uOttawa

L'Université canadienne
Canada's university

FACULTÉ DES ÉTUDES SUPÉRIEURES ET POSTOCTORALES

uOttawa

L'Université canadienne
Canada's university

FACULTY OF GRADUATE AND POSDOCTORAL STUDIES

Patrick Moisan

AUTEUR DE LA THÈSE / AUTHOR OF THESIS

M.A.(éducation/concentration: psychopédagogie)

GRADE / DEGREE

Faculty of Education

FACULTÉ, ÉCOLE, DÉPARTEMENT / FACULTY, SCHOOL, DEPARTMENT

Utilisation pédagogique d`un environnement informatisé d`analyse de vidéos numériques dans un contexte d`apprentissage mathématique lié aux fonctions quadratiques

TITRE DE LA THÈSE / TITLE OF THESIS

Barbara Graves

DIRECTEUR (DIRECTRICE) DE LA THÈSE / THESIS SUPERVISOR

CO-DIRECTEUR (CO-DIRECTRICE) DE LA THÈSE / THESIS CO-SUPERVISOR

EXAMINATEURS (EXAMINATRICES) DE LA THÈSE / THESIS EXAMINERS

Christine Suurtamm

Francois Desjardins

Gary W. Slater

Le Doyen de la Faculté des études supérieures et postdoctorales / Dean of the Faculty of Graduate and Postdoctoral Studies

PATRICK MOISAN

UTILISATION PÉDAGOGIQUE D'UN ENVIRONNEMENT INFORMATISÉ D'ANALYSE DE VIDÉOS NUMÉRIQUES DANS UN CONTEXTE D'APPRENTISSAGE MATHÉMATIQUE LIÉ AUX FONCTIONS QUADRATIQUES

Thèse présentée à la Faculté des études supérieures
et postdoctorales de l'Université d'Ottawa
pour l'obtention du grade de
maître ès arts en éducation [M.A.(Éd.)]

FACULTÉ D'ÉDUCATION
UNIVERSITÉ D'OTTAWA
OTTAWA, CANADA

JUILLET 2006

© Patrick Moisan, 2006

Library and Archives Canada

Published Heritage Branch

395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Bibliothèque et Archives Canada

Direction du Patrimoine de l'édition

395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Your file Votre référence
ISBN: 978-0-494-18447-9
Our file Notre référence
ISBN: 978-0-494-18447-9

NOTICE:
The author has granted a non-exclusive license allowing Library and Archives Canada to reproduce, publish, archive, preserve, conserve, communicate to the public by telecommunication or on the Internet, loan, distribute and sell theses worldwide, for commercial or non-commercial purposes, in microform, paper, electronic and/or any other formats.

The author retains copyright ownership and moral rights in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

AVIS:
L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque et Archives Canada de reproduire, publier, archiver, sauvegarder, conserver, transmettre au public par télécommunication ou par l'Internet, prêter, distribuer et vendre des thèses partout dans le monde, à des fins commerciales ou autres, sur support microforme, papier, électronique et/ou autres formats.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur et des droits moraux qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms may have been removed from this thesis.

While these forms may be included in the document page count, their removal does not represent any loss of content from the thesis.

Conformément à la loi canadienne sur la protection de la vie privée, quelques formulaires secondaires ont été enlevés de cette thèse.

Bien que ces formulaires aient inclus dans la pagination, il n'y aura aucun contenu manquant.

Canada

Résumé

La technologie évolue sans cesse et de nouveaux moyens technologiques maintenant accessibles en classe soulèvent du même coup de nouveaux enjeux pédagogiques. Cette recherche qualitative visait à étudier comment l'utilisation d'un environnement informatisé permettant l'analyse de vidéos numériques affecte l'apprentissage chez des élèves de 10^{e} année dans un contexte d'apprentissage mathématique lié aux fonctions quadratiques. En dyade, les élèves ont eu à résoudre divers problèmes, faisant appel ou non à la vidéo numérique, en lien avec des situations décrivant un mouvement. Parmi les tendances qui semblent se dégager en ce qui concerne l'analyse de telles situations à partir de vidéos numériques, on remarque la mise en place d'une résolution de problèmes dynamique à l'intérieur de laquelle se présente naturellement plusieurs possibilités de clarification de concepts rattachés aux mathématiques ainsi qu'au domaine de la cinématique en physique.

En hommage à mes parents (Diane et Gaétan)
et à mes grands-parents (Margôt et Valmont)
pour m'avoir inculqué le goût d'apprendre et
pour m'appuyer quels que soient mes projets.

Avant-propos

Le dépôt de cette thèse marque l'aboutissement d'un long parcours ponctué de nombreux contretemps. Si le parcours n'a assurément pas été des plus faciles, je n'en garde pas moins le souvenir d'une expérience enrichissante où ma persistance à vouloir mener à terme ce projet fut mise à rude épreuve. Je désire remercier mes parents, grands-parents et collègues de travail pour leurs encouragements de tous les instants. Je suis particulièrement reconnaissant à madame Barbara Graves (Ph. D.) d'avoir gentiment accepté de prendre le flambeau dans la direction de cette thèse à la suite du décès de monsieur Raynald Lacasse (Ph. D.), emporté par un cancer implacable. La générosité de son temps n'a d'égal que sa passion pour la recherche. Merci également à l'ensemble de mon comité pour leur expertise et leurs généreux conseils.

Table des matières

Liste des tableaux

Liste des figures

I - INTRODUCTION ET PROBLÉMATIQUE

Les liens entre l'univers des mathématiques et les situations de l'univers dit réel prennent une plus grande importance. Le National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000) indique que les élèves doivent augmenter leur habileté à visualiser, à décrire et à analyser des situations en termes mathématiques. Pour ce faire, ils ont besoin d'apprendre à utiliser les fonctions pour modéliser le monde autour d'eux. Or, lorsque l'on regarde autour de nous, notre environnement renferme plusieurs situations qui bougent. Il y a du mouvement et modéliser cela nécessite des outils adéquats.

Chaque outil possède ses avantages et ses inconvénients. La calculatrice à affichage graphique ne peut illustrer une situation qui bouge autrement que par un graphique statique ou bien, si possible, par un modèle géométrique idéalisé construit dans des environnements tels que Cabri Jr. (Laborde, 2005) ou Geometer's Sketchpad (Jackiw, 2001) maintenant intégrés dans certaines calculatrices à affichage graphique. Un logiciel de géométrie dynamique peut aussi être utilisé sur un ordinateur pour simuler le mouvement de certaines situations physiques (Gonzalez-Lopez, 2001). Toutefois, il s'agit encore là d'un contexte idéalisé où l'on doit parler d'utilisation d'un modèle plutôt que d'un environnement qui en permet la découverte à proprement dit. On retrouve aussi dans la littérature des écrits sur l'utilisation d'une sonde de mouvement en mathématiques afin de recueillir des données pour ensuite les utiliser sous la forme de tables de valeurs, de graphiques ou d'équations (Kwon, 2002; Stylianou, Smith et Kaput, 2005; Swingle et Pachnowski, 2003). On y apprend entre autres que cela peut aider à surmonter certaines conceptions erronées (Stylianou, Smith et Kaput, 2005) ou à améliorer les habiletés à tracer des graphiques de situations physiques (Kwon, 2002). Il demeure cependant que l'utilisation d'une sonde de mouvement ne permet habituellement pas de répéter à volonté une même situation ou, du moins, pas dans exactement les mêmes conditions de réalisation. On peut alors penser à la création de simulations idéalisées préprogrammées de la réalité à l'aide de l'ordinateur, mais cela demeure coûteux en temps et en argent. Cela tout en se restreignant à des contextes idéaux spécifiques et non réels.

La technologie évolue sans cesse et de nouveaux moyens technologiques soulèvent du même coup de nouveaux enjeux pédagogiques (Lesh, 2000). La vidéo numérique fait maintenant son entrée dans plusieurs écoles. Trop coûteuse et complexe il y a quelques années, elle devient accessible et facile d'utilisation. La vidéo numérique permet d'enregistrer une situation réelle qui bouge pour ensuite pouvoir la visionner et l'analyser à l'aide de l'ordinateur. Alors que les fonctions constituent des outils mathématiques par excellence pour analyser des situations en mouvement, la vidéo numérique crée un contexte technologique potentiellement propice pour le faire.

Soit, mais quelle est au juste la situation vue sous l'angle des fonctions? Au départ, les chercheurs s'entendent généralement sur le rôle fondamental et central qu'occupe le concept de fonction dans la compréhension des mathématiques (Knuth, 2000a; Olsen, 2000). Sa capacité d'intégrer plusieurs autres concepts en a fait un thème principal des changements proposés par le NCTM (1989, 2000). À cela s'ajoute que l'utilisation de la technologie en lien avec le concept de fonction a pris de plus en plus d'ampleur suite aux développements de la recherche et à la présence d'énoncés explicites en favorisant le recours dans les curriculums comme cela fut le cas en ce qui a trait aux programmes-cadres de mathématiques de l'Ontario depuis 1999 (Ministère de l'Éducation de l'Ontario [MÉO], 1999, 2005). En 1993, Kieran précisait à l'égard des technologies que les recherches devaient viser à dépasser la simple mesure de performance entre deux groupes : l'un utilisant les technologies et l'autre pas. Hollar et Norwood (1999), s'appuyant sur ce rappel de Kieran et sur les résultats de leur recherche, soulignent la nécessité de réaliser davantage d'études portant sur les effets que peut avoir l'utilisation d'une calculatrice à affichage graphique ou d'un ordinateur quant au développement d'une conception opérationnelle et structurelle des fonctions chez les élèves.

Alors que les fonctions constituent des outils mathématiques par excellence pour analyser des situations en mouvement, la vidéo numérique crée un contexte technologique propice pour le faire. Cette recherche vise par conséquent à étudier les effets de l'utilisation d'un environnement d'analyse de vidéos numériques dans un contexte d'apprentissage mathématique lié aux fonctions.

Dans le but d'établir le rationnel de l'étude et de guider certains choix méthodologiques, la section suivante aborde les écrits présents dans la littérature contribuant à positionner la présente recherche.

II - POSITIONNEMENT DE LA RECHERCHE

De nombreuses raisons motivent l'enseignement des fonctions au niveau secondaire. Que l'on s'appuie sur les principes et les standards du NCTM (2000), sur les programmes-cadres de mathématiques du curriculum de l'Ontario (MÉO, 1999, 2005) ou sur une source internationale (Yerushalmy, 2000), un constat en ressort : la nécessité d'apprendre à utiliser les fonctions repose sur leur puissance pour modéliser et prédire les phénomènes du monde dans lequel on vit. La fonction exponentielle pour certains phénomènes de croissance biologique, la fonction de type sinusoïdale pour divers phénomènes périodiques et la fonction quadratique pour la trajectoire de projectiles n'en sont que quelques exemples spécifiques. Grâce à l'étude de leurs propriétés, les fonctions procurent un regard nouveau sur plusieurs phénomènes. C'est la capacité à lier le concret et l'abstrait qui fait des fonctions un apprentissage nécessaire et incontournable pour qui cherche à mieux comprendre le monde.

De quelle manière la compréhension du concept de fonction se manifeste-t-elle? Comment l'acquiert-on? Quelles sont les difficultés liées à son apprentissage? Quels sont les impacts de l'utilisation des technologies à cet égard? Ce ne sont pas de minces questions. Partant de cela, il importe par conséquent de se pencher d'abord sur celles-ci pour mieux articuler notre démarche. Par la suite, les écrits sur l'utilisation d'un environnement informatisé d'analyse de vidéos numériques de même qu'un point de vue théorique sur l'apprentissage seront traités pour conduire à la formulation du rationnel de l'étude et à l'énoncé de la question de recherche.

CADRE CONCEPTUEL POUR L'APPRENTISSAGE ET LA COMPRÉHENSION DU CONCEPT DE FONCTION

Apprendre et comprendre le concept de fonction va bien au-delà de la simple manipulation d'expressions algébriques dans différents contextes. Comprendre le concept de fonction, c'est en arriver à développer l'habileté de comprendre une situation en se construisant un processus mental pour agir, toujours mentalement, sur des objets (Breidenbach, Dubinsky, Haws et Nichols, 1992). Cette habileté de manipuler abstraitement de tels objets, c'est-à-dire des structures mathématiques construites, ne s'acquiert pas sans effort. Comme le souligne Sfard

(1991, 1994, 1995; Sfard et Linchevski, 1994), il s'agit là du résultat d'un long cheminement. Le fait que de nombreux chercheurs s'y sont penchés (Breidenbach, Dubinsky, Haws et Nichols, 1992; Goodson-Espy, 1998; Slavit, 1997; Schwarz et Dreyfus, 1995; Sfard, 1991, 1994, 1995; Sfard et Linchevski, 1994) témoigne que le concept général de fonction est vaste et qu'il est lié à de très nombreux concepts didactiques. Dans la littérature à ce propos, on y remarque l'influence considérable d'une des publications de Sfard (1991) abondamment citée. Dans cet article, Sfard avance que le passage des opérations calculatoires (procédurales) à un objet abstrait s'effectue en trois étapes : l'intériorisation, la condensation et la réification.

Avant d'aborder la description de ces étapes, il convient de rappeler la nature dualistique liée aux fonctions mise de l'avant par Sfard (Sfard, 1991; Sfard et Linchevski, 1994). Elle y introduit deux manières profondément différentes, mais complémentaires, de concevoir les fonctions : (a) structurellement en tant qu'objet mathématique et (b) opérationnellement en tant que processus ou procédures mathématiques. L'approche structurelle comprend les propriétés abstraites définissant les fonctions, alors que l'approche opérationnelle comprend les algorithmes et les procédures. Cette dualité indissociable, comparativement à une approche plus dichotomique rencontrée chez d'autres auteurs, caractérise l'ensemble de son modèle.

La première étape du cheminement vers l'abstraction est l'intériorisation. Lors de cette étape, l'élève devient habile avec les processus opérationnels à partir desquels le nouveau concept s'élabore. Concernant les fonctions, Sfard cite les exemples de l'apprentissage de l'idée de variable ou encore de l'utilisation d'une formule pour trouver la valeur de la variable dépendante. S'ensuit l'étape nommée condensation. Durant celle-ci, l'élève devient moins préoccupé par les détails et il aborde alors davantage le processus comme un tout plutôt que selon des opérations spécifiques. L'aisance du passage entre les différentes représentations, ce que nous nommerons plus loin la traduction, s'installe. Il devient possible de comparer, de combiner et de généraliser les processus. L'étape ultime est la réification. À cette étape, l'élève s'approprie le concept à un niveau supérieur. Il ne pense plus en termes de calculs ou de processus. Il pense alors en termes de propriétés générales des fonctions et d'ensembles. En somme, le travail mental effectué devient de plus en plus abstrait et lié à l'objet mathématique. Définir une telle progression hiérarchique dans l'apprentissage du concept de fonction n'indique pas cependant comment la compréhension du concept de fonction se manifeste dans une situation contextualisée.

Définir la compréhension du concept de fonction dans un environnement technologique pose un certain défi. Pour examiner les effets liés à un nouveau curriculum exploitant intensément l'ordinateur, O'Callaghan (1994, 1998) se base sur les développements de la recherche pour construire un cadre opérationnel ancré dans un contexte de résolution de problèmes. Hollar (1997), Hollar et Norwood (1999), puis Mancilla (2004), reprennent ce cadre pour l'appliquer à un contexte d'utilisation de la calculatrice à affichage graphique. Malgré les quelques années écoulées, la présente recherche retient les composantes ciblant la compréhension du concept de fonction identifiées par O'Callaghan. Cette décision s'appuie sur le fait que ce cadre opérationnel a été construit à la base lors d'une thèse de doctorat (O'Callaghan, 1994) à partir d'auteurs reconnus tels que Fey (1992), Kaput (1989, 1992) et Thompson (1985), que le tout fut repris lors de différentes recherches (Hollar, 1997; Hollar et Norwood, 1999; O'Callaghan, 1998; Mancilla, 2004) et que cela fut alors exploité en lien avec deux environnements technologiques différents. Ces composantes offrent un encadrement initial intéressant. En plus de la nécessité de posséder simultanément un ensemble d'habiletés procédurales liées aux calculs, les quatre composantes identifiées sont la modélisation, l'interprétation, la traduction et la réification.

Au regard de ces quatre composantes, la modélisation et l'interprétation s'enracinent dans le contexte, alors que la traduction et la réification se réfèrent à un travail mathématique plus fortement abstrait.

La première composante identifiée par O'Callaghan (2004), la modélisation, possède un important corpus de recherches qui lui est propre. Toutefois, avant d'aborder cela sous cet angle, traitons de la relation que celui-ci établit entre la composante de modélisation et celle d'interprétation. Comme illustré à la figure 1, la modélisation permet de dégager un modèle mathématique à partir d'une situation dite « réelle ». Un modèle mathématique est une structure mathématique (graphiques, équations, formules, fonctions, etc.) représentant les propriétés d'une situation donnée (Swetz et Hartzler, 1991). Il s'agit là d'une idéalisation de la réalité permettant une analyse de la situation à l'aide des mathématiques. Dans ce sens, modéliser consiste donc à exprimer une situation problème sous une forme mathématique. Ceci nécessite alors l'utilisation de variables et de fonctions pour former une représentation abstraite des relations quantitatives de la situation. Les trois représentations les plus fréquentes sont : algébrique/symbolique (les équations), numérique (les tables de valeurs) et géométrique (les graphiques). Selon O'Callaghan, qui considère que modéliser est l'habileté de passer d'une situation à un modèle mathématique de celle-ci, interpréter est de réussir le travail inverse. Soit d'utiliser le modèle mathématique pour formuler certains résultats et évaluer s'ils tiennent compte du contexte de la situation initiale.

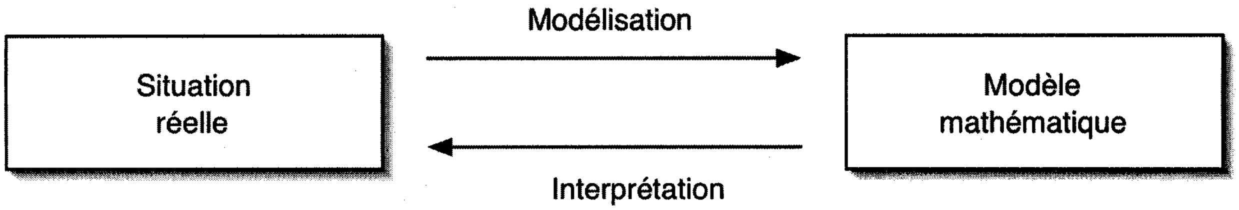


Figure 1. Relation entre la composante de modélisation et la composante d'interprétation

La littérature renferme plusieurs définitions ou nuances entourant la modélisation mathématique (Blum, 1993). Même si des efforts ont été faits pour clarifier les concepts de base (Blum et Niss, 1991), on constate à la lecture de plusieurs articles que le terme « modélisation » peut désigner à la fois une des phases du processus que le processus de modélisation dans son ensemble. O'Callaghan distingue formellement la composante de modélisation de celle d'interprétation à des fins méthodologiques dans son cadre conceptuel. Toutefois, plusieurs chercheurs parlent habituellement de la modélisation dans une perspective plus large (Blum et al., 2003). C'est-à-dire non pas en tant que phase séparée de celle d'interprétation, mais en tant que processus global à l'intérieur duquel les phases identifiées – leur nombre diffère selon les auteurs – ne sont pas toujours clairement définies et où le passage d'une phase à l'autre est plutôt cyclique que linéaire (Abrams, 2001; Galbraith et Stillman, 2001). Dans ce cas, on peut alors dire que la phase de modélisation et celle d'interprétation sont intimement liées et nécessaires l'une à l'autre pour en arriver à établir un modèle mathématique valide de la situation. À cet égard, la modélisation mathématique se situe dans une large perspective où un problème formulé à partir d'une situation provenant de la réalité nécessite l'utilisation de concepts, de méthodes et des résultats mathématiques pour être résolu (Blum et Niss, 1991). La réalité signifie ici tout ce qui n'est pas mathématique telles les autres disciplines scolaires ou les phénomènes qui nous entourent. Le processus de modélisation pris dans son ensemble est donc complexe (Berry et Houston, 2004; Blum et al., 2003; Garfunkel, 2004). Entre autres, selon l'intention pédagogique (Gravemeijer, 2004) et la complexité de la situation abordée, cela conduit à une diversité de schémas comprenant un nombre varié de phases illustrant, chacun à leur façon, ce processus global de modélisation (Abrams, 2001; Berry et Davies, 1996; Berry et Houston, 2004; Lesh et Yoon, 2004; Lingefjard, 2000; Maki et Thompson, 1973; Preston, 1997). Pour conserver une cohérence avec les composantes de la compréhension du concept de fonction de O'Callaghan (2004), l'idée de « phase de modélisation » est ici associée à la composante de modélisation et celle de « phase d'interprétation » à la composante d'interprétation. L'expression « processus de modélisation » désigne la modélisation dans son sens le plus englobant de la littérature.

Au fil des ans, la place accordée à la modélisation dans les programmes-cadres de mathématiques de l'Ontario (MÉO, 1999, 2005) s'est accrue (Roulet et Suurtamm, 2004; Suurtamm et Roulet, sous presse). Le programme-cadre (MEO, 2005) définit quant à lui la modélisation comme suit :

> En mathématiques, la modélisation constitue un stade important du processus de résolution de problèmes. Modéliser, c'est traduire sous forme mathématique les données d'un problème illustrant une situation réelle. En étudiant différentes représentations d'une même situation, les élèves arrivent non seulement à mieux saisir les concepts mathématiques et à faire le lien entre ces divers concepts, mais aussi à communiquer et à justifier avec plus de clarté et d'assurance leur démarche ou leur raisonnement. Cet apprentissage doit se faire au fur et à mesure que les expériences que réalisent les élèves en création de modèles mathématiques deviennent plus complexes, par exemple en passant des fonctions affines en 9^e^ année aux fonctions du second degré en 10^e^ année. (p. 14)

Dans cet extrait, selon notre position, la modélisation y est définie en tant que « phase de modélisation » puisque le « processus de modélisation » constitue en lui-même le processus de résolution de problèmes.

La troisième composante identifiée par O'Callaghan (2004) est la traduction. Aucune représentation ne renferme le concept de fonction en elle-même. La présence du concept de fonction se trouve dans la globalité des représentations. Chacune des représentations montre le concept sous un angle spécifique et possède ses propres avantages et ses propres désavantages. L'utilisation combinée des différentes représentations vient compenser efficacement les désavantages découlant d'une seule représentation (Kaput, 1992). La composante de traduction se définit comme l'habileté à passer d'une forme de représentation à une autre. Ceci constitue une habileté importante à développer (NCTM, 2000). Il s'agit de comprendre les relations entre les différentes représentations pour en arriver à développer une représentation multiple. En d'autres mots, comme l'illustre la figure 2, il faut créer des liens entre les diverses représentations.

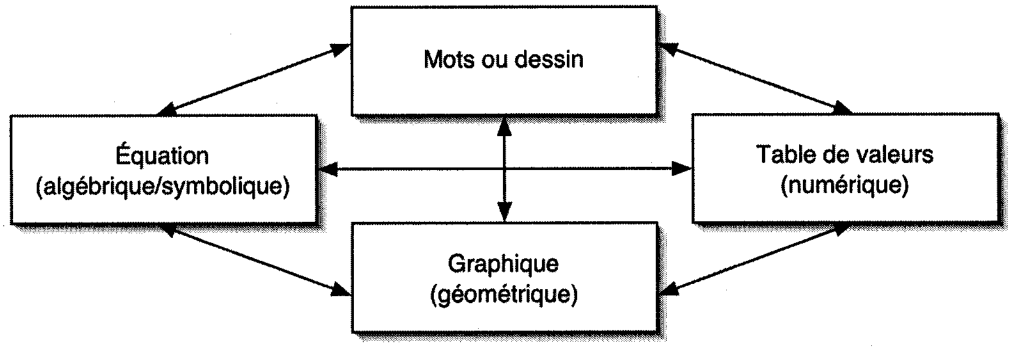


Figure 2. Interrelations entre les différentes représentations mathématiques

En ce qui concerne la composante de la réification, celle-ci se définit comme la construction d'un objet mental à propos des fonctions à partir de ce qui était d'abord perçu comme des procédures. La réification s'appuie sur la notion d'abstraction réfléchissante de Piaget (1977). La conscience que les fonctions sont des objets mathématiques qui renferment certaines propriétés rend possible des processus de niveaux supérieurs telles les transformations et la composition de fonctions. Sfard et Linchevski (1994) soutiennent que la conception opérationnelle précède la conception structurelle. La réification est donc l'étape culminante du cheminement difficile menant d'une conception opérationnelle (processus) à une conception structurelle (objet).

DIFFICULTÉS LIÉES À L'APPRENTISSAGE DES FONCTIONS

Le concept de fonction peut donner lieu à de nombreuses difficultés de compréhension. À cet égard, avoir suivi plusieurs cours de mathématiques ne constitue pas nécessairement un indicateur fiable. Il est en effet possible de remarquer peu de compréhension du concept de fonction même chez ceux ayant suivi maints cours de mathématiques (Breidenbach, Dubinsky, Haws et Nichols, 1992). De plus, la capacité d'énoncer correctement une définition moderne du concept de fonction ne veut nullement dire que les élèves n'en ont pas une image mentale limitée (Vinner et Dreyfus, 1989). C'est l'habileté à construire des processus mentaux et à les utiliser pour penser à propos des fonctions qui est pointée du doigt (Breidenbach, Dubinsky, Haws et Nichols, 1992). Trois difficultés principales en ce qui concerne l'abstraction, les représentations et les procédures émergent de la littérature en rapport avec les fonctions.

Abstraction

Comme le souligne Niss (1999), l'apprentissage de concepts mathématiques se présentant sous une dualité processus/objet est souvent fort complexe. Une difficulté importante du concept de fonction réside dans le niveau d'abstraction en cause. Les objets mathématiques ne sont pas visibles par nos sens, « ils ne le sont que par les yeux de l'esprit » (Traduction libre, Sfard, 1991, p. 26). L'apprentissage devient d'autant plus complexe que l'on perd toute référence concrète connue. Pour Kaput (1992), l'apprentissage en vient alors réduit à faire des liens entre différentes représentations symbolisant toutes le même objet abstrait.

Il semble nécessaire de développer une solide maîtrise opérationnelle (l'aspect procédural du processus) pour ensuite espérer parvenir à développer une approche plus abstraite des fonctions en tant qu'objet mathématique possédant une structure qui lui est propre (Sfard, 1991, 1994, 1995; Sfard et Linchevski, 1994). En se replaçant dans une perspective historique, on s'aperçoit que la définition du concept de fonction a elle aussi suivi une telle évolution.

Historiquement, le concept de fonction a beaucoup évolué. Even (1993) rappelle les modifications à la définition du concept de fonction au fil des siècles :

> [...] d'une courbe décrivant un mouvement au 17^{e} siècle à une expression analytique comprenant des variables et des constantes représentant la relation entre deux variables dont le graphique ne contenait pas de « cassure » au 18^{e} siècle. Puis, [...] à une conception moderne d'une fonction en tant que correspondance univoque entre deux ensembles. (Traduction libre, p. 95)

Cette évolution historique permet de constater que les fonctions ont initialement été conçues pour décrire le mouvement. De nos jours, dans le domaine scolaire au niveau secondaire, les fonctions sont à variables réelles et exprimées sous la forme $y = \mathrm{f}(x)$. Au lieu de chercher à atteindre directement la définition abstraite ensembliste, il semble souhaitable d'introduire tout d'abord les fonctions comme un modèle de relation entre les variables (Sfard, 1991; Sierpinska, 1992). Cela rejoindrait l'intuition première que les élèves ont du concept de fonction (Vinner et Dreyfus, 1989). Il faut souligner la cohérence de l'approche historique avec les principes largement mis de l'avant par le NCTM (2000) indiquant que les élèves doivent construire activement leur nouveau savoir à partir de leur savoir antérieur et de leur expérience.

Représentations

Même dans les cas où la représentation graphique est la plus appropriée, les élèves privilégient abondamment la représentation algébrique (Knuth, 2000a; Porzio, 1999). La conception des fonctions chez les enseignants (Even, 1993; Llord et Wilson, 1998) et la tendance à privilégier l'enseignement de procédures de calculs algébriques plutôt que le développement d'une compréhension conceptuelle (Haimes, 1996) sont des facteurs à considérer pour expliquer cet état de fait. De plus, la compréhension dans une représentation ne se transfert pas nécessairement dans les autres représentations (Even, 1990). Les informations combinées, en provenance des différentes représentations, contribuent à une meilleure compréhension du concept de fonction.

Plusieurs auteurs identifient le développement d'une représentation multiple comme un enjeu important au niveau secondaire (Knuth, 2000a; Llord et Wilson, 1998; Olsen, 2000). C'est en travaillant à partir de multiples représentations des fonctions que les élèves parviendront à en développer une meilleure compréhension (NCTM, 2000). Or, pour les élèves, chaque représentation semble avoir son propre développement et établir des liens entre elles n'est souvent pas facile (Knuth, 2000b; Leinhardt, Zaslavsky et Stein, 1990). Cette compartimentation constituerait donc un premier obstacle à une bonne compréhension du concept de fonction. Pour Schwarz et Dreyfus (1995), il ne fait aucun doute que les élèves ne sont pas suffisamment confrontés aux différentes représentations dans leur globalité. Comme ils le mentionnent, remplir une table de valeur ou tracer un graphique demande beaucoup de temps. Il devient presque impensable de modifier les axes, de changer l'échelle du graphique, d'ajouter ou d'enlever certaines données dans le but de pouvoir ensuite comparer les représentations entre elles. De plus, un élève ne peut penser efficacement lorsque toute son attention est requise pour gérer l'ensemble des éléments techniques nécessaires à la construction d'un graphique. Le temps et la technique nécessaires semblent donc être deux facteurs en cause pour expliquer l'utilisation limitée de multiples représentations.

