le contexte de la relation du chapitre sur le Schématisme transcendantal de l'entendement pur au chapitre de la Phoronomie, la question est de savoir si la schématisation du concept de la quantité pure suppose des relations spatiales comme dans la construction des figures géométriques. Autrement dit, est-ce que le concept de quantité pure schématisé doit se ramener à des constructions géométriques? Nous répondons par la négative. Le nombre est un concept sensible pur qui n'est pas construit sur des relations spatiales et qui ne repose pas sur des relations physiques. Le nombre produit le temps lui-même.

Nous sommes en mesure de défendre notre affirmation, car selon nous la conception du temps de l'Esthétique transcendantale est présupposée dans le chapitre sur le Schématisme transcendantal.¹¹⁰ Les relations structurelles qui ont lieu dans la forme du sens interne seront mises en évidence dans la détermination de la quantité de la variable x . Autrement dit, avec la symbolisation algébrique, il sera possible de contempler la progression de notre raisonnement.

Interpréter le schématisme de cette manière montre que la manipulation du concept de quantité pure ne doit pas nécessairement recourir à la construction de diagrammes géométriques qui reposeraient, en fin de compte, sur des processus mécaniques. De fait, la conception kantienne du nombre permet d'affirmer qu'il existe une mathématique de la quantité pure qui n'est pas fondée sur des relations physico-spatiales. La thèse du schématisme doit donc retenir l'attention du commentateur, car elle montre que le temps est la condition transcendantale de la symbolisation du concept de quantité pure.

Avant de poursuivre avec notre présentation du Schématisme transcendantal, nous devons rendre compte de deux considérations. Premièrement, la doctrine transcendantale du nombre a été amplement critiquée par les commentateurs, surtout après les travaux des mathématiciens du dix-neuvième siècle et en particulier après les travaux des logiciens. Par conséquent, les rapports entre la schématisation des concepts purs et le projet d'une mathématique symbolique de la quantité n'ont pu apparaître pertinents. En critiquant le

¹¹⁰ Nous nous distinguons ici de la lecture néokantienne d'Herman Cohen. Dans son commentaire sur la *Critique de la raison pure*, la *Théorie kantienne de l'expérience* Cohen défend la thèse que les résultats de l'Esthétique transcendantale ne sont pas présupposés dans l'Analytique des principes. Les formes de l'intuition pure ne sont pas achevées, elles requièrent une synthèse. Cohen défend cette thèse, car il insiste sur le fait que la sensation dans les Anticipations de la perception sont le lieu de la « reprise proprement transcendantale ». Les résultats de l'Esthétique transcendantale sont seulement dogmatiquement posés. Voir aussi BENOIST, J. (1996). *Kant et les limites de la synthèse*, Paris : P.U.F., 343p.

recours à l'intuition pure dans la construction des concepts mathématiques, il devient difficile de saisir la pertinence du chapitre sur le schématisme des concepts purs de l'entendement dans le contexte de la possibilité d'inscrire le concept de quantité dans une écriture symbolique. La doctrine du Schématisme transcendantal des concepts de l'entendement pur apparaît ainsi ésotérique. Deuxièmement, dans le modèle géométrique, favorisé par la plupart des interprètes, la possibilité de la représentation symbolique du concept temporel de la quantité se bute à l'idée que la construction des concepts mathématiques doit produire avant tout une figure spatiale et géométrique qui repose sur des relations physiques.¹¹¹

La combinaison de ces deux considérations a eu pour conséquence, selon nous, de passer sous silence le lien entre le chapitre du Schématisme transcendantal et la construction symbolique du concept de quantité. En replaçant la problématique de la représentation temporelle du concept de quantité dans le contexte de la construction symbolique, le rôle du schématisme dans la mathématisation de la nature se trouve éclairé. La schématisation du concept de la quantité génère une figure temporelle mathématique comme une équation où le recours à la construction d'une figure géométrique n'est pas toujours nécessaire.

¹¹¹ Basées sur une lecture de la section de la *Réfutation de l'idéalisme*, nous reviendrons à cette interprétation plus bas dans le chapitre.

Dans le second chapitre de notre travail, nous avons abordé le projet de Kant à partir des rapports qui existent entre les mathématiques et la métaphysique. Nous avons vu qu'il insiste sur le fait que la métaphysique ne peut emprunter la méthode des sciences mathématiques. Comme dans ses œuvres précritiques, Kant établit une distinction stricte entre les sciences mathématiques et la métaphysique. Toutefois, contrairement aux œuvres précritiques, il renverse la question de la connaissance. Il fait précéder la question du *comment* de celle du *quoi* et il amène la relation de la connaissance entre le sujet et l'objet aux champs des représentations. L'objet et le sujet ne sont plus deux entités étrangères l'une à l'autre, car les conditions de la représentation de celui-ci sont dans celui-là. C'est de cette manière que la première *Critique* se distingue des œuvres précritiques où la question de la connaissance restait encore posée en terme externe. Dans le projet critique, les rapports entre l'objet et le sujet sont intériorisés au champ même de la représentation.¹¹²

Dans ce cadre, les mathématiques et la métaphysique restent distinctes. Les mathématiques sont une activité rationnelle dont la capacité est de construire ses concepts dans l'intuition pure et les conditions de connaissance de ses concepts sont dans la structure cognitive du sujet. La métaphysique n'est pas une science, car elle ne peut construire ses concepts dans l'intuition pure (même si les conditions des concepts métaphysiques, les idées transcendantes, sont inhérentes à la structure cognitive du sujet). La métaphysique a le rôle de mettre en lumière les conditions de la représentation de l'objet mathématique. Avec le projet critique, Kant explique donc pourquoi les mathématiques et la métaphysique sont distinctes et comment l'objet mathématique est en relation avec le sujet.

¹¹² Longuenesse, B. (1991), *Kant et la capacité de juger*, p.4.

La solution de Kant résout seulement une partie du problème de la connaissance. De fait, même si la connaissance de l'objet est ramenée au niveau des représentations, il reste que les éléments transcendants de la connaissance ne partagent pas entre eux le même mode de représentation.¹¹³ Les formes *a priori* de la faculté sensible et les formes *a priori* de la faculté d'entendement appartiennent à deux ordres de représentation qui ne peuvent se substituer l'un à l'autre. Kant indique que « [l']entendement ne peut intuitionner et les sens ne peuvent penser » (A 51/B 75-76). Il n'y a pas d'intuition intellectuelle, ce qui serait à proprement parler une connaissance métaphysique. Les formes *a priori* de la connaissance sont indépendantes l'une de l'autre. C'est la thèse centrale du projet critique et c'est elle qui dicte aussi la structure de l'œuvre. Les formes *a priori* de la connaissance sensible analysées dans l'Esthétique transcendantale et les formes *a priori* de l'entendement analysées dans l'Analytique transcendantale ne se réduisent pas l'une à l'autre.

Les catégories n'ont pas leur origine dans l'expérience empirique, mais proviennent de la capacité de l'entendement pur à poser un jugement. Les catégories sont avant tout des concepts logiques. Pourtant, sans le divers de l'intuition, les catégories de l'entendement seraient vides et elles seraient, pour ainsi dire, insignifiantes, « ... des pensées sans contenu sont vides, des intuitions sans concepts sont aveugles » (A 51/B 75-76). L'apport du divers donné dans les formes *a priori* de la sensibilité aux catégories de l'entendement est essentiel pour la connaissance. En effet, l'analyse de Kant dans la première *Critique* met en évidence que l'espace, le temps et les catégories sont les seules formes *a priori* pures de

¹¹³ Wenn aber gleich alle unsere Erkenntniß **mit** der Erfahrung anhebt, so entspringt sie darum doch nicht eben alle **aus** der Erfahrung. (Ak. III, 27).

la connaissance et elles sont les conditions transcendantales de tous types de connaissances, qu'elles soient *a priori* ou empiriques. Ainsi, la distinction entre les formes *a priori* de la sensibilité et celle de l'entendement pose un problème pour l'idéalisme kantien. Ces formes *a priori* doivent être conciliables tout en restant indépendantes et pures. Autrement dit, les catégories, engendrées par la synthèse pure de l'entendement, aussi pures soient-elles, doivent s'attacher à quelque chose du divers de la sensibilité pour accomplir leur rôle de signifier l'expérience. Il en va de même pour la possibilité de la connaissance et aussi pour le système de l'idéalisme critique.

Dans la première *Critique*, une partie importante de la solution à ce problème se trouve dans le chapitre sur le Schématisme transcendantal des concepts purs de l'entendement. En analysant l'activité du Schématisme transcendantal de l'entendement, Kant montre comment les formes pures *a priori* de l'entendement, les catégories, acquièrent un *sens*. Il n'est pas anodin que le Schématisme transcendantal des concepts purs de l'entendement se trouve être le premier chapitre de la doctrine transcendantale de la faculté de juger (ou analytique des principes) [*Der Transscendentalen Doctrin der Urtheilskraft (oder Analytik der Grundsätze)*] (A 173/B 176). Le Schématisme transcendantal explique comment les jugements de connaissances sont possibles, alors même que les formes *a priori* de la connaissance qui en sont les conditions de possibilité sont indépendantes. Il ne fait donc aucun doute que le chapitre sur le Schématisme transcendantal se trouve au cœur du projet de la première *Critique*. Il est la clé à la solution de la possibilité des jugements synthétiques *a priori*.

Kant montre que les catégories pures schématisées génèrent des concepts-schémas qui adhèrent à la fois aux formes de l'intuition, c'est-à-dire à l'espace et au temps, et aux

formes de l'entendement, c'est-à-dire aux catégories pures. Le schème est un intermédiaire (moyen terme) entre les catégories et le divers phénoménal donné par les formes de l'intuition pure. La doctrine du Schématisme transcendantal joue un rôle essentiel pour l'unité du système. Elle est la condition de l'inscription des concepts de l'entendement dans l'intuition pure *a priori*. En plus de servir de courroie de transmission entre les catégories et le divers de l'intuition, les schémas transcendantsaux des catégories se trouveront à être les véritables notions conceptuelles de l'entendement qui constituent le divers phénoménal en expérience mathématique et scientifique. Les concepts-schémas sont des outils conceptuels sensibles qui servent la faculté intellectuelle dans sa compréhension du divers phénoménal. Ils lui donnent une *intention schématique* (A 146/B 185). Le schéma lie le divers de la sensibilité pure à l'entendement, car ils permettent de *subsumer* le divers sous le concept. Ainsi, dans le chapitre du Schématisme transcendantal, Kant commence par une remarque sur l'acte de subsumer des objets sous des concepts :

Dans toutes les subsomptions d'un objet sous un concept, la représentation du premier doit être *homogène* à la seconde [...]

Toutes subsomptions d'objets sous un concept demandent donc qu'il existe un élément commun (moyen terme) entre la représentation de l'objet et la représentation du concept. Le concept doit contenir ce qui est représenté dans l'objet sous lui [...] (A 137/B 176).

Le moyen terme est le schéma, il est homogène aux concepts et à l'objet pensé sous le concept. Autrement dit, le concept et l'objet sont **homogènes** dans la mesure où la représentation du premier concorde avec la représentation du second. Ainsi, en intériorisant les rapports entre l'objet et les facultés de connaissance, le concept et l'objet doivent partager un élément d'homogénéité. Après avoir souligné qu'il doit exister un moyen terme entre la représentation de l'objet et le concept de celui-ci, Kant enchaîne en discutant du jugement empirique.

Ainsi, le concept empirique d'une *assiette* a-t-il une dimension d'homogénéité avec le concept géométrique pur d'un cercle, en tant que la forme ronde qui est pensée dans le premier se peut s'intuitionner dans la seconde représentation. (A 137/B 176)

Le cercle géométrique peut être subsumé sous le concept empirique d'assiette et sous le concept géométrique de cercle, car la forme ronde pensée dans le cercle se laisse représenter dans l'assiette. Il existe une dimension d'homogénéité entre le concept empirique d'assiette et le concept empirique de cercle géométrique. L'affirmation que telle assiette est ronde repose sur l'homogénéité entre le concept empirique de l'assiette et le concept empirique de rondeur.

Dans toutes les autres sciences où les concepts par l'intermédiaire desquels l'objet est pensé dans sa généralité ne sont pas à ce point différents et hétérogènes par rapport à ceux qui représentent l'objet *in concreto*, tel qu'il est donné, il n'est pas nécessaire de fournir une explication particulière concernant l'application des premiers à cet objet. (A 138/B 177)

Le concept et l'intuition partagent une propriété d'homogénéité. Le cas des objets empiriques est assez simple. Quand je place cinq points l'un derrière l'autre : , c'est là une image du nombre cinq. Le nombre cinq et l'image (les cinq points) partagent une dimension d'homogénéité. L'objet – un ensemble réel contenant cinq éléments – est représenté *in concreto* dans l'image (.....) (A 140/B 180). La représentation de l'un est subsumée sous l'autre. Il est possible d'en donner une image concrète et empirique.

Cependant, dans le cas des connaissances apodictiques, en l'occurrence des jugements synthétiques *a priori*, les formes *a priori* de la faculté intellectuelle et les formes *a priori* de la faculté sensible doivent rester absolument pures. Par conséquent, les éléments transcendants de la connaissance sont *hétérogènes*. Ainsi, contrairement aux jugements synthétiques *a posteriori*, les jugements synthétiques *a priori* représentent un cas d'exception de l'activité de l'entendement. Car, les catégories pures ne peuvent pas avoir

leur origine dans le divers phénoménal et les formes pures de l'intuition appartiennent à la faculté sensitive. La théorie transcendantale de la connaissance se trouve donc devant un cas pathologique. De fait, comme le note Kant :

[...] comment, dans ces conditions, la *subsumption* des intuitions sous les concepts, par conséquent *l'application* de la catégorie à des phénomènes, est-elle possible, attendu qu'en tout cas personne ne dira que cette catégorie, par exemple la causalité, peut être aussi intuitionnée par les sens, et qu'elle est contenue dans le phénomène? (A 137/B 176-177).

Comparé à un concept empirique, par exemple le concept de rondeur ou l'image particulière d'un nombre (trois barres pour le nombre trois), un concept pur en général ne peut pas reposer sur une image sensible.

En fait, nos concepts sensibles purs ne reposent pas sur des images, des objets, mais sur des schèmes. Pour le concept d'un triangle en général, nulle image [empirique] ne serait adéquate.¹¹⁴ (A 140-141/B 180)

Nos purs concepts *sensoriels* [*unsern reinen sinnlichen Begriffen*] sont basés sur des schèmes. Leur modèle n'est pas tiré de l'expérience sensible, mais de la schématisation des concepts purs de l'entendement. Le concept de triangle en général est un concept sensoriel pur que nulle image dessinée ne pourrait adéquatement représenter. De la même manière, le nombre ne peut être représenté par une image particulière. Par exemple, dit Kant, «... représenter le chiffre mille dans une image serait difficile à embrasser du regard et à comparer avec le concept de mille » (A 140/B 179). Dans un jugement *a priori*, Kant affirme que « ... le schème doit être distingué de l'image » (A 140/B 179). Alors, comment représenter les concepts sensibles dans l'intuition si nulle *image* ne pouvait les représenter? Le schème est une méthode de représentation.

[...] quand je me borne à penser à un nombre en général [...] cette pensée est davantage la représentation d'une méthode pour représenter, conformément à

¹¹⁴ [In der That liegen unsern reinen sinnlichen Begriffen nicht Bilder der Gegenstände, sondern Schemate zum Grunde]

un certain concept, une multiplicité dans une image que cette image même. [...] c'est alors cette représentation d'une méthode générale de l'imagination pour procurer à un concept son image que j'appelle le schème correspondant à ce concept. (A 140/B 179-180)

L'élément intermédiaire et homogène entre l'entendement et l'intuition est le temps. Le schème transcendantal est une fonction du temps. Par l'entremise d'une détermination *temporelle*, les catégories pures deviennent significatives.¹¹⁵ Ainsi, ce qui est homogène avec la faculté intellectuelle et avec divers donné dans l'intuition pure est la forme du sens interne. Comme l'indique Kant :

Le concept de l'entendement contient l'unité synthétique pure du divers en général. Le temps, comme condition formelle du divers du sens interne, donc de la liaison de toutes les représentations contient un divers *a priori* dans l'intuition pure. Or une détermination transcendantale du temps est homogène à la catégorie (qui en constitue l'unité), en ce qu'elle est universelle et repose sur une règle *a priori*. Mais elle est d'un autre côté, homogène au phénomène, en ceci que le temps se trouve contenu dans toute représentation empirique du divers. Par conséquent, une application de la catégorie à des phénomènes sera possible par l'intermédiaire de la détermination transcendantale du temps qui comme schème des concepts de l'entendement médiatise la subsumption des phénomènes sous la catégorie. (A 138-139/B 177-178)

Le temps joue le rôle de médiateur entre les catégories pures et le donné phénoménal. Ce qui nous fait dire que les catégories deviennent, par l'activité du schématisme, des déterminations temporelles. Les catégories acquièrent une signification dans l'intuition pure, car elles sont temporalisées. Inversement, ce n'est qu'en tant que détermination temporelle que les catégories peuvent signifier. Le schème transcendantal est donc une méthode générale pour représenter le concept dans l'intuition pure du sens interne et les schémas sont des règles temporelles. C'est en tant que détermination du divers donné dans

¹¹⁵ Notre interprétation suit en cela celle que Martin Heidegger a présentée dans *Kant et le problème de la métaphysique*. Nous référons à la traduction française du texte *Kant Und Das Problem der Metaphysik* (1929). Les références au texte d'Heidegger suivent le texte français *Kant et le problème de la métaphysique*, Gallimard, 1953.

le sens interne que les concepts purs de l'entendement sont amenés à s'adjoindre au divers donné dans le sens interne. L'activité schématique détermine le divers donné dans le sens interne et elle inscrit les concepts purs de l'entendement dans le temps. Tous les objets des sens en général sont présentés dans le temps. La construction de la grandeur générale présente aux sens, plus précisément la vue, une figure sensible pure (un concept sensoriel) temporelle. En d'autres termes, la figure temporelle est construite sur des relations de successions ordonnées. De fait, Kant dit que «...le nombre est une représentation qui embrasse l'addition successive de l'unité à l'unité (homogène) » (A 142/B 182). Ainsi, le schématisme est un processus de détermination temporelle qui a cours dans la forme du sens interne et qui permettra l'inscription du *quanta* dans la structure *a priori* du temps.

Autrement dit, l'acte de schématisation posé par l'entendement n'exige pas que soit posé au préalable un corrélat dans l'expérience.

L'*image* est un produit du pouvoir empirique de l'imagination productive, alors que le *schème* des concepts sensibles (comme figures dans l'espace) est un produit et pour ainsi dire un monogramme de l'imagination pure *a priori* à l'aide duquel et d'après lequel seulement les images deviennent possibles, mais de telle manière que celles-ci doivent toujours être attachées au concept uniquement par l'intermédiaire du schème vers lequel elles font signe, et cela sans être entièrement congruentes avec celui-ci (A 141-142/B 181).

La schématisation du concept de quantité de l'entendement vient déterminer la sensibilité en ce qu'elle lui attache des concepts purs, le nombre. Cette activité de l'entendement se révèle centrale dans la possibilité de traduire les concepts de l'entendement pur dans un langage mathématique. Donc, contrairement aux conclusions de Shabel et Friedman, la schématisation des concepts purs de l'entendement nous laisse affirmer qu'il est possible de construire une mathématique pure sans supposer des processus qui requièrent l'expérimentation des relations spatiales et physiques. Ce qui nous laisse entrevoir la

possibilité de la construction d'une mathématique symbolique indépendante des constructions géométriques et ostensives. À partir de notre analyse du Schématisme transcendantal de l'entendement, nous pouvons admettre que les sciences mathématiques pures, et en particulier la Phronomie, sont ultimement fondées sur des processus sensoriels purs, c'est-à-dire sur des concepts-schémas de l'entendement.

Section 2 : L'imagination transcendantale

Afin de vraiment comprendre comment l'acte de schématisation inscrit les concepts purs dans l'intuition sensible, il est nécessaire de nous référer à l'Imagination transcendantale. Nous avons affirmé plus haut que dans le système de l'idéalisme critique les connaissances synthétiques *a priori* sont issues d'une activité synthétique pure de l'entendement. Dans les premières pages de l'Analytique transcendantale, Kant dit que « la synthèse générale est [...] le simple effet de l'imagination, c'est-à-dire une fonction aveugle, mais indispensable à l'âme, sans laquelle nous n'aurions jamais aucune connaissance, mais dont nous ne sommes que très rarement conscients » (A 78/B 103). En d'autres termes, la synthèse générale, c'est-à-dire la synthèse pure de l'entendement, est associée à une fonction indispensable dont nous n'avons pas toujours conscience : l'Imagination transcendantale.

Il en résulte donc clairement que le schématisme de l'entendement, par l'intermédiaire de la synthèse transcendantale de l'imagination, ne vise rien d'autre qu'à l'unité de tout le divers de l'intuition dans l'intuition interne. (A 145/B 185).

Kant associe l'activité de schématiser à l'imagination transcendantale. En fait, l'homogénéité des concepts purs de l'entendement se trouve synthétisée dans l'activité synthétique de l'imagination transcendantale. Elle inscrit ou *figure* le concept pur de l'entendement dans le sens interne.

Dans la Dédution transcendantale de la deuxième édition de la *Critique*, Kant montre que l'imagination transcendantale est une synthèse *figurée*, une synthèse *speciosa*. C'est l'imagination transcendantale avec la synthèse *speciosa* qui a le rôle de *traduire* les concepts purs dans la sensibilité. Rappelons que la Dédution transcendantale devait assurer aux concepts purs une signification possible. Dans le contexte de son argument, Kant devait expliquer comment les concepts purs se limitent à la sensibilité. Il a identifié la synthèse figurée, soit celle effectuée par l'activité de l'imagination productrice comme celle effectuant la synthèse nécessaire qui limite les concepts à la sensibilité. L'imagination productrice est donc une faculté subordonnée à l'entendement pur qui néanmoins l'orientera sur l'expérience sensible.¹¹⁶ L'imagination engage l'entendement sur la sensibilité.¹¹⁷ Ainsi, la même synthèse qui est en jeu dans la Dédution B va engendrer dans le schématisme de l'entendement, les schémas des concepts purs de l'entendement. La même faculté qui joue un rôle fondamental dans le Schématisme des concepts purs de l'entendement était en jeu dans la Dédution B.¹¹⁸

[...] nous avons vu qu'en outre la seule façon dont des objets nous sont donnés est la modification de notre sensibilité ; et enfin que des concepts purs *a priori*, outre la fonction qui est celle de l'entendement dans la catégorie, doivent contenir encore *a priori* des conditions formelles de la sensibilité (notamment du sens interne) qui renferment la condition générale sous laquelle seulement la catégorie peut être appliquée à quelque objet. (A 139/B 178)

Dans la déduction B, Kant affirme que l'entendement entretient des relations nécessaires à la sensibilité, c'est-à-dire qu'il est nécessairement lié aux objets de sens avec la synthèse

¹¹⁶ Ce que Longuenesse nommera l'affection de l'entendement sur le sensible. Voir aussi, *Das Problem der Affektion* (Herring, H. 1953).

¹¹⁷ Pour une étude approfondie de la synthèse *speciosa* chez Kant, voir Longuenesse B. (1991).

¹¹⁸ Nous ne rentrons pas dans le débat qui existe entre la Dédution A et la Dédution B. Nous ne voulons que préciser que la synthèse à laquelle Kant fait appel dans le chapitre du Schématisme transcendantal des concepts de l'entendement était déjà en jeu dans la Dédution B et que dans cette dernière section, le temps advient comme notion qui sous-temps toutes constructions d'objets spatiaux.

transcendantale de l'imagination. Kant fait donc intervenir la fonction de l'imagination productrice dans l'engendrement des schémas. La *synthesis speciosa* est une activité synthétique de l'imagination transcendantale qui ne fournit pas des images. C'est une synthèse qui *figure* les concepts purs dans la sensibilité pure. La synthèse est basée sur la structure du temps, c'est-à-dire sur une succession ordonnée. Tel que nous l'avons indiqué, le temps, comme forme du sens interne, joue un rôle fondamental dans le chapitre sur le Schématisme transcendantal. Il est clair que cette notion était déjà en jeu dans la Dédution B et que c'est sur elle que se fondent les mathématiques pures. La même synthèse qui est en jeu dans le Schématisme est celle par laquelle sont déterminés l'espace et le temps en général. La structure temporelle du Schématisme s'ajoute donc à celle de la Dédution B, mais aussi à celle de l'Esthétique transcendantale.

Rappelons qu'un des résultats de l'Esthétique transcendantale est que le divers dans l'espace et dans le temps est déjà en relation avant toute expérience; dans l'espace, les phénomènes sont simultanés et dans le temps ils sont successifs. Mais, la forme du sens externe présente les représentations extérieures à elles et au sujet connaissant. Dans le cas de la possible application des catégories pures de l'entendement à l'expérience sensible, l'espace n'est d'aucune aide, il n'est pas la forme du sens interne. L'espace ne peut pas expliquer comment les concepts qui sont totalement purs et inhérents à la subjectivité peuvent s'adjoindre à un divers spatio-temporel. Pour Kant, c'est le temps qui traverse les catégories de l'entendement pur et qui permet à celles-ci de s'attacher au divers donné dans l'intuition pure du sens interne. Toutefois, le temps de l'Esthétique transcendantale est un temps *métaphysique* qui a une structure avant la conscience (B 68-69)¹¹⁹ alors que le temps

¹¹⁹ Nous expliquerons cet aspect du temps de l'Esthétique transcendantale dans le chapitre 5.

qui s'attache à la faculté de l'imagination transcendante est un temps interne à la subjectivité. C'est le temps de la conscience empirique. Ce n'est qu'à partir de l'activité de schématisation que le divers du sens interne devient une temporalité déterminée. La structure *a priori* du temps de l'Esthétique transcendante est présupposée et elle est déterminée par l'activité schématique. Dans le cas qui nous préoccupe, soit celui de la possible construction symbolique de la quantité pure, elle est déterminée dans la série du temps qui génère le concept-schème, le nombre.

Les schèmes ne sont par conséquent autre chose que des *déterminations a priori du temps* d'après des règles, et ces déterminations portent, en suivant l'ordre des catégories, sur la série du temps, le contenu du temps, l'ordre du temps et enfin l'ensemble du temps relativement à tous les objets possibles. (A 145/B184-185)

Cette manière d'introduire l'activité du schématisme montre que la notion de nombre est une « expression temporelle » pure et sensible de la catégorie de quantité. Ainsi analysé, le nombre est un concept-schéma qui s'appliquera à toute l'expérience sensible sans provenir de l'expérience sensible. « Ce pour quoi le schème n'est proprement que le phénomène ou le concept sensible d'un objet dans son accord avec la catégorie [...] » (A 146/B 186).

Dans les sections qui suivront le Schématisme transcendantal, Kant sera en mesure d'expliquer que le nombre s'applique aux intuitions pures. Dans la conscience empirique, le temps déterminé est discontinu, les représentations arrivent de manière successive, l'une après l'autre. Les phénomènes ne peuvent être appréhendés (intégrés) autrement qu'à travers la synthèse du divers par lesquelles sont produites les représentations d'un espace et d'un temps déterminés, c'est-à-dire à travers la composition de l'homogène et la conscience de l'unité synthétique de ce divers (de cette diversité homogène). Nous sommes maintenant en mesure de comprendre la conception du nombre « comme schème de la

grandeur (*quantitatis*), c'est-à-dire comme représentation de l'addition successive de l'unité à l'unité (homogène) » (A 142/B 182). Le concept de nombre est un concept-schéma qui détermine le divers homogène en représentant la pluralité d'unité dans une totalité. Ainsi, le nombre est « l'unité de la synthèse du divers compris dans une intuition homogène en général » (A 143/B 182). Kant ajoute que dans l'addition successive de l'unité à l'unité, « je produis le temps lui-même » (A 143/B182).

Dans la première *Critique*, le nombre n'est pas un concept tiré de l'expérience, mais un sous-produit des activités synthétiques de l'entendement dans leur forme pure. En ce sens, le nombre ou le concept d'une grandeur en général, est un concept pur et *a priori*, comme les catégories. Mais contrairement à ces dernières, en tant que concept-schéma, il *dit* quelque chose de la sensibilité. Le nombre est un « outil épistémologique sensible ». Il s'applique donc à l'expérience, et ce de manière *a priori*. Toutefois, dans ce cas, l'activité synthétique de l'entendement produit des figures dans le temps, et non, des figures étendues dans l'espace, comme dans le cas du schème du triangle.

Selon nous, en liant la catégorie de la quantité à la forme pure *a priori* de la sensibilité, le temps, Kant fait d'une pierre deux coups. D'abord, il ne tire pas le nombre de la sensibilité empirique, mais le soustrait de ces considérations empiriques. Ensuite, le nombre, comme concept pur sensible de la quantité, explique comment et pourquoi il s'applique au divers présenté dans l'intuition. Le nombre en général s'applique à toutes les grandeurs.

Avant de poursuivre notre travail, nous voulons mettre au clair deux éléments de l'interprétation de la *Critique de la raison pure*. Premièrement, dans la Déduction B, selon nous, Kant suppose que le temps est la notion fondamentale du projet critique et qu'elle est

implicite pour toutes constructions des concepts. Toutefois, dans le remaniement de son argument de la *Déduction transcendantale*, Kant ajoute une note au paragraphe 24 de la Déduction B.

Ce qui intervient en premier pour produire même le concept de succession, c'est le mouvement, considéré comme acte du sujet (non comme détermination d'un objet), par conséquent la synthèse du divers dans l'espace, si nous faisons abstraction de celui-ci et faisons porter notre attention uniquement sur l'acte par lequel nous déterminons le *sens interne* quant à sa forme. L'entendement ne trouve donc pas dans ce dernier comme si elle était déjà là, une telle liaison du divers, mais il l'a *produit* en l'*affectant*. (B 155)

Cette citation laisse penser que le mouvement et les relations physiques ont lieu avant toute représentation possible du temps. Au contraire, selon nous, cette note dans le paragraphe 24 montre que le « flux » temporel intervient avant toute représentation spatiale du temps. Comme le dit Kant dans l'*Esthétique transcendantale* (B68), le temps avant la conscience contient des relations. De plus, on ne peut interpréter ce passage sans avoir en tête que le mouvement dans la Phoronomie des *Premiers principes métaphysiques* est relatif et non absolu. Comme nous le verrons, Kant assume la relativité galiléenne et il propose une conception relativiste du mouvement et de l'espace. Nous aurons l'occasion d'y revenir dans les chapitres 4 et 5.

Section 3 : La réfutation de l'idéalisme

Il est possible de construire une interprétation du schématisme qui implique que le nombre est ultimement fondé par la Phoronomie des *Premiers principes métaphysiques*. Cette interprétation s'appuie, entre autres, sur l'argument développé par Kant dans la *Réfutation de l'idéalisme*. (Elle implique aussi que le temps de l'*Esthétique transcendantale* n'est que dogmatiquement supposé).

Dans la deuxième édition de la *Critique*, Kant ajoute une section aux postulats de la pensée empirique qu'il dénomme la *Réfutation de l'idéalisme* (B 274- B 279). Dans cette section, Kant a présenté un argument qui laisse penser que l'espace a priorité sur le temps. Nous prenons le temps de discuter de cette partie de la *Critique* ici, car elle semble, sur le plan interprétatif, remettre en cause notre affirmation que le Schématisme de l'entendement pur et le rôle qu'il accorde au temps nous laissent dire que le temps a préséance sur l'espace. Donc, avant de poursuivre avec notre présentation, nous devons d'abord nous débarrasser de l'interprétation défendue depuis quelques années sur l'interprétation de la *Réfutation de l'idéalisme*, car elle a un impact sur l'interprétation du schématisme de l'entendement pur.

Afin de se défaire de l'accusation que son projet épistémologique était vulnérable aux mêmes problématiques que l'idéalisme matérialiste de Berkeley et de Descartes, et qu'il menait donc à remettre en question l'existence du monde extérieur, car le réel n'était qu'un fantasme dans la philosophie transcendantale, Kant développa un argument qui montre que *la conscience de soi déterminée empiriquement prouve l'existence des objets hors de moi*.

L'accusation que son projet épistémologique mène à la remise en question du monde extérieur est grave. Car, comme nous l'avons indiqué dans le dernier chapitre, le scandale qui accable la philosophie, selon Kant, est justement son incapacité à affirmer l'existence du monde. Se faire reprocher que son épistémologie est incapable d'affirmer l'existence du monde est une accusation humiliante s'il s'avérait qu'elle est fondée.

Dans sa démonstration, Kant fait jouer l'accusation de l'idéalisme matérialiste contre elle-même. Il dira que la « détermination du temps suppose quelque chose de *permanent* dans la perception » (B 275). Or, « la conscience dans le temps est nécessairement liée à la conscience de la possibilité de la détermination de temps : donc, elle est aussi liée

nécessairement à l'existence des choses hors de moi, comme condition de détermination de temps ; ce qui revient à dire que la conscience de ma propre existence est en même temps une conscience immédiate de l'existence d'autres choses hors de moi » (B 276).

En s'appuyant sur ces affirmations de Kant, les commentateurs ont construit une interprétation qui met de l'avant les relations externes. Comme le dira Vuillemin (1955), Kant accorde un privilège au *quantum* géométrique sur la quantité arithmétique et cette thèse est liée à la thèse proprement philosophique de la réfutation de l'idéalisme.¹²⁰

Dans son étude sur les rapports entre les sciences et la philosophie kantienne, Vuillemin affirme que la géométrie est la discipline mathématique qui se rapporte le plus immédiatement à la réalité et par conséquent, les autres disciplines mathématiques comme l'arithmétique et l'algèbre doivent s'y rapporter. En ce sens, dans les cadres de l'épistémologie critique kantienne, l'arithmétique et l'algèbre auraient un caractère plus intellectuel qui demande à ce qu'elles se rapportent en dernière instance à la géométrie qui est plus sensible et plus près de l'expérience empirique.

L'arithmétique et l'algèbre sont des instruments sans doute nécessaires à la physique, mais seulement dans la mesure où elles permettent des opérations de détour qui doivent toujours en fin de compte rejoindre la représentation géométrique. Celle-ci, au sens où l'entend Kant, est toute proche de la réalité physique, dont elle fournit une traduction immédiate.¹²¹

Vuillemin défend sa thèse en se référant au texte de la première *Critique* dans les Axiomes de l'intuition où Kant dit que les intuitions externes sont des grandeurs extensives. C'est dire, selon Vuillemin, que les relations valables pour l'espace géométrique le demeurent

¹²⁰ VUILLEMIN, J. (1955). *Physique et métaphysique kantienne*, Paris : Presses universitaires de France, 360 p.

¹²¹ Cf. Vuillemin, 1955, p.37

pour l'espace physique. Aussi les axiomes ne concernent que les grandeurs (*quanta*) ou l'espace, non la grandeur (*quantitas*) ou le temps (Vuillemin, 1955).

La géométrie est donc la mathématique la plus fondamentale. Subséquemment, les concepts mathématiques plus abstraits, comme le concept de linéarité, doivent se rapporter à la géométrie, ce qui met en parenthèse la valeur intellectuelle ou formelle de tels concepts.

La relation fondamentale de la linéarité : $f(ax, ay) = af(x, y)$, fournit à l'analyse l'une de ses principales méthodes pour déterminer la nature des fonctions inconnues qui obéissent à cette relation. Toute fonction qui répond en effet à cette propriété d'additivité est linéaire, et le développement de l'algèbre a précisément mis en valeur cette relation dont le caractère « intellectuel » ne pouvait qu'être négligé dans une interprétation fondant la connaissance mathématique sur l'intuition sensible.¹²²

Il n'est pas possible au sein des cadres de l'épistémologie critique d'écrire la géométrie sous forme arithmétique, c'est-à-dire dans une *algèbre*. Selon nous, la thèse de Vuillemin exemplifie la thèse acceptée aujourd'hui et comme nous l'avons souligné elle a des conséquences fondamentales sur l'interprétation des rapports entre la philosophie critique de Kant et les sciences de son époque. Elle met le projet épistémologique kantien en dehors des futurs développements des mathématiques formelles et symboliques. Malheureusement elle est devenue un fait acquis et il deviendra coutume de dire que les éléments de l'épistémologie critique sont rédhibitoires à la possibilité de construire une écriture formelle des concepts – comme une idéographie. L'épistémologie critique se trouve mise hors-jeu dans la longue tradition qui va de Leibniz à Frege. Mais en plus, n'étant pas capable de rendre compte de l'algèbre sans la ramener à la géométrie, la philosophie des mathématiques de Kant serait incapable de rendre compte du développement des mathématiques de son époque. La philosophie des mathématiques ne serait pas adéquate

¹²² Cf. Vuillemin, 1955, p.49

pour l'époque. Dans les chapitres 1 et 2, nous avons montré pourquoi cette interprétation est problématique. De plus, la thèse de Vuillemin s'appuie sur une interprétation du chapitre sur le schématisme des concepts purs de l'entendement que nous avons déjà critiquée. De fait, il met cette section directement en relation avec la section sur la *Réfutation de l'idéalisme* dans la première *Critique*.

Vuillemin dit :

Le privilège que Kant accorde au *quantum* géométrique sur la quantité arithmétique est donc lié à la thèse proprement philosophique de la réfutation de l'idéalisme.¹²³

Par conséquent,

L'activité pure du schématisme repose, en fin de compte, sur la capacité à être affecté par un mouvement. C'est cette donnée primitive du choc — dont la pensée ne retiendra d'ailleurs que ce qui est juste nécessaire pour élaborer la possibilité de l'expérience — qui sert de point de départ à toute réflexion transcendantale [...].¹²⁴

En s'appuyant sur la réfutation de l'idéalisme, le schématisme des concepts purs de l'entendement est donc interprété en supposant que ce sont des relations spatio-temporelles qui mettent la pensée en mouvement. Le concept de nombre tel que présenté par Kant dans le Schématisme doit être interprété dans les cadres d'une philosophie transcendantale qui s'appuie sur des éléments empiriques. Nous ne discuterons pas explicitement de quelle géométrie nous voulons seulement mettre en évidence que même le concept de nombre devra se ramener à une conception géométrique en oblitérant son caractère et temporel.

En tant que mathématique de la grandeur en général, l'algèbre est reliée à une théorie du temps dans le schématisme transcendantal. L'algèbre n'est donc pas uniquement une discipline mathématique parmi d'autres que l'idéalisme critique doit fonder, mais une

¹²³ Cf. Vuillemin, 1955, p.45

¹²⁴ Cf. Vuillemin, 1955, p.27

mathématique qui permet l'écriture symbolique des autres disciplines, comme la géométrie et l'arithmétique. Par l'algèbre, la géométrie devient arithmétique. C'est en ce sens que la science de la grandeur en général, l'algèbre, fonde les sciences de la quantité.

Par l'activité schématique, il sera enfin possible de subsumer les intuitions sous les concepts et de générer les principes synthétiques *a priori* aux fondements de l'expérience. Pourtant Kant semble, dans le cas des mathématiques, mettre l'accent sur l'espace. Il dit :

Le schème du triangle ne peut jamais exister qu'en pensée, et signifie une règle de la synthèse de l'imagination par rapport à des figures pures dans l'espace.
(A 141/B 180)

Ce qui laisse penser que les concepts mathématiques doivent toujours être construits dans l'espace et, par conséquent, ils doivent être géométrisés – c'est-à-dire qu'ils doivent recevoir une représentation concrète dans l'espace. Ainsi, tous les concepts mathématiques sont construits ou représentés dans l'espace. Mais le texte du schématisme dit bien que les schèmes ne peuvent être *seulement* des images spatiales. Rappelons qu'il dit que

L'image pure qui présente toutes les grandeurs (*quantorum*) au sens externe est l'espace, tandis que celle de tous les objets des sens en général est le temps. (A 142/B 182)

Cette affirmation de Kant doit être analysée dans toute sa portée. Comme l'a fait remarquer Heidegger, le temps est ici présenté comme une notion plus générale que celle de l'espace. C'est l'image de *tous* les objets des sens en général. Le temps prend ici préséance sur l'espace. Comme le souligne Winterbourne (1982), les schèmes ne sont pas en soi des images spatiales, mais des déterminations *a priori* du temps qui rendent les images possibles. Nous pouvons donc penser que le temps a un privilège sur l'espace. Il est plus fondamental et il se trouve être la science de la quantité pure générale. De cette connexion

au temps, la quantité pure est la condition de possibilité de l'arithmétique et de la géométrie.

Nous avons ici le lien avec la notion d'algèbre comme construction symbolique.

Elle se choisit alors une manière d'indiquer toutes les constructions de grandeurs en général (nombres), comme celles de l'addition, de la soustraction, etc., de l'extraction de racines ; et après avoir aussi indiqué le concept général des grandeurs d'après les divers rapports qu'entretiennent ces grandeurs, elle présente dans l'intuition, selon certaines règles générales, toute opération produisant ou modifiant la quantité. (A 717/B 746)

Le symbole de toutes les grandeurs en général est temporel. Avec le schématisme, Kant établit un rapport entre l'algèbre et le caractère temporel des constructions symboliques. Mais encore, la connexion du temps et de la quantité pure est aussi la condition de la théorie du mouvement pur. Autrement dit, la quantification des grandeurs spatio-temporelles, comme le mouvement est fondée d'abord par la quantification de la grandeur en général.

Dans le développement de la preuve mathématique, le mathématicien met devant lui les démarches de son raisonnement. Il inscrit, pour ainsi dire, dans le temps la possibilité de sa solution. Notons ici que cette manière de concevoir la démarche mathématique se rapproche de celle des cartésiens et surtout celle de Leibniz. Rappelons que Leibniz avait le projet de construire une langue universelle où penser signifiera la même chose que calculer. En ce sens, tous les prédicats de la chose calculée ou pensée deviendraient visibles et il serait possible de *contempler* chaque étape de la démarche. Évidemment, Dieu n'a pas besoin de langage et pour ainsi dire d'algèbre, car il contemple d'un coup tous les prédicats de la chose. Mais comme instrument de la transformation de la succession de nos pensées, l'algèbre nous laisse *voir* la progression de notre pensée en l'écrivant sous forme symbolique dans le temps. Le Schématisme, comme le dira Longuenesse, est un effet de l'entendement sur la sensibilité. Dans le cas de la grandeur en général, ce sont des figures dans le temps et non dans l'espace.

Le concept d'une grandeur en général, la quantité pure, est un concept pur et *a priori* qui s'arrime à la forme du sens interne, donc au divers de l'intuition. Le concept de nombre est un concept-schéma qui détermine ou qui marque le divers de l'intuition en représentant la pluralité d'unités homogènes dans une totalité. Ainsi, le chiffre est le signe de « l'unité de la synthèse du divers compris dans une intuition homogène en général » (A 143/B 182). Le nombre est un artifice intellectuel qui sert à interpréter le monde en le mesurant selon une échelle, comme les Axiomes de l'intuition et les Anticipations de la perception le laisseront dire. Comme nous l'avons indiqué dans l'introduction de ce travail, aux quatre principes du système des principes de l'entendement de l'Analytique transcendantale dans la première *Critique* correspondent les quatre chapitres et principes des *Premiers principes*. La relation entre chaque catégorie et principe de l'entendement pur implique un schème, c'est-à-dire qu'il correspond à chaque principe des *Premiers principes* un schème.

Ainsi, à la Phoronomie correspond la catégorie de la quantité et le principe des Axiomes de l'intuition, et comme nous allons le voir dans la présentation du chapitre sur le Schématisme transcendantal, à la Phoronomie correspond le schème de nombre. En insistant sur cet élément, nous serons en mesure de nous distancer de la thèse acceptée qui implique qu'il existe au fondement des constructions mathématiques et géométriques des processus mécaniques. Par conséquent, la géométrie et de surcroît la Phoronomie seraient empiriques. Nous nous distançons aussi des thèses qui préconisent le privilège de la géométrie sur l'algèbre et qui ramènent l'algèbre aux considérations géométriques. Comme si toutes les fois que le mathématicien utilisait une équation algébrique, il devrait se rabattre sur une figure géométrique.

Conclusion

On peut d'ores et déjà anticiper que les équations algébriques qui généralisent le concept de nombre *inscrivent* le concept de la quantité en général dans le temps. En ce sens, l'algèbre est une méta-mathématique « pure » qui a un lien direct avec le *quantum* temporel. Comme la géométrie, l'algèbre est une discipline de la science des grandeurs qui s'applique au monde phénoménal. Les équations, comme les propositions géométriques, sont synthétiques *a priori* et commandent quelque chose de la sensibilité. Comme nous l'avons souligné dans le premier chapitre, cela signifie dans l'épistémologie critique que les propositions algébriques et géométriques sont fondées dans l'intuition pure.

Autrement dit, le concept de quantité se laisse représenter sous forme visible dans une figure, un signe ou un symbole par un acte synthétique de l'entendement qui l'inscrit dans l'espace et dans le temps. En ce sens, l'algèbre n'est pas une mathématique « pure » qui n'aurait aucun lien direct avec le *quantum* spatio-temporel. Mais en plus, elle ne demande pas que le concept de la quantité pure soit présenté dans une figure géométrique construite. Les équations algébriques forment une écriture mathématique qui présente le concept de la quantité général dans le temps uniquement. Elles sont donc plus abstraites que les constructions géométriques, tout en étant en relation avec la sensibilité pure. Dans les chapitres 4 et 5 nous verrons que cet aspect de la théorie de la quantité pure est avantageux. Loin de restreindre les constructions symboliques aux constructions ostensives et spatiales, il permet à la mathématique pure de s'appliquer dans tous les cadres de références. La représentation temporelle symbolique de la quantité jouera donc un rôle fondamental dans l'élaboration de la théorie quantitative du mouvement pur.

Toutefois, la Phoronomie des *Premiers principes métaphysiques* se trouve, en fait, être quelque peu problématique dans la structure du système critique. En voulant fonder les principes des sciences de la nature, Kant doit montrer que l'étude mathématique du mouvement pur soit établie *a priori*, c'est-à-dire avant l'*expérience* empirique. Alors que l'étude du mouvement d'un corps demande à ce qu'au minimum un élément matériel ait été l'objet d'une *expérience empirique*. L'étude scientifique du mouvement a un pied dans l'expérience empirique et l'autre dans l'*a priori*. Dans la structure du système critique, c'est dire que les possibilités de la quantification du mouvement se trouvent à la fois dans la sensibilité pure et dans l'expérience perceptive. De plus, les conditions de sa mesure se trouvent dans l'entendement pur. La Phoronomie se trouve donc être une des parties du système qui engage, à la fois, le réel et l'idéal, la *matière* et la *forme*. En portant notre regard sur l'étude du mouvement pur tel que l'a défini Kant dans le chapitre sur la Phoronomie, nous serons en mesure de constater la relation qui existe entre les différentes sciences mathématiques.

CHAPITRE 4 – La Phronomie et l’Esthétique transcendantale

Introduction

Dans les *Premiers principes*, Kant veut établir les principes *a priori* des sciences physiques. Il commence avec la science physique la plus pure : la Phronomie. La Phronomie est la science du mouvement considérée avant les forces qui le causent. Elle est la science physique qui précède la dynamique et la mécanique. En ce sens, la Phronomie peut être fondée avant l’expérimentation des forces et la mesure du mouvement, sa vitesse, établie purement *a priori*. Kant la définit comme la théorie du mouvement pur. Cette théorie suppose la quantification *a priori* des grandeurs spatio-temporelles dans une mathématique pure qui n’est pas fondée *a priori* sur des processus mécaniques et spatiaux. Dans les cadres de l’épistémologie critique, c’est dire que la Phronomie suppose peut-être une théorie de la quantité pure générale. La Phronomie aurait donc des principes plus sensibles que ceux de la géométrie et de l’arithmétique, mais moins empiriques que ceux de la dynamique et de la mécanique.

Dans ce chapitre nous présentons la Phronomie et nous discutons de sa relation avec le premier livre de la première *Critique*. Nous nous pencherons sur la relation de la Phronomie et de l’Esthétique transcendantale. Pour ce faire nous allons présenter une analyse critique de l’interprétation que G. Brittan a donné dans *Kant’s Theory of Science*. Brittan est un commentateur qui se distingue de l’interprétation canonique défendue par Friedman. Brittan présente une interprétation de la Phronomie des *Premiers principes métaphysiques* qui souligne son lien avec la conception de l’espace et du temps de l’Esthétique transcendantale. En analysant l’interprétation de Brittan, nous serons en mesure de montrer que le temps de l’Esthétique transcendantale contient une métrique. En

procédant de cette manière, nous allons pouvoir discuter de la question du mouvement et du temps dans le prochain chapitre et mettre en lien la théorie de Kant et celle de Euler.