En rapport avec le concept de fonction, la recherche effectuée par Rider (2004) montre que les élèves qui sont davantage exposés aux représentations sous leurs différentes formes (graphique, symbolique, tabulaire), ainsi qu'à leurs interrelations, réussissent mieux. Ceux-ci seraient également plus portés à utiliser une représentation différente de la représentation symbolique lors de la résolution de problèmes.

Centration sur les procédures (règles)

Afin d'expliquer pourquoi les élèves ont davantage recours à une approche algébrique, Herman (2002) soulève plusieurs facteurs parmi lesquels l'enseignant y occupe un rôle important. Or, justement, les élèves ne sont pas les seuls à éprouver des difficultés avec le concept de fonction. Dans ses travaux, Even (1993) met en évidence des lacunes liées à une conception moderne des fonctions déficiente chez les futurs enseignants. Elle précise que cette conception limitée a une influence sur leurs choix pédagogiques. Elle les conduirait à privilégier des règles à suivre au lieu de tendre vers une véritable compréhension du concept. Toujours selon ses observations, même ceux ayant une conception moderne privilégieraient les règles à la compréhension. Par contre, comme il a été abordé précédemment, ses résultats peuvent être placés en perspective. En effet, privilégier les règles ne serait pas nécessairement néfaste. Cela est justifiable du point de vue pédagogique par l'évolution nécessaire pour en arriver à une approche structurelle. Ceci témoigne de toute la subtilité liée à l'apprentissage des fonctions.

UTILISATION DES TECHNOLOGIES DANS L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES

Après l'apprentissage et la compréhension du concept de fonction de même que les difficultés qui y sont habituellement liées, il y a lieu de se questionner sur les effets découlant de l'insertion d'un outil technologique dans la relation pédagogique. Les écrits retenus dans cette section visent à fournir un éclairage pertinent sur certains facteurs à prendre en considération quant aux impacts de l'utilisation des technologies dans l'enseignement des mathématiques en lien avec les quatre composantes de la compréhension du concept de fonction précédemment retenues.

Impacts sur la modélisation et l'interprétation

La technologie exerce une influence non négligeable sur la pensée des élèves. De nouvelles approches et de nouvelles stratégies deviennent possibles (Doerr, 1995). Certains auteurs rappellent que l'enseignant est en grande partie responsable de la manière dont la technologie sera exploitée en classe par les élèves (Doerr et Zangor, 1999, 2000). Une recherche de Zbiek (1998) auprès de futurs maîtres traite des stratégies employées pour développer et valider un modèle mathématique. Or, même si les futurs maîtres utilisent différentes stratégies, ils en viennent à trop faire confiance à la technologie et à négliger la validation nécessaire de leur modèle mathématique selon la réalité modélisée. Ce résultat est aussi partagé par Lingefjard (2000). Ce dernier ajoute qu'en dépit de plusieurs mises en garde, ils deviennent aussi moins critiques relativement aux résultats affichés par l'ordinateur ou la calculatrice. En 1991, Blum et Niss écrivaient déjà qu'une utilisation inadéquate des outils technologiques pouvait contribuer à nuire à la découverte du modèle mathématique d'une situation plutôt que d'en favoriser l'émergence. L'impact de ces outils dépend de l'habileté des étudiants à les utiliser, à comprendre les mathématiques impliquées et de leur croyance à propos de l'information obtenue (Zbiek, 1998).

L'intégration d'une approche orientée sur la modélisation mathématique dans l'enseignement et l'apprentissage se doit de tenir compte de la réalité du milieu scolaire. Après avoir suivi, durant une année complète, 21 enseignants et enseignantes du niveau secondaire, Preston (1997) identifie plusieurs conditions facilitantes ou contraignantes. Entre autres, il mentionne la disponibilité des ressources technologiques comme une solution partielle au manque de temps créé par la rigidité du curriculum. La prise en charge par la technologie des longs calculs permet de considérer des problèmes impensables à aborder en classe dans le cas contraire. De plus, la technologie offre l'occasion aux élèves de passer plus de temps à faire ce qu'elle ne peut pas, c'est-à-dire modéliser et interpréter adéquatement.

Impacts sur la traduction

L'utilisation de la technologie, un ordinateur ou une calculatrice à affichage graphique, se révèle être une approche potentiellement bénéfique pour favoriser le développement de la compréhension des fonctions (Olsen, 2000). En début d'apprentissage de la représentation graphique, l'utilisation d'une approche d'interprétation qualitative est, dans un premier temps, préférable à une approche quantitative (Leinhardt, Zaslavsky et Stein, 1990). Or, l'utilisation des technologies graphiques vient rendre possible la comparaison entre deux fonctions sans même devoir manipuler des équations (Yerushalmy, 2000). Plusieurs auteurs mettent en évidence que la technologie peut aider à faire des liens entre les représentations en procurant la possibilité de passer rapidement et facilement d'une représentation à une autre (Hollar et Norwood, 1999; Leinhardt, Zaslavsky et Stein, 1990; Porzio, 1999; Schwarz et Dreyfus, 1995; Yerushalmy, 2000). Également, dans le cas de technologies permettant de voir simultanément plusieurs représentations, ces dernières rendent plus facile la comparaison des représentations entre elles et aident ainsi à y percevoir les différentes interrelations (Ozgun-Koca, 2001). La simple visualisation passive ne suffit bien sûr pas. Les problèmes présentés aux élèves doivent favoriser l'utilisation des différentes représentations et les inciter à réfléchir en ce sens (Porzio, 1999).

Impacts sur la réification

Trois recherches abordent l'utilisation de l'ordinateur et de la calculatrice à affichage graphique en lien direct avec la compréhension du concept de fonction de la manière dont elle a été définie précédemment. La première expérimentation (O'Callaghan, 1994, 1998) cherche à déterminer les effets liés à l'implantation d'un cours sur les fonctions qui : (a) utilise une approche de résolution de problèmes basée sur la modélisation, (b) insiste sur les concepts et (c) utilise l'ordinateur. Il constate une différence de compréhension significative entre le groupe contrôle (enseignement traditionnel) et le groupe expérimental. Le groupe expérimental parvient à mieux modéliser, interpréter et traduire. Toutefois, il ne remarque aucune différence significative quant à la réification. La réification, ce changement d'une compréhension opérationnelle à une compréhension structurelle, représente la composante la plus difficile à atteindre. Dans leur article écrit à partir de la thèse de doctorat de Hollar (1997), Hollar et Norwood (1999) s'appuient sur le même cadre de recherche en y remplaçant toutefois l'ordinateur par une calculatrice à affichage graphique. Elles obtiennent alors une différence significative aux composantes de modélisation, d'interprétation, de traduction et, contrairement à O'Callaghan, à celle de réification. Bien que plus faiblement significatif que les autres, Hollar et Norwood attribuent ce dernier résultat à la plus grande disponibilité de la calculatrice à affichage graphique comparativement à celle de l'ordinateur. Cependant, Mancilla (2004), qui utilise aussi des calculatrices à affichage graphique dans sa recherche, n'obtient pas une différence significative pour la composante de réification.

Constat

Il faut retenir de l'ensemble des études précédemment citées que l'introduction de nouveaux outils technologiques dans la relation pédagogique engendre de multiples impacts sur le rapport à l'acte d'apprentissage pour les élèves et même leurs enseignants. Il y a influence, qu'elle soit perçue positivement ou négativement. Même si la présente recherche ne s'inscrit pas dans un processus d'appropriation, il s'agit plutôt d'une utilisation très ponctuelle de la vidéo numérique, il ne faut pas négliger l'ajout d'un nouvel outil technologique. Si jusqu'à maintenant le tout a été abordé sous l'angle des fonctions, la section suivante se propose de cibler la littérature entourant l'utilisation d'un environnement informatisé d'analyse de vidéos numériques.

UTILISATION D'UN ENVIRONNEMENT INFORMATISÉ D'ANALYSE DE VIDÉOS NUMÉRIQUES

Nous entendons par « utilisation d'un environnement informatisé d'analyse de vidéos numériques » un logiciel où il est possible de réaliser une collecte de données de différentes mesures (position, temps, longueur, angle, etc.) en naviguant à l'intérieur même d'une séquence vidéo enregistrée sous un format numérique. De plus, le logiciel doit permettre l'analyse des données en générant dynamiquement les graphiques et les tables de valeurs associés à celles-ci. Ce type d'environnement est parfois décrit dans la littérature sous le nom de *Video Based Laboratories* [VBL] ou d'*Interactive Digital Video*. À notre avis, compte tenu des avancées technologiques des dernières années quant à la télévision numérique, VBL nous paraît moins porter à confusion. Des logiciels de la sorte sont utilisés en physique depuis le milieu des années 80 (Beichner et Abbott, 1999). Toutefois, à cette époque, les limites techniques sont nombreuses. Peu à peu, l'évolution des technologies et la diminution du coût rendent possible le fait de concevoir soi-même ses propres vidéos numériques (Escalada, Grabhornm et Zollman, 1996). À partir de ce moment, divers logiciels deviennent disponibles pour supporter l'analyse de vidéos numériques : *CamMotion*, *Measurement in Motion*, *MotionWorkshop*, *VideoGraph*, *VideoPoint* et *Physics Toolkit (World in Motion)* en sont des exemples.

Cette situation n'est pas en contradiction avec notre position initiale selon laquelle la technologie évolue sans cesse et que de nouveaux moyens technologiques soulèvent du même coup de nouveaux enjeux pédagogiques (Lesh, 2000). La vidéo numérique fait maintenant son entrée dans plusieurs écoles. Trop coûteuse et complexe il y a quelques années, elle devient accessible et facile d'utilisation. Effectivement, ce type d'outil n'est techniquement envisageable dans les écoles secondaires que depuis peu d'années. De plus, même si l'on peut trouver des recherches en rapport avec une approche VBL au cours des années 90, elles sont très majoritairement faites en sciences et non en mathématiques (Pappas et Koleza, 2003).

Spécifiquement à une approche VBL en lien avec l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques, on retrouve les premiers écrits chez des chercheurs du *Technical Education Research Centers* [TERC] de Cambridge à propos de CamMotion (1994). Pour eux, l'intérêt y est de pouvoir créer un lien entre les mathématiques abstraites et la réalité des élèves (Bresnahan, Ducas et Rubin, 1994; Boyd et Rubin, 1996; Rubin, 2000). À cet égard, l'important est que la « réalité » de la vidéo se trouve alors liée à des représentations mathématiques en plus de permettre de réfléchir sur le mouvement (Pappas et Koleza, 2003; Pianfetti et Pianfetti, 2000; Rubin, 2000). Auprès des élèves du secondaire, elle se révèle un outil de visualisation efficace (Pianfetti et Pianfetti, 2000). Elle supporterait de plus le développement d'une représentation multiple en rendant plusieurs représentations accessibles simultanément (Ozgun-Koca, 2001). Cela offre alors l'occasion de mieux y comprendre les interrelations. Dans un tel environnement technologique, les élèves en viendraient à particulièrement aimer travailler avec la représentation graphique. Pappas, Koleza, Rizos et Skordoulis (2002) discutent aussi du fait que le traitement de certains contenus mathématiques peut alors prendre une nouvelle dimension :

> The Frame of Reference as presented mathematically, is an abstract concept that cannot be conceptualized unless it has been visualized in a drawing representing a motion event. Thus, comprehension derived from this visualization is not enough to provide students with the ability to make predictions of how equations of motion, graphs and coordinates would change if the Frame of Reference were to rotate or/and change position. VideoPoint may serve as a means for an advanced conceptualization. (p. 6)

Bien que l'on trouve des articles où l'on y parle globalement des possibilités pédagogiques (Bresnahan, Ducas et Rubin, 1994; Cappo et Darling, 1996; Oldknow, 2003), on constate qu'il existe relativement peu de recherches sur l'utilisation de la vidéo numérique spécifiquement en lien avec les mathématiques. Il faut donc se tourner vers le domaine de la physique pour en apprendre davantage sur le sujet. Fait intéressant, le potentiel d'une approche VBL pour l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques est aussi abordé par des enseignants de sciences (Bryan, 2004, 2005).

Qu'ils soient novices ou experts avec un ordinateur, il est très facile pour les élèves d'utiliser la vidéo numérique (Escalada, Grabhorn et Zollman, 1996; Escalada et Zollman, 1997; Graney et DiNoto, 1995; Laws et Pfister, 1998; Rodrigues, Pearce et Livett, 2001). Elle surpasse en efficacité la traditionnelle technique de la photographie stroboscopique utilisée en sciences pour étudier certains phénomènes en mouvement (Graney et DiNoto, 1995). Également, en permettant diverses associations visuelles, cette manière de faire devient plus efficace qu'une simple description verbale des phénomènes physiques (Cadmus, 1990). C'est le manque d'équipement en classe, le désir d'effectuer des expérimentations qui seraient autrement trop coûteuses ou dangereuses et un besoin moins grand en équipement qui motiveraient initialement, dans plusieurs cas, le recours à la vidéo numérique (Escalada et Zollman, 1997; Graney et DiNoto, 1995; Laws et Pfister, 1998). Au plan pédagogique, la vidéo numérique se révèle très utile pour pouvoir recueillir, analyser et modéliser des données provenant de mouvements en deux dimensions relativement complexes (Escalada et Zollman, 1997). À cet égard, bien que la vidéo numérique ne se limite pas à des contextes relatifs à la trajectoire d'un projectile, les articles de Beichner (1996), d'Escalada, Grabhorn et Zollman (1996), d'Escalada et Zollman (1997), de Graney et DiNoto (1995) ainsi que celui de Laws et Pfister (1998) en renferment tous des exemples. La trajectoire d'un projectile semble donc être propice à une analyse à l'aide de la vidéo numérique.

Citant Chaudhury et Zollman (1994) dans leur recherche de 1996, Escalada, Grabhorn et Zollman rapportent plusieurs avantages spécifiques à l'utilisation de la vidéo numérique dans le cadre d'une expérimentation. Entre autres :

1. La capacité de visionner une situation à une vitesse réelle, lente, image par image ou encore de figer le temps.
2. La collecte, l'analyse et la création d'un modèle à partir des données de n'importe quelle situation provenant de la réalité pouvant être enregistrée sur format vidéo.
3. La prise de mesures de n'importe quel objet en deux dimensions sur l'écran (coordonnées d'un point, longueur, angle, surface) et du temps.
4. L'utilisation de l'ordinateur permet de créer des représentations visuelles du modèle de la situation et de les mettre en relation directe avec la séquence vidéo. (Traduction libre, p. 77-78)

Après avoir analysé l'expérimentation avec les élèves, ces auteurs concluent au potentiel de ce moyen pour visualiser, chercher, analyser et comprendre plusieurs sujets de la physique. La majorité des élèves ont apprécié l'expérience, mais ils s'inquiètent du temps nécessaire à sa réalisation comparativement à une approche traditionnelle. À cela, les chercheurs soulignent également qu'une démarche scientifique centrée sur la découverte nécessite par elle-même un investissement de temps considérable. De l'avis de Rodrigues, Pearce et Livett (2001), les élèves manifestent une attitude positive quant à une approche VBL.

Escalada et Zollman (1997) publient une autre recherche dans laquelle ils mentionnent que la vidéo numérique engage les élèves dans un processus actif d'apprentissage. Elle vient renforcer et développer la compréhension de concepts tout en aidant la création de liens entre les expériences concrètes et les modèles abstraits de la physique. Les participants rapportent que cette technique de visualisation et les discussions qui en découlent ont aidé à leurs apprentissages. Les chercheurs n'ont cependant pas trouvé de différence significative par rapport aux résultats des examens finaux. D'autres recherches indiquent qu'elle aide les élèves à mieux comprendre les graphiques représentant une situation de mouvement (Beichner, 1996). En effet, ils auraient alors tendance à moins percevoir le graphique comme étant une image figée par rapport au phénomène qu'il représente (Beichner et Abbott, 1999).

Un inconvénient de l'utilisation de la vidéo numérique réside dans le manque de précision des mesures (Graney et DiNoto, 1995). Si cela peut être un élément important dans le cas d'expérimentations physiques nécessitant une grande précision, cela n'est pas un problème pour une vaste majorité de situations (Laws et Pfister, 1998). Cependant, les élèves sont portés à considérer la vidéo numérique comme plus précise (Rodrigues, Pearce et Livett, 2001).

On peut aussi considérer l'utilisation de la vidéo numérique dans un contexte plus large de collecte de données à partir de l'ordinateur que l'on nomme *Micro-computer Based Laboratories* [MBL] (Escalada et Zollman, 1997). Dans un environnement MBL, la collecte et l'analyse des données sont faites à l'aide de l'ordinateur, mais, distinctement d'une approche VBL, elles ne sont pas nécessairement liées à une vidéo de la situation. L'approche VBL est en quelque sorte un sous-ensemble de l'approche MBL. Mouvement, pH, chaleur et température sont tous des exemples de collectes de données que l'on peut effectuer dans un environnement MBL (Nakhleh, 1994). Par souci de cohérence avec la présente recherche, nous nous limiterons à quelques brefs résultats de recherches ciblant le mouvement.

Une approche MBL favorise une démarche d'exploration (Huetinck, 1992) et stimule la discussion (Pena et Alessi, 1999). Elle semble permettre une meilleure vue d'ensemble des mathématiques en tant que langage utilisé pour trouver des relations dans le monde physique (Huetinck, 1992). Fait intéressant, distinctement d'Escalada et Zollman (1997), Svec (1999) conclut à une meilleure compréhension du concept de mouvement que dans le cas d'un laboratoire traditionnel. Finalement, un résultat de Pena et Alessi (1999) laisse croire que le MBL serait aussi efficace que l'utilisation d'une simulation.

THÉORIES DE L'APPRENTISSAGE

En plus de tout ce qui précède concernant les écrits liés aux fonctions et à la dimension technologique, une réflexion théorique sur l'apprentissage s'avère essentielle afin d'établir une cohérence d'ensemble. C'est pourquoi la présente section s'y consacre.

Que l'on considère, par exemple, les recherches de Piaget sur la genèse du nombre (Piaget et Szeminska, 1991) ou sur la géométrie spontanée chez les enfants (Piaget, Inhelder et Szeminska, 1948), il constitue un théoricien incontournable en raison de l'apport qu'il a fourni à l'étude de la connaissance. Ces travaux sont régulièrement cités dans les recherches traitant de l'apprentissage des mathématiques. C'est notamment le cas dans les recherches sur la compréhension du concept de fonction (Breidenbach, Dubinsky, Hawks et Nichols, 1992; Goodson-Espy, 1998; Sfard, 1991; Slavit, 1997). Vygotsky (1978, 1986) et von Glasersfeld (1995) sont également deux autres théoriciens ayant apporté une contribution marquante par leur vision de l'apprentissage. L'interprétation des travaux sur le constructivisme de Piaget, le socio-constructivisme de Vygotsky et le constructivisme radical de von Glasersfeld suscitent des divergences d'opinions entre les chercheurs dans le domaine de la didactique des mathématiques (Lerman, 1996, 2000; Steffe et Thompson, 2000). Alors que Lerman (1996, 2000) argumente que les travaux de Vygotsky et de von Glasersfeld peuvent être vus comme dichotomiques, Steffe et Thompson (2000) soutiennent qu'au contraire ils renferment de grandes possibilités de compatibilité. Puisque souvent citée dans les recherches sur la compréhension du concept de fonction, la prochaine section aborde la théorie de la construction de la connaissance de Piaget. Également, considérant l'importance que la théorie de la socio-construction de la connaissance de Vygotsky accorde à la médiation, cette théorie centrée sur les interactions sera aussi présentée. Effectivement, à cause de la nature des tâches envisagées, l'aspect médiation du socio-constructivisme procure une optique intéressante pour cette recherche.

Construction de la connaissance : accent sur l'individu

Selon Piaget, l'apprentissage repose sur la recherche constante d'un équilibre. Au moment de l'interaction avec son milieu, en tant que source de découvertes, d'explorations et d'expériences, l'enfant est appelé à résoudre divers déséquilibres cognitifs entre ses structures mentales (schèmes actuels) et la réalité telle qu'il la perçoit (Piaget, 1975). Qu'il s'agisse initialement de l'action du milieu sur lui ou de son action sur le milieu, l'enfant tente alors de s'adapter pour retrouver l'équilibre. Deux options pour s'adapter s'offrent alors à l'enfant au cours de ce que Piaget nomme l'équilibration : l'assimilation ou l'accommodation. L'enfant peut soit s'appuyer sur ses schèmes actuels pour interpréter la situation (assimilation), soit réorganiser ou modifier ses schèmes pour intégrer la nouvelle situation (accommodation). Selon cette perspective, on apprend en s'adaptant et en se construisant de nouvelles structures mentales. Dans tout cela, l'équilibration y tient le rôle d'un processus régulatoire par rapport à l'assimilation et à l'accommodation. C'est grâce à de multiples phases d'équilibration que l'enfant se développe. En ce sens, la cognition se bâtit d'une manière dynamique où une importance particulière est accordée au sujet et au milieu.

La théorie de Piaget s'inscrit dans une épistémologie génétique (Piaget, 1972). Selon ses observations, le développement intellectuel de l'enfant se déroule selon certains stades et un minimum de développement biologique est requis pour réaliser certains apprentissages. Il identifie et analyse divers stades de développement possédant chacun leur degré de complexité. Un exemple illustrant l'influence de cette approche séquentielle sous la forme de stades de développement peut se retrouver en mathématiques à travers les niveaux de la pensée géométrique élaborés par Van Hiele (1986). Il faut toutefois faire attention. Dans ce cas, distinctement de Piaget, le passage d'un niveau à l'autre dépend moins de l'âge que du type d'instruction et du contenu. Quoi qu'il en soit, un nombre considérable de recherches ont été effectuées sur les stades de développement durant l'enfance en regard aux mathématiques (Case, 1992; Case et al., 1996; Kamii et Ewing, 1996).

Le terme « constructivisme » se réfère à la manière dont un apprenant construit sa compréhension en tant que résultat de ses expériences dans un monde dynamique. Cela est en contraste avec une vision dans laquelle l'apprenant serait vu comme possédant en lui-même la connaissance. Pensons à la période sensori-motrice de Piaget, durant laquelle l'enfant agit physiquement sur les objets et avec les personnes de son environnement immédiat, qui conduit à la construction de nouvelles structures mentales. Cependant, bien que l'approche constructiviste de Piaget et le constructivisme radical de von Glasersfeld reconnaissent le rôle de l'interaction avec l'environnement dans le processus d'apprentissage, ce qui n'exclut pas les interactions sociales, le point de mire est généralement placé sur la trajectoire individuelle de l'apprenant où ce dernier en vient à modifier son système conceptuel plutôt que sur la médiation culturelle au travers des interactions (Lerman, 2000).

Socio-construction de la connaissance : accent sur l'interaction

Contrairement à l'épistémologie génétique de Piaget, on retrouve chez Vygotsky (1978, 1986) un modèle interactionniste dans lequel la dimension sociale vient stimuler et soutenir l'apprentissage. Alors que pour Piaget le développement cognitif passe de l'individuel au social, pour Vygotsky, le passage se fait davantage du social à l'individuel en vue d'être éventuellement intériorisé. Dans le cas de Vygotsky, ce dernier voit l'apprentissage comme étant un échange par la médiation découlant de l'interaction. En effet, dans une approche dite socio-constructiviste, les échanges avec les autres, principalement langagiers, entraînent la tenue d'un important processus de médiation.

La médiation prend tout son sens en la situant dans le cadre du concept fondamental de ce courant de pensée : la zone proximale de développement (ZPD). Vygotsky discerne deux niveaux : 1- le niveau de développement actuel déterminé par ce que l'enfant peut réaliser seul et 2- le niveau de développement potentiel déterminé par ce que l'enfant peut réaliser avec appui. Au-delà de ce dernier niveau, l'enfant ne possède pas les habiletés de bases nécessaires pour réussir et l'apprentissage devient voué à l'échec. L'écart entre ces deux niveaux représente la ZPD où l'enfant a les meilleures possibilités de développer ses apprentissages. En d'autres termes, il s'agit de la zone représentant le prochain pas accessible à franchir pour le mener de ce qu'il sait à ce qu'il ne sait pas encore qu'il peut acquérir. Cela sous-tend toute une dynamique de l'apprentissage où l'appui nécessaire peut prendre plusieurs formes : soutien d'un enseignant, utilisation d'une approche collaborative, aide d'une personne de l'entourage, d'un pair, d'une ressource technologique, etc.

Dans cette théorie interactionniste de l'apprentissage, le langage représente l'outil de structuration et de restructuration de la pensée par excellence. Le langage apporte une dimension métacognitive venant réguler le dialogue interne en le rendant moins implicite et en favorisant du même coup l'intériorisation de l'objet d'apprentissage. L'importance du langage pour construire sa pensée émane ainsi de sa contribution à la médiation de la situation d'apprentissage (Cobb, Boufi, McClain et Whitenack, 1997; Cobb, Gravemeijer, Yackel, McClain et Whitenack, 1997). La coopération avec les pairs devient profitable en ce sens que les échanges peuvent contribuer à construire un nouveau sens par rapport à l'objet d'apprentissage. Les pairs peuvent se guider entre eux, intentionnellement ou non, à travers leurs interventions en venant stimuler intellectuellement leur ZPD. Dans le modèle vygotskien, le célèbre dicton « on n'apprend pas seul » prend alors tout son sens. À cela, on pourrait ajouter que les chercheurs travaillant dans une perspective théorique socio-culturelle en mathématiques et en sciences de l'éducation ont élargi la vision commune de la ZPD en argumentant que, dans une relation dyadique, il n'est pas nécessaire qu'un des apprenants soit plus connaissant que l'autre (Forman et Larreamendy-Joerns, 1995; Wells, 1999; Zack et Graves, 2001). Non seulement les apprenants peuvent apprendre à partir des interactions, mais l'enseignant qui y participe le peut également.

Pour conclure, il convient de souligner que l'approche socio-constructiviste, avec l'apport de ses concepts principaux comme la ZPD et la médiation, a procuré au cours des dernières années un cadre fertile en lien avec l'intégration de nouvelles technologies en éducation. Dans cette optique, la technologie y est alors abordée comme agissant à titre de médiation pouvant venir soutenir l'apprenant dans sa démarche d'apprentissage.

RATIONNEL DE L'ÉTUDE ET QUESTION DE RECHERCHE

À ce point, nous ne sommes pas certains de ce qu'un environnement informatisé d'analyse de vidéos numériques peut faire pour accroître la compréhension des mathématiques chez les élèves. Toutefois, divers éléments se dégagent de la littérature et permettent de réaliser quelques suppositions. Résumons globalement le portrait actuel de la réflexion.

En premier lieu, les écrits en sciences sur la vidéo numérique laissent entrevoir qu'elle peut être adéquate pour lier le concret et l'abstrait. Étant donné le peu d'écrits en rapport avec les mathématiques et le fait qu'elle semble aider à la compréhension conceptuelle de certaines notions de physique, il devient normal de se questionner davantage sur l'impact qu'elle peut avoir sur le raisonnement mathématique.

En deuxième lieu, pour bien saisir un concept, il faut entre autres le regarder sous plusieurs aspects. Les recherches mettent en évidence le rôle des technologies pour réussir à construire des liens entre les différentes représentations. Loin de se limiter à une seule représentation des fonctions, les élèves doivent arriver à développer une représentation multiple. Il est alors possible de considérer la vidéo numérique comme une représentation un peu particulière. Cet aspect est à exploiter. En effet, il y a tout lieu de croire qu'il peut s'avérer possible de créer un contexte de résolution de problèmes spécifique pour favoriser la compréhension du concept de fonction par le biais de l'utilisation de certaines propriétés des fonctions. Jusqu'à ce jour, peu de recherches empiriques concernant la vidéo numérique en mathématiques ont été faites.

En troisième lieu, les fonctions nous ont semblé être dès le départ des objets mathématiques tout désignés pour exploiter la vidéo numérique en mathématiques. Or, parmi les difficultés de compréhension des fonctions, rappelons la complexité d'abstraction du concept et la tendance à recourir à une approche procédurale par le calcul au lieu d'une approche orientée sur une compréhension conceptuelle. Toujours en lien avec les fonctions, deux tendances technologiques se dégagent des recherches. L'ordinateur et la calculatrice à affichage graphique servent à augmenter la capacité à calculer et à visualiser. Essentiellement, on y exploite la grande capacité à traiter rapidement les données. Alors que cela devrait permettre aux élèves de se concentrer sur les concepts, il peut en résulter l'effet contraire. Ils y développent une trop grande confiance. Ils deviennent spectateurs. Toutefois, la recherche sur la vidéo numérique laisse percevoir une implication différente de la part des élèves. En effet, l'analyse de données en situation presque réelle, à partir de représentations en relations directes avec la situation sur vidéo, offre un appui technologique favorisant une démarche de découverte. Cela permet d'allier simultanément l'aspect qualitatif avec un traitement quantitatif. Ainsi, en s'appuyant sur le principe théorique de la médiation des apprentissages par l'entremise des technologies, cette recherche vise à étudier l'utilisation de la vidéo numérique en tant qu'appui pour aider l'apprentissage des mathématiques; c'est-à-dire, plus spécifiquement selon les prémisses, en lien avec la compréhension des fonctions.