Section 1 : La Phoronomie

Avec la première partie de la première *Critique*, la Théorie transcendantale des éléments, la philosophie transcendantale accomplit son mandat, soit celui de mettre en lumière les éléments transcendants assurant l'apodicticité de la connaissance *scientifique*.¹²⁵ Dans l'Analytique transcendantale, nous trouvons les catégories pures de l'entendement sous lesquelles tout objet de connaissance est constitué et nous trouvons dans le Schématisme transcendantal, les concepts sensibles purs dérivés de celles-ci. À partir de la théorie kantienne du schématisme des concepts purs, nous avons constaté que les concepts schémas ne sont pas construits uniquement sur des relations spatiales et physiques, mais aussi sur les relations temporelles *a priori*. Nous avons affirmé que le temps a, de fait, préséance sur l'espace et que sa structure est essentielle à la production du concept du nombre.

Dans ce chapitre nous montrons que le temps contient des relations numériques qui sont à la base de la théorie de la quantité pure nécessaire à la théorie du mouvement pur. En ce sens, la théorie quantitative du mouvement pur n'est pas fondée uniquement sur la possibilité de la quantification de l'espace, la géométrie, mais elle repose aussi sur une théorie de la quantité pure qui ne se réduit pas à des relations spatiales et mécaniques.

Rappelons que dans la première *Critique*, le développement de l'Analytique transcendantale aboutit sur l'Analytique des principes, un système de principes *a priori* de

¹²⁵ Nous avons souligné dans le chapitre 1 que le but du projet critique est de redonner une place à la philosophie par rapport à la science. En exposant les éléments transcendants de la science de la nature, le projet critique redonne à la philosophie sa place, dans la mesure où elle devient philosophie transcendantale.

l'entendement pur. Nous avons vu dans le chapitre 3 de notre travail que ce système des principes résulte de la capacité de l'entendement d'appliquer *a priori* les concepts-schémas aux *quanta* de l'espace et du temps. Les formes *a priori* de l'intuition sensible données dans l'Esthétique transcendantale et combinées aux formes pures et *a priori* de l'entendement produisent les principes purs *a priori* de l'entendement. Ces principes sont les conditions de l'expérience au sein de laquelle tout objet de connaissance possible devient un objet de connaissance.

L'Analytique des principes est le résultat positif du développement du projet critique. Cette section nous permet d'affirmer que le projet critique de Kant a pour objectif de révéler les principes purs et *a priori* de la connaissance apodictique. Le projet critique ne se résume pas au seul but de critiquer la raison afin de lui éviter la construction de système dogmatique. Il aboutit sur un système de principes qui sont les véritables principes fondateurs de la connaissance scientifique de la nature et l'entendement se trouve être la source des principes *a priori*. Avec le système des principes de l'entendement pur, Kant montre comment les règles de l'entendement peuvent être appliquées au monde phénoménal.

[...] la philosophie transcendantale a ceci de particulier qu'une règle (ou plutôt la condition générale présidant à des règles), qui est donnée dans le concept pur de l'entendement, *elle peut en même temps indiquer le cas a priori pour lequel la règle doit être appliquée.* (A135/B 174)

À partir de l'Analytique des principes, nous trouvons les conditions de possibilité de la géométrie, de l'arithmétique et des lois des sciences de la nature. C'est l'entendement la source des conditions de possibilité de l'application de la mathématique pure (science de la quantification des grandeurs) à la théorie des corps en mouvement. La recherche

transcendantale met en évidence les conditions intellectuelles de la mathématisation de la nature.

Autrement dit, dans la première *Critique*, la Philosophie transcendantale donne les principes *a priori* de l'entendement pur qui sont les conditions de possibilité de la physique mathématique et avec les *Premiers principes métaphysiques* elle fournit le système des principes *a priori* des sciences de la nature. Le système critique contient donc deux types de principes, ceux de l'entendement pur présenté dans la première *Critique* et ceux de la science de la nature que l'on trouve dans les *Premiers principes métaphysiques*. Les principes de la science de la nature sont plus empiriques que ceux de l'entendement pur, car ils sont tirés à partir de l'expérience. Les principes de la Phoronomie demandent l'expérience du mouvement d'au moins un point matériel, ceux de la Dynamique, l'expérience des forces et ceux de la Mécanique, de l'effet d'une cause. En somme, les sciences de la nature demandent l'introduction de la matière en mouvement. Nous avons donc deux types de principes dans l'idéalisme critique, les principes *a priori* de l'entendement qui sont transcendants et les principes *a priori* de la science de la nature qui sont tirés de l'expérimentation et qui sont purs et sensibles.

Commençons par distinguer les deux types de principes. Pour ce faire, il est utile de se référer au paragraphe 15 des *Prolegomena zu einer jeden künftigen Metaphysik, die als Wissenschaft wird auftreten können*, 1783 (Prolégomènes à toute métaphysique future qui pourra se présenter comme science).¹²⁶ Dans cette section des Prolégomènes, Kant discute clairement de la distinction entre les principes purs de l'entendement pur présenté dans le

¹²⁶ Ak, Vol. 4. Nous suivons la traduction dans les *Œuvres philosophiques*, sous la dir. de Ferdinand Alquié, 3 vol. Paris : Gallimard, «La Pléiade». La pagination est dans le texte directement et elle fait référence à l'édition de l'Académie de Berlin.

système des principes de l'Analytique transcendantale et les Premiers principes métaphysiques. Il montre ce qui distingue ces principes et comment ils se comparent au projet d'une science universelle de la nature.¹²⁷ Les principes purs de la physique doivent aussi se rapporter uniquement aux objets du sens externe. Mais, une vraie science universelle devrait contenir des principes qui se rapportent aussi à l'objet du sens interne. Dans ce dernier cas, c'est la philosophie transcendantale telle qu'exposée dans la première *Critique* qui joue le rôle de « science universelle », car les principes purs de l'entendement devraient s'appliquer autant à la psychologie qu'à la physique. Ainsi, on ne trouve pas dans le système des principes de l'entendement pur des principes de la mathématique (de la psychologie), mais ceux qui les fondent. Ils sont comme des principes de principes.

Ainsi donc ne compterai-je pas parmi mes principes ceux de la mathématique, mais bien ceux sur lesquels se fondent *a priori* leur possibilité et leur validité objective et qui par conséquent sont à considérer comme principes de ces principes et vont des *concepts* à l'intuition, mais non pas de l'intuition à des concepts. (A 160/B 199)

Dans les *Premiers principes métaphysiques*, Kant détermine les premiers principes de la science de la nature dont l'objet premier est le corps en mouvement. Comme nous l'avons

¹²⁷ Voir *Prolégomènes* § 15. « Or nous sommes néanmoins effectivement en possession d'une science pure de la nature qui expose *a priori*, et avec toute la nécessité exigible des propositions apodictiques, des lois auxquelles la nature est soumise. Je n'ai qu'à appeler ici au témoignage de cette propédeutique de la théorie de la nature qui, sous le titre de science universelle de la nature, précède toute physique (fondée sur des principes empiriques). L'on y trouve la mathématique appliquée aux phénomènes, et aussi des principes simplement discursifs (par concept) qui constituent la partie philosophique de la connaissance pure de la nature. Cependant, il y a beaucoup de choses en elle qui ne sont pas tout à fait pures et indépendantes des sources expérimentales : ainsi le concept de *mouvement*, d'*impénétrabilité* (sur quoi repose le concept empirique la matière), d'*inertie*, etc., qui empêchent de la nommer une science de la nature tout à fait pure ; de plus, elle ne se rapporte qu'aux objets du sens externe et ne fournit donc point l'exemple d'une science universelle de la nature dans son acception stricte, car celle-ci devrait ramener à des lois universelles la nature en général, qu'elle concerne l'objet du sens externe ou celui du sens interne (l'objet de la physique comme celui de la psychologie). Mais, parmi les principes de cette physique universelle, il s'en trouve quelques-uns qui ont effectivement l'universalité que nous réclamons, comme la proposition : que *la substance est permanente* et invariable, que *tout ce qui arrive* est toujours prédéterminé par *une cause* selon des lois constantes, etc. Ce sont là effectivement des lois universelles de la nature qui sont pleinement valables *a priori* ». (IV, 295)

indiqué dans notre introduction, les *Premiers principes* sont divisés en quatre chapitres, et sur le plan de l'architectonique, ils sont associés aux quatre principes du système des principes de l'entendement pur. Les Axiomes de l'intuition correspondent au chapitre sur la Phoronomie, les Anticipations de la perception correspondent au chapitre sur la Dynamique, les Analogies de l'expérience correspondent au chapitre sur la mécanique et finalement les Postulats empiriques de la pensée correspondent au chapitre sur la Phénoménologie. Cette architecture laisse dire que les *Premiers principes* suivent naturellement l'ordre de présentation de l'Analytique des principes. Dans la littérature seconde, c'est de cette manière que les *Premiers principes* sont introduits par rapport au projet de la première *Critique*. Par exemple, comme le remarque Christian Leduc dans *La métaphysique de la nature à l'Académie de Berlin*,

Dans les *Metaphysische Anfangsgründe der Naturwissenschaft*, Kant défend une conception de la métaphysique de la nature qui s'ajuste, comme il est bien connu, au cadre d'une philosophie transcendantale. La science de la nature doit comporter une partie pure, dont les principes sont *a priori* et nécessaires, et mènent à une certitude apodictique, laquelle servira de fondement aux principes physiques ou psychologiques qui, eux, sont d'origine empirique.¹²⁸

Le système critique contient de fait deux types de principes, les principes purs et les principes qui ont une origine empirique; les premiers vont des concepts aux intuitions et les deuxièmes qui vont des intuitions aux concepts (A 160/B 199). Toutefois, le premier chapitre des *Metaphysische Anfangsgründe der Naturwissenschaft* sur le mouvement pur a un statut particulier dans l'échafaudage du système de l'épistémologie critique. Comme l'affirme Kant dans le chapitre sur la Phoronomie, le concept de mouvement ne pouvait être fondé dans la première *Critique*.

¹²⁸ LEDUC, Christian. (2015). *La métaphysique de la nature à l'Académie de Berlin*, Philosophique Vol. 42, No.1, pp-11-30.

[...] comme la mobilité d'un objet dans l'espace ne peut être connue *a priori* et sans que l'expérience nous l'ait enseignée, je n'ai pu, dans la *Critique de la raison pure*, compter la mobilité parmi les concepts purs de l'entendement ; parce qu'il est empirique, ce concept ne peut trouver place que dans une science de la nature, dans cette métaphysique appliquée qui traite d'un concept donné par l'expérience, mais en traite d'après des principes *a priori*. (Ak, IV, 482)

Ainsi, le mouvement ne pouvait être traité de plein gré dans la *Critique*, ni dans l'Esthétique transcendantale ni dans l'Analytique transcendantale. D'abord, dans l'Esthétique transcendantale.¹²⁹

Étant donné que le mouvement d'un corps est la propriété d'occuper successivement divers points dans l'espace, l'étude du mouvement exige l'expérience d'au minimum un point matériel. Ainsi, le mouvement ne pouvait être un concept de l'Esthétique transcendantale. Qu'en définitive l'Esthétique transcendantale ne puisse contenir plus que ces deux éléments, à savoir l'espace et le temps, cela s'explique clairement du fait que tous les autres concepts appartenant à la sensibilité, y compris celui du mouvement tel qu'il réunit les deux dimensions, supposent quelque chose de mobile. Or, dans l'espace considéré en soi, il n'y a rien de mobile ; par conséquent, le mobile doit nécessairement être quelque chose qui n'est *trouvé dans l'espace que par expérience*, et donc il doit être une donnée empirique. (A 41/B 58)

Le mobile n'est pas dans *l'espace considéré en soi*. Notons que cette affirmation de Kant indique que l'Esthétique transcendantale implique une distinction entre deux types d'espaces. L'*espace* considéré en soi et l'*espace* expérimenté où le mobile est contenu et connu. Cette distinction deviendra essentielle lors de notre analyse de l'espace et du temps dans les sections suivantes. Elle implique qu'il existe un espace où aucun mobile n'est encore connu et un espace de l'expérience où les *mobiles* sont expérimentés, l'espace empirique et relatif. La présentation de l'espace dans l'Esthétique transcendantale montre que l'espace est un concept transcendantal, c'est-à-dire un concept qui n'a pas d'origine dans l'expérience empirique, mais qui néanmoins conditionne celle-ci. L'espace de

¹²⁹ La discussion sur l'Analytique transcendantale se trouve dans la prochaine section.

l'Esthétique transcendantale est une forme *a priori* du sens externe, mais le mobile doit nécessairement être quelque chose qui n'est *trouvé dans l'espace que par expérience*, et donc il doit être donnée empirique. Donc, le mouvement ne peut pas être un concept transcendantal comme celui de l'espace et du temps dans l'Esthétique transcendantale. Pour ce qui est du *concept* de mouvement (non pas le mobile), il ne pouvait faire partie d'une section dédiée aux concepts formels de l'entendement, car il requiert une expérience empirique. Le concept de mouvement demande que le concept de matière soit introduit au préalable et la matière ne peut être connue qu'*a posteriori*.

Le principe de la Phoronomie ne pouvait pas faire partie des principes de l'Analytique des principes, car, comme nous venons tout juste de l'affirmer, le mouvement demande la connaissance d'un point matériel empirique. Mais, dans les *Premiers principes* par rapport aux autres sciences, comme la Dynamique et la Mécanique, le chapitre de la Phoronomie a un statut ambivalent. Car, la Phoronomie demande l'introduction de la matière en mouvement, mais la mathématisation du mouvement est établie *a priori*. La Phoronomie est une science mathématique pure de la nature.

Dans la Phoronomie, la science du mouvement est construite avant tout corrélat, car elle compte le mouvement seulement comme une quantité pure sans l'intervention des forces. Comme nous l'avons indiqué dans le chapitre 3, la *Critique de la raison pure* montre comment les principes mathématiques qui impliquent le nombre portent uniquement sur la quantité en général. De fait, dans la schématisation du concept de quantité projeté sur la série du temps, le concept de nombre est généré sans autre considération que la structure du temps. De la même manière, le concept de qualité est projeté sur la structure du temps

et il génère le concept de réalité qui demande au moins une sensation, mais qui néanmoins peut se donner tout à fait *a priori* comme Anticipation.

Nous voulons souligner que les deux catégories, la quantité et la qualité sont des catégories pures qui génèrent des principes entièrement *a priori*, mais dans un cas la mesure n'a pas besoin d'une expérience et dans l'autre, elle a besoin d'une sensation. Dans le cadre de l'épistémologie critique, le chapitre de la Phoronomie qui traite du concept de la mobilité indépendamment des forces occupe donc une place problématique. Elle pourrait être considérée comme une science mathématique pure. On peut établir la mesure du point matériel *a priori*, car sa dimension, la vitesse, peut être mesurée *a priori*. Le mouvement est décrit mathématiquement sans faire appel à des considérations empiriques, comme les forces. Notons que Kant a divisé dans l'Analytique transcendantale les principes de l'entendement pur en deux types : les principes mathématiques et les principes dynamiques. Ces derniers exigent une expérience empirique préalable. Ils exigent un corrélat dans l'expérience. Alors que les principes mathématiques sont sans corrélat et ne se rapportent qu'aux objets de l'intuition en tant que *quanta*. Il y a donc deux types de principes qui précèdent la science physique : les principes qui contiennent en eux des éléments tout à fait indépendants de l'expérimentation et qui sont pleinement valables *a priori* et des principes qui contiennent des éléments qui ne sont pas tout à fait purs et qui proviennent de sources expérimentales.

Rappelons que Newton établissait l'étude du mouvement à partir de l'expérience *empirique* des forces centrifuges. À partir de son expérience du vase tournant rempli d'eau,

il infère la distinction entre les mouvements apparents et les mouvements vrais et absolus.¹³⁰

Les effets par lesquels on peut distinguer le mouvement absolu du mouvement relatif sont les forces qu'ont les corps qui tournent pour s'éloigner de l'axe de leur mouvement [...].¹³¹

En soulignant cet aspect de la théorie de Newton, nous pouvons anticiper que dans le système de l'idéalisme critique l'étude du mouvement pur n'appartient pas uniquement au système de la science de la nature, mais que ses principes sont peut-être déjà inclus dans le système de la connaissance pure de la première *Critique*.

Kant fait explicitement référence à la théorie du mouvement dans la deuxième édition de l'*Esthétique transcendantale*. Selon lui, la théorie générale du mouvement présente des connaissances synthétiques *a priori* et elle n'est pas moins féconde que celle de l'espace et du temps (B49). La Phoronomie est aussi une science mathématique empirique, car c'est une science qui s'applique à la matière. Donc, elle est pure, car elle est construite *a priori*, mais empirique car elle demande l'introduction de la matière. La Phoronomie entendue comme science quantitative du mouvement devrait être construite dans une mathématique pure qui fait fi de tout processus mécanique pour la description des mouvements, alors que sur le plan ontologique, elle requiert le concept de matière. D'une certaine manière, la théorie du mouvement présentée dans la Phoronomie est une théorie à la fois sensible et pure. Ainsi, la théorie de la science du mouvement pur révèle un problème au sein de l'épistémologie critique : quel est le statut de la science du mouvement pur ? Et comment la première *Critique* et les *Premiers principes* sont-ils liés ? Il n'est pas suffisant de

¹³⁰ BLAY, Michel. (1995). *Les « Principia » de Newton*, Paris : Presses Universitaires de France, 128 p.

¹³¹ Cf. Blay, 1995, p.56

souligner les références de Kant à la question du mouvement. Il doit y avoir un lien entre les deux œuvres qui permet de les mettre en relation ne fût que sur le plan architectonique.

Section 2 : Temps et Espace dans la Phronomie – critique de Gordan Brittan

Nous avons vu que dans la littérature récente sur ces questions, Friedman (2013) a fait l'exercice. Il veut montrer comment les *Premiers Principes* sont rattachés à la première *Critique*. Mais, Friedman reste dans la perspective que le cadre scientifique théorique de Kant soit la science de Newton présenté dans les *Principia*, c'est-à-dire dans le modèle géométrique. Le cadre théorique préconisé ici est que la théorie de Kant dans la Phronomie doit être rattachée aussi au modèle de pensée algébrique où la quantité pure est en relation avec le temps. Afin d'illustrer notre point de vue, et de discuter de la place de la Phronomie dans le système critique, nous analyserons la thèse de Gordon Brittan.

Le développement de la Théorie transcendantale des éléments permet de montrer comment le divers donné dans l'intuition pure est quantifiable. Autrement dit, cette section de la première *Critique* justifie l'application de la science mathématique à la nature. Dans *Kant's Theory of Science* (1978), Brittan présente une analyse de la théorie des sciences de Kant qui met en lumière l'articulation entre les différentes sections de la première partie de la *Critique de la raison pure* et le premier chapitre des *Premiers principes métaphysiques*. Dans son ouvrage, Brittan offre une analyse qui met en évidence à la fois, les rapports qui existent entre l'Esthétique transcendantale et les conditions topologiques présentées dans la section sur le principe des Axiomes de l'intuition et les rapports qui existent entre l'Esthétique transcendantale et la théorie quantitative du mouvement de la Phronomie. Il montre comment la Phronomie est fondée sur les Axiomes de l'intuition et il montre aussi l'apport de l'Esthétique transcendantale.

L'analyse de Brittan permet de comprendre comment dans la théorie kantienne de la première *Critique*, le concept de mouvement est un concept *a priori* et mesurable. Par rapport aux *Premiers principes*, la première *Critique* servirait donc à expliciter les conditions topologiques sous lesquelles tous les phénomènes sont mesurables. En défendant l'*apriorité* du principe que « toutes les intuitions sont des grandeurs extensives », Kant, selon Brittan, explique comment les *quanta* présentés dans l'espace et dans le temps sont mesurables *a priori*, c'est-à-dire quantifiables avant l'expérience empirique. Le principe des Axiomes de l'intuition assure par-là l'applicabilité *a priori* de la mathématique aux phénomènes. De fait, Kant dit que c'est le principe des Axiomes de l'intuition, « et lui seulement, qui rend la mathématique pure applicable dans toute sa précision à des objets de l'expérience [...] » (A 165/B 206). Toutefois, contrairement aux autres commentateurs (Friedman, mais aussi Vuillemin), l'analyse de Brittan montre que la mesure ne s'applique pas *a priori* qu'aux *quanta* spatiaux, mais aussi aux *quanta* temporels et qu'il est donc nécessaire de faire intervenir l'argument de l'Esthétique transcendantale.

Dans la section sur le principe des Axiomes de l'intuition, Kant affirme que toutes intuitions en tant que phénomènes « sont toutes globalement des grandeurs, et plus précisément des grandeurs extensives » (A 162/B 203), et il poursuit au paragraphe suivant en disant qu'une « grandeur extensive [est] celle où la représentation des parties rend possible la représentation du tout » (A 162/B 203). Brittan souligne que cette définition des grandeurs extensives ne devrait pas laisser penser que ce ne sont que les grandeurs spatiales qui sont mesurables et que les Axiomes de l'intuition ne concerneraient que les objets spatiaux. Brittan se distingue des interprétations qui affirment, peut-être trop rapidement, que les Axiomes de l'intuition sont liés à la géométrie et l'espace, sans toutefois souligner

que ce principe vient fonder aussi la mesure du temps et aussi la mesure du mouvement. Le principe des Axiomes de l'intuition sert à fonder l'*additivité* de tous types de grandeurs qui ont des parties coextensives, comme l'espace, mais aussi le temps et par conséquent, la vitesse. Le rôle du principe des Axiomes de l'intuition est de fonder la mesure des longueurs et de la durée. Par conséquent, ce principe joue un rôle essentiel dans le fondement de la mesure *a priori* de la vitesse. Comme le note Brittan, la théorie du mouvement présentée dans le chapitre de la Phoronomie affirme que les vitesses s'additionnent et le rôle des Axiomes de l'intuition est d'établir le principe qui fonde l'addition possible des vitesses *a priori*.

Dans la section sur les Axiomes de l'intuition, Kant mentionne que tous phénomènes donnés dans l'intuition de l'espace et du temps sont des grandeurs extensives, parce que l'espace et le temps sont eux aussi des grandeurs extensives. Ils sont composés de parties qui ensemble constituent un tout.

Je ne peux représenter une ligne, si petite qu'elle soit, sans tirer par la pensée, c'est-à-dire sans en produire à partir d'un point, toutes parties successivement et sans commencer ainsi par tracer cette intuition. De même en est-il pour le temps, jusqu'au plus petit. La pensée que j'en ai contient uniquement la progression d'un instant à l'autre, où par toutes les parties du temps et leur addition se trouve produite finalement une certaine grandeur de temps déterminée (A 162-163/B 203).

Autrement dit, aussi bien les grandeurs spatiales que temporelles peuvent s'additionner, et ce *a priori*. Selon Brittan, en affirmant que tous les phénomènes spatio-temporels se donnent *a priori* comme grandeurs extensives et peuvent être additionnés, Kant donne les moyens de fonder l'acte de mesurer *a priori* la vitesse. Par conséquent, l'espace et le temps, ainsi que tous les phénomènes qui se présentent dans le divers de l'intuition sont des *étant* mesurables. Kant l'affirme clairement « [...] tous les phénomènes sont [...] intuitionnés

déjà comme des agrégats (comme des ensembles de parties à parties préalablement données) »

En soulignant le rôle des Axiomes de l'intuition dans la quantification *a priori* des phénomènes spatiaux et temporels, Brittan indique le rôle des formes *a priori* de la sensibilité tel que présenté dans l'Esthétique transcendantale avec les Axiomes de l'intuition.