Comme il a été vu dans les trois paragraphes ci-dessus, la vidéo numérique nous semble donc venir se positionner en établissant une relation favorable entre le volet technologique et celui sur les difficultés liées à l'apprentissage des fonctions. Parallèlement à cela, pour cette recherche, les construits théoriques mettant l'accent sur les interactions médiatisées dans une optique de construire du sens à partir de ressources seront considérés. Cela est en effet approprié dans le but d'examiner comment les apprenants travaillent ensemble à l'aide d'un outil technologique pour construire leur compréhension des mathématiques. À cet égard, les enregistrements des interactions viendront fournir une trace des discussions entourant la résolution de problèmes et serviront par conséquent d'évidences à partir desquelles il sera possible de faire certaines inférences.

En dernier lieu, avant de formuler la question de recherche, plusieurs éléments doivent être considérés : (a) l'ampleur du concept de fonction, (b) les attentes du curriculum de mathématiques au secondaire et (c) la vidéo numérique qui ne peut s'appliquer à tous les types de fonctions. L'étendue du domaine des fonctions et la spécificité de la vidéo numérique requièrent toutefois de circonscrire davantage ce qui sera abordé dans le cadre de cette recherche. Les mentions et les exemples du mouvement à deux dimensions d'un projectile dans les écrits émanant du domaine de la physique indiquent que la fonction quadratique semble particulièrement bien convenir à la vidéo numérique. De plus, la trajectoire d'un projectile s'enracine dans la définition primaire du concept de fonction. Puisqu'en Ontario le programme-cadre de mathématiques de la 10^e^ année inclut l'apprentissage de la fonction quadratique, le choix s'est donc porté sur cette année d'étude. D'autre part, parmi les deux cours offerts en 10^e^ année, le choix du cours « Principes de mathématiques » apparaissait plus judicieux que celui nommé « Méthodes de mathématiques » compte tenu du fait que, même si l'on traite des fonctions du second degré (c'est-à-dire quadratiques) dans le cadre de ces deux cours, ce premier en fait une étude plus approfondie.

Compte tenu de ces aspects, cette recherche vise à répondre à la question suivante :
« *Comment, dans un contexte d'apprentissage mathématique lié aux fonctions quadratiques, l'utilisation pédagogique d'un environnement informatisé d'analyse de vidéos numériques affecte-t-elle l'apprentissage chez des élèves de 10^e^ année?* »

III - MÉTHODOLOGIE

Le chapitre sur la méthodologie présente le déroulement de la recherche. Il traite tour à tour : (a) des participantes et des participants, (b) des tâches, de l'environnement technologique et des questionnaires utilisés, (c) du déroulement et de la collecte des données, puis (d) de l'analyse des données.

PARTICIPANTES ET PARTICIPANTS

Huit élèves de 10^{e} année provenant toutes et tous du même groupe suivant le cours « Principes de mathématiques » du curriculum de l'Ontario ont participé sur une base volontaire à la présente recherche qualitative. La décision de choisir des élèves provenant d'un seul groupe n'est pas fortuite. Ceux-ci suivant leur cours sous la responsabilité d'un même enseignant, on peut alors considérer qu'il y a eu un profil pédagogique commun de base quant à l'approche utilisée pour aborder les fonctions quadratiques en classe. Ainsi, on peut considérer que tous ont reçu un enseignement « similaire » au sujet des fonctions quadratiques. Cet aspect est intéressant puisqu'il permet de discuter et de saisir plus en contexte les motifs à la base de certaines manières de faire des participantes et des participants. La distribution des participantes et des participants est de cinq filles et de trois garçons en provenance de différents groupes ethniques. De plus, dans le but de pouvoir déterminer certaines informations spécifiques quant au contexte scolaire, l'enseignant du groupe de ces huit élèves a également pris part à la recherche.

Épisodiquement, les différences entre les garçons et les filles soulèvent de l'intérêt dans les domaines des mathématiques et des technologies. Dès lors, il apparaissait par conséquent nécessaire de se questionner et de se positionner quant aux possibles différences entre les sexes, liées aux compétences mathématiques et à l'utilisation des technologies, pouvant venir influencer la méthodologie ou l'analyse de la présente recherche. Cela fut fait avant même le recrutement des volontaires. Les deux prochaines sections présentent les arguments à la base de la réflexion ayant sous-tendu les décisions par rapport à ces deux aspects.

Différence entre les sexes quant aux compétences mathématiques

On associe souvent les mathématiques comme étant une matière masculine (Conseil supérieur de l'éducation, 1999). Également, les comparaisons entre les garçons et les filles en mathématiques ne datent pas d'hier et se présentent sous plusieurs facettes (Barnes, 1996; Brusselmans-Dehairs et Henry, 1994; Fennema et Hart, 1994). Dès lors, on peut raisonnablement se questionner à savoir s'il existe ou non une différence entre la performance des garçons et des filles en mathématiques pouvant venir influencer notre recherche.

Dans un premier temps, selon le TIMSS (Third International Mathematics and Science Study) de 1995 et de 1999, qui évalue jusqu'au niveau de la 8^{e} année, il n'y a aucune différence de performance en mathématiques entre les garçons et les filles de 8^{e} année au Canada (Robitaille, Taylor et Orpwood, 1999). Sur la scène provinciale, l'Office de la qualité et de la responsabilisation en éducation (OQRE, 2000) rapporte que la différence entre les garçons et les filles de 8^{e} année en Ontario dans le rendement en mathématiques au TIMSS 1999 est à peu près inexistante et non significative. Bien que le TIMSS traite d'élèves un peu plus jeunes que ceux ciblés par la présente recherche, il contribue tout de même à guider notre jugement par rapport à cette question.

Dans un deuxième temps, les résultats du PISA (Programme international pour le suivi des acquis des élèves) de 2000 montrent un faible écart significatif entre les sexes, à l'avantage des garçons, quant au rendement en mathématiques au Canada (Bussière et al, 2001; OQRE, 2001). Ce résultat doit être nuancé, car le PISA 2000 était principalement consacré à la compréhension de l'écrit. Les mathématiques y étaient alors présentes en tant que domaine secondaire. De plus, étant donné la taille des échantillons, il n'était pas possible de se prononcer au niveau provincial (Bussière et al, 2001).

Dans un troisième temps, selon le PIRS 2001 (Programme d'indicateurs du rendement scolaire) du Conseil des ministres de l'Éducation du Canada (CMEC, 2002), il existe quelques légères différences dans les résultats entre les garçons et les filles. Dans le groupe des 16 ans, il y a légèrement plus de garçons que de filles qui atteignent les niveaux 3, 4 et 5 en ce qui concerne le contenu mathématique et le niveau 5 en résolution de problèmes. Aucune autre différence concernant le rendement de ce groupe d'âge n'est rapportée. Les mêmes résultats avaient été constatés lors du PIRS précédemment consacré aux mathématiques en 1997 (CMEC, 1997).

Similairement, bien que Tate (1997) constate dans sa revue de la littérature américaine que les garçons réussissent habituellement mieux que les filles aux épreuves standardisées, il n'hésite pas à affirmer que ces différences sont petites et généralement non significatives. Le bagage mathématique, c'est-à-dire les cours suivis, constituerait à son avis un meilleur indicateur pour prévoir une différence de performance.

Dans un quatrième temps, nous pouvons aussi considérer deux recherches faites sur la compréhension du concept de fonction à l'aide de la technologie ayant observé la différence entre les sexes et dont la définition de la compréhension de concept de fonction est identique à ce qui a été retenu dans le cadre conceptuel de la présente recherche. Dans la première recherche, la technologie en cause était l'ordinateur et il n'y a eu aucune différence significative entre les deux sexes quant aux résultats (O'Callaghan, 1994, 1998). Dans la deuxième recherche (Hollar, 1997; Hollar et Norwood, 1999), les auteurs reproduisant la même étude que celle réalisée par O'Callaghan (1994, 1998), mais cette fois à l'aide de calculatrices à affichage graphique, en arrivent au même constat. Il n'y a donc aucune différence significative entre les garçons et les filles dans le cas de ces recherches (Hollar 1997; Hollar et Norwood, 1999; O'Callaghan, 1994, 1998).

Ainsi, malgré les très légères différences signalées dans le PIRS (CMEC, 1997, 2002) et tout en n'oubliant pas d'accorder la nuance qu'il se doit au PISA 2000, il nous est apparu raisonnable, considérant l'ensemble des faits mentionnés par les autres études citées et la procédure retenue pour la présente recherche (celle-ci sera expliquée en détail postérieurement), de ne pas accorder une attention particulière à une éventuelle différence quant au raisonnement mathématique entre les deux sexes au cours de cette recherche. Rappelons que selon Tate (1997), le bagage mathématique constitue un meilleur indicateur pour prévoir une différence de performance. Or, dans la présente recherche, tous les élèves ont suivi jusqu'à maintenant les mêmes cours de mathématiques comme le prescrit le Ministère de l'Éducation de l'Ontario. Ainsi, cela explique donc pourquoi la différence entre les sexes quant aux compétences mathématiques n'a pas bénéficié d'une attention particulière lors du recrutement des volontaires ou lors de l'analyse des données.

Si la réflexion présentée jusqu'ici a été faite précédemment à la collecte des données et à l'analyse de celles-ci, de nouveaux résultats concernant les études du TIMSS 2003 et du PISA

2003 ont été rendus publiques au début de l'année 2005. Même si l'analyse des données était alors complétée, les résultats de ces études sont venus consolider notre position de ne pas s'attarder à la différence entre les sexes. Concernant les résultats du TIMSS 2003, on ne rapporte pas de différence significative du rendement en mathématiques entre les garçons et les filles de 8e année en Ontario (OQRE, 2004a). Cependant, dans la présentation des premières conclusions de l'étude du PISA de 2003, où cette fois les mathématiques constituaient un domaine principal de l'étude, on y apprend que les garçons ont de meilleurs résultats sur l'échelle globale des mathématiques que les filles dans 7 des 10 provinces canadiennes (Bussière, Cartwright, Knighton et Rogers, 2004). Cela est entre autres le cas en Ontario où le rendement général pour les garçons est supérieur à celui des filles (OQRE, 2004b). Toutefois, en regard de la résolution de problèmes au Canada, on ne remarque aucun écart selon les sexes (Bussière, Cartwright, Knighton et Rogers, 2004). Pour ce qui est du TIMSS 2003 et de la résolution de problèmes du PISA 2003, l'absence d'écart entre les sexes a ainsi appuyé notre position précédemment décrite en lien avec la différence entre les sexes dans cette recherche.

Différence entre les sexes quant aux compétences technologiques

Les différences entre les garçons et les filles soulèvent aussi de l'intérêt dans le domaine des technologies. On retrouve d'ailleurs plusieurs écrits orientés sur cette question dans la littérature. D'ailleurs, Sanders (2005) s'appuie sur près de 700 recherches et les classifie dans sa récente revue de littérature sur le sujet. Toutefois, un traitement plus exhaustif à ce propos ne nous est pas apparu nécessaire compte tenu du fait que plusieurs éléments mis en place dans la présente recherche conduisent à croire que la différence entre les sexes ne constituera pas un facteur à considérer directement à l'égard de l'utilisation des technologies.

Voici les éléments majeurs à la base de cette prise de position. Dans un premier temps, l'utilisation de la vidéo numérique sera entièrement nouvelle autant pour les garçons que pour les filles. Dans un deuxième temps, les tâches sont structurées de telle manière à ce que les habiletés techniques soient réduites au minimum. Dans un troisième temps, le fonctionnement par dyade lors des rencontres rend possible la collaboration entre les pairs pour pallier, si nécessaire, aux habiletés techniques plus limitées chez l'un ou l'autre des participants. Dans un quatrième temps, en lien avec la réflexion de Tate (1997) pour les mathématiques, il est raisonnable de croire que les différences entre les sexes pourraient provenir du bagage des connaissances technologiques de chacun et de chacune plutôt que directement du sexe des participants et des participantes. En conclusion, considérant l'ensemble des arguments ci-dessus, que la recherche se déroule sur la base d'une participation volontaire des élèves et avec fonctionnement sous forme de dyades, la différence entre les sexes quant à l'utilisation des technologies et la différence entre les sexes quant aux mathématiques ne bénéficieront pas d'une attention particulière.

TÂCHES, ENVIRONNEMENT TECHNOLOGIQUE ET QUESTIONNAIRES

Cette section a pour but de présenter le rôle et les motifs à la base de l'élaboration de chacune des tâches et de chacun des questionnaires utilisés afin de recueillir les données. Nous traiterons en premier lieu des tâches ainsi que de l'environnement technologique nécessaire à la réalisation de l'une d'elles pour ensuite décrire les questionnaires employés.

Tâches

On compte trois tâches distinctes : (a) une tâche d'introduction, (b) une tâche traditionnelle avec calculatrice et (c) une tâche avec vidéos numériques. Au moment de consulter les tâches placées en annexes, il est à noter que par convention les indications inscrites entre crochets représentent certaines actions à poser par le chercheur ou bien une courte description de ce que l'on peut observer dans les vidéos numériques utilisées. Ces éléments se trouvent seulement sur les feuilles destinées au chercheur et non sur celles distribuées aux élèves.

La tâche d'introduction (annexe A) renferme un seul problème qui vise à mettre les participantes et les participants en situation tout en permettant de fournir sommairement certaines informations sur leur type d'approche quant aux fonctions quadratiques. Grâce à celle-ci, on désire amener les élèves à verbaliser leur réflexion et prendre le pouls de la dyade quant à leur interaction avant d'aborder les deux tâches principales. Afin de ne pas allonger excessivement le temps de la rencontre, d'éviter la fatigue, la perte de concentration et puisque la tâche d'introduction constitue surtout une amorce, elle se caractérise par le fait qu'il est demandé aux élèves de ne pas résoudre le problème de manière détaillée. On leur demande simplement de décrire comment ils s'y prendraient pour trouver la réponse à la question formulée. Ce problème, ainsi que ceux inclus dans les deux tâches suivantes, ont tous été construits selon la même logique de base. Il convient donc d'expliciter le choix et l'articulation des problèmes compris dans les tâches principales.

Une difficulté liée à cette recherche consiste à proposer des tâches amenant les élèves à mettre en oeuvre un raisonnement lié à la manifestation de l'apport du mouvement. Cela bien sûr concernant la tâche incluant les vidéos numériques, mais aussi à partir de ce qui est habituellement proposé aux élèves dans le cadre de leur cursus scolaire mathématique pour les problèmes textuels à inclure dans la tâche traditionnelle avec calculatrice. Il est à noter que le recours à une calculatrice à affichage graphique est permis même si l'on qualifie la tâche de traditionnelle. C'est pourquoi cette tâche est nommée dans la suite du texte « tâche TAC » pour « traditionnelle avec calculatrice ». Par « traditionnelle », nous entendons où le problème est présenté par écrit dans une approche dite « papier et crayon ». Cela n'englobe donc pas en tant que tel le sens d'une pédagogie magistrale que l'on y attribue habituellement en milieu scolaire. Le terme « traditionnelle » renvoie ici à une marque distinctive en comparaison avec l'utilisation de l'ordinateur. Cela s'avère nécessaire pour bien distinguer les deux tâches. Conséquemment, la tâche avec utilisation de la vidéo numérique sera désignée par « tâche VNAO » pour « vidéo numérique avec ordinateur ». Tout au long du choix des problèmes pour ces deux tâches, un souci constant d'inclure des éléments semblables entre elles était présent. Toutefois, puisqu'il s'agit d'une recherche qualitative, il faut souligner qu'une équivalence des tâches n'est pas requise. De plus, à cause des potentialités distinctes de la démarche exploitant la vidéo numérique, une équivalence des tâches devient en pratique impossible à obtenir. Il a toutefois été tenté de conserver un certain rapprochement entre les deux tâches. Cet aspect sera détaillé ultérieurement. L'objectif des deux tâches demeure donc de mettre en lumière l'apport d'une situation en mouvement sur le raisonnement mathématique des élèves.

Le choix des problèmes pour la tâche TAC (voir annexe B) découle de la consultation de divers manuels scolaires de référence : Omnimaths 10 (Knill et al., 2001), Réflexions mathématiques 436 (Breton, Deschênes, Ledoux, Bourdeau, Laforest et Légaré, 1997) et Mathophilie 436 (Lafortune, Massé et Chagnon, 1997). Seul le manuel Omnimaths 10 est autorisé en 10^{e} année, pour les enseignantes et les enseignants franco-ontariens, par le Ministère de l'Éducation de l'Ontario. Toutefois, les deux autres manuels peuvent constituer une source d'information possible pour les enseignants. Dans les manuels scolaires consultés, les problèmes présentant la fonction quadratique dans un contexte de mouvement (p. ex., projectile, lancer) se ramènent presque toujours à une des formes suivantes : trouver les zéros et les coordonnées du sommet à partir d'une équation donnée, répondre à diverses questions à partir des coordonnées des zéros et d'un point ou encore répondre à diverses questions à partir des coordonnées du sommet et d'un point. À partir de cela, deux problèmes, « Le soccer » et « Le lancer vertical », ont été retenus. En plus de l'apport du mouvement, une petite considération afin de pouvoir les résoudre sans recourir à de longs calculs tout en étant légèrement connexe à une approche structurelle des fonctions a semblé intéressante. Quoique très très mince par rapport à une approche structurelle telle qu'habituellement comprise, la propriété de symétrie des fonctions quadratiques constitue alors une voie potentiellement propice pour ce faire. De plus, il s'agit d'une propriété que l'on pourrait qualifier de plutôt visuelle des fonctions quadratiques. La symétrie offre la possibilité de ne pas sombrer dans une approche exclusivement procédurale quant au traitement des tâches. À partir de cela, une des questions du problème « Le soccer » et du problème « Le lancer vertical » a été très légèrement adaptée, si nécessaire, afin que ceux-ci puissent se résoudre en faisant intervenir la propriété de symétrie. Dans le but de ne pas fournir une représentation pouvant suggérer une piste de résolution, il a de plus été convenu de présenter aux élèves l'énoncé du problème sans y inclure ou y ajouter un dessin illustrant la situation.

Quant au contexte des problèmes retenus, il est bon de souligner que l'utilisation d'une trajectoire de projectile (p. ex., le lancer d'une balle) renvoie à la perspective historique du concept de fonction. Tous les problèmes ont donc été formulés par rapport à des contextes de trajectoire de projectile de telle manière que l'on puisse les résoudre à partir d'un raisonnement basé sur la symétrie de la fonction quadratique sans devoir recourir à l'utilisation d'une équation au sens formel. Cela s'applique autant à la tâche TAC (annexe B) qu'à la tâche VNAO (annexe C). En ce qui concerne la tâche avec utilisation de la vidéo numérique, celle-ci est aussi composée de deux situations. Les situations développées, comme le montre la figure 3, consistent en une balle en mouvement qui rebondit sur une table.

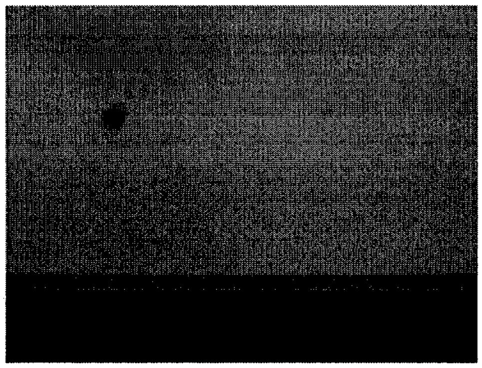


Figure 3. Capture d'écran de la vidéo numérique 1

Dans la première situation (voir la figure 4), la balle arrive à partir de la gauche de l'écran, rebondit en touchant la table une première fois, puis une deuxième fois avant de disparaître à la droite de l'écran. Le sommet du deuxième bond est visible à l'écran avant que la balle ne disparaisse du champ de la vidéo.

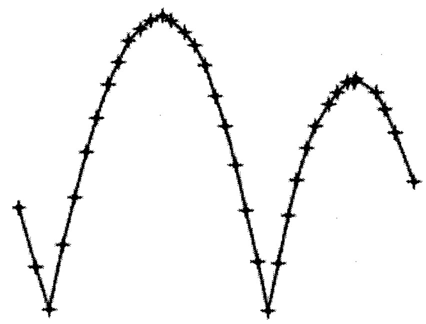


Figure 4. Trajectoire parcourue par la balle à l'écran lors de la situation 1

Dans la deuxième situation (voir la figure 5), la balle fait un bond sur place, de bas en haut, avant de redescendre, de haut en bas. Il s'agit seulement d'une courte séquence obtenue à partir d'une séquence plus longue. On n'y voit donc pas le début du mouvement de la balle, ni la fin en tant que telle. Il ne s'agit pas de la même vidéo que celle de la situation 1. Cela est d'ailleurs clairement expliqué aux élèves dans la mise en contexte, tout en leur rappelant qu'il s'agit juste d'une petite portion d'une plus grande séquence, avant d'entamer les questions liées à cette deuxième situation.

Figure 5. Trajectoire parcourue par la balle à l'écran lors de la situation 2

La tâche VNAO comporte deux sections. Dans la première section, on retrouve la situation 1 qui adopte un questionnement en lien avec le problème du soccer de la tâche TAC. Dans la deuxième section, on y emploie une approche qualitative descriptive de cette même vidéo (situation 1) en abordant le tout sous l'angle des représentations graphiques soient : l'esquisse du graphique de la hauteur de la balle en fonction de la distance parcourue, l'esquisse du graphique de la hauteur de la balle en fonction du temps et la comparaison de leurs graphiques avec ceux générés par l'ordinateur. Cette démarche est ensuite reprise avec la vidéo numérique de la situation 2. Le fondement derrière cela consiste à susciter la verbalisation par rapport à la situation présentée.

Choix et fonctionnement de l'environnement technologique

Au moment de réaliser la collecte de données, deux logiciels principaux retiennent notre attention en ce qui a trait à l'utilisation de la vidéo numérique de la manière que nous la concevons dans le cadre de cette recherche : *Measurement in Motion* (1996) et *VideoPoint* (1999). Tous deux possèdent des possibilités techniques semblables par rapport aux besoins nécessaires pour la présente recherche. Cependant, *VideoPoint* semble moins intuitif quant à son utilisation. Le nombre impressionnant de fonctions qu'il offre s'avère relativement intimidant au premier contact. Considérant que l'utilisation du logiciel se déroule dans un contexte orienté vers les mathématiques plutôt que dans le contexte d'un cours de physique et que l'apprentissage de l'utilisation d'un logiciel n'est pas un des buts de notre démarche, le logiciel *Measurement in Motion* a été retenu à cause de sa grande simplicité d'utilisation. Celui-ci nous est en effet apparu le plus convivial et le plus judicieux pour nos besoins.

L'accès à un ordinateur avec le logiciel *Measurement in Motion* ainsi que la disponibilité des vidéos numériques (voir les descriptifs pour la situation 1 et la situation 2 de la section précédente) ont été prévus pour réaliser la tâche VNAO. Dans cet environnement technologique, les élèves peuvent visionner la vidéo numérique à volonté tout en ayant la possibilité de consulter image par image, en avançant ou en reculant la séquence, les coordonnées de la position de la balle dans le temps. Il est aussi possible de définir manuellement la position de l'origine du système de coordonnées. Par défaut, l'origine du système de coordonnées se trouve dans le coin inférieur gauche de la vidéo. Des graphiques de toutes sortes peuvent être construits instantanément en sélectionnant les variables requises pour se faire. En cliquant sur un des points du graphique, l'image correspondante s'affiche automatiquement dans la vidéo tout en étant accompagnée des coordonnées de la balle pour cette image. La vidéo numérique, les coordonnées affichées et les graphiques construits sont donc tous en étroite interrelation et automatiquement mis à jour.

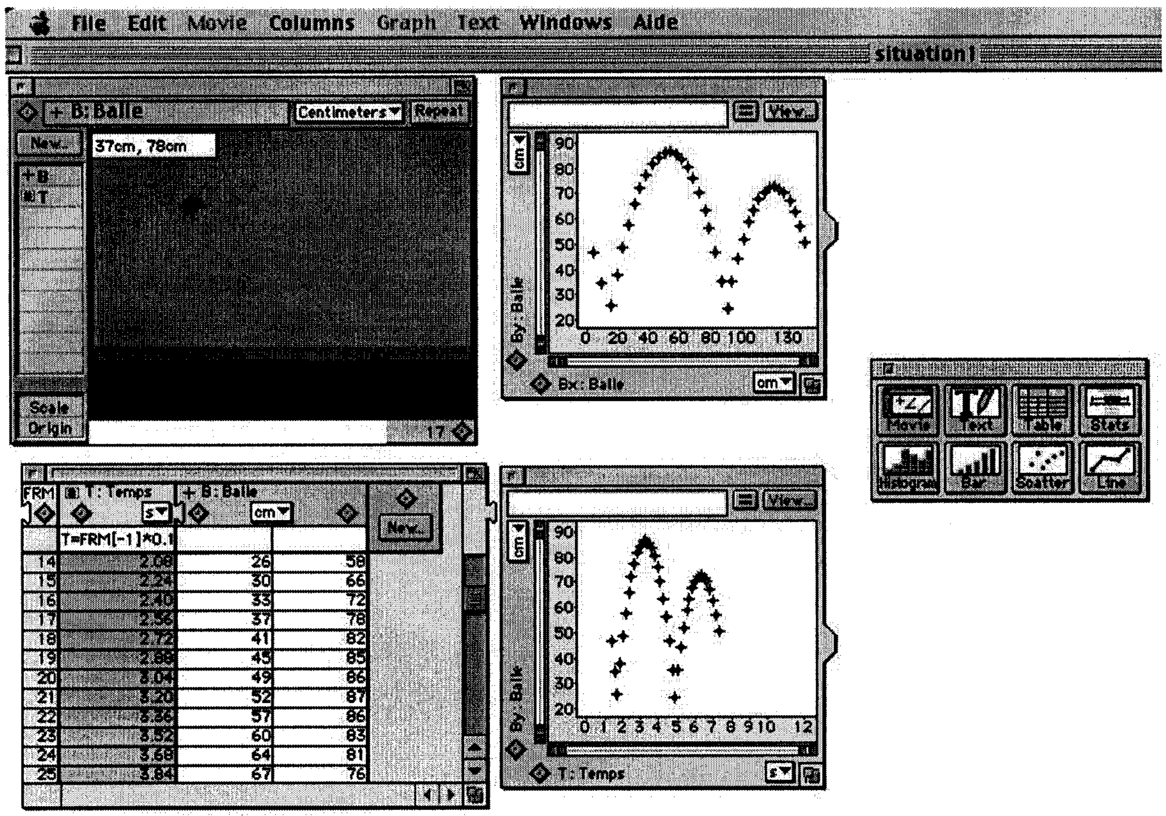


Figure 6. Environnement logiciel utilisé pour l'analyse de la vidéo numérique (situation 1)

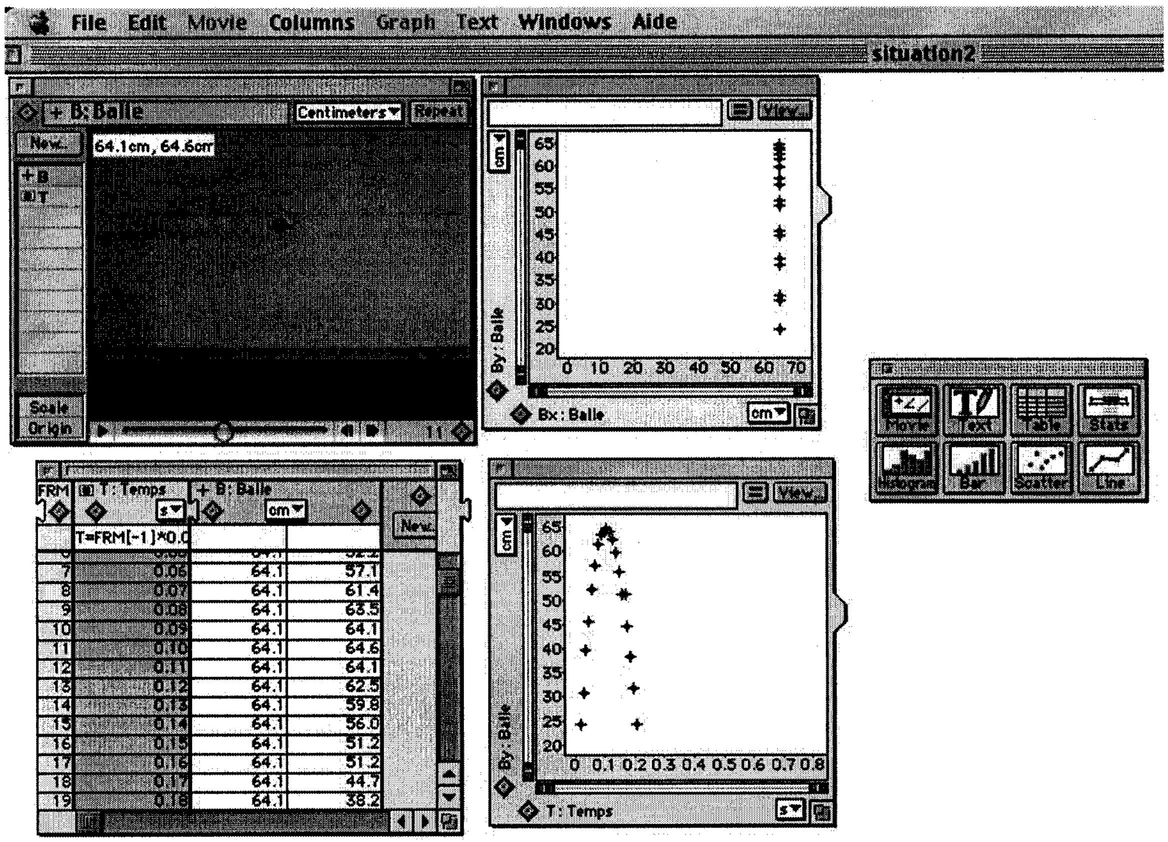


Figure 7. Environnement logiciel utilisé pour l'analyse de la vidéo numérique (situation 2)

Questionnaires d'entrevue

Deux questionnaires d'entrevue ont été utilisés par le chercheur. Le premier à l'attention des élèves et le deuxième à l'attention de l'enseignant. Dans les deux cas, il s'agit de questionnaires visant à recueillir leurs perceptions. Le questionnaire pour les élèves (annexe D) en est un de nature métacognitive visant à faire un retour sur les tâches et l'utilisation spécifique de la vidéo numérique avec chacune des dyades. Les cinq questions qu'il contient reprennent en mots d'élèves des aspects découlant de la question de recherche en plus de recueillir leur point de vue global sur la vidéo numérique telle qu'employée dans la recherche. Quant au questionnaire pour l'enseignant (annexe E), l'objectif premier est de dresser avec ce dernier un profil de l'école, des habiletés de raisonnement mathématique de chaque volontaire, de comment s'est fait l'enseignement des fonctions quadratiques, de l'utilisation de la calculatrice à affichage graphique et de l'ordinateur (s'il y a lieu).

DÉROULEMENT ET COLLECTE DES DONNÉES

Dans cette section, nous aborderons la démarche de recrutement de même que le déroulement des rencontres avec les élèves et de l'entrevue avec l'enseignant.

Recrutement

Après avoir obtenu le certificat d'approbation déontologique, les autorisations nécessaires de la part des autorités scolaires de l'école et l'acceptation d'un enseignant du cours « Principes de mathématiques » de 10^{e} année de vouloir participer à la recherche, le chercheur s'est rendu en classe afin de présenter aux élèves les intentions de la recherche et de clairement spécifier en quoi consistait la participation de ceux qui accepteraient de s'y impliquer.

Entre autres, il leur a été spécifié en quoi consisterait leur participation, qu'aucune note ou évaluation n'y est rattachée, qu'ils pourraient choisir eux-mêmes leur partenaire pour former les dyades, que la rencontre se déroulerait après les heures de classe, qu'un pseudonyme serait utilisé lors de l'analyse des données et que le tout demeure sur une base purement volontaire de leur part. Une brève rencontre avec les élèves volontaires a ensuite permis de former les dyades, de déterminer le moment de rencontre pour chacune de celles-ci et de distribuer les formulaires de consentement à l'attention des participantes et des participants ainsi que de leurs parents en précisant l'ensemble des modalités entourant la recherche. La composition résultante sur le plan des dyades correspond à une dyade mixte, deux dyades composées de filles et une dyade composée de garçons.

Il convient de préciser que le chercheur n'étant pas un enseignant connu dans cette école, et n'avait par conséquent aucun des élèves volontaires sous sa responsabilité, celui-ci ne se trouvait donc pas en position d'autorité par rapport à ces derniers. Également, aucune intervention directe de la part de l'enseignant auprès de la classe n'était requise dans cette recherche. Les rencontres avec les élèves ayant lieu après les heures de classe, le rôle de l'enseignant consistait essentiellement dans un premier temps à faire le lien entre les élèves et le chercheur. Dans un deuxième temps, puisque l'enseignant devait aussi répondre à un questionnaire, lui-même devenait participant à la recherche. À cet égard, il lui a donc été demandé de signer un formulaire de consentement rédigé spécifiquement à sa situation.

Rencontres avec les élèves

Chacune des dyades a été rencontrée séparément vers la fin du mois de mai, soit environ trois semaines avant la fin de l'année scolaire. Le choix de ce temps de l'année s'appuie sur le désir que les concepts liés aux fonctions quadratiques aient été abordés en classe avant les rencontres. Celles-ci se sont déroulées après les heures habituelles de classe et ont eu lieu dans un local mis à notre disposition par l'école. Bien que la durée des rencontres n'était pas fixée, chaque dyade a pris une durée d'environ 85 minutes pour compléter les trois tâches ainsi que le questionnaire métacognitif. En effet, chaque rencontre comportait quatre parties : une tâche d'introduction (voir annexe A), une tâche TAC (traditionnelle avec calculatrice, voir annexe B), une tâche VNAO (vidéo numérique avec ordinateur, voir annexe C) et un questionnaire de retour sur les tâches (voir annexe D).

Le déroulement de la rencontre fut similaire pour toutes les dyades. Dans un premier temps, il y avait l'accueil (voir annexe A) suivi de quelques consignes générales (voir annexe B) avant de mettre les élèves en action. Il est à noter que même si les consignes se trouvent à l'annexe B, elles s'appliquaient à l'ensemble des tâches. Il leur était de plus assuré que leur enseignant n'aurait pas accès aux données individuelles recueillies lors des rencontres. Toutes les dyades devaient réaliser la tâche d'introduction en début de rencontre. Après cette dernière, il y avait alternance quant à l'ordre de passation des tâches TAC et VNAO selon les dyades. Plus précisément, la première dyade (Nicolas et Olivier) et la troisième dyade (Britney et Noémie) ont d'abord réalisé la tâche VNAO puis la tâche TAC, alors que la deuxième dyade (Guylaine et Benoît) et la quatrième dyade (Rosalie et Bianca) ont réalisé d'abord la tâche TAC puis la tâche VNAO. Il s'agit ici bien entendu de pseudonymes afin de préserver leur anonymat. Le fondement à la base de l'alternance entre les dyades quant à ces deux tâches n'en est pas un relatif à une approche de comparaison. Il s'agit réalistement de tenir compte d'un effet d'ordre possible entre les tâches découlant d'une condition à l'autre. Concernant la tâche VNAO, il n'y a eu aucune période de familiarisation avec l'environnement logiciel avant la rencontre. Les directives nécessaires ont été fournies par le chercheur directement lors de la rencontre (voir les tâches, annexe B et annexe C). Durant les entrevues, les interventions de la part du chercheur ont été celles relevant de l'aide purement technique quant au logiciel, celles liées aux actions indiquées dans les tâches, ainsi que celles visant à demander aux élèves de verbaliser davantage leur réflexion afin de clarifier plus explicitement leur pensée. En fin de rencontre, toutes les dyades devaient répondre au questionnaire de retour sur les tâches.

Les rencontres ont été filmées pour conserver la démarche de questionnement et d'argumentation entre les élèves à propos des problèmes à résoudre. L'utilisation de la vidéo se justifie par le besoin de pouvoir visualiser le contexte des explications données par les élèves (signes non verbaux, indications à l'écran de l'ordinateur, etc.). De plus, les écrits (calculs, dessins, etc.) permettant de retracer la démarche des élèves lors de la résolution des problèmes ont été conservés en vue de l'analyse. Parallèlement, un appareil vidéo enregistrait les actions technologiques faites à l'écran de l'ordinateur pour permettre de relier les dialogues avec les séquences de la vidéo numérique visionnées au même moment.

Entrevue avec l'enseignant

Après avoir rencontré les dyades, bien qu'aucune intervention directe de la part de l'enseignant auprès des élèves ne fut requise dans cette recherche, une entrevue avec l'enseignant a été effectuée. Cette rencontre fut enregistrée sur magnétophone et le questionnaire correspondant se trouve à l'annexe E. L'objectif poursuivi était de dresser avec lui un profil de l'école, des habiletés de raisonnement mathématique de chaque volontaire, de comment s'est fait l'enseignement des fonctions quadratiques, de l'utilisation de la calculatrice à affichage graphique et de l'ordinateur (s'il y a lieu).

ANALYSE DES DONNÉES

Différentes procédures d'analyse ont été employées en fonction des diverses données recueillies et des objectifs de recherche poursuivis. La présente section se divise ainsi en trois parties autour : (a) du questionnaire de l'enseignant, (b) du questionnaire des élèves et (c) des tâches réalisées lors des rencontres avec les dyades.

Questionnaire de l'enseignant : rebâtir le contexte pédagogique

Établir le contexte entourant la recherche est une étape importante lors d'une recherche qualitative afin de pouvoir ensuite adopter la perspective requise pour apprécier les résultats dans leur globalité. Le questionnaire de l'enseignant a servi à cerner le contexte pédagogique. Dans un premier temps, l'enregistrement audio de la rencontre a été transcrit. Des pseudonymes ont été employés afin de préserver l'anonymat des participantes et des participants. Dans un deuxième temps, les réponses et les informations ont été groupées en quatre thèmes : le portrait de l'école, le portrait des élèves, le portrait de l'enseignant et l'approche utilisée pour l'enseignement de contenus relatifs aux fonctions quadratiques. Sans y être restrictif, la question 1 a permis de documenter le portrait de l'école, la question 2 le portrait des élèves, les questions 3, 4 et 5 l'approche utilisée pour l'enseignement des contenus relatifs aux fonctions quadratiques et, finalement, plusieurs informations réparties tout au cours de l'entrevue à partir de questions circonstancielles ont servi à établir le portrait de l'enseignant. Un souci constant lors de l'analyse fut de ne pas adopter une méthode pouvant diluer les informations tout en les rendant plus abordables comparativement à une transcription à l'état brut. Un texte synthèse pour chacun des quatre thèmes fut donc rédigé. La procédure adoptée nous permet de croire que le texte synthèse est fidèle aux réponses de l'enseignant. Considérons le cas précis de la rédaction d'un texte synthèse pour un des thèmes. Pour rédiger le texte synthèse, les passages de la transcription correspondant au thème ont été regroupés selon la répartition présentée précédemment. Puis, les éléments redondants, sans lien pertinent avec le thème ou encore de distraction (p. ex., une interruption) ont été enlevés. Après une relecture attentive des passages restants, seulement la partie essentielle des informations de ceux-ci était conservée. À titre d'exemple :

> Enseignant : Euh, maintenant en ce qui concerne le nombre d'élèves, on est environ mille. On est mille étudiants ici. Ça inclut les CPO, dans deux ou trois mois cette information va être différente. Ils vont partir sauf qu'il y a les 7^{e} et 8^{e} qui vont venir, mais on peut dire que pour l'instant c'est mille élèves. En 10^{e} année, j'avais une classe de 32 et c'était la plus grosse. Le semestre dernier, j'avais une classe de 16. Donc, disons 3 fois 16 plus 32, ça devrait faire environ 80 en 10^{e}.

Devient dans ce cas :

Environ mille élèves dans l'école.
Environ 80 élèves de 10^{e} année.

Des phrases complètes et cohérentes furent alors rédigées à partir des parties essentielles conservées en les réordonnant pour adopter une séquence de lecture plus fluide. Le produit résultant constitue le texte synthèse par rapport au thème ciblé. Puisqu'à ce moment de la recherche l'enseignant n'était pas en poste à l'école, il n'a pas été possible de valider les textes avec lui. Nous croyons cependant, en raison de l'approche retenue, que les textes sont conformes à l'essence de ce qui est compris au sein des transcriptions de la rencontre.

Questionnaire des élèves : mentionner les éléments métacognitifs

Les réponses des dyades au questionnaire métacognitif de retour sur les tâches (annexe D) ont été transcrites. Dans l'optique de cette recherche, ces réponses ne visent pas à conduire à la formulation de résultats. Effectivement, il serait assez maladroit de se prêter à un exercice de ce type étant donné la grande variété des interprétations pouvant venir nuancer le sens des questions contenues dans ce questionnaire quant à leur formulation. Les données provenant de ce questionnaire ont essentiellement comme objectif de venir appuyer certains éléments qui pourraient éventuellement être soulevés lors de la discussion.

Bien que le questionnaire soit construit autour de deux aspects principaux, l'aspect métacognitif lié au processus de résolution (questions 1 et 2) et l'aspect métacognitif lié à l'apprentissage et à l'expérience vécue (questions 3, 4, et 5), la procédure d'analyse retenue traite séparément chacune des cinq questions. Afin de pouvoir se référer aux éléments de réponses de ce qui ressort quant à la perception des élèves sur les tâches au moment de la discussion, si nécessaire, cinq tableaux de compilation ont été construits. Chacun des tableaux comprend la question à laquelle il se rattache et est ensuite divisé en deux colonnes. Dans la colonne de gauche, on retrouve la transcription correspondant à la réponse à cette question pour chacune des dyades, les unes après les autres. Les passages marquants au sein d'une réponse sont placés en gras pour bien les mettre en évidence. En correspondance à un passage placé en gras, une remarque « étiquette » est placée dans la colonne de droite vis-à-vis ce dernier. Le tableau 1 présente un extrait d'un tableau de compilation où l'on y retrouve le traitement de la réponse donnée par la dyade 2 à la question 1.

Tableau 1. Compilation de la question 1 du retour sur les tâches (relation TAC-VNAO)

<table>
<tr><td colspan="2">Comparez le problème du soccer avec celui dans lequel vous avez utilisé la vidéo numérique pour trouver la distance horizontale parcourue par la balle (la première section de la première situation). Croyez-vous avoir utilisé les mêmes mots pour parler de ces deux problèmes?</td></tr>
<tr><td>Dyade 2
Guylaine : Moi oui avec mon axe de symétrie.
Benoît : Je le sais pas trop. Hum.
Guylaine : C'est difficile, faut que tu penses à ce que tu as dit.
[rires]
Guylaine : J'pense que j'ai utilisé plus ou moins le même langage, mais j'ai trouvé que c'était plus facile de décrire la situation avec le</td><td>Oui pour la symétrie.

Plus visuel.
Description</td></tr>
</table>

vidéo parce que c'était visuel comparé à l'autre où il fallait que j'imagine la situation.	plus facile avec la vidéo.

Tâches : exposer les processus et la construction de sens

Le cœur de la recherche repose sur les données en provenance des trois tâches : introduction, TAC et VNAO. L'analyse de celles-ci diffère foncièrement de ce qui a été retenu pour les deux questionnaires. La démarche d'analyse des tâches s'est effectuée en quatre temps : (a) organisation des données en vue de leur transcription, (b) transcription des données, (c) élaboration d'un système de codage adéquat quant aux processus et (d) élaboration d'un système de codage adéquat quant à la construction de sens par rapport aux concepts, conceptions, contenus, savoirs ou représentations mathématiques se trouvant dans les dialogues des participantes et des participants.

La réalisation des tâches lors des rencontres avec les dyades a conduit à recueillir plusieurs types de données. Les données sont en provenance de trois sources : (a) une caméra vidéo filmant la dyade lors de la résolution des tâches pour conserver les gestes et le discours, (b) un appareil vidéo VHS enregistrant les actions faites à l'ordinateur auxquels s'ajoute (c) l'ensemble des traces écrites (calculs, dessins, graphiques, etc.). Il n'était pas possible de faire directement la transcription du discours à partir de l'enregistrement vidéo de la dyade. Même si les références aux traces écrites et aux actions gestuelles auraient pu être mentionnées lors de la réalisation de la transcription à partir de l'enregistrement fait par la caméra vidéo ayant filmé la dyade, la section sur la tâche VNAO aurait alors été, quant à elle, incompréhensible. En effet, on doit pouvoir observer simultanément la vidéo de la dyade et celle de l'enregistrement des actions à l'écran de l'ordinateur, sans oublier les traces écrites, pour comprendre le sens de ce qui se déroule lors de la réalisation de la tâche VNAO. Avant de transcrire et de coder les données, il fallait donc les réorganiser afin de pouvoir simultanément accéder au discours, à la gestuelle (actions), à la manipulation de l'interface logiciel et aux traces écrites. Pour ce faire, un montage vidéo et la conception d'un DVD par dyade représentaient une solution toute désignée. Concernant le montage, celui-ci fut du type image sur image. C'est donc dire que l'enregistrement de l'écran de l'ordinateur a été synchronisé, puis superposé dans le coin inférieur de la vidéo montrant la dyade en action. Au moment de concevoir le DVD propre à chaque dyade, celui-ci fut segmenté à l'aide de marqueurs de chapitre. Chaque marqueur ajouté correspond ainsi à une des questions incluses dans les tâches et offre l'avantage de faciliter la navigation et les repères temporels au travers des données. Les vidéos numériques nécessaires à la réalisation de la tâche VNAO ont aussi été ajoutées sur le DVD en guise d'archive. En plus, la version du questionnaire de la rencontre pour le chercheur, la version du questionnaire pour les élèves et les feuilles de travail des élèves ont toutes été paginées et numérisées sous format PDF pour les inclure sur le DVD.

La rencontre avec chacune des quatre dyades a ensuite été transcrite à partir des DVD conçus. Des pseudonymes ont été employés afin de conserver l'anonymat des participants. Des indications ont également été ajoutées dans les transcriptions par le chercheur pour indiquer toutes actions physiques liées aux tâches faites par les élèves (p. ex., désigner un point à l'écran, mimer une trajectoire, esquisser un dessin, référence aux traces écrites, etc.). Des annotations mentionnant le marqueur de chapitre et le temps pour chacune des questions ont aussi été ajoutées dans les transcriptions afin d'aider la navigation dans les données sur le DVD au moment du visionnement. Ainsi, l'analyse des données s'appuie sur le DVD, sur la transcription et sur les traces écrites de chacune des dyades.

À partir de ce point, deux systèmes de codification ont été élaborés. Le premier quant aux processus et le deuxième quant à la construction de sens. Les deux sections qui suivent présentent dans le détail l'ensemble de la démarche de réflexion sous-jacente ayant conduit à l'élaboration de ces systèmes de codage. En plus de justifier les choix effectués et dans le but de mieux comprendre le cheminement réalisé, des exemples de données ainsi que des références à diverses recherches les ayant inspirés y sont également inclus.

A. Élaboration d'un système de codage quant aux processus

L'approche adoptée dans l'article « Development of A Cognitive-Metacognitive Framework for Protocol Analysis of Mathematical Problem Solving in Small Groups » (Artzt et Armour-Thomas, 1992) offrait une structure d'analyse intéressante pour le codage des données quant aux processus sous-jacents. Après diverses tentatives de codage, l'approche utilisée par Artzt et Armour-Thomas (1992) nous est apparue appropriée pour plusieurs motifs. Dans cet article, les auteurs se situent dans un contexte d'analyse semblable au nôtre. Entre autres : (a) les élèves travaillent en petits groupes, (b) les élèves possèdent différents niveaux d'habileté mathématique, (c) leur méthodologie est conçue pour l'analyse d'entrevues sous format vidéo et (d) ils s'attardent au type de comportement de résolution de problèmes dans lequel les élèves sont engagés pendant un laps de temps donné. Leur catégorisation repose sur le travail de Schoenfeld (1985) et comprend les catégories suivantes : (a) Lecture du problème, (b) Compréhension du problème, (c) Analyse du problème, (d) Planification, (e) Exploration, (f) Mise en application, (g) Vérification, (h) Observation et écoute. À la distinction du fonctionnement en dyade, plutôt qu'en petit groupe de quatre, tout semblait concorder. Toutefois, après les premiers essais, leur méthodologie de codage et l'usage de ces catégories aux données se sont révélés relativement complexes et moins adéquats qu'il n'y paraissait au départ compte tenu des tâches utilisées dans la présente recherche. Devant ces difficultés, quelques modifications s'imposaient donc d'elles-mêmes. Dans un premier temps, en ce qui concerne les catégories, certains ajustements ont été tentés avec comme résultat que les adaptations mineures initialement apportées aux catégories et à leur définition ont finalement conduit à une refonte de celles-ci. Des catégories furent ajoutées, jumelées ou encore redéfinies. Ainsi, un système de codage propre à la présente recherche a émergé. Six catégories ont été identifiées : (a) Lecture/visionnement, (b) Compréhension, (c) Analyse, (d) Réflexion, (e) Mise en œuvre argumentative et (f) Autre. Chacune de celles-ci est définie ci-après et, si pertinent, un exemple de transcription y est présenté pour illustrer le tout. Les exemples proviennent tous arbitrairement de la dyade 2. De plus, une courte explication est donnée pour chacun des exemples afin de bien souligner son lien avec la catégorie.

Catégorie 1 : Lecture/visionnement

Les élèves font la lecture du problème, silencieusement ou à voix haute, ou visionne la vidéo numérique afin d'en prendre connaissance.

Catégorie 2 : Compréhension

Les élèves reconnaissent les éléments linguistiques, sémantiques ou visuels afin de pouvoir ensuite tenter de répondre au problème. Ils peuvent alors reformuler celui-ci dans leurs propres mots, le représenter sous une forme différente tel un dessin ou encore formuler des demandes pour clarifier certains aspects du problème. Lorsque les actions des élèves sont entrecoupées par une relecture du problème ou de la question, cela constitue un indice, mais bien sûr pas un absolu, permettant de déterminer si l'on se trouve ou non au sein de cette catégorie.

Dans l'extrait qui suit, Guylaine et Benoît viennent de terminer la lecture du problème et sont submergés par la complexité du texte décrivant le contexte. Ils sont incapables de visualiser immédiatement la situation présentée. Ils tentent alors rapidement de situer quelques repères (l'origine, l'arbre ou la hauteur de 3 mètres) afin d'en arriver à un dessin représentant la situation. Ils essayent donc ici de décoder les éléments linguistiques et sémantiques pour construire un dessin de la situation qui pourra préciser le contexte et les aider à résoudre le problème. Toutefois, ils n'y arrivent pas et ne sont pas certains du sens des phrases lues, si bien qu'ils décident de relire le problème.

Exemple en provenance de la tâche d'introduction

Benoît :	Pis l'origine c'est... pis l'arbre est ici. Ça ici, as-tu une idée comment y a...
Guylaine :	Ça, c'est 3.
Benoît :	Hum. Est-ce que tu comprends le problème?
Guylaine :	Plus je lis, plus ça change.
Benoît :	Ouais, j'sais. La distance entre deux points [relecture de la question].

Catégorie 3 : Analyse

Les élèves tentent d'identifier et de comprendre les différents facteurs à considérer pour résoudre le problème. Ils formulent diverses suggestions entre eux et discutent de la présence ou de l'absence de certaines informations. Ils décomposent le problème afin d'y examiner les divers éléments le constituant et leurs relations. Dans le cas de la vidéo numérique, cela se manifeste, par exemple, par une étude attentive de la situation et des données présentées. Les élèves tentent d'établir des liens avec des problèmes similaires déjà résolus par le passé ou encore de déterminer la perspective appropriée à adopter pour ce problème. Ils explorent la situation afin d'en arriver à articuler la mise en place d'une démarche de résolution.

Pris hors de son contexte, il est possible de croire qu'un extrait classé dans la catégorie « Analyse » pourrait devoir se trouver dans la catégorie « Compréhension ». Toutefois, ce qui distingue l'analyse de la compréhension est que, lors de l'analyse, le questionnement porte sur le problème dans une optique de recherche d'une solution plutôt que dans une optique de reformulation ou de construction d'une représentation initiale du problème.

Dans l'exemple ci-après, Guylaine et Benoît essayent d'articuler plusieurs facteurs entre eux (distance, origine, parabole, sommet). Ce faisant, ils formulent diverses hypothèses (*ça va pas vraiment affecter la distance, parce que si, c'est plus, si on plaçait, si on voulait, là ce serait,* *non parce que*, *ça va juste*) qu'ils réévaluent constamment aux grés des nouveaux liens tissés. Cela prend ici une forme très exploratoire.

Exemple en provenance de la tâche TAC – Le soccer

Benoît :	Ben attends une minute. Si t'as la courbe, tu parles de distance... [réflexion] [murmures]. Ça va pas vraiment affecter la distance. Ça va juste... parce que si l'origine quand il a frappé le ballon c'est.
Guylaine :	L'origine c'est plus. Ah! Attends une minute, si on plaçait l'origine au sommet de la parabole (silence). Alors il y a genre la parabole, pis si on voulait déplacer ça comme si
Benoît :	Au sommet, oui.
Guylaine :	Le sommet, ben là ce serait la moitié de la distance.
Benoît :	Non parce..., ça va juste, ça va juste augmenter de... de 20.
Guylaine :	Augmenter de 20?

Catégorie 4 : Réflexion

Le terme « Réflexion » est ici utilisé dans un sens très large, c'est-à-dire dans le cas où les actions des élèves ne nous sont pas accessibles. Cela ne signifie pas que l'élève est passif ou qu'il ne fait rien, ce qui est particulièrement peu probable dans un contexte de travail en dyade. Il peut penser, observer, écouter ou encore manipuler son crayon (ou la souris) près du graphique qu'il a tracé précédemment. Dans le cas où un élève pensif regarde la feuille du problème ou la vidéo, cette situation se distingue de la catégorie « Lecture/visionnement » dans le sens où il ne cherche alors pas, consciemment du moins, à prendre connaissance de certaines données ou informations.

Catégorie 5 : Mise en œuvre argumentative

Ici, distinctement de la catégorie « Analyse », il est clair pour l'élève qu'il croit avoir compris et il s'efforce alors de réaliser une démarche structurée pour répondre à la question demandée de manière à fournir la réponse au chercheur ou à convaincre son ou sa collègue de son raisonnement. À noter que cela ne signifie pas que le raisonnement est adéquat, mais simplement que l'élève utilise une approche systématique et a pleinement confiance en son raisonnement. L'élève évalue et s'assure de la pertinence d'une ou de la réponse obtenue.

Dans l'exemple suivant, Guylaine explique son raisonnement à Benoît. Même si l'extrait se retrouve ici hors contexte, l'approche très systématique adoptée par Guylaine reflète tout de même d'une manière assez évidente qu'elle n'est plus dans une phase d'analyse, mais bien de validation auprès de son partenaire.

Exemple en provenance de la tâche TAC – Le lancer vertical

Guylaine :	Puisqu'on sait que la hauteur maximale est de 20 mètres.
Benoît :	Hum, hum.
Guylaine :	On sait que ça [pointe] c'est où se trouve l'axe de symétrie.
Benoît :	Hum.
Guylaine :	À 2,02. C'est des secondes? Oui. Alors là [pointe], ça te donne le point 15 qui avant le le ben...
Benoît :	Point 20.
Guylaine :	Évidemment (rires). Là, on calcule la différence en temps entre les deux points. Donc le point où la balle se trouvait à.
Benoît :	Entre 20 et 15.
Guylaine :	Entre 20 et où la balle se trouvait à 1,01 seconde. Alors, tu calcules entre… Tu fais 2,02 -1,01 pis là ça fait 1,01. Tu ajoutes ça à 2,02 pour trouver sur l'autre bord.
Benoît :	Right, 3,03.

Catégorie 6 : Autre

Cette catégorie regroupe tous les aspects sans lien avec la résolution des tâches à proprement dit : interventions logistiques de la part du chercheur, échanges hors propos quant à la résolution des tâches, éléments purement techniques liés à l'utilisation de l'ordinateur, sources externes de dérangement, etc.

L'extrait suivant a eu lieu après 17 minutes de travail sur la tâche d'introduction. Même s'il se situe en lien avec le problème, il constitue un exemple d'un échange jugé hors propos quant à la résolution de la tâche.

Guylaine :	Est-ce que l'on va pouvoir savoir les réponses parce que ça va vraiment me travailler si je le sais pas?
Chercheur :	On pourra en discuter après.
Guylaine :	OK. Merci.
Chercheur :	De toute façon, pour cette question, il n'est pas nécessaire de la résoudre dans le détail comme tel.
Benoît :	C'est écrit en détail.
Chercheur :	[Pointe la partie de la question où il est écrit « sans résoudre le problème en détail »]
Benoît :	Ha!
Chercheur :	Mais oui, on pourra y revenir tout à l'heure.
Guylaine :	Merci.

Dans le second exemple qui suit, le chercheur se doit d'intervenir à cause d'une manipulation technique inappropriée dans le logiciel. L'intervention est alors nécessaire puisque cela a une incidence sur toutes les représentations affichées par l'ordinateur et que les connaissances techniques présentées initialement aux élèves en début de tâche ne leur permettent pas de rectifier eux-mêmes cette erreur quant aux données.

Benoît :	C'est 86… 33.
Benoît et Guylaine :	[Rires]
Chercheur :	Clique ici sur le point. Pour l'instant, c'est qu'il a été déplacé plus bas. Tu l'as déplacé un petit peu. Donc, reviens cliquer dessus et place le petit curseur en forme de plus au centre de la balle. Donc, c'est tout simplement parce que tu l'as déplacé sans t'en apercevoir tout à l'heure.

Concernant la procédure de codification à partir des catégories ainsi définies, l'approche adoptée diffère légèrement de celle utilisée par Artzt et Armour-Thomas (1992). S'appuyant sur Schoenfeld (1985), ces derniers, à l'aide de la vidéo, utilisent une méthode heuristique de codage où ils s'attardent au type de comportement de résolution de problèmes observable dans lequel les élèves sont engagés de manière consistante pendant un certain intervalle de temps. Pour chaque élève du groupe, Artzt et Armour-Thomas déterminent une ou plusieurs entrées de codage quant à ce qui représente le mieux ce qui a été observé dans la vidéo pour chaque minute. Le laps de temps associé pour une entrée de codage est donc variable selon la consistance du comportement observable durant cette minute. Considérons un exemple. Au cours d'une minute, si un élève du groupe planifie durant 45 secondes et met en application durant 15 secondes, le codage sera alors : « Planification » et « Mise en application ». Aucun temps précis n'y est lié.