As I have presented it, the argument of the Axioms as developed in the first edition of the Critique depends in a non-trivial way on the Aesthetic for one of its premises.¹³²

Dans l'Esthétique transcendantale, Kant avait affirmé que l'espace et le temps sont des formes *a priori* de l'intuition pure *a priori*. Mais, selon Brittan, ces formes n'ont pas encore de structures métriques – l'espace et le temps sont, pour reprendre l'expression de Brittan (1978), « metrically amorphous » (p.97).¹³³ Ainsi, l'espace et le temps comme condition subjective ne contiennent pas de métrique intrinsèque, ils sont amorphes. Ce qui confirme, selon Brittan, que chez Kant, contrairement à Newton pour qui l'espace absolu contenait une métrique intrinsèque, l'espace et le temps comme absolu ne peuvent contenir une métrique. Ce n'est qu'à partir de la section sur le *Système de tous les principes de l'entendement pur*, particulièrement dans la section sur le principe des Axiomes de l'intuition qui affirme que « toutes les intuitions sont des grandeurs extensives » (A 162/B

¹³² Cf. Brittan, 1978, p.95

¹³³ Voir Brittan (1972) « The concept of space developed in the Aesthetic is amorphous in the sense that it has no particular metrical properties. Space is given, the argument of the Aesthetic goes, insofar as all our intuitions are inevitably spatial. It is one as particular spaces are to be constructed as parts of the same spatial framework in which all outer intuitions are 'located'. But precise location of these intuitions in the spatial framework is not yet possible. The space that is given and single has yet no metric, and in this respect is not yet measurable » (p.96)

203) que l'espace et le temps acquièrent une métrique.¹³⁴ Ce sont les Axiomes de l'intuition qui établissent les conditions de l'application de la mathématique aux phénomènes.

Afin que les grandeurs extensives soient mesurables, c'est-à-dire que l'on peut répondre à la question combien une chose est grande, il est nécessaire, comme le souligne Brittan, qu'elles soient d'abord ordonnables.

A second set of metrical conditions must be satisfied before the question 'how much?' can be answered. In particular, objects must be additive as well as orderable with respect to given property before physical relations precisely correspond to numerical relations.¹³⁵

Selon Brittan, les Axiomes de l'intuition fournissent les conditions topologiques : c'est-à-dire l'ordinalité et la cardinalité, avant toutes considérations empiriques. En d'autres termes, afin d'affirmer que tous les phénomènes sont mesurables *a priori*, il doit être possible de leur assigner un nombre *a priori*. Même si Brittan ne fait pas référence au Schématisme du concept de quantité, son explication du rôle des Axiomes de l'intuition éclaire notre analyse du nombre dans le chapitre 3, comme concept schéma pur sensible. Le nombre, concept de la grandeur en général, est appliqué à tous les *quanta* qui se donnent dans l'intuition pure, c'est-à-dire dans l'espace et le temps. En établissant les conditions de la mesure de l'espace et du temps, Kant met en place les conditions de la mesure du mouvement d'un point matériel. Il donne les conditions *a priori* de la mesure d'un *quanta* à partir duquel il est possible de construire une théorie quantitative pure. C'est le rôle du principe des Axiomes de l'intuition du système des principes de l'entendement pur de

¹³⁴ Voir Brittan (1972), « Kant also suggests that our knowledge of spatial and temporal properties depends on relations that are themselves physical. In particular, measurement of space and time presupposes the existence of physical processes, for example motion (which in turn presupposes the existence of moving forces as a way of making the distinction between true and apparent motions), which have certain properties» (p. 110).

¹³⁵ Cf. Brittan, 1978, p.99

justifier et d'expliquer la quantification possible des objets de l'expérience sensible. Avec les Axiomes de l'intuition, la *Critique de la raison pure* donne les conditions de la mesure de la dimension du mouvement. La première *Critique* joue un rôle prépondérant, car elle permet de donner les conditions transcendantales de la théorie du mouvement pur telle que présentée dans la Phoronomie.

La Phoronomie entendue comme la théorie pure quantitative du mouvement pur, sans considération de la force, est une théorie qui ne considère que l'addition du mouvement d'un point déterminé, c'est-à-dire sa vitesse et sa direction. Et c'est le rôle des Axiomes de l'intuition de fonder l'addition *a priori*.

Since the Phoronomy has to do with the pure doctrine of the quantity of motion, independent of any dynamical considerations, it is concerned only with the composition or addition of the motions of a point determined with respect to its direction and velocity. Kant's view, to put it in more modern terms, is that such motions are to be represented as spatially constructible vector velocities. In this way the assignment of magnitudes to motions and the consequent application of mathematical operations to them, a first step in the development of a mathematical physics, can be assured.¹³⁶

Selon Brittan, la théorie du mouvement de la Phoronomie doit s'accorder avec la présentation de l'espace et du temps dans l'Esthétique transcendantale parce qu'elle est *fondée* dans le système des principes de l'entendement pur.

Dans l'Esthétique transcendantale, Kant présente l'espace et le temps comme des concepts métaphysiques (nous l'avons souligné dans le chapitre 3). Ce n'est donc qu'avec les Axiomes de l'intuition, que l'espace et le temps acquièrent une structure métrique. Les Axiomes de l'intuition assurent l'addition de toutes les grandeurs extensives.

Let us begin with the concept of an extensive magnitude. For Kant, it is the concept of magnitude 'the representation of (whose parts) makes possible and necessarily precedes, the representation of the whole' (A 162/B 203). The

¹³⁶ Cf. Brittan, 1972, p.103

reference to ‘parts’ suggests, as does the expression ‘extensive magnitude’ itself, that spatial extension is at stake. But since Kant wants to say that temporal as well as spatial magnitudes are extensive, this cannot be what he has in mind. Rather, what Kant is driving at is that extensive magnitudes are *additive*; the ‘parts’ referred to are simply units – of mass, of length, of time for instance – the sum of each of which goes to make up a particular magnitude.¹³⁷

C’est donc de cette manière que Kant est en bon droit de fonder dans la Phoronomie la composition de la grandeur du mouvement. Il peut représenter le mouvement comme une grandeur extensive mesurable. De cette manière, la théorie du mouvement de la Phoronomie est fondée dans les Principes qui complètent la conception de l’espace et du temps de l’Esthétique transcendantale. L’interprétation qu’offre Brittan de la Phoronomie n’implique *a fortiori* aucune contradiction entre l’Esthétique transcendantale et l’Analytique des principes. La théorie présentée par Kant dans la Phoronomie peut donc être mise en relation avec celle de l’Esthétique transcendantale. Dans ce contexte, le rôle de l’Esthétique transcendantale est de montrer que l’espace et le temps adviennent avant toute mesure. Ainsi, Kant peut combiner l’idée que l’espace et le temps métaphysique ne contiennent pas de mesure intrinsèque avant qu’ils ne soient mesurables. En insistant sur l’espace et le temps de l’Esthétique transcendantale dans le développement de la théorie des sciences de Kant, Brittan n’entrevoit pas de contradiction entre les principes de l’entendement pur et l’Esthétique transcendantale. Cette interprétation distingue Brittan des autres commentateurs anglophones, comme Friedman. En effet, c’est un lieu commun de penser que par rapport à l’Analytique transcendantale, l’Esthétique transcendantale joue un rôle second dans l’édifice de l’idéalisme critique et qu’on peut s’en défaire.

¹³⁷ Cf. Brittan, 1978, p.91

Dans le développement de la science physique au dix-neuvième siècle, la présentation de l'espace et du temps dans l'Esthétique transcendantale se trouvait injustifiable. La formalisation des géométries non euclidiennes avait remis en question la relation entre l'espace et la géométrie telle que présentée dans l'Esthétique transcendantale. La conception de l'espace comme forme *a priori* de la sensibilité et qui fonde les jugements synthétiques *a priori*, dont les propositions de la géométrie, ne tient plus devant la possibilité logique de construire des géométries qui n'impliquent pas l'axiome des parallèles. Ainsi, les interprétations favorables à la philosophie kantienne, comme celles que l'on trouve chez les néokantiens comme Cohen, ont essayé de sauvegarder une partie de la théorie des sciences de Kant, tout en évitant les thèses de l'Esthétique transcendantale.

Dans la reconstitution de la théorie des sciences, les commentateurs ont préféré se concentrer sur le système des principes purs de l'entendement. Notons ici que le fameux retour à Kant au dix-neuvième siècle et son expression dans l'école de Marbourg ont fait de l'Analytique des Principes la principale partie de la *Critique* au point que les lectures de Kant ont affirmé l'autonomie de l'Analytique des Principes – une autonomie revendiquée sur l'embarrassante Esthétique transcendantale et l'inutile Dialectique transcendantale. L'Analytique des Principes aura ainsi à traiter des conditions qui découlent *a priori* des concepts purs de l'entendement et qui sont à la base de toutes les autres connaissances *a priori*, autrement dit, les principes fondamentaux de l'entendement pur (A 136/B 175). Ce qui ressort de l'activité des différentes facultés est que les principes purs et *a priori* qui se trouvent au fondement de la science de la nature sont des principes qui déterminent l'objet de connaissance. Il n'est donc pas étonnant que ce morceau du projet critique soit devenu l'objet le plus étudié de la première *Critique*.

Cette mise en évidence de l'Analytique des Principes s'est poursuivie dans la tradition anglo-américaine. Il nous suffit ici de référer aux travaux de Friedman auxquels nous avons déjà fait allusion dans le premier chapitre. Dans le premier chapitre de son dernier livre, Friedman donne une analyse de la Phoronomie qui a pour conséquence de noyer le rôle de l'Esthétique transcendantale. Friedman porte son analyse sur la thèse que la conception de la quantité que l'on trouve dans la philosophie critique est tributaire de la notion ancienne que l'on trouve dans le livre V des *Éléments* d'Euclide. Par conséquent, comme Friedman le remarque lui-même, Kant dans la Phoronomie ne tente pas d'établir la possibilité de l'étude du mouvement pure de manière purement mathématique.¹³⁸ Nous avons déjà montré que cette interprétation¹³⁹, en plus de sortir la théorie kantienne des cadres de la modernité, ne considère pas la définition du nombre dans le schématisme et son rôle dans la possibilité de la mesure des grandeurs. Soulignons que Friedman n'accorde pas à Kant la possibilité que le temps ait une métrique avant la possibilité de construire le mouvement et de le présenter dans l'intuition.¹⁴⁰ Friedman enlève à l'Esthétique transcendantale son apport essentiel dans le système de l'idéalisme critique. En fait, à l'instar de Newton, la

¹³⁸ Voir Friedman, 2013 « [Kant] is not here attempting to prove purely mathematically, in pure intuition. » (p. 57)

¹³⁹ Voir Friedman, 2013 « On this conception, in particular, it makes sense to add two lengths together to obtain a third, longer or greater length, and similarly for areas and volumes, but it does not make sense to add a length to an area or an area to a volume. Magnitudes are said to be homogeneous, then, when they are of the same dimension and can therefore be added together, and it is only homogeneous magnitudes of the same dimension (belonging to the same type or kind of magnitude) that can meaningfully be said to have a ratio to one another. » (p. 54)

Voir Friedman, 2013 « In this tradition, moreover, since what we would now express in terms of equations between magnitudes represented by real numbers is rather expressed in terms of equations (or proportionalities) between ratios, there is no need for an arbitrary choice of unit: instead of operating with dimensional real numbers, as it were, the traditional theory operates directly with the dimensions (or magnitude-kinds) themselves. » (p. 54)

¹⁴⁰ Voir Friedman, 2013 « Kant intends in the single proposition of the Phoronomy to present the construction of motion as a magnitude and thus, as we have seen, to exhibit an addition operation directly on the set of instantaneous (directed) velocities without presupposing that temporal duration has already acquired the (additive) structure of a mathematical magnitude independently of this construction. » (p. 67)

construction du mouvement doit précéder la présentation du temps et de l'espace. Friedman insère son analyse de la Phoronomie dans le modèle géométrique et mécanique que nous avons remis en question dans ce travail. Il existerait, selon lui, en arrière-plan des relations physiques avant que toute mesure du mouvement ne puisse être donnée. En paraphrasant Vuillemin (1955), Friedman accorde un privilège (non justifiable selon nous) aux *quanta* spatiaux sur la quantité en général. Friedman doit donc privilégier l'espace sur le temps. Toutefois en s'appuyant sur l'analyse de Brittan, nous affirmons qu'entre l'Esthétique transcendantale à l'Analytique transcendantale il n'y a pas de contradiction apparente. L'Esthétique transcendantale n'a pas qu'un rôle préliminaire dont pourrait se passer le commentateur dans son analyse de la théorie des sciences physiques du projet critique. Il serait contraire à l'esprit du texte de croire que l'on peut se défaire de l'Esthétique transcendantale en l'amputant et en ne gardant que l'Analytique transcendantale. Le système des principes de l'entendement pur arrive dans la critique de la raison pure après que Kant a discuté de l'Esthétique transcendantale. Selon nous, dans l'Esthétique transcendantale, Kant jette déjà les bases de son système des sciences. La présentation de la théorie des sciences de Kant doit donc commencer avec une présentation de l'Esthétique transcendantale.

Comme Brittan l'affirme dans *Kant's Theory of Science*, dans la Phoronomie Kant présente une conception relativiste du mouvement. De fait, Kant dans la Phoronomie stipule que

[...] tout mouvement, en tant qu'il est objet d'une expérience possible, peut à volonté être considéré soit comme le mouvement d'un corps dans un espace en repos, soit au contraire, le corps étant au repos, comme un mouvement de l'espace en sens opposé avec une vitesse égale. (Ak, IV, 487)

Cette théorie relativiste du mouvement suit la théorie relativiste de l'espace. Kant continue dans la *remarque* qui suit l'Axiome de la Phoronomie,

Mais lorsqu'il s'agit d'un espace empiriquement donné, si grand soit-il, il est tout à fait impossible de décider s'il n'était pas en mouvement par rapport à un espace d'une capacité plus grande encore qui le contiendrait : il doit donc être entièrement équivalent à l'égard de l'expérience et de ses conséquences, que je veuille considérer un corps comme en mouvement ou bien, au contraire, comme en repos et l'espace comme mu avec une vitesse égale dans la direction opposée. (Ak, IV, 488)

Selon Brittan, Kant inférerait ici la relativité galiléenne. Sur le mouvement rectilinéaire et uniforme d'un corps, il importe peu que le corps soit en mouvement ou au repos. Par conséquent, les lois de la physique sont identiques pour l'ensemble des référentiels galiléens. Ainsi, Kant peut combiner la thèse que l'espace est absolu et qu'il n'est pas un objet de connaissance, et la dimension du mouvement relatif dans un espace relatif, c'est-à-dire la mesure de la vitesse d'un corps dans un espace quelconque. Kant, en ce sens, réunit sa conception de l'espace qu'il a présentée dans l'Esthétique transcendantale avec celle qu'il affirme dans la Phoronomie. Brittan défend donc l'idée qu'en présentant l'espace et le temps comme des formes *a priori* de l'intuition pure, l'Esthétique transcendantale joue un rôle fondamental dans la fondation des sciences de la nature chez Kant. Encore une fois, réitérons que selon Brittan, le concept de l'espace et de temps tel que présenté par Kant dans l'Esthétique transcendantale ne contient pas une métrique intrinsèque. Par conséquent, Kant résout le problème qui existait chez Newton, soit celui que l'espace et le temps sont des notions absolues qui donnent lieu à la quantification des grandeurs spatio-temporelles. Selon Newton, le même espace et le même temps sont *partout* les mêmes. L'espace et le temps absolus dans la physique newtonienne sont invariants. Sur cet aspect, Kant suivrait Newton, tout en n'admettant pas que l'espace et le

temps ont une métrique intrinsèque. Selon Brittan, c'est le rôle du principe des Axiomes de l'intuition de fonder *a priori* la métrique de l'espace et du temps, et par conséquent du mouvement. *A contrario*, sans l'apport de l'Esthétique transcendantale, il serait impossible de comprendre que les intuitions données dans les formes externes et internes sont des grandeurs extensives parce que les *quanta* sont avant tout donnés dans l'espace et dans le temps. Ainsi, l'analyse de Brittan se différencie de celle de Friedman, car elle conduit à penser qu'il n'existe pas d'incohérence entre l'Esthétique transcendantale et l'Analytique transcendantale. Toutefois, nous nous distinguerons de Brittan en ce qui a trait à la notion de « métrique ».

Dans le modèle mécanique de Newton, l'espace et le temps sont des notions absolues qui contiennent en elles-mêmes une métrique. L'espace et le temps absolus représentent dans ce cas-ci des cadres de référence absolus qui garantissent l'application des lois de la physique à tous les systèmes inertiels. Cependant, dans le contexte du projet rationaliste de la mécanique comme celui développé par Euler, les conditions de possibilité de la Phronomie doivent venir avant les forces, c'est-à-dire avant la perception des causes qui déterminent le mouvement du corps. La théorie mathématique pure du mouvement ne considère que l'espace relativement à d'autres cadres inertiels. Comme objet de la géométrie, l'espace est donc relatif et c'est le temps qui est le paramètre universel qui est le même dans tous les cadres de référence.

Dans le cadre de l'épistémologie kantienne, la possibilité de l'étude du mouvement dans la Phronomie est fondée entièrement *a priori*. La mesure des vitesses est fondée avant toute expérience. C'est de cette manière que nous l'interprétons. Elle passe par la

composition des vitesses instantanées. La vitesse instantanée n'est accessible que par le calcul d'une équation modélisant un déplacement, et non par une mesure physique.

Autrement dit, la possibilité de la science mathématique du mouvement pur demande un temps mathématique et *en même temps*, un temps unique et universel. C'est le rôle de l'Esthétique transcendantale de fournir le temps métaphysique nécessaire à toutes les relations spatio-temporelles quantifiables et c'est le rôle de l'Analytique de donner les principes *a priori* de la quantification des relations spatio-temporelles. Toutefois, les conditions de possibilité de la connaissance du mouvement demandent que la *mesure* intervienne dans le sens interne, et donc qu'elle porte sur un objet pur de l'intuition pure *a priori*, en même temps que l'objet est posé dans l'expérience empirique. Le problème dans le système kantien est que la Phronomie contient des principes qui la fonde après que la possibilité de la mesure a été montrée, alors que la structure temporelle qu'elle convoque doit advenir avant la possibilité de la mesure.

D'après nous, c'est l'échafaudage du système critique qui est en jeu dans l'élaboration des conditions transcendantales de la Phronomie. S'il arrivait que la philosophie transcendantale ne puisse répondre au réquisit de la science mathématique du mouvement pur, alors le système critique devrait être remis en question. Il doit être possible de donner les fondements de la théorie de la mesure du temps avant même que ne soit posée la possibilité de la théorie de la quantification du temps. Ainsi, le statut ambivalent de la Phronomie met en jeu les rapports entre l'Esthétique transcendantale, l'Analytique transcendantale et la Phronomie. Le statut de la Phronomie vacille, car d'un côté, la *mobilité*, comme concept pur et non empirique, peut être analysée mathématiquement et donc mesurée avant toute expérience, alors que de l'autre, le mobile exige une

expérimentation. Ainsi, à l’instar des principes *a priori* mathématiques comme les Axiomes de l’intuition et les Anticipations de la perception, la Phoronomie fait partie des principes mathématiques. Mais elle a aussi une relation avec l’Esthétique transcendantale – en cela que le mouvement est donné dans l’espace et que sa dimension, la vitesse, peut être calculée *a priori*.¹⁴¹

Section 3 : Esthétique transcendantale et la Phoronomie

D’abord, rappelons que dans la deuxième édition de la *Critique*, Kant fait explicitement référence à la théorie du mouvement.

Ainsi notre concept du temps explique-t-il la possibilité d’autant de connaissances synthétiques *a priori* qu’en présente la théorie générale du mouvement, laquelle n’est pas peu féconde. (B49)

Mentionnons que la théorie du mouvement est déjà présentée dans l’Esthétique transcendantale. L’Esthétique transcendantale, et avec elle, sa conception de l’espace et du temps, a donc un statut primordial dans l’échafaudage du système de la critique. La mesure de la dimension de la vitesse s’établit *a priori* dans un calcul qui n’a pas besoin de constructions mécaniques et géométriques. Sur ce point précis, Kant se distingue de la conception du mouvement absolu de Newton et s’inscrit dans la perspective rationaliste d’Euler. Ensuite, dans l’Esthétique transcendantale, Kant affirme que l’espace vient avant toute expérience possible.

La représentation de l’espace ne peut être empruntée par expérience aux rapports qui structurent les phénomènes extérieurs, mais cette expérience extérieure n’est elle-même possible avant tout qu’à travers la représentation mentionnée. L’espace est une représentation nécessaire *a priori*, qui intervient à la base de toutes intuitions externes. (A 24/B 39)

¹⁴¹ La vitesse instantanée n’est accessible que par le calcul d’une équation modélisant un déplacement, et non par une mesure physique.

L'espace n'est pas un concept empirique tiré d'expériences externes. Quelle est alors sa relation avec l'espace de la Phoronomie? Il est utile ici de suivre l'analyse de Robert Palter (1972).¹⁴² L'espace dans l'Esthétique transcendantale se présente comme une grandeur infinie qui ne peut qu'être intuitionnée parce qu'elle progresse sans limitation. L'espace géométrique est basé sur cet espace *métaphysique*. Comme nous l'avons dit, l'addition des grandeurs, des *quanta* spatiaux, demande une activité de l'entendement. L'espace, comme objet de connaissance, doit être relatif. Il n'est pas possible de connaître la réalité intrinsèque de l'espace absolu. Sur la question de la mesurabilité de l'espace dans le contexte de la première *Critique*, l'affirmation de Kant que les grandeurs spatiales sont quantifiées à partir des Axiomes de l'intuition suit naturellement ce qu'il dit sur l'impossibilité de connaître les choses en soi comme l'espace absolu. En effet, dans la première *Critique*, la structure métrique spatiale n'est pas intrinsèque à l'espace, mais provient de la possibilité de le mesurer. Cela suit l'argumentaire de Kant présenté dans l'Esthétique transcendantale et se conforme à l'espace relatif dans la Phoronomie.

Tout ce qui, dans notre connaissance, appartient à l'intuition [...] ne contient rien que de simples relations [...]. Par le sens externe, ne sont données que de simples représentations de relations, celui-ci ne peut contenir aussi dans sa représentation que la relation d'un objet à son sujet, et non pas la réalité intrinsèque qui appartient à l'objet en soi. Il en est de même avec l'intuition du sens interne. (B68)

¹⁴² PALTER, R. (1972). « Kant's Formulation of the Laws of Motion », *Synthese*, Vol. 24, No. 1/2, p.96-116. « [O]f all, phenomenal space, given us as an infinite but individual magnitude, must be an intuition (pure, and of the outer sense) because only by means of intuition, through its limitlessness of progression, can such a magnitude be represented. Geometric space is based on this original intuition of phenomenal space but involves in addition a synthesizing activity of the mind,¹ without which definite geometric objects could not be conceived. Finally, by introducing the pure form of inner intuition, or time, motion or change of place in time becomes possible; and the indefinite multiplicity of relative kinematic spaces is unified by a rule for generating them which corresponds to the idea of absolute (kinematic) space. Thus, the unity of phenomenal space and of geometric space, shattered in the multiplicity of relative kinematic spaces, is recaptured - but only in the sense of an indefinitely repeatable conceptual operation - in absolute kinematics » (p. 96).

L'espace ne contient que de simples représentations de relations. L'une des conséquences de l'Esthétique transcendantale est que les relations intrinsèques à l'objet ne sont pas connues – seules sont connues les relations spatio-temporelles. En ce sens, la seule chose connue de l'objet est sa relation au sujet – la manière qu'il se donne. La réalité intrinsèque de l'objet, ce qu'il est en lui-même et pour lui-même n'est pas une donnée connaissable pour le sujet connaissant. L'espace non plus n'est pas connaissable en soi. Dans la mesure où il ne contient pas de métrique intrinsèque, l'espace de l'Esthétique transcendantale ne se donne pas comme objet de connaissance, il ne peut qu'être intuitionné comme un infini.

Mais qu'en est-il du temps ? Contient-il une structure métrique intrinsèque ? Sur cette question, il semble qu'il soit possible de concevoir que le temps a déjà au stade de l'Esthétique transcendantale une mesurabilité intrinsèque (B68). En effet, Kant dit

Le temps où nous situons ces représentations, qui lui-même précède la conscience que nous en avons dans l'expérience et est à leur fondement en tant que condition formelle de la manière dont nous les situons dans l'esprit, contient déjà des relations de succession, de simultanéité, ainsi qu'entre la simultanéité et la succession (relation de permanence). (B67)

Ainsi, quand les intuitions pures sensibles arrivent pour être subsumées sous des concepts, elles sont déjà structurées *métriquement* par le temps. Dans le chapitre 3, nous avons montré que le temps joue un rôle de premier plan dans le schématisme transcendantal et il se trouve lié au concept de la quantité pure. Nous avons dit que c'est un temps déterminé par la synthèse de l'imagination transcendantale par un effet de l'entendement sur la sensibilité. C'est de cette manière que le Principe des Axiomes de l'intuition est fondé. Nous voyons maintenant que le temps de l'Esthétique transcendantale, le temps non-déterminé, a déjà une structure avant la conscience.

Le temps est déjà une structure protoquantitative. Il y a donc une certaine asymétrie entre l'espace et le temps sur la question de la mesurabilité. Sur l'espace le sujet pose, pour ainsi dire, une mesure externe. Mais le temps contient déjà avant toute conscience toutes les propriétés de la mesurabilité. Autrement dit, comme forme du sens interne, il porte avec lui une structure mesurable qui lui est interne. La dimension du temps lui est intrinsèque.

À ce point-ci de notre analyse, il est utile de rappeler le rôle fondateur et unificateur joué par le temps dans le projet critique. D'une condition subjective de la connaissance, il devient la condition objective des objets de la connaissance dans les Analogies de l'expérience et l'élément sur lequel toute l'unité du projet critique se fonde.

Mais le temps n'est pas seulement une condition de l'expérience externe, il permet aussi d'expliquer comment les catégories de l'entendement s'attachent et s'appliquent au divers phénoménal de l'intuition pure. Le temps est l'élément le plus fondamental de l'argument de la *Critique*. En étant d'un côté la forme du sens interne et de l'autre la condition de la présentation dans le divers des intuitions, il fonde autant les constructions des objets mathématiques dans l'espace que leur appréhension dans la conscience.

L'Esthétique transcendantale affirme que le divers présenté à l'entendement est d'une certaine manière déjà structuré. Le divers de l'intuition est donnée dans l'espace et dans le temps, il est déjà ordonné. Espace et temps comme formes *a priori* de l'intuition pure inscrivent déjà le divers dans un ordre ; dans l'espace, ils sont simultanés, dans le temps, ils sont successifs. Mais, l'espace, comme forme du sens externe, présente les représentations extérieures à elles et au sujet connaissant. Dans le cas de l'application des concepts de l'entendement à la sensibilité, l'espace n'est d'aucune aide, car il ne peut pas expliquer comment les concepts qui sont totalement purs peuvent s'adjoindre au divers. De

fait, Kant dit dans l'Esthétique transcendantale que « le temps est une condition *a priori* de tout phénomène en général, et plus précisément la condition immédiate des phénomènes intérieurs (de notre âme), et par là même aussi, de façon médiate, celle des phénomènes extérieurs » (B51).

Le problème avec cette interprétation est que Kant insiste sur la construction des concepts géométriques dans l'espace et il n'affirme pas explicitement que le temps est la notion qui sous-entend toutes les autres. Il en revient au commentateur de souligner le rôle fondamental du temps pour comprendre comment ce dernier se dédouble dans le projet.

Le temps est l'élément transcendantal qui fonde à la fois la géométrie, l'arithmétique et la théorie du mouvement pur dans la Phoronomie. Comme nous l'avons montré dans le chapitre 3, l'algèbre est aussi fondée dans le temps, donc elle devrait s'appliquer à toutes les autres disciplines mathématiques. En soulignant la notion de temps, cela nous permet de comprendre la possibilité d'une Phoronomie, entendue en tant que cinématique, car elle est fondée sur une algèbre vectorielle qui encode pour ainsi dire les opérations géométriques. Le temps et, de surcroît, l'algèbre viennent ensemble fonder les sciences mathématiques de la nature.

Imaginons un système vectoriel. On choisit une référence fixe, alors toutes les positions dans le plan peuvent être pensées comme le bout du vecteur qui émane de cette origine.¹⁴³ Pour le temps, on dit qu'il est une ligne et les points sur cette ligne sont des moments. Le temps est comme une horloge et une horloge est un système de référence. Autrement dit, on assigne un nombre à chaque moment dans le temps. On choisit une référence, une unité temporelle et une orientation (le sens des aiguilles dans l'horloge).

¹⁴³ LOCKHART, P. (2012). *Measurement*, London: Belknap Press, 407 p.

Le point d'origine pour l'espace est un point dans l'espace; pour le temps, le moment où je décide de faire démarrer mon horloge. Mais le moment qui identifie le commencement de l'expérience scientifique est arbitraire. Dans le système critique, il ne l'est pas. Le flux temporel coule sans interruption et avec lui il amène une structure homogène où toutes les parties ne s'appartiennent pas nécessairement l'une à l'autre. C'est par la séquence numérique que « je produis le temps lui-même dans l'appréhension de l'intuition » (A 143/B 182). Le temps homogène, donc numérique, est implicite dans la Phoronomie des *Premiers principes*.

Notons ici que la mesure du temps, la chronométrie, est fondamentale dans ce contexte et elle devrait être fondée avant toute mesure physique des mouvements.¹⁴⁴ Dans notre analyse de l'argument du paragraphe 24 dans la Dédution B, nous avons affirmé que le temps est implicite à toute construction et toute perception possible. Le « flux temporel » coule sans interruption et il amène avec lui des relations qui sont formalisées et quantifiées tout au long de la première partie de la *Critique*. Le paradoxe que nous avons identifié est que le temps séquencé et spatialisé convoque un flux temporel. Autrement dit, dans le cadre de la philosophie transcendantale, la mesure du temps demande un temps *a priori*, avant toute expérience. La géométrie est fondée dans le temps – les objets géométriques sont construits dans un plan tridimensionnel où le temps est la *quatrième* dimension.

Dans la Phoronomie, l'espace absolu n'a pas de métrique en soi, c'est l'espace relatif qui suppose la transformation géométrique, car l'espace lui-même est mobile (IV, 481).

¹⁴⁴ La chronométrie est la science de la mesure du temps. Comme Stan (2018) l'a tout récemment souligné, cette science était implicite dans la conception du temps universel et absolu de Newton. Chez Kant le problème est un peu plus complexe, car comme on le sait, il présente le temps comme une forme *a priori* de l'intuition pure. Stan (2018) a montré que la problématique de la mesure du temps remet en question le projet critique. Dans les pages qui suivent nous ne pourrions pas donner une solution à ce problème, mais nous pointons la direction vers une solution.

En montrant que le mouvement d'un mobile se définit toujours par rapport à un autre mobile en mouvement, Kant déduit qu'il n'y a pas de mouvement absolu. Par conséquent, il n'y a pas moyen de distinguer entre deux corps en mouvement. Le mouvement est essentiellement un relatif. De fait, on bouge toujours relativement à d'autres choses. Il n'y a pas de cadre référentiel privilégié, si ce n'est que les inertiels. Quoiqu'il existe un ensemble de cadres; « [u]n espace mobile suppose à son tour, si mouvement doit pouvoir être perçu, un autre espace plus étendu, dans lequel il est mobile ; ce nouvel espace en suppose de même un autre, et ainsi de suite à l'infini » (IV 481).

De fait, Kant suppose la relativité galiléenne. Il n'y a pas moyen de percevoir le mouvement si tout bouge uniformément. Ainsi, dans la considération du mouvement, Kant fait intervenir le temps.

[...] cependant, je ne dois pas tenir compte seulement, comme en géométrie, de l'espace qui est décrit, mais aussi du temps qui est employé, et par suite de la vitesse avec laquelle un point décrit l'espace. La Phronomie est donc la théorie purement quantitative des mouvements. Le concept déterminé d'une quantité, c'est le concept de l'engendrement de la représentation grâce à la composition d'homogène. (Ak. IV, 489)

Nous avons dit que la théorie du mouvement pur est science mathématique pure qui ne requiert rien d'autre que la mobilité d'un point dans l'espace. De fait, la construction mathématique du mouvement pur se produit sans faire appel à une construction mécanique, mais se construit dans le temps.

La construction géométrique exige qu'une grandeur prise avec une autre, ou que deux prises avec une autre, soient *équivalentes* à une troisième, mais non pas qu'elles produisent cette troisième grandeur comme des causes : ceci est le propre de la construction mécanique. (Ak. IV 493)

En ce sens, il doit donner une explication au fait que l'addition des vitesses ne suppose pas de processus mécaniques.

Or, il n'est pas d'emblée évident qu'une vitesse donnée se compose de vitesses plus petites, et qu'une rapidité se compose de lenteurs, tout comme un espace se compose d'espaces plus petits ; en effet, les parties de la vitesse ne sont pas extérieures les unes aux autres comme les parties de l'espace, et si la vitesse doit être considérée comme une grandeur, c'est à titre de grandeur intensive, et son concept doit donc être construit d'une autre manière que le concept de la grandeur extensive de l'espace. (Ak. IV 494)

Le problème pour l'interprète des rapports entre la Phronomie et la première *Critique* est de montrer que le rapport de deux grandeurs extensives, en l'occurrence, le temps et l'espace, produisent une grandeur intensive. Toutefois, la science mathématique de la nature de la théorie du mouvement doit impliquer la possibilité de l'application de la mathématique. En effet, comme l'indique Kant :

Pour rendre possible l'application des mathématiques à la théorie des corps, seul moyen d'en faire une science de la nature, il faut présenter d'abord les principes de la construction des concepts qui se rapportent d'une manière générale à la possibilité de la matière. (Ak. IV 472)

L'espace, comme forme *a priori* et subjective de la connaissance sensible, ne contient pas de métrique intrinsèque. En ce sens, comme nous l'avons vu avec Brittan, Kant se distingue de la conception de l'espace de Newton. Dans la *Critique*, ce n'est qu'à partir de l'Analytique des principes, c'est-à-dire après les catégories pures de l'entendement, que sont introduites les conditions de quantification de l'espace. En ce sens, le premier livre de la *Critique* peut être interprété comme un effort de fonder la quantification possible des grandeurs spatio-temporelles.

Conclusion

Le lien entre la théorie de la quantification et la construction possible d'une science mathématique de la nature trouve sa raison dans le développement de la *Critique* qui va de l'Esthétique transcendantale à l'Analytique des principes purs de l'entendement. Dans le système des principes de l'entendement pur, Kant fournit les principes sur lesquels cette

quantification se fonde et s'applique *a priori* à toute grandeur spatio-temporelle, dont le mouvement.

Mais, la théorie du mouvement de Kant présentée dans les *Premiers principes* présuppose que les mouvements des objets dans l'espace impliquent que le temps est numérique. En ce sens, la Phronomie de Kant est une science *a priori* pure et sensible qui implique des *quanta* temporels et leur quantification dans une science de la quantité générale. De cette manière, le concept nombre et son application à la *nature* fournit les conditions de possibilité de la mesure. La forme du sens interne ayant une structure mathématique intrinsèque avant toute expérience, le nombre entendu comme schème de la grandeur pur advient en tant que détermination temporelle.

La science de la nature se construit donc dans une *écriture* mathématique dont le concept de quantité est représentable. En d'autres termes, la science quantitative du mouvement pur est construite. La clé de cette interprétation est que le temps de l'Esthétique contient une structure protométrique.

Notons que sur la question de la relation entre la Phronomie et l'Esthétique transcendantale, Brittan se rapproche de l'interprétation néokantienne que nous avons identifiée plus haut, au sein de laquelle l'Analytique des principes est favorisée au détriment de l'Esthétique transcendantale. En effet, même si Brittan a montré qu'il n'y a pas de contradictions apparentes entre l'Esthétique transcendantale et l'Analytique transcendantale, le rôle qu'il alloue à celle-ci dans les fondements de la Phronomie est minime. Par conséquent, en ce qui a trait à la Phronomie, l'Esthétique transcendantale est, en apparence du moins, superflue. La schématisation des concepts purs de l'entendement expliquent comment les catégories s'appliquent à l'expérience empirique. La quantité est

un concept pur qui s'applique sur les concepts empiriques, y compris les concepts *purs sensibles*, comme celui du mouvement. Le temps ayant préséance sur l'espace, la schématisation du concept de quantité précède son application sur les grandeurs spatiale et spatio-temporelles.

CHAPITRE 5 – La construction de la quantité variable x

Introduction

Nous avons affirmé l'importance d'analyser l'épistémologie critique dans les cadres de l'algébrisation des sciences de la nature dans les premiers chapitres de ce travail. Dans les chapitres 3 et 4, nous avons constaté que le temps joue un rôle essentiel dans le fondement de la science mathématique de la nature. En utilisant l'algèbre, les mathématiciens ont pu indiquer à l'aide de signes — des *caractères* — la *quantité*. Ils déterminent le concept de grandeur, en général, selon des règles de l'arithmétique et ils *voient* les démarches de leur preuve sans nécessairement se référer à une figure étendue dans l'espace, comme en géométrie. De ce fait, l'algèbre, méta-science de l'arithmétique, marque un point tournant dans l'histoire des sciences mathématiques de la nature. Les mécaniciens à l'époque moderne vont se servir de cette mathématique pour décrire les relations spatio-temporelles.

Dans ce chapitre nous tirons les conclusions de notre analyse. Dans un premier temps, nous réaffirmons notre position sur les rapports entre le temps et la quantification des grandeurs pures. Dans la première *Critique*, la construction algébrique est produite par une synthèse pure qui n'engage que les concepts purs quantitatifs de l'entendement et la forme du sens interne, le temps. Nous inversons donc la lecture acceptée. Les constructions géométriques ne sont pas les constructions les plus *fondamentales* du système critique. Les constructions les plus pures du concept de la quantité sont les constructions qui fixent les relations entre les quantités indéterminées, *les variables liées dans les équations*. Les variables permettent, de fait, de manipuler sous forme symbolique le même concept de

quantité représenté dans les constructions géométriques.¹⁴⁵ Ainsi, non seulement l'algèbre, fondée dans l'arithmétique, ne doit pas nécessairement se référer à une construction étendue dans l'espace, mais la quantification des grandeurs spatiales est déterminée dans une théorie préalable de la quantification pure. Les fondements de l'arithmétique et de l'algèbre dans l'épistémologie critique, c'est-à-dire la possibilité de la construction des nombres et de la variables x qui les désignent *en général*, précèdent donc ceux de la géométrie, la chronométrie, et la Phoronomie.

Dans un deuxième temps, sur la base de notre analyse, nous critiquons les interprétations de Jules Vuillemin, Lisa Shabel et Béatrice Longuenesse. Cette discussion nous mènera, dans un troisième temps, à mettre en lumière le rôle essentiel de la *synthesis speciosa* dans la représentation des concepts logiques de quantité dans l'intuition pure. Cette synthèse figurée introduite dans la *Déduction transcendantale* de l'édition de 1787 (Déduction-B) explique la production des schèmes purs de l'entendement, qui donnent une *signification* sensible pure aux catégories. La synthèse pure figurative est donc une condition transcendantale de la théorie de la grandeur en général. L'épistémologie critique donne les conditions de possibilité de la transcription des grandeurs dans les équations algébriques. En ce sens, la théorie kantienne de la science de la quantification est complètement conforme à celle de ces contemporains, comme Kästner et Euler.

¹⁴⁵ Nous avons vu au chapitre 1, dans l'introduction dans la mathématique moderne que c'est le même concept de quantité qui s'applique dans toutes les sciences mathématiques. Le concept de quantité en général (*quantitas*) est univoque. Voir RABOUIN, D. (2009). *Mathesis universalis : l'idée de "mathématique universelle" d'Aristote à Descartes*, Paris : Presses universitaires de France, 405p.

Section 1 : Le temps et la quantification des grandeurs

En suivant l'ordre de présentation de la première *Critique* et des *Premiers principes métaphysiques*, l'interprète du système critique se trouve devant un *continuum* de grandeurs qui procède des grandeurs les plus pures aux grandeurs les moins pures. Dans l'Esthétique transcendantale, le temps et l'espace sont donnés comme *quanta* homogènes et continus. Avec le Schématisme transcendantal, nous obtenons la grandeur en général, le *nombre*. Le schème du nombre est généré par un effet de l'entendement sur la forme du sens interne. Ensuite, nous trouvons la théorie des quantités déterminées, l'*arithmétique*. Les Axiomes de l'intuition fondent les grandeurs spatiales et leur science, la *géométrie*, ainsi que la science de la mesure du temps elle-même, la *chronométrie*. Enfin, nous avons les grandeurs spatio-temporelles dont les dimensions, comme la vitesse, trouvent leurs principes dans la science pure du mouvement, la *Phoronomie*.

Selon nous, la possibilité de représenter les variables dans l'intuition pure est fondée avant les constructions géométriques, car elle est fondée dans le temps et les concepts logiques de quantité, et ne présume pas l'intuition de l'espace. Les constructions mathématiques en algèbre ne se réfèrent qu'aux quantités variables. Elles sont donc plus pures que les constructions géométriques qui, elles, dépendent de la forme spécifique spatiale de l'intuition pure *a priori*.

Le rapport entre la théorie de la quantification des grandeurs en général et le temps est un élément fondamental du système kantien. Dans la science de la nature, le temps est à la fois un moyen de quantification et un objet d'étude et de mesure. Kant présente donc une conception de la science de la quantification des grandeurs basée sur des *schèmes temporels*. Pour le philosophe transcendantal, le temps est la forme du sens interne de

l'intuition pure *a priori*. Le temps est la condition de l'application du concept de grandeur en général, le nombre, à toutes grandeurs. En mettant en rapport la discussion de Kant sur l'algèbre que nous trouvons dans *la Théorie transcendante de la méthode* (A 717/B 748) et la structure du temps telle que sous-entendue dans la première *Critique*, nous affirmons que la théorie de la quantification permet la manipulation des valeurs numériques indéterminées avant la représentation de la quantité dans la géométrie.

Comme nous l'avons souligné dans le chapitre 1, c'est au cours de sa discussion sur la différence entre la connaissance philosophique et mathématique dans la *Théorie transcendante de la méthode*, que Kant établit nettement la distinction entre la géométrie et l'algèbre – *die Buchstabenrechnung*. Les constructions algébriques sont des *constructions symboliques* qui représentent la grandeur pure dans l'intuition pure *a priori*. Elles se différencient par là des constructions géométriques. Car, les *constructions ostensives*, comme employées en géométrie, présentent le concept de quantité avec un diagramme – un objet spatial. Dans les deux cas, le concept de quantité est construit dans l'intuition pure. Toutefois, en algèbre, la construction symbolique présente des relations entre les grandeurs pures. La construction symbolique représente la quantité comme les constructions ostensives (la géométrie), mais en faisant abstraction de la nature spécifique de l'objet pensé (A 717/B 745). Les constructions symboliques sont des constructions mathématiques qui réfèrent à des quantités variables (dans le temps). Les valeurs de ces dernières sont leurs quantités déterminées. Notons que c'est aussi de cette manière qu'Euler introduit la notion de quantité variable dans le premier volume de son *Introduction à l'analyse des infinie* (1748):

2. Une quantité variable est une quantité qui n'est pas déterminée ou qui est universelle, et qui peut prendre n'importe quelle valeur.

Puisque toutes les valeurs déterminées peuvent être exprimées sous forme de nombres, une quantité variable prend tous les nombres possibles (tous les nombres de tous les types). Tout comme les idées des individus, les idées des espèces et des genres sont des formes, une quantité variable est un genre dans lequel sont contenues toutes les quantités déterminées. Les quantités variables de ce type sont généralement représentées par les dernières lettres de l'alphabet z, y, x, etc.¹⁴⁶

Aujourd'hui, quand nous parlons de variable, nous nous exprimons, à peu de chose près, encore de la même manière. Par exemple, dans la forme d'une équation algébrique de second degré : $ax^2+bx+c=0$, les symboles représentent des quantités *en général* en faisant abstraction à la fois de la *nature* de l'objet et des quantités déterminées. La variable x représente toutes les solutions numériques possibles de l'équation.

La théorie des mathématiques de Kant n'est pas fondamentalement différente. Dans la *Théorie transcendantale de la méthode*, Kant explique clairement la distinction entre les constructions ostensives et les constructions symboliques. Les constructions mathématiques représentent le concept de quantité par moyen de signes visibles, alors que les concepts philosophiques ne peuvent être construits dans l'intuition pure. C'est la raison pour laquelle la connaissance philosophique restera toujours discursive. Elle ne construit pas de figure dans l'intuition pure *a priori*. Mais les mathématiques, que ce soit avec des lignes ou des symboles, sont capables de représenter le concept de quantité dans l'intuition. La figure singulière dessinée sur une feuille de papier ou construite par la simple imagination – *bloße Einbildung* – dans l'intuition pure exprime le concept *in concreto* sans atteindre son universalité, « c'est toujours simplement l'acte de construction que l'on

¹⁴⁶EULER, L. (1748). *Introduction to analysis of the infinite. Book I*. Tra. BLANTON, New York et Berlin: J. D. Springer. « A variable quantity is one which is not determined or is universal, which can take any value. Since all determined values can be expressed as numbers, a variable quantity takes on all possible numbers (all numbers of all types). Just as from ideas of individuals the ideas of species and genus are forms, so a variable quantity is a genus in which are contained all determined quantities. Variable quantities of this kind are usually represented by the final letters of the alphabet z, y, x, etc. ».

considère » (A 714/B 742). Ainsi, selon Kant, le mathématicien peut représenter ses concepts dans l'intuition pure *in concreto* de deux manières, soit avec des figures dans l'espace, soit avec des équations algébriques. Dans les deux cas, c'est un concept quantitatif qui est représenté. Toutefois, les constructions symboliques représentent le concept de grandeur pure sans représentation spatiale. Par le moyen d'équations, le mathématicien peut en ce sens manipuler les quantités sans construire une figure étendue.

L'acte de la construction symbolique est une synthèse pure de l'entendement. Au début du texte de la Dédution-B, Kant affirme que « toute liaison n'en est pas moins un acte de l'entendement que nous voudrions désigner par la dénomination de *synthèse* » (B 130). En effet, les jugements mathématiques sont, selon lui, des jugements synthétiques *a priori*. Ils sont produits par la faculté de juger, qui *subsume* le divers de l'intuition pure *a priori* sous les concepts purs de l'entendement. Cette capacité de subsumer est fondée sur la faculté synthétique de l'entendement, liant les catégories de l'entendement au divers de l'intuition pure donné dans la forme du sens interne, le temps. Dans la construction d'un objet comme le triangle, l'acte de construction est une synthèse pure qui relie le divers donné dans l'intuition pure de l'espace selon le schème temporel de la quantité, produisant ainsi un *objet spatial potentiellement quantifiable*. Par contre, l'acte de construction de la variable x est une synthèse pure de l'entendement qui n'affecte que la forme du sens interne. L'acte de construction lie le divers de l'intuition pure donné sous le concept de quantité pure selon la forme du sens interne, sans préciser le type de grandeur en question. En d'autres termes, la synthèse génère la représentation de la quantité pure dans l'intuition pure du temps, c'est-à-dire l'objet indéterminé désigné par la variable x .

Section 2 : L'autonomie des constructions symboliques

Le passage de la *Théorie transcendantale de la méthode* est essentiel à notre compréhension de la théorie des mathématiques de Kant. Toutefois, plusieurs commentateurs, notamment Jules Vuillemin¹⁴⁷, Lisa Shabel¹⁴⁸ et Béatrice Longuenesse¹⁴⁹, ont interprété ce passage en sous-estimant l'autonomie de l'algèbre dans le système critique. Ces interprétations ont, par conséquent, amené à confusion les affirmations de Kant sur l'algèbre.

L'analyse de Vuillemin est un cas patent. En fait, il n'envisage même pas la possibilité de l'algèbre dans le système *Critique*, car il présume que l'entendement ne peut manipuler que des grandeurs spatiales. Par exemple, dans son étude sur les rapports entre les sciences et la philosophie kantienne, Vuillemin affirme que la géométrie est la discipline mathématique qui se rapporte le plus immédiatement à la réalité. Par conséquent, les autres disciplines mathématiques comme l'arithmétique et l'algèbre doivent s'y rapporter elles aussi. En ce sens, dans les cadres de l'épistémologie critique kantienne, l'arithmétique et l'algèbre ne peuvent être fondées, car elles sont abstraites. Elles se rapportent en dernière instance à la géométrie, qui est, selon Vuillemin, plus sensible et plus près de l'expérience empirique.¹⁵⁰ Vuillemin défend son propos en s'appuyant sur les Axiomes de l'intuition, où Kant dit que les intuitions externes sont des grandeurs extensives. Selon Vuillemin, les Axiomes de l'intuition ne concernent que les grandeurs (*quanta*) ou l'espace, non la

¹⁴⁷ VUILLEMIN, J. (1955). *Physique et métaphysique kantienne*. Paris : Presses universitaires de France.

¹⁴⁸ SHABEL, L. (1998). « Kant on the Symbolic Construction of Mathematical Concepts », *Stud. Hist. Phil. Sci.* Vol 29, No. 4, pp. 589-621.