Dans le but de réaliser le codage des données, nous avons plutôt opté pour un découpage systématique de chaque minute de la vidéo en 3 tranches de 20 secondes. Tout en conservant globalement à l'esprit ce qui se trouve avant et après la tranche de 20 secondes codée afin d'en conserver le sens, une entrée de codage est effectuée pour chaque tranche pour chacun des élèves de la dyade. Ce qui implique donc 3 entrées distinctes de codage par minute par élève. Si deux catégories sont possibles pour une même tranche, alors la catégorie qui occupe le plus de temps par rapport à l'autre ou qui se démarque, s'il y a égalité, est retenue. De cette façon, si au cours d'une minute un élève se trouve dans la catégorie « Analyse » lors des 45 premières secondes et dans la catégorie « Mise en œuvre argumentative » lors des 15 secondes suivantes, le codage pour cette minute sera alors : « Analyse » (0 à 20 sec.), « Analyse » (20 à 40 sec.) et « Mise en œuvre argumentative » (40 à 60 sec.). Ainsi clairement défini, chaque code assigné correspond à une même pondération de temps, cela renferme l'avantage de permettre de conserver globalement une idée de la répartition du temps consacré aux diverses catégories. La perte de sens dans une tranche de moins de 20 secondes ou la difficulté de se limiter à une seule entrée de codage dans le cas d'une tranche de plus de 20 secondes ont consolidé le choix d'utiliser des tranches de 20 secondes.

Pour réaliser le codage, toutes les transcriptions ont été découpées en tranches de 20 secondes. Un traitement question par question et dyade par dyade fut employé. Voici la démarche typique pour le codage d'une question pour une dyade : (a) visionnement complet de la vidéo pour une des questions tout en suivant le fil sur la transcription; (b) réécoute de la question en arrêtant la vidéo de façon périodique; (c) lecture de la transcription entourant le segment écouté; (d) élève par élève, codification des tranches de 20 secondes correspondantes à ce segment; (e) réécoute du segment ciblé pour une contre-vérification; (f) poursuite avec un nouveau segment et (g) deuxième visionnement complet de la vidéo en lien avec la question pour évaluer au fur et à mesure si le codage est adéquat. Puisqu'il s'agit d'un codage individuel, élève par élève, pour une même tranche de 20 secondes, les deux élèves peuvent se voir associer une entrée de codification différente. Par exemple, l'un peut faire montre d'analyse alors que l'autre se trouve en réflexion. De plus, il convient de préciser que si ce qui est fait par un élève est visuellement très clair et ne porte à aucune ambiguïté d'interprétation, cela sera alors tenu en considération. À titre d'exemple, il est possible de considérer codifier « Analyse » au lieu de « Réflexion » s'il est clair que l'élève cherche précisément certaines coordonnées afin d'analyser le problème. L'ensemble du codage a été fait à deux reprises à quelques mois d'écart.

Artzt et Armour-Thomas (1992) associent chacune de leur catégorie au niveau cognitif, métacognitif ou aux deux simultanément. Ils effectuent ensuite le dénombrement compte tenu de cela pour leur analyse. Cette approche n'étant pas appropriée dans le cadre de notre recherche, l'analyse s'est faite directement à partir des catégories. Pour ce faire, un tableau de compilation pour chacune des dyades a été construit (annexe F). Le tableau 2 montre un exemple d'un tel tableau de compilation pour la dyade 1.

Ce tableau indique la fréquence du nombre de tranches de 20 secondes codées pour chacune des catégories par élève pour chacun des problèmes des tâches. Puisque le codage a été réalisé élève par élève, les résultats inscrits aux rangées nommées « Dyade » sont obtenus en effectuant la somme du nombre de tranches de 20 secondes codées pour les deux élèves pour un problème et une catégorie donnés. Il en découle que la multiplication par 20 secondes de la somme du nombre de tranches de 20 secondes pour toutes les catégories d'un élève lors d'un problème correspond au temps total consacré à ce problème. Toutefois, la multiplication par 20 secondes de la somme du nombre de tranches de 20 secondes de la dyade pour toutes les catégories d'un même problème correspond au double du temps total consacré à ce problème. Cela est compréhensible puisque chaque élève investit son temps individuel dans la résolution commune du problème.

Le pourcentage du temps consacré à chacune des catégories par problème pour chaque élève et pour la dyade est également calculé et présenté dans le tableau. Ainsi, pour bien lire le tableau, il faut considérer les pourcentages calculés par rapport au problème auquel il se rapporte. Il y a cependant une exception. Il s'agit des pourcentages indiqués sous le temps total de chacun des problèmes. Pour mettre en évidence la distribution du temps entre les problèmes des trois tâches, ceux-ci ont été calculés par rapport au temps total consacré à l'ensemble des problèmes par la dyade. Si l'on calcule la somme des pourcentages de la tâche d'introduction (7 %), de la tâche VNAO (56 %) et de la tâche TAC (37 %), le total est bien de 100 %. Le recours aux pourcentages s'explique par le fait qu'ils permettent de comparer proportionnellement parlant la distribution du temps consacré aux diverses catégories entre les problèmes, et ce, malgré le nombre différent de questions entre les tâches et la durée variable entre les dyades (chaque dyade était libre de prendre autant de temps que désiré pour compléter les tâches). Avant de terminer, il faut préciser qu'une fréquence de 0 ne veut pas nécessairement dire que la catégorie n'était pas présente lors du problème. Cela peut signifier qu'elle n'était pas présente pour plus de 10 secondes à la fois et donc qu'une autre catégorie était plus significative durant ce laps de temps.

Les quatre tableaux construits constituent un intéressant point de départ sous leur forme individuelle. Toutefois, puisqu'il ne s'agit pas ici d'une recherche quantitative, il faut rechercher des tendances d'ensemble plus globales. Pour y parvenir, un tableau de compilation synthétisant la totalité des dyades devenait nécessaire. Pour réaliser ce nouveau tableau (voir le tableau 3 dans le chapitre « Organisation et présentation des données »), toutes les entrées associées aux dyades ont été combinées. Au final, le tableau présente le pourcentage du temps moyen passé dans chacune des catégories par problème pour l'ensemble des dyades.

Tableau 2. Temps passé dans chacune des catégories par problème pour la dyade 1

Dyade 1	Tâche d'introduction		Tâche VNAO Vidéo numérique avec ordinateur						Tâche TAC Traditionnelle avec calculatrice					
	Arrosage des fleurs		Vidéo numérique 1		Vidéo numérique 2		Sous-total Vidéos num.		Soccer		Lancer vertical		Sous-total Prob. écrits	
	Fréq.	%	Fréq.	%	Fréq.	%	Fréq.	%	Fréq.	%	Fréq.	%	Fréq.	%
Lecture/visionnement														
Dyade	7	25 %	11	8 %	6	6 %	17	7 %	6	7 %	6	8 %	12	8 %
Olivier	4	29 %	5	7 %	3	6 %	8	7 %	3	7 %	3	8 %	6	8 %
Nicolas	3	21 %	6	9 %	3	6 %	9	8 %	3	7 %	3	8 %	6	8 %
Compréhension														
Dyade	5	18 %	8	6 %	2	2 %	10	4 %	15	18 %	3	4 %	18	12 %
Olivier	4	29 %	4	6 %	1	2 %	5	4 %	8	20 %	2	5 %	10	13 %
Nicolas	1	7 %	4	6 %	1	2 %	5	4 %	7	17 %	1	3 %	8	10 %
Analyse														
Dyade	0	0 %	27	20 %	22	22 %	49	21 %	34	41 %	21	28 %	55	35 %
Olivier	0	0 %	15	22 %	10	20 %	25	21 %	16	39 %	10	27 %	26	33 %
Nicolas	0	0 %	12	17 %	12	24 %	24	20 %	18	44 %	11	30 %	29	37 %
Réflexion														
Dyade	9	32 %	15	11 %	15	15 %	30	13 %	4	5 %	10	14 %	14	9 %
Olivier	4	29 %	4	6 %	5	10 %	9	8 %	2	5 %	5	14 %	7	9 %
Nicolas	5	36 %	11	16 %	10	20 %	21	18 %	2	5 %	5	14 %	7	9 %
Mise en œuvre arg.														
Dyade	3	11 %	50	36 %	48	49 %	98	42 %	19	23 %	34	46 %	53	34 %
Olivier	0	0 %	28	41 %	27	55 %	55	47 %	10	24 %	17	46 %	27	35 %
Nicolas	3	21 %	22	32 %	21	43 %	43	36 %	9	22 %	17	46 %	26	33 %
Autre														
Dyade	4	14 %	27	20 %	5	5 %	32	14 %	4	5 %	0	0 %	4	3 %
Olivier	2	14 %	13	19 %	3	6 %	16	14 %	2	5 %	0	0 %	2	3 %
Nicolas	2	14 %	14	20 %	2	4 %	16	14 %	2	5 %	0	0 %	2	3 %
Temps	4 min. 40 sec. 7 %		23 min. 33 %		16 min. 20 sec. 23 %		39 min. 20 sec. 56 %		13 min. 40 sec. 20 %		12 min. 20 sec. 18 %		26 min. 37 %	

(1) Temps total de la rencontre : 70 min.

B. Élaboration d'un système de codage quant à la construction de sens

À la lumière des résultats découlant de l'analyse du codage des processus, le besoin de déterminer avec plus de profondeur ce que les catégories « Analyse » et « Mise en œuvre argumentative » des tâches TAC et VNAO renferment s'est manifesté. Ainsi, alors que le codage des processus s'oriente vers la dynamique et les interactions globales par rapport aux problèmes, il devenait évident qu'il fallait développer un système de codage orienté vers la thématique de la construction de sens.

Powell, Francisco et Maher (2003) font état de l'absence d'un modèle d'analyse reposant sur l'utilisation de données sous format vidéo dans la recherche sur l'apprentissage des mathématiques quant à l'étude du développement de la pensée mathématique. En réponse à ce constat, ils proposent dans leur article un modèle s'appuyant sur près de 20 ans de recherche. Leur modèle d'analyse comporte sept étapes non linéaires et toutes interreliées : (a) observation attentive des données vidéo, (b) description des données vidéo, (c) identification des événements critiques, (d) transcription, (e) codage, (f) construction d'un scénario et (g) rédaction de la présentation. Bien que certains aspects contenus dans ce modèle aient été adaptés pour des motifs qui seront expliqués ultérieurement, celui-ci représente les bases réflexives initiales de la démarche méthodologique utilisée quant à la construction de sens.

Voici une reconstruction de la démarche utilisée. Les enregistrements vidéo des rencontres avec chacune des dyades ont été écoutés à plusieurs reprises, de même qu'à différents moments de l'analyse, afin de parvenir à devenir familier avec l'ensemble des données. Dès le départ, toutes les transcriptions ont été effectuées comme il l'a été décrit précédemment dans la section « Tâches : exposer les processus et la construction de sens ». Selon l'approche de Powell et al. (2003), il aurait été possible, à partir du résultat de la description des données, de ne transcrire que certains passages qui : (a) sont en lien avec les événements critiques identifiés, (b) mettent en évidence certains éléments théoriques ou (c) sont requis pour l'analyse de la question de recherche. Toutefois, étant donné que l'analyse de la construction de sens se déroule après celle réalisée pour les processus, les transcriptions complètes avaient déjà été réalisées. Il ne faut d'ailleurs pas oublier que l'analyse de la construction de sens repose sur les passages identifiés comme appartenant aux catégories « Analyse » et « Mise en œuvre argumentative » des tâches. Ainsi, plutôt que de décrire les données de l'ensemble des vidéos, une description a donc été ensuite faite seulement pour ces passages. Comme le précise Powell et al. (2003), l'intention est alors d'avoir une idée objective du contenu à l'aide d'une brève description simple et factuelle non interprétative. Exemples de certaines formulations utilisées : Bianca nuance, Bianca dit, Bianca tente de convaincre, etc. Ces descriptions permettent alors d'avoir une image plus claire du contenu que cela est le cas sous la forme de longues transcriptions ou des vidéos.

Pour ce qui est de l'identification des événements critiques, elle s'avère l'une des étapes les plus délicates à réaliser. Elle s'effectue grâce à une écoute attentive des enregistrements vidéo, mais aussi à partir des autres artefacts qui peuvent être disponibles (ex. traces écrites). Voyons de plus près ce qu'en disent Powell et al. (2003) pour ensuite aborder comment cela a pris forme dans la présente recherche. Pour Powell et al. (2003), un événement qualifié de critique consiste globalement en un passage dans lequel les élèves présentent une explication mathématique ou un argument qui peut s'avérer contrastant ou significatif en regard des objectifs de recherche. En ce sens, il peut s'agir d'un passage qui confirme ou infirme certaines hypothèses, illustre une erreur, présente une acquisition de connaissance, montre une généralisation naïve, etc. Ils soulèvent d'ailleurs que ces événements amènent fréquemment le ou les chercheurs à réfléchir sur ce qui les précède et les suit de manière à pouvoir étudier l'historique, le développement et l'utilisation de la pensée des apprenants à travers le temps (Maher et Speiser, 2001). Dans un tel contexte, l'écoute des enregistrements vidéo rend possible de cibler les passages pouvant être ensuite utilisés pour expliquer les événements critiques identifiés. Considérant ce dernier point, il faut voir l'établissement et l'analyse de certains liens entre divers événements critiques comme étant en relation bilatérale avec la rédaction de la présentation, car la rédaction permet de raffiner l'identification et l'analyse des événements critiques et vice versa. Pour Powell et al. (2003), en s'appuyant sur de nombreuses autres recherches (Kiczek, 2000; Maher, 2002; Maher et Martino, 1996; Maher, Pantozzi, Martino et Steencken, 2001; Steencken et Deming, 1996), un événement est, de manière non exclusive, qualifié de critique s'il illustre un changement de compréhension conceptuelle. Comme ils le soulignent, les événements critiques doivent être vus comme étant contextuels selon la question de recherche. Ce qui est considéré comme un événement critique ne le serait pas nécessairement dans le cadre d'une autre recherche. En résultante, l'ensemble des événements critiques forme alors ce que Steencken (2001) qualifie de « *pivotal mathematical strand* ». Ainsi, à la lumière des spécificités propres aux besoins d'analyse de la construction de sens pour cette recherche et de ce qui précède concernant l'optique adoptée, voici la méthodologie retenue.

Dans un premier temps, de manière à les faire ressortir au travers des transcriptions, tous les passages en lien avec les catégories ciblées par l'analyse des processus, c'est-à-dire les catégories « Analyse » et « Mise en œuvre argumentative » des tâches TAC et VNAO, ont été surlignés. Dans un deuxième temps, les enregistrements vidéo ont été réécoutés en consultant simultanément les transcriptions et les traces écrites tout en portant une attention particulière sur cesdits passages afin de devenir familier avec cette portion des données. Dès le départ, il a été constaté que les passages de ces deux catégories se devaient d'être traités conjointement. En effet, il n'était pas possible de les aborder de manière séparée puisque, dans le présent cadre en regard de la construction de sens, les considérer séparément conduisait alors à un vide de sens. Dans un troisième temps, les événements critiques furent identifiés et choisis parmi ceux-ci (c'est-à-dire les passages des catégories « Analyse » et « Mise en œuvre argumentative ») après les avoir réécoutés et relus à de multiples reprises. Dans un quatrième temps, tous les passages ayant été identifiés comme des événements critiques ont été revisités afin de s'assurer de la justesse de l'identification. Dans un cinquième temps, les passages n'ayant pas été retenus ont aussi été revisités de manière à bel et bien confirmer qu'ils ne devaient pas l'être. Dans un sixième temps, soit environ quatre mois plus tard et relativement à des considérations de fidélité, les trois étapes précédentes ont été refaites. Cela fut effectué sans consultation des événements critiques précédemment identifiés. Après comparaison, la cohérence obtenue entre les deux ensembles d'événements critiques identifiés à quatre mois d'intervalle un de l'autre est près de 90 %. Dans le cas où un événement critique se trouvait dans les deux ensembles, il était automatiquement conservé. Dans le cas où un événement critique se trouvait seulement dans un des deux ensembles, une relecture de la transcription avec vidéo à l'appui était alors faite pour en arriver à une prise de décision éclairée à savoir si oui ou non cet événement critique était conservé. Quelques jours plus tard, les décisions quant aux cas où il y avait une divergence ont été revisitées pour une ultime vérification. Dans un septième temps, chaque événement critique a été structuré sous la forme de ce que nous nommerons une vignette. Pour la suite de l'analyse, à cause en partie de la nature des tâches, il nous est apparu judicieux de procéder de la sorte au lieu de continuer à travailler de manière disparate avec les descriptions, les transcriptions et les événements critiques. Une vignette comprend donc la portion de la transcription en lien avec l'événement critique ciblé, une description sommaire s'y rapportant, sa durée, la tâche, la situation, la question et le temps permettant de situer ce passage sur l'enregistrement. La figure 8 présente un exemple de vignette.

Vignette D2-4 **Durée : 1 min. 50 sec.**

Description :
Alors que Benoît décrit la situation observée « À chaque bond qu'elle va faire ça va rapetisser », Guylaine explore la vidéo pour décrire la situation et constate que le sol n'est pas parfaitement horizontal d'après les coordonnées.

Tâche VNAO – Situation 1 – Question A (00:39:40)

Guylaine :	Là ça dit 26. Hum.
	[rires]
Chercheur :	Pourquoi ça t'embête?
Guylaine :	Parce que là on dirait que la ligne c'est pas.
Benoît :	Pas comme horizontale.
Guylaine :	C'est pas une ligne horizontale, c'est on dirait qu'elle est plus.
Benoît :	Sur une pente.
Guylaine :	Oui.
Guylaine :	Tu vois, pis là elle va descendre.
Benoît :	À 25.
Guylaine :	25.
Benoît :	L'autre c'est 26.
Guylaine :	Pis là ça recommence.
	[...]
Guylaine :	Là ça redescend comme une parabole, ben parabolique ça se dis-tu ça? Pis là ça frappe la ligne horizontale de nouveau sauf là on dirait à partir de ça que c'est à 25 cm, alors le terrain a soit baissé ou c'est sur une pente.

Figure 8. Exemple d'une vignette

Dans la figure 8, le code D2-4 signifie qu'il s'agit de la quatrième vignette, selon l'ordre chronologique de la rencontre, se rapportant à la dyade 2. Il est ainsi possible d'associer la vignette à la dyade à laquelle elle correspond. La présence du symbolisme [...] indique qu'une portion de la transcription en lien avec l'événement critique ciblé a été épurée d'un passage de transcription jugé inutile. Inutile doit être compris ici au sens où ce qu'il contient n'apporte rien de plus en lien avec la construction de sens de l'événement critique exposé. Il est bon de préciser que dans le contenu de la transcription sous le format d'une vignette, on peut retrouver des passages liés à d'autres catégories que celles d'« Analyse » et de « Mise en œuvre argumentative » s'ils s'avèrent nécessaires à la compréhension globale de l'événement critique identifié. Les vignettes sont d'une durée variable. Elles peuvent être de quelques secondes à plusieurs minutes. En somme, l'ensemble des vignettes constitue un sous-ensemble par rapport à la construction de sens de ce que renferment les catégories « Analyse » et « Mise en œuvre argumentative » des tâches TAC et VNAO.

Vient ensuite le complexe processus de compréhension des événements critiques et le codage. Il s'agit alors de procéder à l'identification de thèmes qui vont venir sous-tendre l'interprétation des données en focalisant sur le contenu présent au sein des événements critiques (Powell, Francisco et Maher, 2003). Pour ce faire, les vignettes (les événements critiques se présentant désormais sous cette forme) ont d'abord été regroupées en thèmes principaux. Puis, chacun des thèmes fut lui-même divisé en sous-thèmes pour plus de clarté et de raffinement sur le plan des contenus. Après cette première identification et ce premier regroupement des vignettes, le placement de celles-ci au sein des thèmes et des sous-thèmes a été revisité à trois reprises durant les jours qui ont suivi. À chaque fois, cela fut réalisé d'une manière indépendante les unes des autres dans l'optique de s'assurer que le codage est optimal compte tenu des vignettes.

C'est donc lors de l'analyse des données sous la forme de vignettes comprenant les échanges et les traces faits par les élèves que les thèmes et les sous-thèmes ont émergé. Les thèmes principaux identifiés au cours du travail avec les vignettes sont « Idéalisation », « Compréhension », « Référence au vécu » et « Autres ». De plus amples détails sur ces thématiques, ainsi que sur les sous-thématiques qui les composent, seront présentés lors des résultats. Bien évidemment, la reconnaissance de ces thèmes découle de l'expertise de certains sujets par le chercheur, de son expérience à titre d'enseignant et de la recherche en enseignement des mathématiques. C'est ainsi que des aspects particuliers au niveau du discours mathématique compris dans les vignettes ont pu être mis en relief par rapport à d'autres pour alors conduire à la formulation des thématiques et des sous-thématiques. À cet égard, les thèmes retenus ne sont pas sans lien avec ce que l'on retrouve dans la littérature en enseignement des mathématiques. Premièrement, le thème « Idéalisation » se réfère à comment les élèves ont une opinion parfois trop idéale et parfaite de ce que nous procure la technologie comme données/informations. Des évidences de l'utilisation de la technologie dans ce sens ainsi que divers constats qui en découlent y sont abordés. Deuxièmement, celui nommé « Compréhension » regroupe la compréhension conceptuelle mathématique et la compréhension en rapport avec la formulation du problème (Hiebert et al., 1997; Hiebert et Carpenter, 1992). Troisièmement, le thème « Référence au vécu » inclut la relation avec la dimension dite « concrète » des situations proposées (NCTM, 2000, p. 354). Quatrièmement, le thème nommé « Autres » regroupe, quant à lui, les quelques aspects plus épars n'entrant pas dans les thèmes précédents. Le choix des mots identifiant les thèmes repose sur le fait que ceux-ci permettent de mieux conserver le sens de ce qui se dégage lors de l'analyse et de la discussion entourant des données.

Similairement à la démarche utilisée pour l'identification des événements critiques, la totalité de l'identification des thèmes et des sous-thèmes a été reprise à quelques semaines d'écart. La formulation des sous-thèmes fut ajustée au besoin et s'il y avait divergence dans le classement d'une vignette dans un sous-thème, une nouvelle évaluation du statut de celle-ci au cas par cas était alors faite. Seulement 4 vignettes sur un total de 71, soit moins de 6 %, demandèrent une réflexion en profondeur. Un sous-thème particulier fut créé pour l'une, une subtile modification dans l'énoncé d'un sous-thème a permis d'en intégrer une autre à celui-ci et le dilemme entourant deux vignettes trouva une solution en les positionnant simultanément dans deux sous-thèmes. Une validation finale consista à choisir au hasard une dizaine de vignettes et à faire l'exercice de les classer selon les sous-thèmes précédemment identifiés. Toutes ont été placées dans le même sous-thème qu'elles l'avaient été précédemment.

Par la suite, l'identification et la construction de scénarios à partir des vignettes ont été accomplies à la lumière des thèmes et des sous-thèmes ainsi définis. Une étude minutieuse des vignettes fut accomplie pour en arriver à une organisation cohérente d'événements critiques dans l'intention d'entrevoir et de mettre en évidence certains développements cognitifs. Après la rédaction des scénarios et de la présentation, les vignettes et la globalité des transcriptions ont été revisitées pour s'assurer de leur justesse. Comme le souligne Powell et al. (2003) citant Maher et Davis (1995) et Maher et Speiser (1997), il y a une certaine part de discernement inévitable lors de ce processus, un scénario constituant le résultat de la quête de sens au travers des données en ciblant les thématiques identifiées. On retrouve les scénarios et la présentation s'y rattachant dans le chapitre suivant sur l'organisation et la présentation des données.

IV - ORGANISATION ET PRÉSENTATION DES DONNÉES

Le chapitre IV traite de l'organisation et de la présentation des données découlant de l'analyse. On y présente : (a) le contexte de la recherche, (b) les résultats quant aux processus, (c) les résultats quant à la construction de sens, puis (d) une synthèse des résultats.

CONTEXTE DE LA RECHERCHE

Grâce entre autres à l'entrevue avec l'enseignant, il a été possible d'en apprendre davantage afin de mieux circonscrire le contexte entourant la recherche. Nous traiterons tour à tour : 1- du portrait de l'école; 2- du portrait de l'enseignant ainsi que de l'approche utilisée par ce dernier pour enseigner les contenus relatifs aux fonctions quadratiques et, finalement; 3- du portrait des élèves ayant participé à la recherche.

Portrait de l'école

Les élèves de 10e année volontaires pour participer à cette recherche proviennent d'une école secondaire francophone d'Ottawa. On retrouve environ 80 élèves de 10e année dans cette école qui compte approximativement 1 000 élèves au total. Aux dires de plusieurs enseignants, les élèves participent à une multitude d'activités parascolaires et les parents s'impliquent activement dans l'éducation de leur enfant. Bien que toutes les couches sociales soient représentées au sein de l'école, le niveau socio-économique de l'école est considéré de moyen à élevé.

On y retrouve deux types de classes en mathématiques : « régulière » et « enrichie ». Les groupes dits « réguliers » sont constitués d'élèves dont les résultats sont dans la moyenne par rapport à la province de l'Ontario, alors que ceux des groupes « enrichis » sont composés d'élèves intéressés à aller encore plus en profondeur quant à la matière scolaire. On les décrit comme des élèves prêts à en faire un peu plus que la moyenne et dont la motivation est élevée. Les enseignants des groupes « enrichis » visent à approfondir davantage certains problèmes qui exigent plus de réflexion et aussi à parfois en présenter qui ne font pas directement partie du programme-cadre de mathématiques de la 10e année, même s'ils ont tout de même un certain lien avec celui-ci. Les participantes et les participants à la recherche font partie d'un groupe « enrichi » de trente-deux élèves qualifiés « d'habituels » par les enseignants.

Portrait de l'enseignant et de l'approche utilisée pour l'enseignement des contenus relatifs aux fonctions quadratiques

L'enseignant des participantes et des participants possède quatorze ans d'expérience au niveau secondaire. Outre les mathématiques, il a déjà enseigné la physique, la chimie et l'informatique. Sa formation de base est en physique, chimie et mathématiques, à laquelle il a ensuite ajouté pédagogie et informatique. Au moment de la recherche, il enseignait l'informatique et les mathématiques. De plus, il enseignait le cours « Principes de mathématiques » de 10^{e} année pour la première fois à un groupe de type « enrichi ».

Trois questions du questionnaire d'entrevue pour l'enseignant (annexe E) visent à permettre de dresser un portrait de l'approche utilisée pour l'enseignement des fonctions quadratiques. L'entrevue avec l'enseignant a donc rendu possible de cerner, dans l'ensemble, les grandes lignes de comment l'enseignement des contenus relatifs aux fonctions quadratiques a eu lieu dans ce groupe. Bien que les renseignements colligés ici reposent uniquement sur les propos de l'enseignant, ils nous apparaissent être suffisamment de l'ordre des faits pour ne pas les mettre en doute.

Le tout a commencé par un cours d'exploration de plusieurs fonctions quadratiques à l'aide d'un logiciel au laboratoire d'informatique. Durant ce cours, les élèves ont eu pour tâche de tracer le graphique de celles-ci tout en répondant à diverses questions générales portant sur les paramètres, sur la valeur minimale ou maximale de la fonction, etc. L'enseignant mentionne qu'« en se basant sur les résultats accumulés dans le tableau à compléter, l'élève construisait au fur et à mesure l'ensemble de ses connaissances sur les paraboles ». Après cela, ils devaient travailler à partir d'un tableau de valeurs et une nouvelle série de questions dont le but pédagogique était de les amener à généraliser le travail effectué. Voici un exemple d'une telle question en provenance de l'entrevue : « Compte tenu du signe de a peux-tu prédire de quel côté sera orientée l'ouverture de la parabole? ». Finalement, de retour en classe, il leur a été demandé de faire des exercices, puis des problèmes de plus en plus complexes.

À l'exception de l'utilisation de l'ordinateur afin d'explorer la relation entre la représentation graphique et l'équation, il n'y a eu aucune utilisation particulière quant à la technologie. Les élèves ont pu employer leur calculatrice pour trouver la réponse à des calculs tout au long du cours, mais ils n'ont jamais travaillé à l'aide d'une calculatrice à affichage graphique. Également, lors de leur utilisation de l'ordinateur, seulement le fonctionnement de base du logiciel leur a été expliqué. Conséquemment, en aucun temps des habiletés particulières d'utilisation des technologies n'ont été développées chez les élèves comme, à titre d'exemples, le choix de la graduation des axes et le passage d'un mode de représentation à un autre pour résoudre plus efficacement un problème donné.

Trois aspects soulevés par l'enseignant quant aux difficultés rencontrées par ce groupe en lien avec les fonctions quadratiques méritent particulièrement d'être soulignés. L'enseignant mentionne en effet :

> « Ils ont eu beaucoup de difficulté à partir d'une équation à interpréter ou à extraire de la formule la valeur de h. Alors, on a travaillé beaucoup cette partie. Il y a aussi trouver graphiquement la valeur de a ».

> « [...] ça a été difficile dans les situations problèmes de comprendre comment, dans une situation donnée, utiliser la symétrie. Ça n'a pas été compris tout de suite ».

> « Une autre notion qui a pris beaucoup de temps c'était de rapprocher une situation de problème à la fonction du second degré. C'est-à-dire mettons un objet que l'on envoie en l'air puis on demande directement combien de temps va-t-il rester dans les airs, à ce moment l'élève doit comprendre qu'il faut que le temps est en rapport avec les abscisses à l'origine. Ça été difficile la première fois qu'on l'a enseigné de faire le lien entre le temps dans les airs et les abscisses à l'origine ».

Ces passages sont importants puisqu'ils mettent en lumière que l'enseignant a accordé une attention particulière à certains contenus ou propriétés rattachés aux fonctions quadratiques.

Portrait des élèves

Diverses considérations générales relativement aux élèves ayant accepté de participer à la recherche peuvent venir nuancer et alimenter notre réflexion. Il est par conséquent nécessaire de s'y attarder.

Premièrement, il convient de rappeler que les huit élèves de 10^{e} année proviennent tous du même groupe de type « enrichi » suivant le cours « Principes de mathématiques ». Il s'agit donc d'adolescentes et d'adolescents d'environ quinze ou seize ans. Ceci étant précisé et considérant le fait que la participation des élèves à cette recherche est sur une base purement volontaire, à l'extérieur du temps de classe sans qu'aucune note n'y soit rattachée, il est permis de croire que ce sont les élèves se sentant un peu plus à l'aise avec les mathématiques qui ont choisi de participer à la présente recherche. Comme le souligne leur enseignant, il s'agit d'un groupe « enrichi », donc aussi plus motivé comparativement aux autres élèves de 10^{e} année.

Deuxièmement, chaque élève pouvait choisir son ou sa partenaire afin de former une dyade. L'utilisation de dyades et le libre choix des partenaires les constituant découlent du désir de favoriser la communication et la verbalisation de la démarche employée lors de la résolution des tâches. Imposer un partenaire avec lequel un élève n'est pas à l'aise ou avec qui il y a conflit ne favoriserait pas l'établissement d'un dialogue collaboratif dans lequel un étayage propice pourrait s'établir.

Troisièmement, puisque l'intention de cette recherche est d'observer la compréhension du concept de fonction quadratique des élèves dans le cadre de l'usage d'un nouvel outil technologique, l'étude de la fonction quadratique a été faite en classe avant le déroulement des entrevues comme il l'a été expliqué dans la section précédente.

Quatrièmement, certains élèves suivaient un cours de sciences durant le semestre à l'intérieur duquel les entrevues ont été réalisées. Pour les autres élèves, ceux-ci avaient complété ce cours lors du semestre précédent. Le cours de sciences de 10^{e} année est composé de quatre matières principales (la biologie, la chimie, les sciences de la Terre et de l'espace et la physique) d'égale pondération entre elles quant au temps d'enseignement. Dans le domaine d'étude de la physique, le sujet traité pour les élèves de 10^{e} année du cours théorique est le mouvement.

Cinquièmement, la composition résultante des dyades correspond à une dyade mixte et à trois dyades unisexes (deux dyades composées de filles et une dyade composée de garçons). Il convient toutefois à nouveau de souligner qu'aucune distinction de sexe, d'habiletés mathématiques ou critères dans le choix des volontaires autres que ceux mentionnés précédemment (le cours « Principes de mathématiques » dans une école francophone) ont été appliqués.

Finalement, lors de l'entrevue avec l'enseignant, il lui a été demandé de dresser un bref profil général de chacun des élèves quant à leur habileté de raisonnement mathématique. Bien que ces informations reposent seulement sur sa perception, elles ont été recueillies à la fin de l'année scolaire et l'exercice permet de dresser une image des participantes et des participants selon le regard de l'enseignant pouvant venir nuancer certaines interprétations ultérieures au sujet de la dynamique des interactions dans chacune des dyades. Pour des motifs éthiques, ces informations étant délicates, elles ne seront pas présentées. Si cela s'avère utile et pertinent dans le cadre de la discussion suivant l'analyse, certains éléments seront alors intégrés au texte pour venir supporter, contredire ou éclairer différemment certains aspects soulevés au travers des résultats.

RÉSULTATS QUANT AUX PROCESSUS

Comme il a été discuté dans la section « Élaboration d'un système de codage quant aux processus » du chapitre portant sur la méthodologie, la construction des tableaux individuels de compilation (annexe F) a mené à l'élaboration d'un tableau de compilation synthèse combinant toutes les dyades (tableau 3). C'est que même si les tableaux de compilation individuels renferment diverses informations qui s'avèrent intéressantes, par exemple la dynamique au sein d'une dyade grâce à l'observation de la distribution des catégories pour chacun des élèves, la nécessité de s'appuyer sur l'ensemble des dyades dans le but de percevoir des tendances plus globales prévalait compte tenu de l'orientation de cette recherche. En conséquence, le tableau 3 constitue une compilation synthèse où l'on y présente le pourcentage du temps moyen passé dans chacune des catégories par problème pour l'ensemble des dyades. Les résultats qu'il est possible d'y dégager nous conduisent à considérer distinctement la tâche d'introduction des tâches VNAO et TAC.

Tableau 3. Pourcentage du temps moyen passé dans chacune des catégories par problème pour l'ensemble des dyades

	Tâche d'introduction	Tâche VNAO Vidéo numérique avec ordinateur			Tâche TAC Traditionnelle avec calculatrice		
Dyade 1, 2, 3 et 4	Arrosage des fleurs	Vidéo numérique 1	Vidéo numérique 2	Sous-total Vidéos num.	Soccer	Lancer vertical	Sous-total Prob. écrits
Lecture/visionnement	8 %	5 %	3 %	4 %	9 %	12 %	10 %
Compréhension	15 %	2 %	1 %	2 %	8 %	5 %	6 %
Analyse	39 %	30 %	35 %	31 %	39 %	23 %	31 %
Réflexion	29 %	20 %	17 %	19 %	15 %	23 %	19 %
Mise en œuvre arg.	4 %	27 %	35 %	29 %	25 %	34 %	30 %
Autre	5 %	17 %	10 %	15 %	5 %	2 %	3 %
Temps moyen	11 min. 5 sec.	35 min. 10 sec.	11 min. 20 sec.	46 min. 30 sec.	8 min. 35 sec.	8 min. 10 sec.	16 min. 45 sec.
% du temps total	15 %	47 %	15 %	63 %	12 %	11 %	23 %

(1) Moyenne du temps total des rencontres : 74 min. 20 sec.

Tâche d'introduction

Après avoir côtoyé longuement les données, le contenu du tableau 3 quant à la tâche d'introduction nous a semblé insatisfaisant puisque, sous cette forme, l'essence même de ce qui s'y est déroulé y est occultée. Certes, il était évident que l'utilisation de pourcentages aurait un effet réducteur de sens par rapport aux données. Cependant, alors que le tableau 3 aurait pu fournir un point de vue différent sur la tâche d'introduction comme cela était espéré, il a plutôt éveillé un inconfort. Bien que la présente section traite des résultats quant aux processus, il s'avère impératif ici de s'engager dans une brève discussion entourant le problème d'arrosage des fleurs (problème qui constitue en soi la tâche d'introduction). Cette discussion est nécessaire puisque l'incidence de la réflexion qui va suivre a été de ne pas considérer davantage le problème d'arrosage des fleurs dans la suite des analyses et des résultats, autant en lien avec les processus qu'avec la construction de sens découlant des vignettes. C'est d'ailleurs ce qui explique la distinction créée entre la tâche d'introduction et les deux autres tâches (VNAO et TAC) dans la présente section.

Revenons d'abord brièvement sur les tableaux de compilation individuels des dyades (annexe F). Ceux-ci indiquent que toutes les dyades ont pris sensiblement le même temps total pour compléter les tâches, soit entre 70 et 78 minutes. Le temps total moyen est de 74 minutes 20 secondes. Il reste que la répartition du temps varie entre les tâches pour les différentes dyades. Dans le cas présent, le temps consacré à la tâche d'introduction varie grandement. Si l'on regarde les extrêmes, alors que la dyade 1 y a consacré près de 5 minutes, la dyade 2 y a consacré quant à elle un peu plus de 17 minutes. Mais encore, si l'on considère le tableau 3 et que l'on fait la somme des pourcentages de temps des catégories « Lecture », « Compréhension », « Analyse » et « Réflexion » pour la tâche d'introduction, on obtient un pourcentage de 91 %. C'est donc dire que 91 % du temps est associé à lire le problème, à tenter de comprendre les éléments linguistiques ou sémantiques de celui-ci, puis à tenter d'identifier et de comprendre les différents facteurs à considérer pour éventuellement parvenir à le résoudre. Cela sans négliger que 5 % du temps se trouve dans la catégorie « Autre ». Pourtant, la question de ce problème indiquait « Sans résoudre le problème en détail [...] ». S'il est convenu que trois des quatre dyades ont dépassé l'intention de la question en cherchant à résoudre le problème, il n'en demeure pas moins qu'aucune de celles-ci n'est parvenue à trouver la réponse attendue. Pourtant, il ne s'agissait pas là d'un problème ouvert où plusieurs réponses pouvaient être envisageables. Il en résulte que la tâche d'introduction a donné lieu à 4 réponses différentes selon l'interprétation en ayant été faite par les dyades.

La question pertinente est alors la suivante : Que s'est-il passé? On peut supposer que les élèves n'ont pas vraiment compris le contexte en place dans le problème d'arrosage des fleurs. D'ailleurs, les propos de Benoît dans le retour sur les tâches l'indiquent clairement : « C'est sûr qu'avec l'arrosage, le jet d'eau… J'ai pas vraiment compris ». Les élèves ont questionné à diverses reprises le vocabulaire employé dans le problème et son sens. Le mot « cime » ou l'expression « l'origine de son système de repérage » en sont deux exemples. C'est qu'en plus de la complexité sémantique du problème, il n'y avait pas d'illustration pour appuyer l'énoncé décrivant la situation. Si la décision initiale de ne pas fournir aux élèves un dessin illustrant la situation s'appuyait sur le fait de ne pas leur fournir une représentation pouvant suggérer une piste de résolution, la conséquence en résultant a été une augmentation notable de la complexité de compréhension du problème. Pas quant aux mathématiques en cause, mais bien quant à la compréhension du contexte dans lequel le problème prend place. Les élèves étaient donc obligés d'illustrer la situation du problème avant même de pouvoir aborder la question à résoudre. On constate alors que le choix de certains mots, la complexité des phrases visant à décrire la situation et l'absence d'illustration initiale pour appuyer l'énoncé ont donné lieu à la réalisation de représentations visuelles différentes pour chacune des quatre dyades. Étant donné que le but initial de la tâche d'introduction était de surtout mettre les élèves à l'aise quant à la verbalisation et à l'interaction à l'intérieur de la dyade, toutes ces considérations nous ont amené à prendre la décision d'écarter la tâche d'introduction du reste de l'analyse des données à proprement dit.

Tâches VNAO et TAC

D'abord, quelques précisions pour situer la démarche adoptée. À cette étape de l'analyse, les parallèles établies ici entre les deux tâches visent à dégager des données certaines tendances possibles. Il n'est nullement question de déterminer la supériorité de l'une des deux approches sur l'autre (VNAO et TAC). En somme, les observations faites ont pour objectif de mettre en lumière des pistes qui pourront être approfondies par la suite de manière plus spécifique selon ce qui en émane. Ceci étant précisé, l'examen du tableau 3 se révèle intéressant. En substance, on y remarque :

1. que la répartition des pourcentages entre les catégories montre un haut niveau d'engagement des élèves dans la résolution de chacun des problèmes compris dans les tâches;
2. que la différence entre le 15 % de la catégorie « Autre » de la tâche VNAO par rapport au 3 % de la tâche TAC représente, en temps réel, respectivement près de 7 minutes dans le cas de la tâche VNAO et 30 secondes dans le cas de la tâche TAC. Cette différence de temps, qui peut paraître importante à première vue, s'explique majoritairement par l'appropriation de l'interface de la part des élèves (explications et expérimentations quant au fonctionnement du logiciel);
3. que les sous-totaux de la tâche VNAO et de la tâche TAC quant aux catégories « Analyse », « Réflexion » et « Mise en œuvre argumentative » sont tous identiques à 1 % près. « Analyse » (VNAO et TAC : 31 %); « Réflexion » (VNAO et TAC : 19 %) et « Mise en œuvre argumentative » (VNAO : 29 % et TAC : 30 %);
4. que près de 3 fois plus de temps a été consacré à la tâche VNAO comparativement à la tâche TAC. En temps réel, cela représente une différence de temps d'environ 30 minutes entre les deux tâches.

Les deux derniers points sont notables. En effet, ils impliquent que même si les pourcentages de la tâche VNAO et de la tâche TAC quant aux catégories « Analyse », « Réflexion » et « Mise en œuvre argumentative » sont les mêmes, la durée en temps réel de ces catégories est trois fois plus longue pour la tâche VNAO que cela est le cas pour la tâche TAC. Du point de vue de l'analyse, cette différence de temps interpelle et conduit à se questionner. On peut bien sûr affirmer, quantitativement parlant, que la longueur des tâches n'est pas la même. Cependant, cela ne nous informe en rien sur l'essence même des échanges présents dans ces catégories. Si ce que renferme la catégorie « Réflexion » ne nous est pas accessible en raison de sa nature, ce qui est compris dans les catégories « Analyse » et « Mise en œuvre argumentative » l'est par contre grâce aux données recueillies. À eux deux, ces catégories représentent la période la plus intense de l'activité de résolution de problèmes. En termes de durée, on parle alors de la moitié du temps total. En conséquence, l'analyse à partir de vignettes s'est avérée nécessaire pour répondre au besoin d'analyser finement le contenu des catégories « Analyse » et « Mise en œuvre argumentative ».

RÉSULTATS QUANT À LA CONSTRUCTION DE SENS

Le tableau 4 permet de faire quelques constats quant à la répartition des vignettes entre les dyades et entre les tâches.

Tableau 4. Distribution des vignettes pour chacune des dyades selon les tâches

	Tâche VNAO	Tâche TAC	Total
Dyade 1	20	4	24 (34 %)
Dyade 2	16	1	17 (24 %)
Dyade 3	13	1	14 (20 %)
Dyade 4	13	3	16 (23 %)
Total	62 (87 %)	9 (13 %)	71 (100 %)

Bien que la dyade 1 se démarque légèrement, on constate que la répartition des vignettes entre les dyades semble relativement équilibrée. On peut aussi voir, en ce qui concerne la répartition des vignettes entre les deux tâches, qu'il y a tout près de 7 fois plus de vignettes en lien avec la tâche VNAO qu'avec la tâche TAC. Ainsi, alors qu'il y a près de 3 fois plus de temps consacré à la tâche VNAO au sein des catégories « Analyse » et « Mise en œuvre argumentative », proportionnellement parlant comparativement à la tâche TAC, cela a engendré près de 7 fois plus de vignettes quant à la construction de sens. Bien que les vignettes ne soient pas liées à une unité de temps, cela illustre néanmoins qu'il y a eu un contexte riche lors de la réalisation de la tâche VNAO par rapport à la construction de sens.

Comme il l'a été détaillé dans la section « Élaboration d'un système de codage quant à la construction de sens » de l'analyse des données, quatre thèmes principaux ont été identifiés à partir de l'ensemble des vignettes : (a) Idéalisation, (b) Compréhension, (c) Référence au vécu, (d) Autres. Chacun de ces thèmes est composé de diverses sous-thématiques qui seront présentées ci-après. De nombreux exemples viendront appuyer le tout. Toutefois, il convient dès lors de préciser que la thématique « Compréhension » employée dans le cadre de la construction de sens est ici plus englobante que la définition qui accompagne ce terme lors du codage des processus. Nous reviendrons sur cela le moment venu. Le tableau 5 présente la distribution des vignettes pour chacune des dyades selon les différents thèmes et en fonction des tâches.

Tableau 5. Distribution des vignettes pour chacune des dyades selon les thèmes en fonction des tâches

	Tâche VNAO				Tâche TAC			
	Idéalisation	Compré-hension	Référence au vécu	Autres	Idéalisation	Compré-hension	Référence au vécu	Autres
Dyade 1	3	5	8	4	0	3	0	1
Dyade 2	4	4	8	1	0	1	0	0
Dyade 3	3	4	4	3	0	1	0	0
Dyade 4	3	6	4	0	0	3	0	0
Total	13	19	24	8	0	8	0	1
Total	64				9			

La différence entre le total des vignettes du tableau 5 par rapport au tableau 4, 73 vignettes comparativement à 71, s'explique par le fait que deux vignettes rattachées à la tâche VNAO se trouvent simultanément dans deux thèmes. Ces vignettes sont donc comptées deux fois chacune. Le tableau 5 montre une distribution intéressante des vignettes VNAO entre les thématiques. En effet, les vignettes TAC se retrouvent toutes, à l'exception d'une seule, dans le thème « Compréhension ». Regardons de plus près ce que contient chaque thématique en rapport à la construction de sens.

Il convient de spécifier qu'à quelques occasions, on retrouve certains passages interprétatifs dans les résultats qui vont suivre. Bien que ces passages auraient pu normalement être placés dans le chapitre sur la discussion, ils ont été introduits dans le présent chapitre de manière consciente puisqu'ils permettaient d'articuler plus finement certaines nuances que cela aurait été possible de le faire a posteriori.

Idéalisation

Ce thème comprend 13 vignettes qui sont toutes en lien avec la tâche VNAO. Ceci constitue 18 % du total de l'ensemble des vignettes. Distinctement des situations en provenance de l'univers dit « papier et crayon », comme c'est le cas dans la tâche TAC, une situation présentée sous la forme d'une vidéo numérique n'est pas parfaite. Le thème « Idéalisation » regroupe les vignettes dans lesquelles il est possible de déceler un point de vue potentiellement idéalisé de la situation présentée dans la vidéo numérique. Nous utilisons l'adverbe potentiellement, car il aurait fallu questionner plus spécifiquement les élèves pour en être certain. Cette idéalisation se manifeste de deux manières au sein des vignettes rassemblées. Conséquemment, deux sous-thèmes composent ce thème : (a) l'utilisation du vocabulaire et (b) l'intuition visuelle versus les coordonnées affichées.

A. Utilisation du vocabulaire

L'idéalisation en lien avec l'utilisation du vocabulaire se reflète principalement quant aux mots « sommet » et « parabole », de même qu'avec les dialogues entourant l'idée de symétrie qui en découle dans le cas présent lors de la résolution des deux situations de la tâche VNAO. Voyons de plus près, à l'aide de certains exemples, comment le tout s'articule.

Afin de répondre à la question B de la situation 1, où il est demandé de déterminer la distance horizontale parcourue par la balle entre deux points de contact avec la table, Olivier explore la vidéo image par image en observant attentivement la position de la balle. La balle monte, monte, monte et dès que la balle commence à descendre, il revient image par image vers l'arrière, jusqu'à ce qu'elle redescende de l'autre côté (en fait, elle monte selon le point de vue de la séquence chronologique du mouvement de la balle). Puis, Olivier revient à la position mitoyenne et s'exclame : « Le sommet de la parabole, c'est ici ». Similairement, alors qu'elle observe la situation 1, Rosalie interpelle Bianca : « Attends, ça c'est son sommet ». Ensuite, elle recherche les coordonnées du point qu'elle nomme « sommet ». Ces deux exemples, parmi d'autres, où les élèves déterminent visuellement le « sommet » illustrent qu'ils sont parfaitement conscients que le sommet est le point milieu d'une trajectoire parabolique. Toutes les dyades ont d'ailleurs utilisé la propriété de symétrie après avoir identifié le « sommet » pour résoudre les problèmes. Toutefois, bien que les tâches aient été construites pour tirer profit de la propriété de symétrie d'une trajectoire parabolique lors de la résolution, il s'agit nécessairement d'une approximation dans le cas de la vidéo numérique. Ce qu'ils nomment « sommet » n'est pas nécessairement le point le plus haut de la trajectoire, qui elle-même n'est pas parfaitement parabolique, mais bien le point le plus haut dont il est possible d'obtenir les coordonnées à partir de la vidéo numérique. À de rares occasions, d'autres appellations dans le cadre de la vidéo numérique pour le « sommet » sont employées. Guylaine parle de « hauteur maximale », mais il est possible que cette expression provienne de la formulation utilisée dans la tâche TAC puisque la dyade dont elle fait partie a débuté par la tâche TAC avant la tâche VNAO. Quant à elle, Noémie utilise régulièrement l'expression « point culminant ». L'utilisation de cette expression est intéressante, car on ne retrouve pas le terme « culminant » dans les tâches proposées et la dyade de Noémie a commencé leur rencontre par la résolution de la tâche VNAO. Au sein de la dyade, alors que Noémie emploie l'expression « point culminant », Britney utilise le terme « sommet ». La transcription suivante illustre la cohabitation des deux termes au sein de la dyade.

Tâche VNAO – Situation 1 – Question D (00:38:00)

Noémie :	Mets son point culminant.
Britney :	[Britney prend la souris]
Noémie :	Comme le plus haut, plus haut, là [Britney clique image par image]. Non, ramène.
Britney :	Ici, c'est le sommet.

Tout comme le sommet est une approximation dans le cadre de la vidéo numérique, dire qu'il s'agit d'une trajectoire parabolique en est également une. Alors que tous emploient l'adjectif parabolique pour décrire la trajectoire, Nicolas est le seul à utiliser le conditionnel pour en parler : « Si c'est, si c'est des paraboles, tu trouves... » (Tâche VNAO – Situation 1 – Question B – 00:09:51). Il utilise le conditionnel à une seule reprise pour parler des trajectoires, mais il le fait au moment de son premier contact avec la vidéo numérique.

Il se dégage donc une certaine ambiguïté ou ambivalence lors de la tâche VNAO quant à l'utilisation d'un vocabulaire défini pour un univers mathématique idéal (sommet, parabole, symétrie). L'utilisation de ce vocabulaire dans le contexte d'une vidéo numérique peut laisser croire ou refléter une vision idéalisée de celle-ci.

B. Intuition visuelle versus coordonnées affichées

Dans la vidéo numérique de la situation 2 représentant un mouvement vertical, la balle ne retombe pas tout à fait au même endroit que celui où la séquence débute. Le visionnement en boucle de la vidéo par le logiciel laisse donc percevoir un petit saut d'image entre la position de départ et la position d'arrivée de la balle sur la table. Il ne faut pas oublier qu'il s'agit d'une vidéo d'une situation réelle et non d'une simulation informatisée idéalisée. Cependant, les coordonnées affichées ne permettent pas de rendre compte de ce léger déplacement de la balle. En effet, la précision de l'affichage des coordonnées découle de la précision de la mesure de référence entrée dans le logiciel et du choix de l'échelle. Le degré de précision de la mesure dans la vidéo numérique n'était pas suffisant pour tenir compte de ce léger déplacement. Voyons comment la dyade 2 aborde la situation.

Tâche VNAO – Situation 2 – Question I (01:09:15)

Guylaine :	[...] Pis elle bondit, mais la distance est pas si grande entre les bondissements. Ça va pratiquement, ça va presque revenir sur le même point.
Benoît :	[Commentaire inaudible]
Guylaine :	Juste un peu à côté.
Guylaine :	Est-ce que l'on peut regarder pour voir les coordonnées même si c'est pas important. [...] [Observation du décalage de la balle entre le point de départ et le point d'arrivée de celle-ci.]
Benoît :	Ici, ici c'est indiqué que ça a pas bougé. Si j'aurais...
Guylaine :	Ha!
Benoît :	C'est peut-être juste une erreur de l'ordinateur. Peut-être que c'est juste un problème d'ordinateur, parce que comme on voit que la balle bouge ici.
Guylaine :	C'est visuel, on voit que ça bouge, mais comme les coordonnées ça dit pas que ça bouge. Alors c'est une balle qui bondit sur elle-même au lieu d'avancer.
Chercheur :	OK. Pis ça vous le dites à partir des coordonnées.
Guylaine :	À partir des coordonnées.
Benoît :	Oui.
Chercheur :	Vous semblez avoir un doute...
Benoît :	Mais c'est jusque que quand.
Guylaine :	Un petit doute, oui.
Benoît :	[...] Pour moi la balle, à cause des coordonnées, je suis sûr que la balle va vraiment bouger verticalement.

Ainsi, après avoir constaté qu'il y a un léger décalage visuel et non sans avoir éprouvé un doute, ils acceptent finalement le verdict des coordonnées à savoir que le mouvement est parfaitement vertical. Deux autres dyades mentionnent aussi la présence de ce décalage, mais sans y accorder une grande attention. Nicolas s'interroge « Est-ce qu'ici la balle tombe à la même place? », mais il ne donne pas suite à sa question, puis il affirme qu'elle revient à la même place. Dans la dyade 4, alors que Rosalie exprime un doute et observe les coordonnées, Bianca intervient :

Tâche VNAO – Situation 2 – Question I (01:14:30)

Bianca :	[...] la balle reste stable. Comme elle bondit toujours sur le même point.
Rosalie :	Non.
Bianca :	Oui... c'est pour ça c'est parce qu'elle recommence. Mais elle bondit toujours à la même place. [...]
Rosalie :	Elle part de là [clique et place la séquence vidéo] me semble qu'elle bougeait.
Bianca :	C'est ça, c'est parce qu'elle recommence. Ça c'est parce que la séquence recommence. Pis ça fait comme un petit arrêt. OK. Regarde, fait le jouer là.
Rosalie :	OK. Oui ça c'est vrai. Ouin... parce que je pensais qu'elle faisait.
Bianca :	Non, non. La seule différence, c'est que la balle, elle se déplace pas à refait pas une distance.
Rosalie :	Fait pas de distance.
Bianca :	Elle marquera pas une distance [inaudible]. Le temps, il passe quand même, mais elle se déplace pas comme horizontalement.

À nouveau, les coordonnées constituent la référence quant à l'interprétation à donner au mouvement vertical. Les coordonnées supplantent donc ce que l'on pourrait qualifier d'intuition visuelle.

Un peu différemment, mais dans la même lignée, cet autre exemple où il y a en quelque sorte une attente découlant du visuel par rapport au fait que la balle bondit sur une surface horizontale. Alors que Guylaine explore la vidéo pour décrire la situation 1 de la tâche VNAO, elle constate à partir des coordonnées que la surface semble être très légèrement en pente contrairement à ce qu'elle aurait pu croire à la vue des images de la vidéo.

Tâche VNAO – Situation 1 – Question A (00:39:40)

Guylaine :	Hum. On dirait que la ligne c'est pas.
Benoît :	Pas comme horizontale.
Guylaine :	C'est pas une ligne horizontale, c'est on dirait qu'elle est plus.
Benoît :	Sur une pente.
Guylaine :	Oui.
Guylaine :	Tu vois, pis là elle va descendre.
Benoît :	À 25.
Guylaine :	25.
Benoît :	L'autre c'est 26.
	[...]
Guylaine :	Ça frappe la ligne horizontale de nouveau sauf là, on dirait à partir de ça que c'est à 25 cm alors le terrain a soit baissé ou c'est sur une pente.

En fait, la surface est bien horizontale. Il s'agit une nouvelle fois d'un effet dû à la précision de la mesure de référence entrée dans le logiciel. Ces exemples ne sont pas uniques. Cependant, à partir de ces cas, on semble constater que s'il leur faut trancher entre leur intuition visuelle ou les coordonnées affichées par l'ordinateur, la force d'interprétation semble aller aux coordonnées. Il en résulte en quelque sorte un excès de crédibilité accordé à l'ordinateur quant aux coordonnées sans égard aux limites découlant de la précision possible pour les mesures. Toutefois, il convient de relativiser la phrase précédente. Les élèves ne sont pas dupes devant ce qui se présente comme illogique. La transcription d'un passage qui fait suite au déplacement accidentel d'un point de référence représentant la position de la balle à un moment particulier dans la vidéo le montre bien. Sans que Rosalie s'en aperçoive au moment du déplacement accidentel, cela a affecté les coordonnées correspondantes à ce point de référence. Voici la discussion qui précède la correction de ce problème « technique ».

Tâche VNAO – Situation 1 – Question B (00:28:10)

Rosalie :	Ça c'est le premier bond.
Bianca :	Oui je le sais, attends deux secondes, je regarde les chiffres.
Rosalie :	[inaudible]
Bianca :	64, 68, 71, 72, 71, 72 ça fait pas de sens ça. Parce que.
Rosalie :	Ça c'est *y*.
Bianca :	Je le sais c'est ça aussi.
Rosalie :	Tu as besoin de ça pour trouver la distance horizontale.
Bianca :	Oui t'as besoin.
Rosalie :	Non, parce que tu sais qu'au sommet c'est symétrique c'est [inaudible] toucher par terre.
Bianca :	Oui, mais il faut trouver. Il faut que tu trouves ton sommet pour trouver la distance horizontale parce que la distance horizontale.
Rosalie :	C'est ça que je te dis.
Bianca :	Mais c'est ça c'est ça que je fais... ben pour la hauteur.
Rosalie :	Pour trouver le sommet.
Bianca :	Oui.
Rosalie :	OK.
Bianca :	Mais regarde check ton sommet ici c'est *y*. 71, 72, 71 après ça c'est 72.
Rosalie :	C'est 72, quoi?
Bianca :	C'est ça. C'est comme ça bloom [mime un soubresaut de balle et observe les coordonnées]. Il y a de quoi de brisé? Ben à cause, la hauteur, elle va à 72 71 72 71 dans les airs.
Chercheur :	Ça ne peut pas être le cas?
Bianca :	À moins que quelqu'un souffle dessus [rires]. Ah! Ah! Il va [souffle]. OK. Ben le sommet c'est 72.

Compréhension

Ce thème regroupe le plus grand nombre de vignettes que tout autre thème, soit 27 vignettes au total en lien avec la tâche VNAO et la tâche TAC. Cela représente 37 % du total de l'ensemble des vignettes. Le terme « Compréhension » désignant cette thématique n'a pas ici exactement le même sens que celui qui lui a été associé lors de l'analyse des processus. Il est légèrement plus englobant dans le cas présent. Précisons ce que nous entendons par cela. Le thème « Compréhension » se divise en deux sous-thèmes : (a) appropriation du problème et (b) origine du système de coordonnées. L'appropriation du problème correspond en fait à la définition donnée à la catégorie « Compréhension » lors de l'analyse des processus (cela s'explique ici par le fait que certains passages sont entrelacés indissociablement avec des segments dits d'« Analyse » lorsque pris dans un contexte plus global que celui de tranches de 20 secondes), alors que le sous-thème traitant de l'origine du système de coordonnées se veut orienté vers la compréhension conceptuelle entourant cet aspect. Ainsi, il ne s'agit pas seulement dans le cas actuel de parler de la compréhension du problème dans le but de le résoudre, mais aussi d'y inclure une dimension liée à la compréhension conceptuelle d'un contenu spécifiquement mathématique.