¹⁴⁹ LONGUENESSE, B. (1991) *Kant et le pouvoir de juger : sensibilité et discursivité dans L'Analytique transcendantale de la Critique de la raison pure*. Paris: Presses universitaires de France, 482p.

¹⁵⁰ Voir Vuillemin, 1955, « L'arithmétique et l'algèbre sont des instruments sans doute nécessaires à la physique, mais seulement dans la mesure où elles permettent des opérations de détour qui doivent toujours en fin de compte rejoindre la représentation géométrique. Celle-ci, au sens où l'entend Kant, est toute proche de la réalité physique, dont elle fournit une traduction immédiate » (p.50).

grandeur (*quantitas*) ou le temps. En conséquence, la géométrie est la mathématique la plus fondamentale. Les concepts mathématiques plus abstraits, comme le concept de linéarité, doivent se rapporter à la géométrie, ce qui met en parenthèse leur valeur intellectuelle ou formelle.¹⁵¹ À partir de ce point de vue, il ne serait donc pas possible de décrire, au sein des cadres de l'épistémologie critique, les constructions géométriques avec une *algèbre*.

Par ailleurs, comme nous l'avons souligné dans le chapitre 3, Vuillemin affirme que l'épistémologie critique favorise le *quantum spatial*. Il appuie sa thèse sur le texte de la *Réfutation de l'idéalisme transcendantale*. Son interprétation passe sous silence l'apport essentiel du temps dans la structure argumentative de la première *Critique*. Par conséquent, l'idée d'une science mathématique fondée dans la méta-science de l'arithmétique paraîtrait absurde dans les cadres de l'épistémologie *Critique*. Mais en plus, si nous poussons son analyse plus loin, les seuls objets mathématiques que l'on puisse construire sont spatio-temporels. Ce qui laisse penser que, dans la construction de la figure géométrique, le temps est parasitaire. Plutôt, Vuillemin affirme que c'est le mouvement, grandeur pure spatio-temporelle, sur lequel est « fondé » la quantification de grandeurs pures.¹⁵²

De son côté, Lisa Shabel a affirmé que la doctrine kantienne des mathématiques inclut l'algèbre. Contrairement à Vuillemin, elle défend la cohérence de ce qu'elle croit être fondamentale à la doctrine kantienne des constructions mathématiques, c'est-à-dire le fait que le mathématicien construit ses concepts dans l'intuition pure *a priori* et qu'il utilise

¹⁵¹ Voir Vuillemin (1955) « La relation fondamentale de la linéarité : $f(ax, ay) = af(x, y)$, fournit à l'analyse l'une de ses principales méthodes pour déterminer la nature des fonctions inconnues qui obéissent à cette relation. Toute fonction qui répond en effet à cette propriété d'additivité est linéaire, et le développement de l'algèbre a précisément mis en valeur cette relation dont le caractère 'intellectuel' ne pouvait qu'être négligé dans une interprétation fondant la connaissance mathématique sur l'intuition sensible » (p.49).

¹⁵² Voir Vuillemin, 1955, « L'activité pure du schématisme repose, en fin de compte, sur la capacité à être affecté par un mouvement. C'est cette donnée primitive du choc — dont la pensée ne retiendra d'ailleurs que ce qui est juste nécessaire pour élaborer la possibilité de l'expérience — qui sert de point de départ à toute réflexion transcendantale [...] » p.27.

des constructions symboliques. Toutefois, pour que la quantité, représentée par des symboles dans une équation algébrique, ait un sens, elle doit nécessairement se ramener à une représentation géométrique. Selon Shabel, l'algèbre est davantage un outil qui aide le mathématicien à manipuler les objets mathématiques qu'une partie autonome des mathématiques.¹⁵³ Dans le cadre de l'épistémologie critique, c'est dire que les constructions symboliques doivent d'abord servir à manipuler les constructions ostensives dans l'intuition pure *a priori*. Puisque le mathématicien construit les objets mathématiques dans l'espace, les symboles devraient être capables d'exhiber les propriétés spatiales de l'objet construit. Comme Shabel l'affirme, la *variable* ne peut exhiber la forme spatio-temporelle des objets mathématiques de la même manière qu'un objet géométrique. Elle conclut donc que les constructions algébriques ne peuvent avoir aucune signification si elles n'indiquent pas des constructions ostensives.

En montrant que les constructions symboliques doivent se ramener aux constructions ostensives, Shabel doit, selon nous, réaménager quelque peu le rapport des grandeurs et leur quantification dans la première *Critique*. Elle affirme que l'objet mathématique construit est *spatio-temporel* et qu'il possède les propriétés de la forme du sens externe et de la forme du sens interne. Toutefois, elle ne met pas en évidence le fait que dans la construction du triangle, la quantification temporelle est latente. Elle concentre son analyse plutôt sur la spatialité de la construction mathématique. D'après nous, l'interprétation de

¹⁵³ « [...] la méthode algébrique, avec ses équations d'où elle fait par réduction surgir la vérité en même temps que la preuve, n'est certes pas une construction géométrique, mais elle constitue une construction *caractéristique*, dans le cadre de laquelle, en se servant des signes, on présente les concepts dans l'intuition, notamment ceux qui portent sur le rapport entre les grandeurs, et où, sans jamais considérer la dimension heuristique, on garantit tous les raisonnements contre les erreurs par la manière dont chacun se trouve visualise ». (A 734/B 762)

Shabel suppose que toutes les synthèses effectuées par l'entendement, liant le divers de l'intuition pure aux concepts purs, donnent lieu à la construction d'un objet spatial qui précède la quantification des grandeurs en général, le nombre. Par conséquent, elle doit nier que le schème de nombre, tel que présenté par Kant dans le Schématisme, est associé à celui d'une quantité variable.

Kant's concept of magnitude in general is not to be confused with the concept of number in general which he invokes in the Schematism. [...] 'magnitude in general' cannot be identified with the concept of a variable numeric quantity.¹⁵⁴

Shabel établit une distinction entre la grandeur en général et le nombre. Toutefois, avec la doctrine du Schématisme transcendantal, le nombre est introduit par Kant comme le schème du concept de la quantité. Le schème du concept de quantité est le plus pur et il est relié directement à la forme du sens interne. Le nombre est un produit de l'activité de schématisation de l'entendement, c'est le concept de la grandeur en général. Ainsi, il n'est pas restreint à la représentation spatiale. La *spatialité* de la construction mathématique n'advient qu'après que l'entendement ait posé le concept logique dans la forme du sens interne – générant ainsi le concept de grandeur indéterminée. De fait, la conception du nombre comme schème pur de l'entendement, tel qu'on la trouve dans la première *Critique*, confirme que la géométrie, la chronométrie et la Phronomie présupposent la construction du concept de la grandeur en général, le nombre.

Section 2.1 : La *synthesis speciosa*

Cette lacune chez Shabel découle en partie de sa négligence du rôle de la synthèse pure qui produit le schème pur de la quantité : la *synthesis speciosa*. Celle-ci est introduite dans la deuxième version de la *Déduction transcendantale*, où Kant la distingue de la synthèse

¹⁵⁴ Cf. Shabel, 1998, p. 610.

intellectuelle. La synthèse figurée joue un rôle précis dans le développement de l'argument de Kant. L'acte de la *synthesis speciosa* est une affection du sens interne qui produit les schèmes des catégories.

Cette synthèse « figurative » est centrale à l'interprétation de Béatrice Longuenesse. Elle affirme que c'est avec cet acte de l'entendement que la forme du sens externe et la forme du sens interne sont produites et unifiées. Selon elle, les figures générées dans la forme de l'intuition résultent d'un seul et même acte d'auto-affection.

[...] l'entendement ne produit l'intuition de l'espace que dans la mesure où il en affecte le sens interne ; mais par là il produit aussi l'intuition du temps comme forme de l'intuition de son propre acte. Il n'y aurait pas d'intuition de l'espace s'il n'y avait pas affection du sens interne par l'acte de tracer des figures.¹⁵⁵

L'effet de l'entendement sur le temps confirme, pour elle, que la *synthesis speciosa* est à l'origine des constructions géométriques. De fait, il n'y aurait pas d'intuitions de l'espace, s'il n'y avait pas de *synthesis speciosa*, la faculté de tracer des figures. L'acte synthétique de la *synthesis speciosa* détermine donc les constructions spatiales. Longuenesse étend son analyse, cependant, en affirmant qu'il n'y aurait pas non plus une intuition du *temps* s'il n'y avait pas d'acte de production d'une figure dans l'espace. Autrement dit, les constructions ostensives, comme la construction d'un triangle dans l'intuition pure, précèdent les constructions symboliques, comme la représentation du concept du nombre. En fait, le concept de nombre tel que représenté par un signe n'aurait de sens que s'il se réfère à une construction ostensive. Ainsi, selon Longuenesse, les constructions symboliques, associées par Kant à l'algèbre dans la *Théorie transcendantale de la méthode*

¹⁵⁵ Cf. Longuenesse, 1991, p. 295

(A 717/ B 745), n'acquièrent une signification que dans la mesure où elles se réfèrent aux constructions ostensives et spatiales.

En se référant à une lettre de Kant à Schultz, Longuenesse associe le terme *Buchstabenrechnung* à l'arithmétique générale qu'elle tient pour équivalente à une forme de représentation des constructions ostensives.

On peut remarquer que les cinq points ou les cinq doigts sont, en arithmétique, l'équivalent des constructions ostensives de la géométrie : n'y sont pris en considération que les actes de constitution de la multiplicité. Cette construction ostensive est au fondement des constructions symboliques que sont les opérations sur les chiffres : les secondes n'auraient pas de sens si elles ne pouvaient en dernière analyse être référées aux premières.¹⁵⁶

Soulignons d'emblée qu'il serait contraire à l'esprit de l'argument de Longuenesse d'inférer que le *nombre* se réduirait à une image des points ou des doigts de la main. Car le nombre est issu de l'aptitude à penser qui est équivalente à l'aptitude de construire une multiplicité. En effet, selon Longuenesse, « la science du nombre est 'une synthèse purement intellectuelle que nous nous représentons en pensée' [...] ».¹⁵⁷ Elle défend la thèse que le nombre n'est pas un concept tiré de l'expérience empirique, mais plutôt un concept d'origine purement intellectuelle. Toutefois, ce n'est pas clair si, selon Longuenesse, le nombre se libère ainsi de la représentation spatiale. L'auteure affirme explicitement que les signes visibles doivent référer, en dernière instance, à des constructions ostensives. Même si le nombre est un produit de l'activité cognitive de l'entendement, il reste qu'il doit être *réfléchi* dans un signe visible. L'affirmation de Longuenesse suppose, d'après nous, que les constructions symboliques se ramènent à des

¹⁵⁶ Cf. Longuenesse, 1991, p. 295

¹⁵⁷ Cf. Longuenesse, 1991, p. 265

constructions étendues dans l'espace. L'algèbre serait alors une discipline mathématique qui n'aurait pas de sens si elle n'était pas interprétée géométriquement.

L'analyse de Longuenesse du passage de la *Théorie de la méthode transcendante* aboutit au même résultat que l'analyse de Shabel : les constructions symboliques n'ont un sens que si elles se réfèrent finalement à des constructions ostensives. Les équations algébriques indiqueraient bien la forme spatio-temporelle de l'objet construit. Mais, la variable x , tenant lieu de toutes les quantités indéterminées, devrait aussi indiquer une forme de l'espace si le x doit avoir un sens déterminé.

Section 3 : La préséance de la théorie de la quantité pure

L'algèbre est la théorie de la quantité qui explique comment manipuler toutes les grandeurs représentées par les variables exprimant des quantités indéterminées et inconnues.¹⁵⁸ Chez Kant, dans l'équation algébrique, la variable x représente toutes les grandeurs (homogènes) et sa construction précède la détermination des grandeurs spatiales. Ce constat ne devrait plus étonner les commentateurs. Cette structure reflète la manière dont les mathématiques sont introduites chez les interlocuteurs de Kant, comme Euler¹⁵⁹, mais aussi Kästner. Dans son *Anfangsgründe der Arithmetik*, Kästner développe la *Buchstabenrechnung* (algèbre) et l'arithmétique avant la géométrie.¹⁶⁰ Nous savons que

¹⁵⁸ EULER, L. (1798). *Éléments d'Algèbre*, Tome I et II. Saint-Petersbourg : Academie des Sciences.

¹⁵⁹ EULER, L. (1748). *Introduction to analysis of the infinite. Book II*. Tra. BLANTON, J. D. Springer: New York and Berlin (1990). « A variable quantity is a magnitude considered in general, and for this reason, it contains all determinate quantities. Likewise in geometry a variable quantity is most conveniently represented by a straight line RS, of indefinite length, as in *figure 1*. Since in a line of indefinite length we can cut off any determined magnitude, the line can be associated in the mind with the variable quantity. First we choose an A in the line RS, and associate with any determined quantity an interval of that magnitude which begins at A. Thus a determined portion of the line, AP, represents the determined value contained in the variable quantity.» (Euler, 1990 [1748], 3). Cité dans HYDER, D, (2019) *Kant on Time I: The Kinematics of the Metaphysical Foundations of Natural Science*, *Kant-Studien*, vol. 110 no. 3, pp. 477–497.

¹⁶⁰ KASTNER, A. (1758). *Anfangsgründe der Arithmetik, Geometrie, ebenen und sphärischen Trigonometrie und Perspectiv*. Vandenhoeck und Ruprecht : Göttingen .

Kant possédait une copie de cette œuvre et qu'il tenait Kästner en estime.¹⁶¹ Le fait que les contemporains de Kant *appliquent* l'algèbre aux grandeurs spatiales et temporelles, après l'avoir développée, explique *pourquoi* le concept de grandeur en général précède les Axiomes de l'intuition dans la *Critique*. Comme chez Kästner, la théorie de la quantification des grandeurs pures précède, chez Kant, celle de la quantification des grandeurs spatiales et leurs représentations spatio-temporelles. Kant développe une épistémologie des sciences de la quantification dans le *mode de pensée algébrique* où la quantité variable indiquée à l'aide de symbole dans les équations devient la mathématique fondamentale.

Les catégories n'ont pas d'autre usage légitime que leur usage empirique. Mais, étant des concepts purs de l'entendement, elles ne peuvent provenir de l'expérience empirique. Afin d'acquérir une signification spécifiée, les catégories doivent être temporellement schématisées. Ainsi, les schèmes, comme le dit Kant, sont les vraies et uniques conditions de l'application empirique des catégories. Ces schèmes transcendants sont eux-mêmes des concepts – des concepts *temporalisés*. Car leur *differentiae* temporelles donnent une *intention schématique* à la catégorie (A 146/B 185). Dans le cas du schème pur de la quantité, c'est uniquement sur la forme du sens interne que la catégorie de la quantité est projetée. Ainsi, la doctrine du Schématisme transcendantal donne le nombre avant qu'il soit question de mesurer les relations spatio-temporelles.

Dans la première *Critique*, c'est la description de la *synthesis speciosa* qui explique la capacité de la faculté de l'entendement à représenter les concepts de l'entendement de manière *générale* dans la forme du sens interne. Les figurations des concepts purs de

¹⁶¹ ONOF, C. et SCHULTING, D. (2014). *Kant, Kästner and the Distinction between, Metaphysical and Geometric Space* Kantian review, 2014.

l'entendement sont des figures temporelles : des schèmes. La théorie de la quantité pure est donc liée à la structure du temps à travers les deux schèmes de la grandeur. Autrement dit, les marques visibles du concept de la grandeur en général sont des déterminations temporelles (*Zeitbestimmungen*). Le système des grandeurs spatio-temporelles émerge quand le schème du nombre est projeté sur la forme de l'espace et la forme du temps.¹⁶²

Le *choc* qui met en fonction l'entendement, et auquel Vuillemin fait allusion, n'est pas le mouvement, mais un effet de l'entendement sur la forme du sens interne, le temps.¹⁶³ La synthèse figurée, quand elle génère un schème pur, effectue un acte synthétique temporel qui n'engage pas la forme du sens externe, l'espace. Le fondement dans la synthèse pure temporelle, à la base de la quantification des grandeurs, explique leur possible représentation dans la variable x . La transcription des grandeurs indéterminées dans une mathématique symbolique et formelle, comme dans une algèbre, trouve sa condition transcendantale dans la synthèse figurée.

¹⁶² Remarquons ici comment la théorie d'Hamilton, introduit au chapitre 3 lors de notre discussion sur l'interprétation de Winterbourne, prend son sens avec la théorie kantienne. Cela dépasse les limites de ce chapitre de revenir sur la filiation entre Hamilton et Kant, mais elle confirme, néanmoins, pourquoi la théorie de la quantification des grandeurs pures peut se comprendre comme une science du temps. Voir HAMILTON, W.R. . (1837), *Theory of Conjugate Functions or Algebraic Couples; With a Preliminary and Elementary Essay on Algebra as the Science of Pure Time*, Transactions of the Royal Irish Academy, vol. 17, part 1 pp. 293–422. Editeur, Wilins (2000), Dublin. « In all Mathematical Science we consider and compare relations. In algebra the relations which we first consider and compare, are relations between successive states of some changing thing or thought. And numbers are the names or nouns of algebra; marks or signs, by which one of these successive states may be remembered and distinguished from another.... Relations between successive thoughts thus viewed as successive states of one more general and changing thought, are the primary relations of algebra. For with Time and Space we connect all continuous change, and by symbols of Time and Space we reason on and realise progression. Our marks of temporal and local site, our then and there, are at once signs and instruments of that transformation by which thoughts become things.... And such a transformation there is when, in Algebra, we contemplate the change of our own thoughts as if it were the progression of some foreign thing, and introduce Numbers as the marks or signs to denote place in that progression » (pp.298-299).

¹⁶³ Vuillemin, 1955 « L'activité pure du schématisme repose, en fin de compte, sur la capacité à être affecté par un mouvement. C'est cette donnée primitive du choc — dont la pensée ne retiendra d'ailleurs que ce qui est juste nécessaire pour élaborer la possibilité de l'expérience — qui sert de point de départ à toute réflexion transcendantale [...] » (p.27).

Le concept de quantité *temporalisé* est à l'origine de la quantification de la grandeur en général. C'est un produit synthétique de l'entendement agissant sur la forme du sens interne. Omettre l'apport du temps dans les sciences de la quantification brouille forcément les rapports entre l'algèbre et les autres sciences quantitatives. Cependant, aucun des commentateurs critiqués dans cette section n'a souligné le rôle du temps dans la quantification de la grandeur en général. Ceci explique pourquoi ils confondent la relation entre les différentes théories dans le système critique. Même si la synthèse qui produit le schème de nombre a lieu dans la forme du sens interne, les commentateurs persistent à assigner au concept général de la grandeur une interprétation spatiale et géométrique. Ils fixent leurs interprétations sur l'espace et la propriété spatio-temporelle de l'expérience empirique. Du coup, l'épistémologie kantienne ne peut rendre compte adéquatement de l'algèbre et de l'arithmétique.

Conclusion

Dans la première partie de notre travail, nous avons vu que les bases de la géométrie analytique sont établies dès le seizième siècle, entre autres, avec « l'algèbre spéculaire » de Viète où la quantité est représentée directement avec des lettres.¹⁶⁴ La théorie de la quantification des grandeurs en général, fondée dans l'arithmétique, a permis aux mathématiciens Modernes de quantifier tous les types de grandeurs et de les ramener sous une seule discipline mathématique. Ils quantifient les grandeurs spatiales à l'aide des règles de l'arithmétique et ils écrivent le tout sous forme d'équations. Felix Klein décrit cette période de l'histoire des sciences comme suit :

¹⁶⁴ FRANÇOIS, V. « *La nouvelle algèbre de M. Viète : précédée de l'Introduction en l'art analytique* » Paris : Fayard, 271p.

A glance at the more modern textbooks of the differential and integral calculus suffices to show the great change in method; where formerly a diagram served as proof, we now find continual discussions of quantities which become smaller than, or which can be taken smaller than, any given small quantity. (Klein, 1895, p. 242).¹⁶⁵

Cette phase d'arithmétisation des sciences mathématiques a permis aux Modernes de développer une science de la nature mathématique qui se départira petit à petit des figures géométriques. L'algébrisation de la géométrie permettra aux mécaniciens du dix-huitième siècle de construire une géométrie analytique. L'algèbre fondée dans l'arithmétique devient la théorie de la quantification des grandeurs non-déterminées.

Dans les chapitres 2 et 3, nous avons vu que la notion de nombre se libère de sa conception spatiale au cours de l'arithmétisation des sciences de la quantité. Nous nous sommes distancés des thèses qui affirment que la théorie du nombre chez Kant est fondée dans la géométrie. Car, le concept de nombre est clairement fondé dans le Schématisme transcendantal. Nous avons affirmé qu'il serait erroné d'inférer que l'espace a préséance sur le temps. La théorie kantienne du schématisme des concepts purs de la quantité ne présume pas des relations spatiales et physiques, mais des relations temporelles *a priori*. Nous avons constaté que la théorie du mouvement pur ne repose pas uniquement sur des relations physiques, mais qu'elle implique aussi le temps. La quantification des grandeurs spatio-temporelles, comme la vitesse, n'est pas fondée uniquement sur la science des formes spatiales, la géométrie, mais elle repose aussi sur une théorie de la quantité pure fondée dans le temps. C'est le résultat auquel nous sommes arrivés dans le chapitre 4. Dans ce dernier chapitre, nous nous sommes concentrés sur le rôle de la synthèse pure qui génère

¹⁶⁵ KLEIN, F. (1895). *The Arithmetizing of Mathematics*, An Address delivered at the public meeting of the Royal Academy of Sciences of Gottingen, November 2nd, 1895, p.241-249. Traduction MADISON, I. A., (1869–1950) Bryn Mawr College : Philadelphie.

la représentation symbolique de la quantité variable. La théorie de la quantité pure précède la géométrie, la chronométrie et la Phronomie. En analysant la relation entre la temporalité et la science de la quantification, nous avons été en mesure d'expliquer la possibilité de la construction de la variable x dans l'épistémologie critique.

En somme, nous nous étions donné la tâche de mettre à jour les rapports de la philosophie critique avec le développement des sciences à l'époque moderne. Notre interprétation de la conception de la science de la quantité et son rapport au temps dans la première *Critique* montre que l'épistémologie critique n'échappe pas aux développements des sciences de son époque. Dans la première *Critique*, la synthèse la plus pure génère la quantité variable x qui est fondamentale au développement des mathématiques. Non seulement, la philosophie critique s'inscrit dans le modèle de pensée algébrique, mais elle s'en inspire.

CONCLUSION

Sur l'histoire des sciences physiques et leurs relations à la géométrie, le physicien français Georges Lochak affirmait dans *La géométrisation de la physique* « la géométrie fut d'abord toute puissante en physique sous sa forme élémentaire, dite *euclidienne*, depuis Thalès et Pythagore jusqu'à Galilée et Newton ; chassée de la première place par l'algèbre et l'analyse, son influence commença à décroître, au point que Lagrange crut l'abolir. Mais nous voyons son retour, au début du XX^e siècle [...] avec la relativité et la mécanique quantique » (p.10).¹⁶⁶ Cette citation met en perspective les rapports du projet critique avec le développement des sciences physiques. Quand Kant commence sa période critique avec la publication de la première édition de la première *Critique* en 1781, il vit à une époque où la science physique se développe à un rythme effréné. Les Académies scientifiques sont bien établies et la science se professionnalise. Toutefois, la philosophie ou la métaphysique, comme discipline du savoir peine à faire sa place dans le développement des sciences de la nature. Avec son projet critique, Kant donne espoir aux philosophes de pouvoir contribuer concrètement au développement des sciences. Kant fournit à la postérité un système de philosophie qui doit inclure les principes des sciences de la nature.

Selon nous, la discussion de la théorie des sciences mathématiques de Kant doit se poursuivre dans le cadre du développement de la science mécanique au dix-huitième siècle. Dans notre travail, nous avons replacé le projet critique dans le développement des rapports entre la géométrie, l'algèbre et la physique. De cette manière, nous avons contribué au champ de recherche sur la relation entre la philosophie critique de Kant et les sciences de son époque.

¹⁶⁶ LOCHAK, G. (1994). *La géométrisation de la physique*, Paris : Flammarion, 272p.

L'épistémologie kantienne a été trop longtemps interprétée comme étant caduque devant les techniques les plus avancées de son époque. Une des causes de cet état des études kantienne est liée au fait que l'historiographie de la philosophie au vingtième siècle a été mêlée à des débats sur l'histoire de la théorie de l'espace et du temps qui ont étouffé les rapports que pouvait avoir la philosophie kantienne avec le modèle algébrique.

Dans le monde anglo-américain, après les développements de la théorie de l'espace-temps dans les recherches d'Herman Weil (1885-1955), il y eut la volonté de réhabiliter les thèses absolutistes de Newton. Tout ce développement a retardé l'analyse des thèses kantienne et leur rapport à la mécanique du dix-huitième siècle. Dans les cadres de la recherche sur l'espace-temps, les philosophes des sciences ont critiqué la réception réservée dans les travaux des scientifiques allemands à la théorie d'espace et du temps de Newton. John Earman exemplifie cette attitude. Dans son livre, *World Enough and Space-Time: Absolute versus Relational Theories of Space and Time*¹⁶⁷, il essaye de redorer le blason de la mécanique de Newton qui a été mise à mal, selon lui, dans les écrits des philosophes allemands au début du vingtième siècle.

In the heyday of logical positivism Newton's absolute space and time were seen as so much metaphysical gibberish. Reichenbach (1924), for example, cast Huygens and Leibniz in the roles of far-sighted philosophical heroes and cast Newton and Clarke in the roles of philosophical bumpkins. (Earman, p.27)

Selon nous, cette attitude vis-à-vis de la théorie de Newton a formé le cadre interprétatif de la philosophie kantienne. Malheureusement, la manière d'appréhender les thèses de Kant sur les sciences est souvent tributaire de la perspective historique que l'on se fait du développement des sciences physiques. Ainsi, dans le contexte de la réappropriation de la

¹⁶⁷ EARMAN, J. (1989). *World Enough and Space-Time: Absolute versus Relational Theories of Space and Time*, Cambridge, Mass. : MIT Press, 250p.

théorie de l'espace-temps, les commentateurs, comme Friedman, ont voulu montrer en quoi la théorie de Newton est pertinente dans les études kantienne. Ils se sont donc empressés d'interpréter la philosophie de Kant dans le contexte de la physique de Newton et ils ont essayé de tirer toutes les conséquences qu'elle pouvait avoir pour fonder la mécanique newtonienne. En établissant les liens entre la philosophie critique de Kant et la mécanique empiriste de Newton, les commentateurs ont *oublié* ou ils ont eu à oublier, les thèses rationalistes de Kant qui le rapprochaient du cadre développé par Euler alors que celui-ci est un scientifique qui travaille dans la perspective de Newton.

Autrement dit, dans le monde anglophone, un Kant newtonien (et empiriste) est plus facile à accepter qu'un Kant rationaliste (et cartésien). La philosophie kantienne est aussi importante pour l'histoire des idées que la science mécanique de Newton. Même si l'une comme l'autre a été critiquée, leurs efforts doivent rester louables. Nous pouvons voir dans la réappropriation de la philosophie des sciences de Kant chez les anglophones comme Friedman (2013) qu'il existe une volonté de faire de la philosophie de Kant, une philosophie plus près des empiristes du dix-septième et dix-huitième siècles. Cette attitude nous rappelle le débat Leibniz-Clarke et les conséquences sur le développement de la science mécanique dans le monde anglophone.

Ensuite, sur le continent, la conception newtonienne de la théorie des sciences de Kant a pris racine dans celle des néokantiens allemands du milieu du dix-neuvième siècle. Rappelons que la réhabilitation de la philosophie kantienne au dix-neuvième siècle en Allemagne dans les milieux universitaires a constitué un événement qui marque encore la philosophie. Dans les facultés de philosophie des différentes institutions universitaires, il

y a eu une tentative de retourner à la philosophie kantienne, pour plusieurs raisons, mais surtout pour répondre aux problèmes causés par la *crise* en géométrie.

Ainsi, le retour à Kant s'est opéré dans un contexte socio-scientifique très particulier. Certains philosophes-scientifiques, comme Helmholtz et Hertz, n'écrivaient pas de livre de philosophie à proprement parler, c'est-à-dire qu'ils n'érigeaient pas de système de philosophie, mais donnaient plutôt leurs idées philosophiques en introduction à leurs livres scientifiques. D'un autre côté, dans les universités, se constituaient contre les hégéliens, des écoles qui appelaient à une réinterprétation du kantisme comme doctrine de la connaissance, une véritable *Erkenntnistheory*.¹⁶⁸ Pour les fins de notre propos, soulignons que c'est dans l'école néokantienne de Marbourg et surtout sur Hermann Cohen (1842-1918) que s'est développée l'approche à la philosophie kantienne qui privilégie l'espace sur le temps.

Avec la *Théorie kantienne de l'expérience*, Hermann Cohen fournit les éléments d'un programme qui aura encore un écho aujourd'hui, entre autres, dans les travaux de Michael Friedman. Avec la *Théorie kantienne de l'expérience*, Cohen s'inscrivait dans le courant néokantien qui, à travers les figures de Friedrich Aldolf Trendelenburg (1802–1872) et Eduard Zeller (1814-1908), appelait à rejeter le paradigme de la philosophie idéaliste de Fichte et d'Hegel et à retourner à la philosophie kantienne afin de remédier aux problèmes qu'ils entrevoyaient entre les doctrines philosophiques et les sciences. Ce mouvement de *retour à Kant* a donné lieu à une interprétation du projet critique marquée par une compréhension particulière de l'histoire des sciences mécaniques et la philosophie qui met

¹⁶⁸ Voir sur la question du retour à Kant, le travail de Richard Rorty dans *Philosophy and the Mirror of Nature* 1979. Il n'est pas de notre propos de répondre à Rorty ici. Cependant, notons que Rorty se sert de cet événement pour discuter du tournant épistémologique en philosophie qu'il met en symétrie avec le tournant linguistique.

l'accent sur les rapports entre le système kantien et la physique de Newton.¹⁶⁹ Cette interprétation des rapports de la philosophie kantienne et les sciences a été le fer de lance de l'école néokantienne de Marbourg représentée par Hermann Cohen. L'interprétation des marbourgeois aura des conséquences importantes sur la manière d'interpréter le projet critique kantien. Elle a une manière particulière de lire et lier entre elles les différentes parties du projet critique kantien. Cohen et ses disciples mettaient en valeur l'Analytique transcendantale et tenaient les *Prolégomènes* et la méthode analytique comme ce qu'il fallait favoriser dans l'interprétation de la philosophie kantienne. Cohen a dit dans la *Théorie kantienne de l'expérience* que ce n'est qu'à titre de newtonien que Kant aurait pu penser à son système. De la même façon, Friedmann dans *Kant and the Exact Sciences* affirme la parenté entre le projet critique, tout particulièrement l'Analytique des principes, et la physique newtonienne.

Newton's *Principia* serves as the object of an important application of transcendental philosophy, and this application of metaphysics to physics is necessary for a full understanding of physics itself.¹⁷⁰

Aujourd'hui, il est donc devenu coutume d'interpréter la théorie kantienne dans la perspective où elle tente, au moins sur le plan de l'histoire des sciences, de fournir un *fondement* à la mécanique des *Principia* de Newton.

Une des conséquences de ces interprétations, qu'elles soient dans la tradition anglophone ou continentale, est la tentative de minimiser l'Esthétique transcendantale. De

¹⁶⁹ Nul doute que la figure de Newton est capitale dans l'histoire des sciences et plus généralement dans l'histoire des idées. Mais, comme nous l'avons dit, les récentes études sur l'histoire des sciences montrent que la physique de Newton a été très vite critiquée et transformée. Le problème d'ériger une figure scientifique comme celle de Newton en héros est le risque d'interpréter ses travaux sans considérer les éléments qui posent problèmes. Il existe des études sur l'interprétation des figures philosophiques comme Platon dans les travaux des néokantiens, mais aucune encore la manière dont les résultats de Newton sont interprétés chez les néokantiens n'a pas été encore pleinement étudiée.

¹⁷⁰ Cf. Friedman, 1992, p.136

fait, l'interprétation canonique de la philosophie critique de Kant se base sur l'argument qu'il développe dans la *Réfutation de l'idéalisme*. Cette petite section ajoutée dans la deuxième édition de la première *Critique* laisse penser que c'est le rapport à l'espace qui est mis en évidence dans les constructions géométriques. Par conséquent, les constructions ostensives ont préséance sur les constructions symboliques. Ces dernières se ramèneraient en dernière instance aux premières – elles y seraient réduites (*token*). Subséquemment, nous pourrions remettre en question l'autonomie revendiquée de l'algèbre, et même de l'arithmétique. Dans son article, *L'espace comme grandeur infinie donnée*, Michel Fichant exemplifie cette interprétation. Il dit : « [...] l'arithmétique, entant qu'elle traite du nombre se rapporte à la grandeur *quantitas*, c'est-à-dire d'une certaine façon comme forme vide et purement comparative (relative) de la quantité mesurable dans le seul écoulement du temps, sans qu'aucune image puisse en être donnée. Or la *Réfutation de l'idéalisme* rendra ce sens de la *quantitas* tributaire de la possibilité d'être présenté dans des *quantas* [...] nécessairement spatiaux, où seulement peut s'illustrer la réalité objective de la quantité ». Nous avons montré dans notre travail que ce type d'interprétation s'appuie sur le fait que Kant affirme dans le Schématisme que « l'image pure présente toutes grandeurs (*quantorum*) au sens externe [...] » (A 142/B 182). Avec Winterbourne (1987), nous avons pu constater que cette approche du Schématisme est critiquable, car Kant ajoute à la citation du Schématisme une précision sur le rôle du temps. Il dit « tandis que celle de tous les objets des sens en général est le temps » (A 142/B 182). Nous avons aussi montré comment cela indique le privilège du temps sur l'espace et comment la théorie de la quantité est liée à la structure du temps dans le Schématisme transcendantal. Le nombre comme concept-schéma s'applique *a priori* aux grandeurs extensives et intensives. Il est donc possible de

mesurer *a priori* la vitesse d'un point matériel. Kant est en mesure de fonder la science quantitative du mouvement et il poursuit le projet de ses compatriotes scientifiques. Dans ce contexte, nous avons souligné l'apport essentiel de l'Esthétique transcendantale dans la théorie générale des sciences de la nature présentée dans les *Premiers principes*.

Ainsi, l'absence d'équations ou de références aux théorèmes complexes de la physique mathématique ne témoigne pas de l'incompétence de Kant, mais plutôt de la nature de son projet. Il cherche à mettre en lumière les éléments les plus purs de la théorie des sciences de la nature. Comme nous l'avons indiqué dans les sections précédentes, en utilisant le modèle algébriste pour interpréter la philosophie des sciences mathématiques dans la philosophie critique de Kant, nous sommes amenés à réfléchir sur les rapports entre la temporalité et la quantification. Dans ce cadre, nous avons indiqué que la schématisation du concept de la quantité qui génère le nombre ne devait pas laisser penser que Kant n'a pas de concept de nombre. Ensuite, nous avons indiqué que la structure temporelle de la synthèse *speciosa* est implicite aux constructions spatiales et temporelles et qu'elle s'appuie sur celle de l'Esthétique transcendantale.

En délogeant l'analyse de la doctrine mathématique kantienne du paradigme établi par la géométrie mécanique de Newton et en la replaçant dans le paradigme de la science de la grandeur générale, c'est-à-dire l'algèbre, il nous a été possible de faire apparaître les possibilités de la construction d'une écriture des grandeurs spatio-temporelles dans le projet critique. Les sciences mathématiques ne se ramènent pas à la construction de figures géométriques, mais elles incluent une *mathesis universalis* qui consiste à codifier les constructions géométriques dans une algèbre où les lettres de l'alphabet sont des signes visibles *qui mettent en vue* le concept de quantité pure.

En passant par l'Esthétique transcendantale afin d'expliquer la relation entre le temps et la quantification, nous avons été capables de renouveler l'approche à la question de l'algèbre dans la philosophie critique. Nous avons montré que l'épistémologie critique contient une théorie de la quantité pure et que celle-ci lui permet de s'assurer de la construction des concepts mathématiques dans tous les cadres de références. Ainsi, la prérogative du temps qui coule telle que définie dans la première *Critique* et sous-entendue dans la Phoronomie des *Premiers principes métaphysiques* permet de dire que les transformations géométriques sont universelles dans le temps.

Nous avons dit dans le premier et le troisième chapitres que le projet de mathématique universelle pouvait s'entendre comme celui de vouloir rendre *sensibles* les concepts intellectuels dans une écriture symbolique. En procédant de cette manière, le philosophe serait en mesure de voir et de manipuler (computer) les raisonnements sans nécessairement faire appel à la parole. Ainsi, avec l'écriture des concepts, il est possible de passer directement de la pensée à l'écrit. Nous avons dit que la définition des constructions symboliques offerte par Kant dans la *Théorie transcendantale de la méthode* permet d'affirmer que l'algèbre entendue comme écriture symbolique du concept de quantité alloue à ce dernier la capacité de se présenter dans le sensible. Dans le cadre de cette discussion, nous avons dégagé l'idée que la quantité en général se présente comme le concept de nombre et que ce dernier doit être entendu dans un modèle algébrique et non géométrique. Nous nous sommes distingués des thèses de Sutherland et de Shabel.

Nous avons affirmé que Kant définit le temps comme la grandeur pure et que cela signifie que le concept de nombre est fondé sur les relations temporelles sans considération de relations spatiales et physiques. Nous sommes donc en droit de penser que la

présentation de la science du mouvement pur repose sur une structure temporelle qui inclut des relations numériques. La théorie de la quantité pure temporelle, l'algèbre, fonde la théorie du mouvement pur, c'est-à-dire la Phronomie. C'est dire que la définition de l'espace dans la Phronomie des *Premiers Principes Métaphysique* se permettra de s'écrire dans des équations algébriques où les variables pourraient être remplacées par des nombres. De la géométrie aux équations, c'est le temps absolu et métrique qui lie ces deux types d'écritures mathématiques.

Notre discussion nous a amenés à introduire le problème de la mesure du temps. Toutefois, ce problème demanderait au préalable une section entière sur le développement de l'horlogerie scientifique et l'algébrisation des mathématiques. Ce projet dépasse les limites de notre travail. Tout de même, nous croyons contribuer à la possibilité d'une résolution. De fait, si la philosophie critique reste analysée dans le modèle géométrique, il ne sera pas possible d'apprécier la contribution de la réflexion kantienne au développement de la mesure du temps – problème fondamental de la science moderne. Le *statu quo* doit donc être remis en question. Seulement à partir de ce moment sera-t-il possible d'inscrire l'épistémologie critique dans l'histoire du *temps* ? Notre travail aura posé les premiers jalons de ce programme de recherche. En nous dégageant de la thèse que les mathématiques chez Kant (et chez les autres Modernes) doivent être analysées dans un modèle géométrique qui nous vient des Anciens, nous avons été en mesure de saisir l'importance de l'algèbre sur le développement de l'*écriture mathématique*.

Sans réévaluer les thèses de Kant sur les sciences mathématiques dans le modèle de l'algébrisation, il est impossible de saisir la portée de son argumentation dans la *Critique de la raison pure*. Par conséquent, il devient impossible de poursuivre la recherche sur les

rapports des sciences et de la philosophie transcendante sans travestir la philosophie transcendante.

Le fait de prendre le modèle de l'algèbre pour interpréter le projet critique ne permet pas de le prémunir contre le développement des sciences. Au contraire, après les développements de la science physique au vingtième siècle, le projet critique se trouve être remis en question. Comme nous l'avons montré dans notre travail, le temps a une structure protométrique dès l'Esthétique transcendante et c'est sur celle-ci que repose l'unité du projet. Toutefois, comme le fait remarquer Lochack, c'est dans le contexte d'une réhabilitation de la géométrie que la physique poursuit son chemin. Par conséquent, le projet critique ne survit peut-être pas à la géométrisation du temps dans les théories physiques. De fait, la structure temporelle qui coule universellement est remise en question dans l'effort de géométrisation de l'espace-temps et avec elle, c'est l'idée même d'une logique transcendante qui devra être repensée.

Kant philosophe du dix-huitième siècle? Nous avons posé la question à savoir comment la philosophie critique s'arrime à la science de son époque. Est-ce que la philosophie critique est plus près de la mécanique des *Principia* ou a-t-elle des affinités avec celle des mécaniciens continentaux? Nous avons donné un début de réponse avec notre travail. Kant est un philosophe du dix-huitième siècle et ça ne lui sert pas que d'interpréter sa philosophie critique sans tenir compte du changement que nous pouvons observer à son époque entre un modèle géométrique et un modèle algébrique.

La philosophie kantienne s'est développée dans un contexte particulier où les disputes entre les scientifiques se résumaient parfois à un excès de chauvinisme. L'interprète de la philosophie kantienne doit en tenir compte, mais il doit aussi s'empêcher d'interpréter la

théorie kantienne dans une ou l'autre des grandes traditions philosophiques d'aujourd'hui. Sinon, l'interprétation de la philosophie critique est condamnée à être tributaire des modes et des pressions qui lui sont de toute façon étrangers.

Kant philosophe du vingt-et-unième siècle? Aujourd'hui la question de la relation entre les sciences et la philosophie est plus que jamais d'actualité. Après avoir subi pendant plus d'un demi-siècle les railleries de physicien comme Richard Fienmann ou Stephen Hawking, la philosophie reprend du boulot sur la question du temps. Pensons ici aux recherches de Lee Smolin en *quantum gravity*.¹⁷¹ La question du temps resurgit. Dans ce nouveau contexte, la philosophie critique de Kant à peut-être quelque chose à nous apprendre sur la relation de la philosophie à la science.

¹⁷¹ SMOLIN, L. (2013). *Time Reborn*, Toronto : Alfred A. Knopf, 319 p.

BIBLIOGRAPHIE

OEUVRES DE KANT

A) Textes

KANT, Immanuel. *Gesammelte Schriften*. Hrsg. von der Königlich-Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin, 1902-.

_____. *Werke*. Electronic edition. Berlin: Karsten Worm, 1998.

B) Traductions

Œuvres philosophiques, sous la dir. de Ferdinand Alquié, 3 vol. Paris : Gallimard, «La Pléiade»

KANT, I. (1783). *Prolégomènes à toute métaphysique future qui pourra se présenter comme science*, (L. GUILLERMIT, Trad.) (2^e éd. corr. et augm. d'un index.), Paris : J. Vrin, 185 p.

KANT, I. (1786). *Premiers principes métaphysiques de la science de la nature* (2^e éd.), Paris : J. Vrin, 165 p.

KANT, I. (1787). *Critique de la raison pure*, (A. RENAUT, Trad.), Paris : Aubier, 749 p.
Critique of Pure Reason, (P. GUYER, Trad.), Cambridge, U.K. : Cambridge University Press, 2000, c1998, 785 p.

KANT, I. (1786). *Metaphysical foundations of natural science*, (M. FRIEDMAN, Trad.), Cambridge, U.K. ; New York : Cambridge University Press, 119 p.

Études critiques

ALLISON, H. E. (1983). *Kant's transcendental idealism: an interpretation and defense*, New Haven : Yale University Press, 389 p.

ANDERSON, R. L. (2004). «It Adds Up After All: Kant's Philosophy of Arithmetic in Light of the Traditional Logic», *Philosophy and Phenomenological Research*, Vol. 69, No. 3, p. 501-540.

ANDERSON, R. L. (2005). «The Wolffian Paradigm and its Discontents Kant's Containment Definition of Analyticity in Historical Context», *Archiv f. Gesch. d. Philosophie*, Vol. 87, p. 22-74.

AUROUX, S. (2008). *La philosophie du langage*, Paris : Presses universitaires de France,

127 p.

BALIBAR, F. (2007). *Galilée, Newton, lus par Einstein : espace et relativité* (7^e éd.), Paris : Presses universitaires de France, 127p.

BAROT, E., & SERVOIS, J. (2009). *Kant face aux mathématiques modernes*, Paris : Vrin, 280 p.

BARREAU, H. (1996). *Le Temps*, Paris : Presses universitaires de France, 127 p.

BECK, L. W. (1969). *Early German philosophy : Kant and his predecessors*, Cambridge, Mass. : Belknap Press of Harvard University Press, 556 p.

BELAVAL, Y. (1960). *Leibniz critique de Descartes*, Paris : Gallimard.

BERTOLONI MELI, D. (1993). «The Emergence of Reference Frames and the Transformation of Mechanics in the Enlightenment», *Historical Studies in the Physical and Biological Sciences*, Vol. 23, No. 2, p. 301-335.

BLANCHÉ, R., & DUBUC, J.-P. (1970). *La logique et son histoire*, Paris : Armand Collin, 396 p.

BLAY, M. (1995). *Les « Principia » de Newton*, Paris : Presses Universitaires de France, 128 p.

BOUVERESSE, R. e. (1997). *L'Empirisme anglais : Locke, Berkeley, Hume*, Paris : Presses universitaires de France, 127 p.

BOYER, C. B. (1954). «Analysis: notes on the evolution of a subject and a name», *The Mathematics Teacher*, Vol.47, No. 7, p. 450-462.

BRITTAN, G. G. (1978). *Kant's theory of science*, Princeton, N.J. : Princeton University Press, 215 p.

BRITTAN, G. G. (1992). Algebra and Intuition. Dans C. J. Posy (Éd.), *Kant's Philosophy of Mathematics* (p. 315-339). Netherlands : Kluwer Academic Publishing.

BRITTAN, G. G. (2006). Kant's Philosophy of Mathematics. Dans G. BIRD (Éd.), *A Companion to Kant* (Blackwell Publishing Ltd, p. 222-235).

BROAD, C. D. (1941). «Kant's Theory of Mathematical and Philosophical Reasoning», *Proceedings of the Aristotelian Society. New Series*, Vol. 42, p. 1-24.

- BULLYNCK, M. (2009). «Modular Arithmetic before C.F. Gauss. Systematisations and discussions on remainder problems in 18th century Germany», *Historia Mathematica*, Vol. 36, No. 1, p. 48-72.
- BUTTS, R. E. (1981). «Rules, Examples and Constructions in Kant's Theory of Mathematics», *Synthese*, Vol. 47, No. 2, p. 257-288.
- CAJORI, F. (1929). «Controversies on Mathematics Between Wallis, Hobbes, and Barrow», *The Mathematics Teacher*, Vol. 22, No. 3, p. 146-151.
- CALINGER, R. S. (1969). «The Newtonian-Wolffian Controversy: 1740-1759», *Journal of the History of Ideas*, Vol. 30, No. 3, p. 319-330.
- CARRIER, M. (1992). «Kant's Relational Theory of Absolute Space», *Kant-Studien*, Vol. 83, No. 4, p. 399-416.
- CARSON, E. (1997). «Kant on Intuition in Geometry», *Canadian Journal of Philosophy*, Vol. 27, No. 4, p. 489-512.
- CARSON, E. (1999). «Kant on the Method of Mathematics», *Journal of the History of Philosophy*, Vol. 37, No. 4, p. 629-652.
- CHARRAK, André (2006). «Contingence et nécessité des lois de la nature au XVIIIe siècle, Paris : Vrin, 221 p.
- COFFA, J. A. (1991). *The semantic tradition from Kant to Carnap : to the Vienna station*, Cambridge ; New York : Cambridge University Press, 445 p.
- COHEN, H. (1871). *La théorie kantienne de l'expérience*, (É. Dufour, Trad.) (3e éd.), Paris : Éditions du cerf, 637 p.
- COURNOT A. A. (1989). *De l'origine et des limites de la correspondance entre l'algèbre et la géométrie*, 1847, Ed. Nelly Bruyère, Paris : Vrin,
- COUSQUER, E. (1995). *De la théorie des proportions à la théorie des nombres réels. Consulté à l'adresse*. Laboratoire LAMIA (Laboratoire Multimédia, Informatique et Apprentissage). 22 p. <http://www.lille.iufm.fr/labo/entreelabo2.html>
- COUTURAT, L. (1961). *La logique de Leibniz d'après des documents inédits*, Hildesheim : G. Olms, 608 p.
- DAVID-MÉNARD, M. (1990). *La folie dans la raison pure*, Paris : Vrin, 257p.