A. Appropriation du problème

Les vignettes incluses dans ce sous-thème sont liées à la tâche TAC. Similairement à ce qu'il a été défini pour la compréhension lors de l'analyse des processus, c'est dans le cadre de l'appropriation du problème que les élèves reconnaissent les éléments linguistiques et sémantiques de l'énoncé du problème afin de pouvoir ensuite tenter de le résoudre. Puisque suite au codage aucune vignette en lien avec la tâche VNAO ne se trouve dans ce sous-thème et que les problèmes écrits ne comportent aucune illustration, la reconnaissance visuelle ne s'applique cependant pas ici. Deux facettes de l'appropriation du problème se dégagent des vignettes regroupées. D'abord, il y a le vocabulaire présent dans les tâches, puis il y a la difficulté de construction d'une représentation visuelle. À titre d'exemple, au niveau du vocabulaire, lors de la question A du problème portant sur le lancer vertical, Rosalie et Bianca ne savent pas ce que signifie le mot quadratique. Dans l'énoncé du problème, l'expression « équation quadratique » étant à ce moment utilisée pour qualifier la trajectoire de la balle, cela pose alors une sérieuse difficulté dans la poursuite de la résolution du problème. Il ne leur est donc pas possible de déterminer visuellement l'allure de la situation tant qu'elles n'auront pas reçu des précisions sur ce que signifie le terme quadratique. Ainsi, dans cet exemple, la conséquence accompagnant la difficulté de compréhension du vocabulaire est la difficulté de construire une représentation visuelle nécessaire pour la résolution du problème.

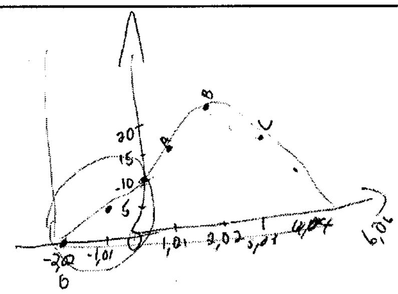
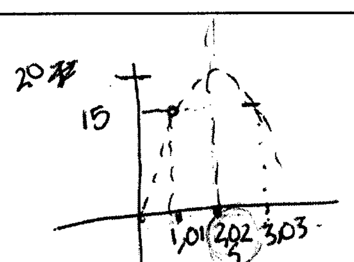
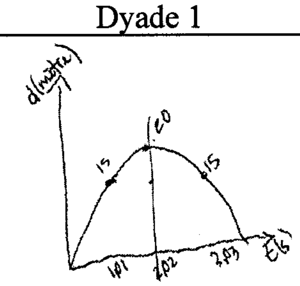
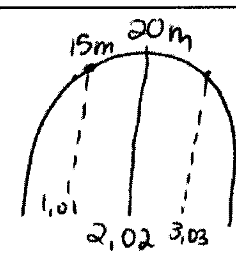
Cette difficulté de construction d'une représentation visuelle ne repose pas que sur le vocabulaire, mais bien en majeure partie sur la difficulté de comprendre clairement la description écrite de la situation. En vue d'appuyer cette affirmation, considérons deux des cas spécifiques présents dans les données. Dans un premier temps, même si aucune vignette ne lui a été consacrée, rappelons la tâche d'introduction à propos de l'arrosage des fleurs (voir précédemment lors de la présentation des données quant aux processus) pour signaler à nouveau que la lecture de l'énoncé de ce problème a conduit à la construction de 4 représentations visuelles différentes. Dans un deuxième temps, abordons quelques éléments provenant des vignettes de la dyade 1 pour ce sous-thème. Lors de la question A du problème du soccer, Nicolas et Olivier se sont interrogés durant près de 8 minutes à savoir si le ballon était frappé à partir du sol ou non. Pendant tout ce temps, ils ont analysé sur une base hypothétique les scénarios possibles ainsi que leurs impacts. Dès qu'il leur a été précisé de considérer que le ballon était frappé du sol, la réponse à la question fut alors immédiate pour eux.

Tâche TAC – Le soccer – Question A (00:57:00)

Chercheur :	Si je vous disais de considérer que le ballon est frappé à partir du sol, est-ce que cela vous aiderait?
Olivier :	Ben là se serait 40, right?
Nicolas :	40.

Nicolas et Olivier ont aussi éprouvé de la difficulté à construire une représentation visuelle lors du deuxième problème TAC, soit celui nommé « Le lancer vertical ». Leur dyade est d'ailleurs la seule n'étant pas parvenue à le résoudre. Comme on peut le voir dans le tableau 6, les représentations réalisées par les dyades 2, 3 et 4 sont similaires, alors que celle de la dyade 1 diffère. L'explication réside dans le fait que la dyade 1 aborde la construction du graphique pour représenter la situation en utilisant un raisonnement de proportionnalité : « À chaque 5 mètres, le temps avance de 1,01 seconde ». Cette fois, la difficulté de représenter correctement le problème découle alors d'une erreur de compréhension mathématique. On ne peut utiliser un raisonnement de proportionnalité lors d'une situation associée à une équation du second degré (quadratique, telle qu'indiquée dans l'énoncé du problème). Cet aspect d'utilisation d'un raisonnement de proportionnalité sera d'ailleurs décrit lors d'un sous-thème spécifique du thème « Autres ». Il convient toutefois de mentionner que leur erreur apporte une dimension riche et intéressante puisqu'elle les a conduits à analyser et à discuter du sens à donner au temps négatif qui se trouve alors dans leur représentation.

Tableau 6. Représentations réalisées par les dyades lors du problème « Le lancer vertical »

<table>
<tr><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td colspan="3">Dyade 1</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>
</td></tr>
<tr><td>Dyade 2</td><td>Dyade 3</td><td>Dyade 4</td></tr>
</table>

De l'expérience spécifique de la dyade 1, on peut dire que : (a) dans le premier problème, il n'était pas suffisamment explicite que le ballon de soccer partait du sol au moment où il est frappé et (b) dans le deuxième problème, la difficulté se trouve par rapport à leur compréhension des mathématiques impliquées. Il reste cependant qu'à leur avis, il leur manquait des informations dans les deux cas pour leur permettre de résoudre adéquatement les problèmes. À la question B demandant de comparer le problème du soccer à celui du lancer vertical, ils déclarent :

Tâche TAC – Le lancer vertical – Question B (01:12:40)

Olivier :	Dans les deux cas, il y avait comme quelque chose que l'on savait pas. [...] Ouin, ça se ressemble... Dans les deux cas, il y avait quelque chose que l'on ne savait pas. [...]
Nicolas :	Pis dans les deux problèmes si on aurait les deux informations, on aurait probablement pu les solutionner... plus facilement.

Il convient alors de situer le tout quant au déroulement vécu au sein des autres dyades. Il faut préciser que les difficultés rencontrées par la dyade 1, et présentées ici, sont les plus prononcées. Une partie de l'explication se trouve dans la dynamique de la dyade et dans les propos de l'enseignant quant à ces deux élèves. Nous reviendrons sur ce point lors du sous-thème sur le raisonnement proportionnel. Dans les autres dyades, on retrouve aussi des discussions avant qu'il y ait consensus sur une représentation. Toutefois, au bout du compte, il leur a été possible d'en arriver à une représentation venant appuyer le problème et sa résolution (sauf dans le cas du problème d'introduction).

B. Origine du système de coordonnées

Un peu plus de 80 % des vignettes du thème « Compréhension » sont relatives au présent sous-thème à propos d'éléments entourant l'origine d'un système de coordonnées. Les vignettes de ce sous-thème proviennent des deux tâches (TAC et VNAO) et il a pu être structuré de manière à regrouper les vignettes qu'il contient autour de deux sujets principaux qui s'en dégagent. À savoir : (1) le positionnement implicite de l'origine[1] dans le cadre d'un contexte et (2) le déplacement de l'origine interprété comme un déplacement de trajectoire.

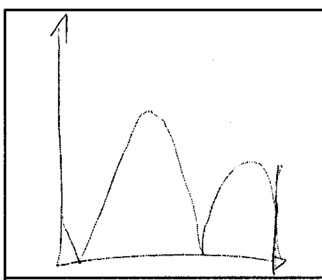
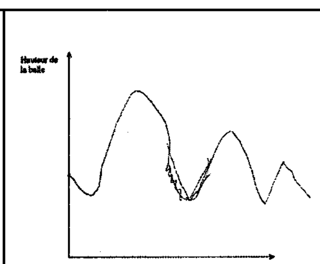
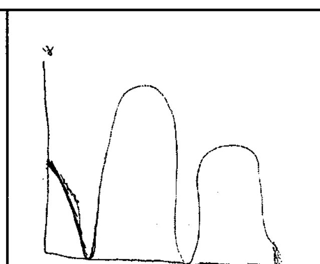
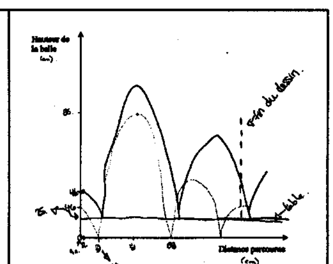
[1] Tout au long du texte, à moins d'indications contraires, l'emploi du mot *origine* doit être compris comme étant *origine du système de coordonnées*.

1. Positionnement implicite de l'origine dans le cadre d'un contexte

Dans la première partie du problème du soccer, il est sous-entendu pour le résoudre que l'origine se trouve au niveau du sol à l'endroit où le ballon a été frappé. De cette manière, l'axe des abscisses symbolise alors le sol et les zéros de la fonction correspondent ainsi au point de départ et au point d'arrivée du ballon. Le positionnement de l'origine et le rôle occupé par l'axe des abscisses en tant que sol ne sont pas formulés clairement. Toutefois, on peut les déduire à partir du contexte du problème. C'est ce que nous entendons par positionnement implicite de l'origine et, par extension ici, rôle implicite de l'axe des abscisses dans le cadre d'un contexte. Cela s'impose tout naturellement dans la première partie du problème du soccer et n'a causé aucune difficulté aux élèves. Toutefois, comme il le sera abordé un peu plus loin, cette approche implicite n'est pas nécessairement sans conséquence.

Pour le moment, concentrons notre attention sur le positionnement sous-entendu de l'origine observé lors de la tâche VNAO. Il faut savoir que, par défaut dans l'environnement technologique employé, l'origine du système de coordonnées se trouve dans le coin inférieur gauche de l'écran. L'écran correspond donc au premier quadrant du système de coordonnées. Comme cela a été demandé lors de la question C, il est aussi possible de déplacer l'origine à volonté. Par contre, dès qu'ils le pouvaient (comme il le sera discuté lors de l'introduction du prochain sujet de ce thème), les élèves replaçaient presque automatiquement l'origine à sa position initiale. À la question D de la situation 1 pour la tâche VNAO, il a été demandé aux élèves de construire le graphique de la hauteur de la balle en fonction de la distance parcourue. Le tableau 7 présente les graphiques esquissés par les dyades.

Tableau 7. Graphiques des dyades : Tâche VNAO – Situation 1 – Question D

			
Dyade 1	Dyade 2	Dyade 3	Dyade 4

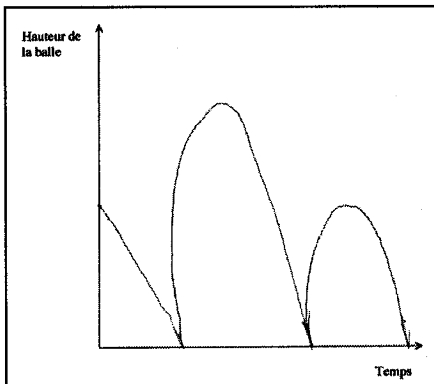
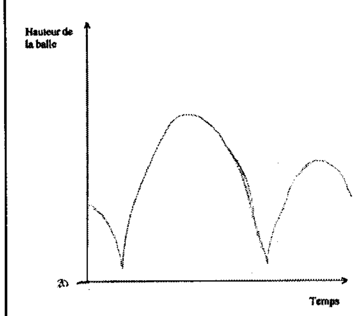
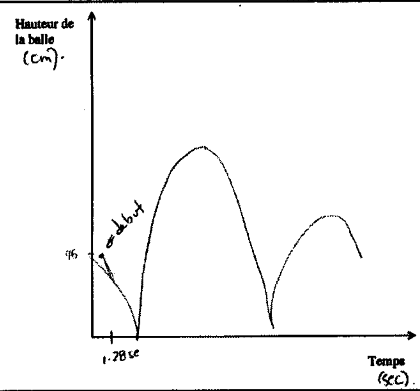
Avant d'aborder l'analyse de ces graphiques, il faut savoir qu'étant donné la position de l'origine dans le contexte de la situation 1 (voir la figure 3, l'origine se trouvant dans le coin inférieur gauche de l'écran), la table se trouve elle-même à une hauteur de 25 cm par rapport à l'origine. Toutefois, en observant les graphiques des dyades 1 et 3, on peut y déduire que l'origine se trouve bien à la gauche de l'écran, mais, pour eux malgré les coordonnées affichées, à la même hauteur que la table. Ainsi, de manière implicite selon leur graphique respectif, l'axe des abscisses coïncide avec la table. On voit que cela n'est cependant pas le cas dans le graphique de la dyade 2. Dans celui-ci, l'origine du graphique respecte le même positionnement qu'il y a dans la vidéo numérique. C'est aussi le cas dans le graphique de la dyade 4, mais cela ne fut pas instantané. Il s'agit de leur deuxième tentative de production du graphique. En effet, en observant les coordonnées lors de leur discussion entourant le tracé, elles en viennent à réaliser qu'il est incorrect que leur courbe touche à l'axe des abscisses. Ce faisant, elles constatent qu'elles avaient négligé de considérer la hauteur de la table compte tenu des coordonnées découlant de la position de l'origine. C'est ce qui les conduira à retoucher leur graphique et à y ajouter une droite à $y = 25$ pour représenter la table.

Tâche VNAO – Situation 1 – Question D (01:06:35)

Bianca :	Attends, attends, attends. Deux secondes.
Rosalie :	Ça commence…
Bianca :	Ça veut dire ça ici c'est la hauteur.
Rosalie :	Il retouche pas le (0,0).
Bianca :	Non, non, je le sais.
Rosalie :	Alors pourquoi il redescend là? [constate une erreur sur leur graphique]
Bianca :	Attends.
Rosalie :	Ça redescend seulement.
Bianca :	Attends.
Rosalie :	À 25.
Bianca :	Attends, si 25.
Rosalie :	Ça commence de 25.
Bianca :	Oh! Attends. Je le sais pourquoi ça marche pas. Parce que la table est ici. Elle est pas ici.
Rosalie :	C'est ça que je t'ai dit.

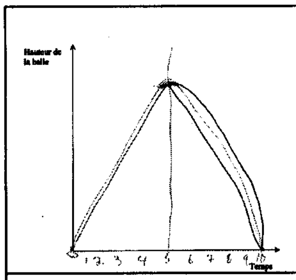
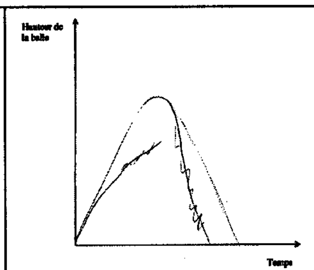
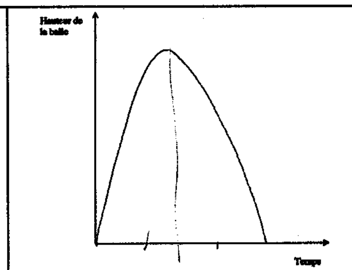
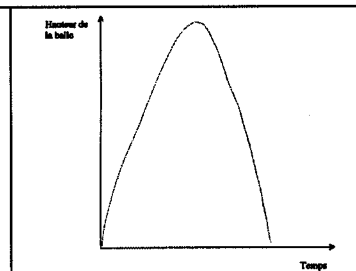
L'étude du positionnement implicite de l'origine au travers des questions suivantes de la tâche s'avère très intéressante. Alors que les dyades 2 et 4 semblent consciemment tenir compte du positionnement de l'origine dans la vidéo pour la construction de leur graphique, les choses se profilent autrement par la suite. Dans les graphiques de la question F (*Esquissez ce que le graphique de la hauteur de la balle en fonction du temps pourrait être*) pour les dyades 1, 3 et 4 (voir le tableau 8), l'origine est située sur la table et l'axe des abscisses la symbolise à nouveau. Dans ceux-ci, la courbe touche l'axe des abscisses tout comme la balle rebondit au contact de la table. Une distinction caractérise le graphique de la dyade 4. Il s'agit de la mention des coordonnées du point d'entrée de la balle dans le champ visuel de la vidéo. Néanmoins, alors que l'origine de leur graphique était en cohérence avec celui de la vidéo lors de la question D (*Esquisser ce que le graphique de la hauteur de la balle en fonction de la distance parcourue pourrait être*), cela n'est plus le cas ici. Reste le graphique de la dyade 2. On voit que, même si elle est assez près, leur courbe ne touche pas à l'axe des abscisses. En ce sens, ils sont constants avec leur représentation précédente à la question D quant à l'origine. Après leur avoir demandé de comparer leur graphique avec celui généré par l'ordinateur (question G), ils ajoutent le nombre 20 sur l'axe des ordonnées donnant ainsi une idée de la hauteur de la table par rapport à la position de l'origine dans la vidéo.

Tableau 8. Graphiques des dyades : Tâche VNAO – Situation 1 – Question F

<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>
</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>Dyade 1 et 3
(Graphiques identiques)</td>
<td>Dyade 2</td>
<td>Dyade 4</td>
</tr>
</table>

Puis, à la question L de la situation 2 (qui est similaire à la question F précédente pour la situation 1, sauf que cette fois-ci le mouvement de la balle est vertical), les graphiques de chacune des dyades sont semblables quant au fait qu'ils renferment alors tous implicitement l'idée que l'origine se trouve à la même hauteur que la table (voir tableau 9). Cela n'est pourtant pas le cas, la table étant toujours à 25 cm au-dessus de l'origine.

Tableau 9. Graphiques des dyades : Tâche VNAO – Situation 2 – Question L

			
Dyade 1	Dyade 2	Dyade 3	Dyade 4

Tout cela nous porte à penser que dans le contexte des situations 1 et 2 de la tâche VNAO, le bondissement d'une balle sur une table, le positionnement implicite de l'origine à la hauteur de la table de manière à ce que l'axe des abscisses symbolise celle-ci (déduction faite à partir de leurs représentations graphiques) s'effectue plus spontanément chez les élèves lors de la construction de leurs représentations graphiques. Et ce, malgré les coordonnées affichées dans la vidéo numérique. Il convient de rappeler qu'il leur était demandé d'esquisser les graphiques après avoir visionné à quelques reprises la vidéo numérique et de l'avoir décrite en détail. En dépit de cela, la position implicite de l'origine dans plusieurs graphiques ne concordait pas avec celle de la vidéo. Il est probable que le fait de devoir simplement esquisser les ait conduits à aborder la construction des graphiques avec une certaine légèreté. Ce faisant, ils ont intuitivement adopté une approche plus naturelle pour eux par rapport à la position de l'origine dans les situations présentées, soit que l'axe des abscisses symbolise la table.

2. Le déplacement de l'origine interprété comme un déplacement de trajectoire

Il faut bien admettre que le concept de système de coordonnées, d'origine d'un système de coordonnées et l'idée qu'il est possible de pouvoir déplacer l'origine d'un système de coordonnées peuvent être assez abstraits pour plusieurs élèves. Au cours de la résolution de la tâche VNAO, après avoir eu à déplacer l'origine pour répondre à la question C, certains ont rapidement demandé s'ils pouvaient replacer l'origine à sa position initiale avant de continuer la tâche pour répondre à la question D. À titre d'exemples : « On peux-tu le rebouger? (Noémie) » et « On peux-tu le mettre à 0? (Bianca) ». Elles étaient donc inconfortables par rapport au déplacement de l'origine. Pourtant, que les élèves le mentionnent lors de ce problème de la tâche VNAO ou lors de celui du soccer de la tâche TAC, ils s'expriment clairement à l'effet que le déplacement de l'origine n'a pas d'impact sur les distances calculées.

Olivier : (Dyade 1)	On a juste changé les numéros que quoi nous autres on comparait, mais c'est quand même… Si on refait le calcul, ça fait quand même la même chose. La distance est quand même la même.
Benoît : (Dyade 2)	[…] la distance parcourue est encore positive, pis le chiffre va pas changer.
Noémie : (Dyade 3)	C'est juste les coordonnées qui vont changer.
Bianca : (Dyade 4)	So, ça change rien.

Dans trois des transcriptions précédentes, il est tout de même intéressant de constater que les élèves s'appuient sur un argument de nature mathématique (« *numéros* », « *chiffre* », « *coordonnées* ») et non sur le sens commun en lien avec la réalité voulant que ce n'est pas parce que l'on déplace le système de référence qu'un lancer ou un botté de ballon peut parcourir une plus grande distance physique. Revenons un instant spécifiquement sur le problème du soccer où le positionnement implicite de l'origine a comme incidence que l'axe des abscisses symbolise le sol. S'il est juste d'affirmer que le déplacement de l'origine n'a pas d'impact sur les distances calculées, l'utilisation implicite qui est faite de l'origine et de l'axe des abscisses dans ce problème n'est pas sans implication. Alors que cela ne pourrait pas se produire dans un cadre visuel de référence comme celui de la vidéo numérique, Nicolas et Olivier font judicieusement remarquer qu'à partir des informations résultantes du déplacement de l'origine (question D de ce problème écrit sur le soccer), il serait alors impossible de déterminer où se trouve le sol, le point de départ et le point d'arrivée.

Le soccer – Question D :
Si l'on plaçait l'origine au sommet de la parabole, l'équation de la courbe décrite par le ballon de soccer deviendrait alors $h = -0{,}025d^2$. Quelle(s) conséquence(s) cela a-t-il sur la distance horizontale parcourue par le ballon du moment où il est frappé au moment où il touche le sol?

Tâche TAC – Le soccer – Question D (00:58:45)

Nicolas :	Ben, on pourrait pas trouver la distance.
Olivier :	Ben si ici on aurait jamais eu cette équation-là [pointe la première équation du problème], on pourrait pas trouver...
Nicolas :	… la distance parce qu'ici.
Olivier :	Ben, on sait que c'est 0,0.
Nicolas :	Oui... mais la seule raison.
Olivier :	Non attends, on sait que c'est 0,0 on sait que *a*…
Nicolas :	… c'est 0... -0,025.
Olivier :	Donc, on pourrait quand même dessiner la courbe.
Nicolas :	On pourrait la dessiner.
Olivier :	Mais on saurait pas où arrêter ici [indique la région inférieure du dessin de la parabole].

Nicolas :	Exactement parce que la raison qu'on connaissait la distance ici, c'est parce qu'on connaissait le sommet parce qu'on avait les deux valeurs ici [les points d'intersection entre la courbe et l'axe des abscisses].
Olivier :	Hum, hum.
Nicolas :	Là, à cause de ça on pouvait déterminer la distance. Pis sans ces deux données-là, on peut pas trouver la distance.

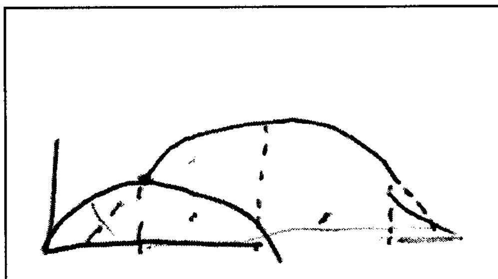
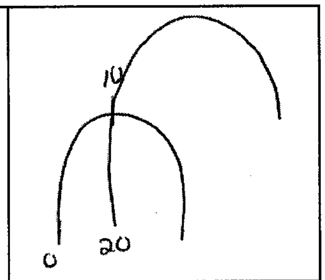
À la vue de tout ce qui précède jusqu'à maintenant pour ce sujet, outre un petit inconfort manifesté chez certains, les dyades semblent donc bien comprendre ce qui se rapporte au déplacement de l'origine. C'est aussi ce qui peut se dégager à la première lecture de la transcription suivante de la dyade 4.

Tâche TAC – Le soccer – Question D (00:11:25)

Rosalie :	Oh! C'est la même chose, ils ont juste déplacé.
Bianca :	So c'est translation, pis réflexion pis toute ça.
Rosalie :	Ouin. Juste déplacé parce que.
Bianca :	Ouin, je le sais ça.
Rosalie :	Ben oui, c'est ça.
Bianca :	Ouin.
Rosalie :	Il dit que s'il prenait ça là pis il le mettait en haut ça ça donnerait ça là.
Bianca :	Oui, mais quelle distance... c'est la même distance. C'est juste ça part pas du même point de départ. Comme t'as ton terrain de soccer là, mettons qu'il est ici, la première parabole part d'ici au lieu de partir d'ici. Il va partir d'ici, mais c'est la même distance [voir le graphique].
Rosalie :	Hein?
Bianca :	So, ça change rien.
Rosalie :	OK. Alors?
Bianca :	Ça change rien.
Rosalie :	[Écris : ça ne change rien]. OK.
Bianca :	C'est beau.

Tout peut y sembler cohérent, mais si l'on regarde simultanément leur représentation (dyade 4 dans le tableau 10), on peut se questionner sur leur compréhension du déplacement de l'origine. Ce constat est d'ailleurs également fait à propos de la représentation produite par la dyade 2 qui y est similaire (voir dyade 2 dans le tableau 10). Dans les circonstances, cela conduit à nous questionner sur la compréhension quant au déplacement de l'origine pour ces deux dyades.

Tableau 10. Représentation des dyades 2 et 4 : Tâche TAC – Le soccer – Question D

	
Dyade 2	Dyade 4

Débutons avec la dyade 2. Voici un passage de la transcription provenant de la vignette en lien avec cette représentation.

Tâche TAC – Le soccer – Question D (00:19:15)

Guylaine : Non, mais ce serait pas la même distance… la même distance sauf en translation comme… on a bougé la parabole.

[…]

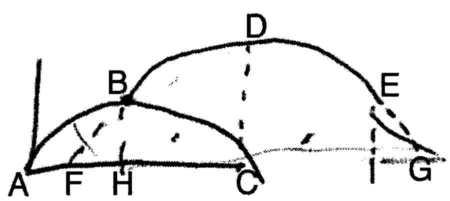
Benoît : Ça va pas vraiment affecter la distance. Ça va juste... parce si l'origine quand il a frappé le ballon c'est…

Guylaine : L'origine c'est plus… Ah! Attends une minute. Si on plaçait l'origine au sommet de la parabole. OK. Alors, il y a genre la parabole pis si on voulait déplacer ça comme.

Benoît : Au sommet, oui.

Guylaine : Le sommet, ben là ce serait la moitié de la distance [il est connu des élèves que la distance AH = 20 m].

Benoît : Non parce... ça va juste, ça va juste augmenter de... de 20.



Note : Les lettres ont été ajoutées par le chercheur dans le but de faciliter le suivi de la transcription.

Figure 9. Représentation de la dyade 2 : Tâche TAC – Le soccer – Question D

Guylaine : Augmenter de 20?

Benoît : Augmenter. La distance va juste augmenter de 20. Par exemple, euh, la courbe c'est [dessine la parabole passant par BDE]. Par exemple, la courbe était comme ça [pointe la parabole ABC]. Pis après le départ ça va être ici [pointe B]. Ça va faire exactement la même courbe comprends-tu? Ça [distance horizontale de AH] est égale à ça [distance horizontale de BD] et ça [distance horizontale de HC] est égale à ça [distance horizontale de DE]. Ça va être 40 [distance horizontale de BE], 40 mètres plus 20 mètres [distance horizontale de AH] est égale à 60 mètres.

[…]

Guylaine : Mais… Alors, pourquoi?

Benoît :	Mais c'est écrit, si on plaçait l'origine au sommet de la parabole.
Guylaine :	Oui, au lieu d'être là [A], ça devient là [B].
Benoît :	Ça va devenir là [B], pis après c'est écrit quelle(s) conséquence(s) cela a-t-il sur la distance horizontale. Ça va juste augmenter de 20. […]
Benoît :	Ça va pas vraiment changer quelque chose. Ça va juste… la distance va être la même, ça va être juste l'équation qui va être différente. Ça va être juste l'équation qui va être ça [pointe l'équation h = -0,025d^2]. À cause que l'on sait déjà que le sommet c'est 20 et 10 pis on remplace ça par 0 et 0. L'équation va être juste ça [pointe l'équation h = -0,025d^2]. Ça va être encore 40. Ça va être encore 40 mètres.
Guylaine :	À moins que, parce que là ça c'est à l'origine ce serait... Si tu vas à l'origine du sommet [B] pour frapper ça va être plus, alors ça rallongerait.
Benoît :	Oui, mais c'est que si tu rallonges ça [IG], tu... faut que tu rallonges ça ici [FH]. Pis tu fais ça par exemple.
Guylaine :	Ha! C'est comme l'affaire (?) ça s'annule. C'est comme le plus puis le moins un. Wow! C'est comme quand il y a plus 1 sur un bord, pis c'est moins un pis ça s'annule, alors ça devient 0 encore, pis tu oublies les deux.