- DARRIGOL, O. (2014). *Physics and necessity : rationalist pursuits from the Cartesian past to the quantum present*, Oxford : Oxford University Press, 400 p.
- DERRIDA, J. (1967). *De la Grammatologie*, Paris : Éditions de Minuit, 448 p.
- DERRIDA, J. (1972). *Marges de la philosophie*, Paris : Éditions de Minuit, 396 p.
- DISALLE, Robert (2006). *Understanding Space-Time*, Cambridge : Cambridge University Press, 189 p.
- DUHEM, P. M. M. (1962). *The aim and structure of physical theory*, New York : Atheneum, 344 p.
- DUHEM, P. M. M. (1997). *La théorie physique : son objet, sa structure*, Paris : Librairie philosophique J. Vrin, 524 p.
- EARMAN, J., & FRIEDMAN, M. (1973). «The Meaning and Status of Newton's Law of Inertia and the Nature of Gravitational Forces» *Philosophy of Science*, Vol. 40, No. 3, p. 329-359.
- ECO, U. (1988). *Le signe : histoire et analyse d'un concept*, Bruxelles : Labor, 220 p.
- ECO, U. (1994). *La recherche de la langue parfaite dans la culture européenne*, Paris : Éditions du Seuil, 436 p.
- EINSTEIN, Albert (1963). « La relativité » traduction SOLVINE, Maurice, Paris : Petite bibliothèque de payot, 220p.
- EULER, L. (1736). *Mechanica sive motus scientia analytice exposita*, Vol. 1. Saint-Petersbourg : Academie des Sciences.
- EULER, L. (1748). *Introduction to analysis of the infinite. Book I and II*. Tra. BLANTON, New York et Berlin: J. D. Springer (1990).
- EULER, L. (1750). « Réflexion sur l'espace et le tems. [sic.] », *Histoire de l'Académie Royale des Sciences et des Belles-Lettres de Berlin* 4, 324–333.
- EULER, L. (1795). *Éléments d'Algèbre*, Tome I. Lyon : Bruyset.
- EULER, L. (1843). *Lettres à une princesse d'Allemagne sur divers sujets de physiques et de philosophie*, Paris : Charpentier, 644 p.
- FERRY, L. (2006). *Kant : une lecture des trois « critiques »*, Paris : Grasset, 375 p.
- FOLINA, J. (2012). «Newton and Hamilton: In defense of truth in Algebra», *The Southern Journal of Philosophy*, Vol. 50, No. 3, p. 504-527.

- FORMIGARI, L. (1988). *Language and experience in 17th-century British philosophy*, Amsterdam ; Philadelphia : John Benjamins Pub. Co, 178 p.
- FORMIGARI, L. (1994). *La sémiotique empiriste face au kantisme*, Liège : Mardaga, 216 p.
- FORMIGARI, L. (2004). *A history of language philosophies*, Amsterdam ; Philadelphia : John Benjamins Pub, 250 p.
- FOUCAULT, M. (1966). *Les mots et les choses : une archéologie des sciences humaines*, Paris : Gallimard, 400 p.
- FREGE, G. (1960). «On the Foundation of Geometry», *The Philosophical Review*, Vol. 69, No. 1, p. 3-17.
- FRIEDMAN, M. (1985). «Kant's Theory of Geometry», *The Philosophical Review*, Vol. 94, No. 4, p. 455-506.
- FRIEDMAN, M. (1990). «Kant on Concept and Intuitions in the Mathematical Sciences», *Synthese*, Vol. 84, p. 213-257.
- FRIEDMAN, M. (1992). *Kant and the exact sciences*, Cambridge, Mass. : Harvard University Press, 357 p.
- FRIEDMAN, M. (2003). «Transcendental philosophy and mathematical physics», *Stud. Hist. Phil. Sci.*, Vol. 34, No. 1, p. 29-43. [https://doi.org/10.1016/s0039-3681\(02\)00085-7](https://doi.org/10.1016/s0039-3681(02)00085-7)
- FRIEDMAN, M. (2012). «Kant on Geometry and Spatial Intuition», *Synthese*, Vol. 186, p. 231-255.
- FRIEDMAN, M. (2013). *Kant's Construction of Nature : a Reading of the Metaphysical Foundations of Natural Science*, Cambridge : Cambridge University Press, 646 p.
- FREGE, G. (1879). *Begriffsschrift*, (BYNUM. T. W., trad.) Conceptual notation, and related articles, Oxford : Clarendon Press, 291 p.
- FREGE, G. (1884). *Grundlagen der Arithmetik; eine logisch mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl*. (AUSTIN, J.L. trad.), Oxford : Blackwell, 1953, 119 p.
- GABRIEL, G. (2013). Frege and the German background to analytic philosophy. *The Oxford Handbook of The History of Analytic Philosophy*, 280 p.

- GALILÉE, G. *Dialogue*, traduction MICHEL, Paul-Henri, Paris : Herman Éditeur des Sciences et des Arts, 430p.
- GIOVANELLI, M. (2011). The Anticipations of Perception in Neo-Kantian Idealism. Dans M. Giovanelli, *Reality and Negation - Kant's Principle of Anticipations of Perception* (Vol. 11, p. 157-233). Dordrecht : Springer Netherlands. Consulté à l'adresse http://www.springerlink.com/index/10.1007/978-94-007-0065-9_4
- GOVAERTS, A. (1960). *Rappel des notions de mécanique applicables à l'analyse du mouvement*, Bruxelles : Presses Universitaire de Bruxelles, 38p.
- GUISNÉE, M. (1733). *Application de l'algebre [sic] a la geometrie, ou Methode pour démonstrer par l'algebre, que les theorèmes de Geometrie, & d'en résoudre & construire tous les Problèmes; L'on y a joint une Introduction qui contient les Regles du Calcul Algebrique*, 2ie edition, Paris: Chez Quillau.
- GUYER, P. (1992). *The Cambridge companion to Kant*, Cambridge, New York : Cambridge University Press, 482 p. Consulté à l'adresse Publisher description <http://www.loc.gov/catdir/description/cam024/91021231.html>
- GUYER, P. (2006). *The Cambridge companion to Kant and modern philosophy*, Cambridge New York : Cambridge University Press, 461 p.
- HALE, B., & WRIGHT, C. (2007). Logicism in the Twentyfirst Century. Dans S. Shapiro (Éd.), *The Oxford Handbook of Philosophy of Mathematics and Logic*. Oxford University Press, 774 p.
- HAMILTON, W.R. . (1837), *Theory of Conjugate Functions or Algebraic Couples; With a Preliminary and Elementary Essay on Algebra as the Science of Pure Time*, Transactions of the Royal Irish Academy, vol. 17, part 1 pp. 293–422. Edit. Wilkins (2000), Dublin, 113p.
- HANNA, R. (1993). «The Trouble with Truth in Kant's Theory of Meaning» *History of Philosophy Quarterly*, Vol. 10, No. 1, p. 1-20.
- HEEFER, A. (2008). «A Conceptual Analysis of Early Arabic Algebra» dans S. R. et al. (Éd.), *The Unity of Science in the Arabic Tradition*. Springer Science & Business Media.
- HEIDEGGER, M. (1979). *Kant et le problème de la métaphysique*, (A. de W. et W. Biemel, Trad.). Paris : Gallimard, 308 p.
- HEIJNOORT, J. van. (1974). «Subject and predicate in Western logic», *Philosophy East and West*, Vol. 24, No. 3, p. 253-268.

- HELMHOLTZ, H. (1876). «The Origin and Meaning of Geometrical Axioms», *Mind*, Vol. 1, No. 3, p. 301-321.
- HEMPEL, C. G. (1945). «Geometry And Empirical Science», *The American Mathematical Monthly*, Vol. 52, No. 1, p. 7-17.
- HINTIKKA, J. (1984). «Kant's Transcendental Method and His Theory of Mathematics», *Topoi*, Vol. 3, p. 99-108.
- HINTIKKA, J. (1980). *La philosophie des mathématiques chez Kant*, Paris : Presse universitaire de France, 311 p.
- HOYRUP, J. (1996). A New Art in Ancient Clothes Itineraries chosen between Scholasticism and Baroque in order to make algebra appear legitimate, and their impact on the substance of the discipline.
- HOYRUP, J. (1996). The formation of a myth: Greek mathematics-our mathematics. Dans C. G. J. Gray and J. Ritter (Éd.), *L'Europe mathématique / Mathematical Europe* (p. 103-122). Paris : Editions de la Maison des Sciences de l'homme.
- HOYRUP, J. (2004). «Conceptual divergence—canons and taboos—and critique: reflections on explanatory categories», *Historia Mathematica*, Vol. 31, No. 2, p. 129-147. [https://doi.org/10.1016/s0315-0860\(03\)00024-7](https://doi.org/10.1016/s0315-0860(03)00024-7)
- HOYRUP, J. (2006). «Jacopo da Firenze and the beginning of Italian vernacular algebra» *Historia Mathematica*, Vol. 33, No. 1, p. 4-42. <https://doi.org/10.1016/j.hm.2005.03.001>
- HUME, D. (1740). *A Treatise of Human Nature*, Oxford : Clarendon Press, 743 p.
- HYDER, D. (2012). Time, Norms, and Structure in Nineteenth-Century Philosophy of Science. Dans BEANEY, Michael (dir.), *The Oxford Handbook of the History of Analytic Philosophy*. Oxford : Oxford University Press, p. 250-275.
- HYDER, D. (2014). «Kant's Construction of Nature: A Reading of the Metaphysical Foundations of Natural Science», *Isis*, Vol. 105, No. 2, p. 432-434.
- HYDER, D. (2019). «Kant on Time I: The Kinematics of the Metaphysical Foundations of Natural Science», *Kant-Studien*, vol. 110, no. 3, pp. 477–497.
- KASTNER, A. (1758). *Anfangsgründe der Arithmetik, Geometrie, ebenen und sphärischen Trigonometrie und Perspectiv*. Vandenhoeck und Ruprecht : Göttingen, 682.

- KLEIN, F. (1895). « The Arithmetizing of Mathematics » *An Address delivered at the public meeting of the Royal Academy of Sciences of Gottingen*, November 2nd, 1895, p.241-249, traduction MADISON, I. A., (1869–1950) Bryn Mawr College : Philadelphie.
- KNEALE, W. C., & KNEALE, M. (1984). *The development of logic*, Oxford : Clarendon Press, 783 p.
- KVASZ, L. (1998). «Kant's Philosophy of Geometry - On the Road to a Final Assessment», *Philosophia Mathematica*, Vol. 116, No. 2, p. 141-186.
- LAGRANGE, J.-L., (1965). *Mécanique analytique*, Paris Albert-Blanchard.
- LECOURT, D. (dir.) (2006). *Dictionnaire d'histoire et philosophie des sciences*, Paris : Presse universitaires de France, 1195 p.
- LEDUC, C. (2012). «The Epistemological Functions of Symbolization in Leibniz's Universal Characteristic». *Foundations of Science*, Vol. 19, No. 1, p. 53-68.
<https://doi.org/10.1007/s10699-012-9315-6>
- LEDUC, C. (2015). «La métaphysique de la nature à l'Académie de Berlin», *Philosophique*, Vol. 42, No. 1, p. 11-30.
- LEROUX, J. (2010). *Une histoire comparée de la philosophie des sciences* (Vol. 1-2), Québec : Presses de l'Université Laval, 187 p.
- LOCHAK, G. (1994). *La géométrisation de la physique*, Paris : Flammarion, 272p.
- LOCKHART, P. (2012). *Measurement*, London : Belknap Press, 407 p.
- LOCKWOOD, M. (2005). *The labyrinth of time introducing the universe*, Oxford : Oxford University Press, 405 p.
- LONGUENESSE, B. (1993). *Kant et le pouvoir de juger : sensibilité et discursivité dans L'Analytique transcendantale de la Critique de la raison pure*, Paris : Presses universitaires de France, 482 p.
- MACFARLANE, J. (2002). «Frege, Kant, and the Logic in Logicism», *The Philosophical Review*, Vol. 111, No. 1, p. 25-65.
- MAHONEY, M. S. (1980). The Beginnings of Algebraic Thought. Dans S. Gaurkrog (Éd.), *Descartes: Philosophy, Mathematics and Physics* (p. 141-155). Hassocks (Sussex) : Harvester Press. Consulté à l'adresse

- <http://www.princeton.edu/~mike/articles/beginnings/beginnings.htm>
- MANCOSU, P. (1996). *Philosophy of mathematics and mathematical practice in the seventeenth century*, New York : Oxford University Press, 275 p.
- MANSION, P. (1908). «Gauss contre Kant sur la géométrie non euclidienne», *Revue néo-scholastique*, Vol. 15, No. 60, p. 441-453.
<https://doi.org/10.3406/phlou.1908.2180>
- MARTIN, G. (1985). *Arithmetic and combinatorics : Kant and his contemporaries*. (J. WUBNIG, Trad.). Carbondale : Southern Illinois University Press, 198 p.
Consulté à l'adresse Contributor biographical information
<http://www.loc.gov/catdir/enhancements/fy0743/84005476-b.html> Publisher description <http://www.loc.gov/catdir/enhancements/fy0743/84005476-d.html>
- MARTINEZ ADAME, C. (2012). «The Parallelogram law in works of d'Alembert and Kant», *Theoria: An International Journal of Theory, History and Foundations of Science*, Vol. 27, No. 3, p. 365-388.
- MASSIMI, M. (2008). *Kant and philosophy of science today*, New York : Cambridge University Press, 204 p.
- MASSIMI, M. (2013). «Philosophy of Natural Science from Newton to Kant», *Studies in History and Philosophy of Science*, Vol. 44, p. 393-395.
- MASSIMI, M., & DE BIANCHI, S. (2013). «Cartesian echoes in Kant's philosophy of nature», *Studies in History and Philosophy of Science*, Vol. 44, p. 481-492.
- MELI, D. B. (1993). «The Emergence of Reference Frames and the Transformation of Mechanics in the Enlightenment», *Historical Studies in the Physical and Biological Sciences*, Vol. 23, No. 2, p. 301-335. <https://doi.org/10.2307/27757701>
- MELNICK, A. (2001). «Categories, Logical Functions, and Schemata in Kant», *The Review of Metaphysics*, Vol. 54, No. 3, p. 615-639.
- MERRICK, T. (2006). «What Frege Meant When He Said: Kant is Right about Geometry». *Philosophia Mathematica*, Vol. 14, No. 1, p. 44-75.
<https://doi.org/10.1093/philmat/nkj013>
- MITTELSTRASS, J. (1979). «The Philosopher's conception of Mathesis Universalis from Descartes to Leibniz», *Annals of Science*, Vol. 36, No. 6, p. 593-610.
<https://doi.org/10.1080/00033797900200401>

- MOORE, G. E. (1919). «External and Internal Relations». *Proceedings of the Aristotelian Society*, Vol. 20, p. 40-62.
- MOSCOVICI, S. (1977). *Essai sur l'histoire humaine de la nature*, Paris : Flammarion, 569 p.
- NEWTON, I. (1687) [1759]. *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, Londres, 1687. Traduction de feu Madame la Marquise du Chastellet. Paris : Dessaint & Saillant et Lambert, Imprimeurs, 1759, Tome I, 437 p., Tome II, 379p.
- OHRSTROM, P. (1985). «W.R. Hamilton's View of Algebra as the Science of Pure Time and His Revision of This View». *Historia Mathematica*, Vol. 12, p. 45-55.
- ONG, W. J. (1991). *Orality and literacy : the technologizing of the word*, London ; New York : Routledge, 201 p.
- ONOF, C. et SCHULTING, D. (2014). *Kant, Kästner and the Distinction between, Metaphysical and Geometric Space* Kantian review.
- PALTER, R. (1971). «Absolute Space and Absolute Motion in Kant's Critical Philosophy», *Synthese*, Vol. 23, No. 1, p. 47-62.
- PALTER, R. (1972). «Kant's Formulation of the Laws of Motion» *Synthese*, Vol. 24, No. 1/2, p. 96-116.
- PANZA, M. (2006). «François Viète: between analysis and cryptanalysis», *Studies in History and Philosophy of Science Part A*, Vol. 37, No. 2, p. 269-289.
<https://doi.org/10.1016/j.shpsa.2005.06.013>
- PARSON, C. (1987). «Arithmetic and the Categories». *Topoi*, Vol. 3, p. 109-121.
- PATTON, L. (2011). «The Paradox of Infinite Given Magnitude: Why Kantian Epistemology Needs Metaphysical Space», *Kant-Studien*, Vol. 102, No. 3, p. 273-289.
- PIEROBON, F. (2003). *Kant et les mathématiques : la conception kantienne des mathématiques*, Paris : Vrin, 240 p.
- POINCARÉ, H. (1808). «La mesure du temps», *Revue de métaphysique et morale*, Vol. 4.
- POLLOK, K. (2002). « "Fabricating a World in Accordance with Mere Fantasy... " ? The

- Origins of Kant's Critical Theory of Matter», *The Review of Metaphysics*, Vol. 56, p. 61-97.
- POLLOK, K. (2006). «Kant's Critical Concepts of Motion», *Journal of the History of Philosophy*, Vol. 44, No. 4, p. 559-575.
- PYCIOR, H. M. (1987). «Mathematics and Philosophy: Wallis, Hobbes, Barrow, and Berkeley», *Journal of the History of Ideas*, Vol. 48, No. 2, p. 265-286.
- PYCIOR, H. M. (2006). *Symbols, impossible numbers, and geometric entanglements : British algebra through the commentaries on Newton's Universal arithmetick* (Digitally printed 1st pbk.), Cambridge ; New York : Cambridge University Press, 328 p.
- RABOUIN, David (2009). *Mathesis universalis : l'idée de "mathématique universelle" d'Aristote à Descartes*, Paris : Presses universitaires de France, 405p.
- REED, D. (2007). *Origins of analytic philosophy : Kant and Frege*, London ; New York : Continuum, 203 p.
- REYNAUD, C.-R. (1714-1735) *Science du calcul des grandeurs en général, ou Éléments de mathématiques*, 2 vol. Paris.
- ROBINET, A. (1957). *Correspondance Leibniz-Clarke*, Paris : Presses universitaires de France, 223 p.
- RORTY, R. (1979). *Philosophy and the Mirror of Nature*, Princeton : Princeton University Press, 401 p.
- ROSSI, P. (1993). *Clavis universalis : arts de la mémoire, logique combinatoire et langue universelle de Lulle à Leibniz*, Grenoble : J. Million, 268 p.
- ROSSI, P. (2004). *Aux origines de la science moderne*, Paris : Éditions du Seuil, 392 p.
- RUSNOCK, P. (2004). «Was Kants Philosophy of Mathematics Right for His Time», *Kant-Studien*, Vol. 95, p. 426-442.
- SCHÜSSLER, I. (1981). «Causalité et Temporalité dans la « Critique de la raison pure » de Kant», *Archive de Philosophie*, Vol. 44, No. 1, p. 43-61.
- SHABEL, L. (1998). «Kant on the symbolic construction of mathematical concepts» *Stud. Hist. Phil. Sci.*, Vol. 29, No. 4, p. 589-621.

- SHABEL, L. (2004). «Kant's "Argument from Geometry"». *Journal of the History of Philosophy*, Vol. 42, No. 2, p. 195-215. <https://doi.org/10.1353/hph.2004.0034>
- SHABEL, L. (2006). Kant's Philosophy of Mathematic. Dans P. Guyer (Éd.), *Kant and Modern Philosophy* (p. 94-128). New York : Cambridge University Press, 482 p.
- SCHOLTZ, H. (1968). *Esquisse d'une histoire de la logique*, Paris : Aubier, 157 p.
- SCHROEDER, P. (2007). *La loi de la gravitation universelle Newton, Euler et Laplace*, France : Springer, 557 p.
- SMITH, N. K. (1923). *Commentary to Kant's Critique of pure reason* (2nd éd.), London : Macmillan Press, 651 p.
- SMOLIN, L. (2013). *Time Reborn*, Toronto : Alfred A. Knopf, 319 p.
- STAN, M. (2012). «Newton and Wolff: The Leibnizian Reaction to the Principia, 1716-1763», *The Southern Journal of Philosophy*, Vol. 50, No. 3, p. 459-481.
- STAN, M. (2014). «Review: Michael Friedman: Kant's Construction of Nature. A Reading of the Metaphysical Foundations of Natural Science». *Metascience*, Vol. 23, No. 2, p. 233-242.
- STAN, M. (2015). «Kant and the Object of Determinate Experience». *Philosopher's Imprint*, Vol. 15, No. 33, p. 1-19.
- STAN, M. (2018a). Absolute time: the limit of Kant's Idealism. *Noûs*. Forthcoming.
- STEIN, H. (1990). «Eudox and Dedekind: On the Ancient Greek Theory of Ratios and Its Relation to Modern Mathematics», *Synthese*, Vol. 84, No. 2, p. 163-211.
- STRAWSON, P. F. (1966). *The bounds of sense : an essay on Kant's Critique of pure reason*, London : Routledge, 296 p.
- SUISKY, D. (2009). *Euler as physicist*, Berlin : Springer, 338 p.
- SUTHERLAND, D. (2004a). «Kant's Philosophy of Mathematics and the Greek Mathematical Tradition», *The Philosophical Review*, Vol. 113, No. 2, p. 157-200.
- SUTHERLAND, D. (2004b). «The Role of Magnitude in Kant's Critical Philosophy», *Canadian Journal of Philosophy*, Vol. 34, No. 3, p. 411-442.

- SUTHERLAND, D. (2005). «The Point of Kant's Axioms of Intuition». *Pacific Philosophical Quarterly*, Vol. 86, p. 135-159.
- SUTHERLAND, D. (2006). «Kant on Arithmetic, Algebra, and the Theory of Proportions». *Journal of the History of Philosophy*, Vol. 44, No. 4, p. 533-558.
<https://doi.org/10.1353/hph.2006.0072>
- SUTHERLAND, D. (2010). Geometry, Philosophy and Logic in Leibniz, Wolff, and the Early Kant. Dans M. D. Domski Michael (Éd.), *Discourse on a New Method: Reinvigorating the Marriage of History and Philosophy of Science* (Vol. 1-8, p. 155-192). New York : Open Court.
- SVENDSEN, L. (1998). *Kant's Critical Hermeneutics: On Schematization and Interpretation*. University of Oslo, Norvège, 338 p.
- TAPPENDEN, J. (1995). «Geometry and Generality in Frege's Philosophy of Arithmetic», *Synthese*, Vol. 102, p. 319-361.
- UNGURU, S. (1975). «On the Need to Rewrite the History of Greek Mathematics», *Archive for History of Exact Science*, Vol. 15, No. 1, p. 67-114.
- VAIHINGER, H. (1970). *Kommentar zu Kants Kritik der reinen Vernunft* (Vol. 1-2), Aalen : Scientia.
- VIETE, F. (1986). *La nouvelle algèbre de M. Viète : précédée de l'Introduction en l'art analytique*, Paris : Fayard, 271 p.
- VUILLEMIN, J. (1955). *Physique et métaphysique kantienne*, Paris : Presses universitaires de France, 363 p.
- WALFORD, D. (1999). «The Aims and Method of Kant's 1768 *Gegenden Im Raum* Essay In The Light of Euler's 1748 *Reflexion sur l'espace*», *British Journal for the History of Philosophy*, Vol. 7, No. 2, p. 305-332.
- WALLIS, J. (1685). *A treatise of algebra*, London : Printed by J. Playford, for R. Davis, 374 p.
- WATKINS, E. (1997). «The Laws of Motion from Newton to Kant». *Perspectives on Science*, Vol. 5, No. 3, p. 311-348
- WATKINS, E. (1998). «Kant's justification of the Laws of Mechanics», *Stud. Hist. Phil. Sci.*, Vol. 29, No. 4, p. 539-560.

- WILLIAM, G. (1999). «Kant and The Question of Meaning», *The Philosophical Forum*, Vol. 30, No. 2, p. 115-131.
- WILSON, M. (1992). «Frege: The royal Road from Geometry». *Noûs*, Vol. 26, No. 2, p. 149-180.
- WINTERBOURNE, A. T. (1981). «Construction and The Role of Schematism in Kant's Philosophy of Mathematics». *Stud. Hist. Phil. Sci.*, Vol. 12, No. 1, p. 33-46.
- WINTERBOURNE, A. T. (1982). «Algebra and Pure Time: Hamilton's Affinity with Kant», *Historia Mathematica*, Vol. 9, p. 195-200.
- WONG, W.-C. (1999). «On a Semantic Interpretation of Kant's Concept of Number», *Synthese*, Vol. 121, No. 3, p. 357-383.
- WOODS, M. (1983). «Kant's Transcendental Schematism», *Dialectics*, Vol. 37, No. 3, p. 201-219.
- YOUNG, J. M. (1984). «Construction, Schematism, and Imagination», *Topoi*, Vol. 3, p. 123-131.