Dans ce passage, on s'aperçoit que pour Guylaine, déplacer l'origine représente un déplacement de la parabole. Corollairement, compte tenu du contexte réel en cause, cela signifie donc un déplacement de la trajectoire du ballon qui y est liée. Pour eux, ABC devient alors BDE. Si, pour l'instant, il n'est pas clair que le sol se situe toujours au niveau des points AFHCG, cela sera établi un peu plus loin. Benoît envisage tour à tour trois possibilités quant à l'effet du déplacement de l'origine sur « la distance horizontale parcourue par le ballon du moment où il est frappé au moment où il touche le sol » comme le stipule la question. D'abord, il annonce que « ça va pas vraiment affecter la distance ». Puis, après une brève réflexion « si l'origine quand il a frappé le ballon c'est… » et un échange avec Guylaine, il se ravise et affirme que « ça va juste augmenter de 20 ». On commence alors à comprendre que pour eux, le terme origine est compris au sens d'origine de la frappe du ballon (en tant que point de départ de la frappe) et non pas en tant qu'origine du système de référence. Conséquemment, à la lecture de l'énoncé « si l'on plaçait l'origine au sommet de la parabole », plutôt que de déplacer le système de référence (le système cartésien de coordonnées), il déplace l'origine de la frappe du ballon et la trajectoire qui l'accompagne. Puis, constatant qu'utiliser la distance AH n'était pas adéquat, Benoît change à nouveau d'avis au sujet de la distance : « La distance va être la même, ça va être juste l'équation qui va être différente […] Ça va être encore 40. Ça va être encore 40 mètres ». Une intervention de Guylaine relançant la discussion « Si tu vas à l'origine du sommet [B] pour frapper ça va être plus, alors ça rallongerait » vient susciter une justification de sa part « Oui, mais c'est que si tu rallonges ça [IG], tu... faut que tu rallonges ça ici [FH] » introduisant l'idée que FH et IG s'annulent alors par symétrie comme le résume ensuite Guylaine.

La discussion se terminant ainsi pour cette question, la transcription ne nous permet pas d'en apprendre davantage sur cette annulation par symétrie. Néanmoins, ce dernier passage vient confirmer que le sol se situe toujours au niveau des points AFHCIG dans leur esprit. En effet, si ce n'était pas le cas, ils ne parleraient pas d'un prolongement pour BF et EG (c'est-à-dire FH et IG horizontalement parlant). Dans ces conditions, leur représentation doit être davantage considérée comme un dessin que comme un graphique. Tout ce qui précède nous porte donc à penser que le sens associé au terme origine est celui d'un point de départ pour la frappe du ballon et que cela se traduit donc en un déplacement de la trajectoire plutôt qu'en un déplacement de l'origine du système de référence.

Si l'on regarde ce qu'ils ont fait lors de la tâche VNAO, qui suit la tâche TAC pour cette dyade, tout semble parfaitement compris et maîtrisé. En effet, lorsque la question sur les conséquences du déplacement de l'origine est posée dans le cadre de la tâche VNAO (situation 1, question C), Benoît répond : « Ça devrait pas faire une différence à cause qu'une distance c'est toujours positif. Donc, c'est la différence entre le point final et le point initial ». Guylaine nuance même que si la distance ne change pas, les coordonnées de la position de la balle où celle-ci va rebondir, elles, vont changer : « Le chiffre va changer bien sûr parce que ce serait pas à 151 cm que ça refrappe ». Malgré tout, un doute vient ensuite ébranler notre certitude quant à sa compréhension conceptuelle. Au cours de la synthèse finale pour cette question, Guylaine laisse entrevoir une interprétation potentiellement semblable à celle présentée lors du problème du soccer (tableau 10) :

Guylaine : Si tu calculais au bas comme la distance du point d'origine, ça serait différent. Ça donnerait une autre réponse, mais puisque tu fais juste calculer la distance parcourue par la balle, ce serait quand même correct.

Il est dommage que la transcription ne nous permette pas d'en savoir davantage. Cela laisse plusieurs interrogations en suspens quant au sens à accorder à cet énoncé.

Concernant la dyade 4, le contenu des vignettes en lien avec la tâche VNAO s'avère beaucoup plus riche afin de mieux comprendre leur réflexion que ce que nous retrouvons dans la transcription de leur problème du soccer. Examinons la compréhension de Rosalie et de Bianca quant aux conséquences du déplacement de l'origine du système de référence à la question C de la tâche VNAO. Au départ, toutes les deux affirment sans détour que la distance restera la même.

Bianca : « Quelle(s) conséquence(s) cela a-t-il sur la distance horizontale? » Elle parcourt la même distance.
Rosalie : C'est quand même la même distance.

Alors que tout aurait très bien pu en rester là, Rosalie introduit la dimension temporelle dans son explication. Ce faisant, elle lance alors une discussion qui se montrera très riche en information quant à leur compréhension. Les lettres se réfèrent à la figure 10.

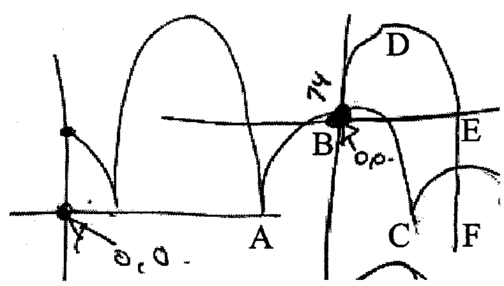
Rosalie : Le temps, le temps serait plus grand [...] parce qu'il commence du sommet [B] pis là il retombe. Pis il y a plus de distance à parcourir quand il va redescendre pour toucher le plancher [trajectoire BDEF]. Pis là il va remonter encore une fois. Mais parce qu'il commence à une hauteur [B] sa descente [BDEF] va être plus longue que s'il commençait juste comme tout de suite du plancher [trajectoire ABC]. Comme s'il commençait du plancher ce serait un certain temps, mais s'il le mettait là [B] ça y prendrait tout ça pour redescendre [trajectoire BDEF]. Alors, le temps ici sera plus grand.

Bianca : Non. Non, check. Quand tu l'as là [B]. Ça, c'est la table. OK? [pointe la ligne au niveau de ACF]. Ici, il commence d'ici [B], c'est le sommet.

Rosalie : Oui, je l'sais.

[...]

Bianca : Le temps va être moins grand. Parce qu'il a juste besoin de redescendre [trajectoire BC].



Note : Les lettres de A à F ont été ajoutées par le chercheur dans le but de faciliter le suivi de la transcription.

Figure 10. Représentation de la dyade 4 : Tâche VNAO – Situation 1 – Question C

Un long dialogue de 27 minutes s'ensuit entre eux pour tenter de clarifier mutuellement leur point de vue. Les tableaux 11 et 12 renferment une sélection de certains passages clés permettant de brosser un portrait de leur point de vue respectif. Le tableau 11 présente le point de vue de Rosalie et le tableau 12 celui de Bianca. Chaque tableau contient deux sections. La première traite de ce qui touche au positionnement de l'origine et à la trajectoire suivie par la balle. La deuxième traite de la dimension temporelle. Bien sûr, tout cela est en étroite interrelation et le cloisonnement se révèle un peu artificiel. Ce que contient le tableau de Rosalie nous en apprend par le fait même sur Bianca et vice versa. Idem pour ce qui est des deux sections de chaque tableau. Il faut aborder l'ensemble d'une manière globale. La séparation par tableau et par section n'est là que pour faciliter la lecture.

Tableau 11. Extraits de la transcription en lien avec Rosalie quant aux conséquences du déplacement de l'origine du système de référence

Tâche VNAO – Situation 1 – Question C	
Positionnement de l'origine et trajectoire suivie par la balle	
Bianca :	Ça [B], c'est le sommet du deuxième bond. OK?
Rosalie :	Ouin, mais c'est rendu l'origine maintenant.
Bianca :	C'est pas grave.
Rosalie :	Alors, c'est de là [B] que tu vas le lancer.
[…]	
Rosalie :	C'est comme si j'aurais bougé la chose [indique la courbe dessinée] pis je le mets à 74 [B].
[…]	
Rosalie :	Ouin, mais là, tu reprends tout ça pis tu le mets là [B].
Bianca :	Non.
Rosalie :	Ça [B] ça devient ton origine.
Bianca :	Oui.
Rosalie :	Alors, ça va commencer là.
Bianca :	Ça veut pas dire que ça va commencer là.
Rosalie :	Ben c'est ça l'origine. L'origine de ton chose va commencer là [B]. Ça va être la première place que ça va bondir.
[…]	
Bianca :	Non, tu changes pas toute la place pour le recommencer de ce point-là [B].
Rosalie :	Ça dit pas de déplacer ton origine jusqu'au sommet?
Bianca :	Oui.
Rosalie :	Alors, ça va commencer de là [B] au lieu de commencer de là [pointe l'origine initiale], mais ça va être la même chose.
Bianca :	Pourquoi ça peut pas juste continuer de là [B]?
[…]	
Rosalie :	Toi tu dis qu'on a lancé vers le bas [trajectoire BC]. Moi je dis qu'on a lancé vers le haut [trajectoire BDEF].
Positionnement de l'origine et dimension temporelle	
Rosalie :	C'est le même lancer, alors ça va prendre plus de temps pour retoucher au sol. […] Pour que ça redescende, ça va prendre plus de temps.
[…]	
Rosalie :	C'est la même distance, mais ça va prendre plus de temps.
Bianca :	Oui, mais est-ce qu'il le lance de là [B]?
Rosalie :	Oui, il le lance de là [B], pis là ça va toucher par terre pis ça va monter. Mais c'est pas que…
Bianca :	Non, c'est l'origine. L'affaire c'est que l'origine […] ça veut pas dire qu'il va le lancer à (0,0).
Rosalie :	C'est ça que. Bien si la balle part de (0,0) pis si elle part de 74, elle doit quand même retourner en bas, pis remonter.
[…]	
Rosalie :	Ça change pas la distance parce que ça va rester la même. Ça va prendre plus de temps pour que la balle atteigne cette distance-là.
[…]	
Rosalie :	Fait juste dire que la courbe va commencer à (0,0) là [pointe l'origine initiale], mais si tu la déplaçait à 74, tu déplaces l'origine à 74 [B]. […] Ça ferait la même distance, mais pendant plus de temps.

Tableau 12. Extraits de la transcription en lien avec Bianca quant aux conséquences du déplacement de l'origine du système de référence

Tâche VNAO – Situation 1 – Question C	
Positionnement de l'origine et trajectoire suivie par la balle	
Bianca :	OK. La table est ici [au niveau de ACF]. Ta table est dans les moins sur ton plan cartésien, mais ça dérange pas. Ça [B] c'est (0,0). Ton point y est à (0,0) sur ton sommet. Elle va descendre pis là elle va aller comme ça [trajectoire de B à C].
[...]	
Rosalie :	Ouin, mais la balle va commencer de là [B] en premier.
Bianca :	Elle va commencer d'ici la balle [indique la position où la balle apparaît à l'écran].
[...]	
Bianca :	Oui, mais quand.... ton origine est ici [B]. OK? Mais tu le pars là [indique la position où la balle apparaît à l'écran], il part quand même d'ici [indique la position où la balle apparaît à l'écran]. Ton origine est là [B], mais il part d'ici [indique la position où la balle apparaît à l'écran].
[...]	
Bianca :	L'origine est ici [B] à (0,0), mais ta balle commence ici [indique la position où la balle apparaît à l'écran].
[...]	
Bianca :	OK. Ça [B] c'est (0,0). Là, ça prendrait pas plus de temps parce que...
Rosalie :	Ça [B] c'est pas (0,0) ça devient 74.
Bianca :	Ça ce serait (0,0) parce que c'est ton origine maintenant.
Rosalie :	L'origine est au sommet.
Bianca :	Exactement, mon sommet est ici [B].
Rosalie :	Il est 74 ton sommet.
Bianca :	Oui, mais il n'est plus 74, il est 0 parce que c'est l'origine.
Positionnement de l'origine et dimension temporelle	
Bianca :	Il fait juste descendre. Donc, ça prend deux fois moins de temps.

Les extraits contenus dans ces deux tableaux nous aident à mieux comprendre comment s'articule le point de vue de Rosalie et de Bianca en conséquence au déplacement de l'origine du système de référence. Pour Rosalie, comme elle le mentionne, l'origine c'est l'« endroit où tu vas lancer ». Il y a donc en incidence que la nouvelle position de l'origine (le point B) devient alors l'endroit d'où la balle est lancée. Un déplacement de trajectoire accompagne nécessairement cette logique. Subséquemment, puisque selon elle le lancer s'effectue vers le haut (trajectoire BDEF), il est normal et cohérent à ses yeux que cela prenne plus de temps. En effet, la distance en terme de trajectoire à parcourir par la balle étant plus grande à cause de la hauteur du lancer, cela devrait prendre plus de temps. Elle s'appuie sur l'argument que plus un bond est haut, plus la durée est grande avant que la balle ne retouche la table. À ses yeux, la distance horizontale du bond n'est pas affectée (elle est simplement décalée), mais la hauteur, elle, l'est. Bianca questionne Rosalie à quelques reprises pour tenter de comprendre son point de vue. Elle lui demande même directement : « Oui, mais est-ce que l'origine ça veut dire aussi que si tu changes l'origine tu vas changer la place où il lance? ». Pour Bianca, l'origine ne représente pas l'endroit où le lancer est effectué. Il n'y a pas de déplacement de trajectoire. Le fait que pour elle la durée est moins grande pour parcourir la distance se comprend compte tenu qu'elle considère le temps de l'origine jusqu'au point de contact avec la table, soit de B à C, et non selon la trajectoire complète ABC. Cette approche lui fait dire entre autres que « Il fait juste descendre. Donc, ça prend deux fois moins de temps ». Tout juste avant qu'elles ne passent à la question suivante, il leur a été demandé en lien avec le déplacement de l'origine : « Pour vous, est-ce à dire que c'est la balle que l'on prend et qu'on lance d'un autre endroit? ». Ce à quoi Bianca a répondu : « Pour elle oui. Pas pour moi ».

Qu'y a-t-il à retenir de l'étude de ce sous-thème à propos de l'origine du système de coordonnées? Principalement que le sens associé au terme origine par certains élèves n'est pas nécessairement celui mathématique en tant qu'origine du système de référence. Pour eux, l'utilisation du terme origine renvoie à l'idée de début (que cela soit de la frappe du ballon ou du lancer) plutôt qu'à celle de point de départ d'un système de coordonnées. Compte tenu des contextes traités, le reste de la situation demeurant inchangé (plancher, sol), cela se traduit par conséquent en un déplacement de la trajectoire.

Deux questions sont liées au déplacement de l'origine : la question D du problème du soccer dans la tâche TAC et la question C de la situation 1 dans la tâche VNAO. En rétrospective de ce sous-thème, on constate qu'il semble y avoir une plus grande abondance de fondements entourant le cas où l'origine est interprétée dans le sens de début lors de la tâche TAC que lors de la tâche VNAO. Une partie de l'explication en regard à cela pourrait être que, outre la dyade 4, les autres dyades n'ont pas tellement élaboré leur raisonnement sous-tendant leur réponse à la question C (VNAO). Il est aussi possible de croire qu'il peut s'agir d'une mauvaise formulation de l'énoncé. Les dyades 2 et 4, qui sont celles ayant commencé par la tâche TAC, ont toutes deux eu plus tendance à interpréter origine au sens de début.

Tâche TAC- Le soccer - Question D :
« Si l'on plaçait l'origine au sommet de la parabole, l'équation de la courbe décrite par le ballon de soccer deviendrait alors $h = -0{,}025d^2$. Quelle(s) conséquence(s) cela a-t-il sur la distance horizontale parcourue par le ballon du moment où il est frappé au moment où il touche le sol? »

Tâche VNAO - Situation 1 – Question C :
« Actuellement, l'origine du système de référence se trouve dans le coin inférieur gauche de la vidéo. Si l'on déplace l'origine du système de référence pour le positionner au sommet de la trajectoire [Chercheur :

Déplacer l'origine jusqu'au sommet], quelle(s) conséquence(s) cela a-t-il sur la distance horizontale parcourue par la balle entre le moment où elle touche la table une deuxième fois et le moment où elle y toucherait une troisième fois? Autrement dit, quelle(s) conséquence(s) cela a-t-il sur la réponse trouvée à la question précédente? »

Il n'est pas explicitement dit dans l'énoncé se rapportant au problème du soccer qu'il s'agit de l'origine du système de référence. Cela est par contre mentionné dans l'énoncé de la situation 1 de la tâche VNAO. Le choix des termes a peut-être eu une influence importante. L'utilisation du simple terme « origine » était-elle trop implicite et insuffisamment claire pour les élèves? Il ne faut toutefois pas conclure que l'ordre des tâches peut avoir été le seul facteur déterminant. Dans la dyade 4, l'interprétation de Rosalie dans les deux tâches est similaire. Il faut se questionner. Au lieu de l'expression « *origine du système de référence* », aurait-il été préférable d'utiliser « *origine du système de coordonnées* », « *origine du système de coordonnées cartésiennes* », « *point origine du système de coordonnées* », « *point origine du système de coordonnées cartésiennes* », « *point de départ du système de coordonnées* » ou encore « *point de départ du système de coordonnées cartésiennes* »? Il est aussi permis de s'interroger à savoir quelle était la connaissance des élèves quant au concept d'origine du système de coordonnées avant d'entreprendre la réalisation des tâches proposées dans le cadre de cette recherche. Quoi qu'il en soit, la compréhension des élèves à propos de l'origine du système de coordonnées demeure ambiguë.

Référence au vécu

Ce thème comprend 24 vignettes qui sont toutes en lien avec la tâche VNAO. Cela correspond au tiers (33 %) du total de l'ensemble des vignettes. Il ne faut cependant pas en conclure qu'aucune référence au vécu n'est faite dans la tâche TAC. Cela signifie seulement que dans la tâche VNAO, la référence au vécu est davantage utilisée sur le plan de l'argumentation et de l'analyse, ce qui a donné lieu à l'identification de plusieurs vignettes touchant cet aspect. Comme le montre la citation suivante, les élèves utilisent leur expérience concrète antérieure entourant le bondissement d'une balle en guise de référence pour soutenir leur point de vue au cours de l'analyse ou de l'argumentation.

Tâche VNAO – Situation 1 – Question D (00 :17 :30)

Nicolas : Non, je sais, mais la deuxième fois que ça bondit [pointe l'écran], la distance entre... Comme si t'échappes une balle. La première fois que ça va tomber, ça va être plus grand que quand ça va [mime avec la main le mouvement des plus petits rebonds de la balle au fil du temps].

Il serait simpliste et très réducteur de limiter notre analyse de ce thème à l'énoncé que la référence au vécu par les élèves constitue un aspect sur lequel ils s'appuient pour l'analyse et l'argumentation. La référence au vécu se présente sous de multiples facettes, nuances et usages lors des deux situations comprises dans la tâche VNAO. Dans l'exemple suivant, les élèves essaient d'expliquer la trajectoire de la balle à partir de la description des actions d'une personne qui n'est pas présente dans la vidéo. La référence à leur vécu sert alors à tenter de donner un sens à la situation présentée en expliquant la cohérence du comportement de la balle à l'écran.

Tâche VNAO – Situation 1 – Question A (00:24:35)

Bianca :	Elle monte là parce que c'est comme si quelqu'un la lançait fort. Elle va bondir pis après elle va faire ça [mime le rebond].
Rosalie :	C'est comme les balles que tu lances pis y touchent le plafond pis là [mime le rebond].
Bianca :	Oui, mais dans ce contexte-là, c'est comme s'il y avait eu quelqu'un, une personne, juste ici là. Comme juste ici, pis elle va la lancer.
Rosalie :	La lancer.
Bianca :	C'est comme…
Rosalie :	Lance par terre.
Bianca :	Elle la lance ici, par exemple, comme… ben, tu vois?
Rosalie :	Oui.
Bianca :	Ce serait d'ici à peu près.

Cette recherche d'explication du comportement de la balle donne aussi lieu à l'utilisation de certains concepts de physique (la force, la vitesse, l'accélération et la gravité) pour décrire ou expliquer la situation. Globalement, six vignettes (25 % des vignettes de ce thème) en provenance de trois dyades contiennent la présence de certaines idées liées à la physique. En ce qui concerne la force de gravité, Olivier et Benoît y font référence très explicitement.

Olivier (dyade 1) :	« Son bond rapetisse à mesure qu'elle avance. La balle perd de la force à mesure qu'elle avance ».
Benoît (dyade 2) :	« Si tu lâches de même [mime l'action] d'une certaine hauteur la balle. À cause de la gravité de la balle, la balle va toujours… euh… perdre l'altitude du commencement. Ça va toujours comme réduire l'altitude ».

Il appert, lors de la tâche VNAO, que ce mélange de concepts de physique avec la référence à leur vécu peut conduire à la manifestation de conceptions erronées qui y sont rattachées en regard de la cinématique. Durant les discussions entre Guylaine et Benoît à propos de la situation 1, bien que ce dernier sache que la balle possède une trajectoire parabolique et donc symétrique, il affirme à deux reprises quant au temps de montée et de descente de la balle que celle-ci prend plus de temps à « monter » qu'à « descendre ». Ces deux affirmations s'avèrent incorrectes d'un point de vue physique et constituent des conceptions naïves/intuitives de la cinématique du mouvement d'un projectile, la balle dans le cas présent.

> Tâche VNAO – Situation 1 – Question F (01:03:12)
> Benoît : [...] quand ça va remonter vers le haut, il va avoir plus de secondes qu'elle va rester dans les airs. Pis quand ça va redescendre, ça va redescendre vite.
>
> Tâche VNAO – Situation 1 – Question G (01:04:55)
> Benoît : [...] parce que c'est vrai que vers le haut ça prend plus de secondes. Pis quand ça va vers, quand ça va vers le bas, il y a moins de secondes d'écoulées [...].

Benoît n'est pas le seul à mettre de l'avant certaines conceptions erronées. À titre de deuxième exemple, attardons-nous quelques instants sur Olivier et Nicolas. Quant à eux, dans le cadre de la situation 2 montrant un mouvement vertical, ils tracent un graphique de la hauteur de la balle par rapport au temps ayant la forme d'un triangle; c'est-à-dire pointu au point culminant et dont la montée et la descente de la balle se font de manière linéaire. Puis, après comparaison avec le graphique affiché par l'ordinateur, ils discutent à savoir si cela doit être pointu ou rond. Ils décident finalement que cela doit être « une petite courbe presque plate » au sommet soutenant alors la conception physique erronée qu'une balle s'immobilise une fraction de seconde à la hauteur maximale de sa trajectoire. La figure 11 présente le graphique résultant de leur travail et des passages de la discussion appuyant les propos précédents suivent celui-ci.

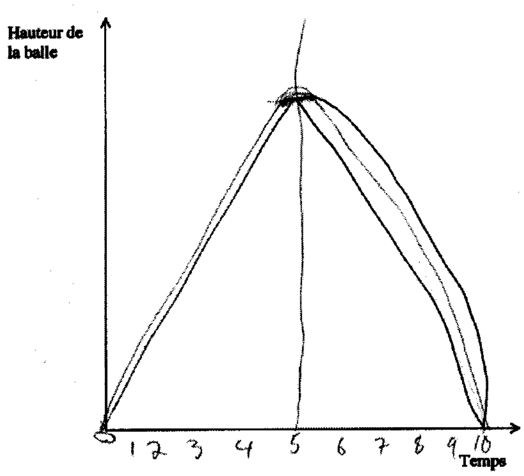


Figure 11. Conception liée à la cinématique de Nicolas et de Olivier (Tâche VNAO, question L)

Tâche VNAO – Situation 2 – Question L/M (00:39:26)

Olivier :	Elle [la balle] reste en haut plus longtemps. Elle reste en haut une deux... des fractions de seconde pis elle commence à redescendre.
[...]	
Olivier :	Plutôt comme ça [trace le graphique sur sa feuille]. Comme ça. Ça arrêterait ici [pointe le « sommet »]. Après ça, Ça redescendrait ici.
[...]	
Nicolas :	Pis la fois que ce serait un triangle. Comme disons comme t'avais quelque chose ici. Comme si tu lançais une balle au plafond. Là, une fois que ça touche le plafond, ça va redescendre. Tandis que ça, c'est juste dans les airs. Ça va, ça va comme [mime une petite courbe avec sa main].
Olivier :	Parce qu'il y aura pas d'objet qui va l'arrêter comme, qui va... qui va la forcer à redescendre.
Nicolas :	Donc, ça va arrêter comme une demi-seconde pis là ça redescend.
[...]	
Olivier :	Ça devrait [retouche le dessin] être comme ça. Ça devrait être droit. C'est moi qui l'a fait vite.
Chercheur :	Donc, vous le feriez droit.
Nicolas :	Oui.
Olivier :	Oui.
Nicolas :	Non, mais y aurait comme une petite courbe ici. Ce serait pas quelque chose de pointu.
Olivier :	Ça serait, ça serait plat parce qu'elle reste à la même hauteur. Ouin un [inaudible] temps... comme la ligne.
Nicolas :	Juste, mais c'est presque rien.
Olivier :	Ouin.
Nicolas :	Donc, ce serait de même [trace sur le sommet].
Olivier :	Ouin une petite affaire de même [retrace sur le sommet].
Chercheur :	OK. Vous pouvez me corriger tous les deux, je veux juste être certain que je comprends bien. Ça monte en ligne droite ici. Ça fait une petite courbe, mais pas longtemps d'après ce que dit Olivier et, vous avez l'air d'accord Nicolas aussi, ça fait une petite courbe.
Nicolas et Olivier :	Oui, oui [tout au long de la description faite par le chercheur].
Chercheur :	... et ensuite ça redescend.
Olivier :	Ça redescend pareil comme ça a monté ici.

En plus de tenter de donner un sens en lien avec la situation, leur vécu permet également de conserver une cohérence quant à la dimension temporelle au moment de répondre aux questions de la tâche. Cette conscience du temps qui s'écoule se retrouve à de multiples occasions dans les transcriptions. Cela influe sur leur analyse de la situation de même que sur leur argumentation comme en témoigne les passages suivants à propos de la question L (*Esquissez sur une feuille ce que le graphique de la hauteur de la balle en fonction du temps pourrait être*) de la situation 2 où la balle effectue un mouvement vertical (mouvement sur place).

Tâche VNAO – Situation 2 – Question L (01:19:20)

Bianca :	[...] ton graphique peut pas être juste une ligne droite parce que sans ça ton temps y passerait pas.

Tâche VNAO – Situation 2 – Question L (01:16:35)

Guylaine :	[...] La distance elle avance pas, mais le temps y avance toujours.
Benoît :	Hum, hum.

Guylaine : Le temps, il y a toujours une progression de temps, alors la hauteur de la balle, on pourrait pas juste faire une ligne parce que… Ben pas pour cette situation-là en tout cas. OK le temps avance alors c'est pour ça que l'on a une courbe. Parce que la hauteur elle monte pis elle redescend, mais le temps avance toujours.

La recherche de sens et la conscience du temps qui passe dans les situations présentées donnent lieu, à quelques reprises, à l'extrapolation du mouvement de la balle. À titre d'exemple, alors que Guylaine et Benoît tracent le graphique de la hauteur de la balle en fonction de la distance parcourue pour la situation 1, ils continuent de tracer leur représentation graphique au-delà du temps compris dans la vidéo. Guylaine explique au moment de comparer son graphique avec celui généré par l'ordinateur : « Nous autres on a continué pis eux autres, ils ont arrêté là. Ben, eux autres... l'ordinateur ». Dans la dyade 1, faisant ce même constat par rapport à leur graphique, Olivier apportera une retouche à celui-ci en mentionnant : « […] y couperait à peu près ici [trace une ligne verticale à la droite du graphique en guise de coupure]. On voit pas la balle quand elle touche le sol ».

À partir de tout ce qui précède, on constate donc que la référence au vécu peut servir de point d'appui pour l'analyse ou de fondement pour donner un sens à la situation présentée. Partant de là, elle permet de même une certaine extrapolation de la trajectoire de la balle découlant de leurs expériences concrètes du mouvement d'une balle et de la conscience de l'implication du temps qui s'écoule. De plus, dans la recherche de sens et de cohérence de la situation, il y a parfois recours à des concepts de la physique pour expliquer la situation observée. L'ensemble de cela peut conduire à la manifestation de certaines conceptions erronées en lien avec la cinématique lors des discussions au sein des dyades.

Autres

Le thème « Autres » comprend 9 vignettes (c'est-à-dire 12 % des vignettes) toutes en lien avec la tâche VNAO, sauf une seule pour la tâche TAC. À la lecture de ces vignettes, on se rend compte que 4 grandes idées principales se profilent : (a) Discussion sur la différence d'échelle ou d'unités des axes, (b) Erreurs liées à l'interface du logiciel et à la manipulation technique, (c) Tentative d'utilisation d'un raisonnement de proportionnalité et (d) Persistance d'un raisonnement erroné et dynamique de négociation de sens.

A) Discussion sur la différence d'échelle ou d'unités des axes

Des éléments de discussion sur la différence d'échelle ou d'unités des axes se trouvent au sein de trois vignettes liées à la situation 1 de la tâche VNAO en rapport avec les questions G et H. La question G consiste en une comparaison du graphique esquissé de la hauteur de la balle en fonction du temps avec celui tracé à l'aide de l'ordinateur. Puisque les deux graphiques comparés possèdent les mêmes unités dues aux coordonnées fournies, les élèves pouvaient alors être emmenés à réfléchir sur la différence d'échelle utilisée pour la graduation des axes entre leur graphique esquissé et celui tracé par l'ordinateur (graduation implicite lors de l'esquisse, mais formelle à l'ordinateur). Pour ce qui est de la question H, il s'agit plutôt de comparer les graphiques, tous deux tracés par l'ordinateur, de la hauteur de la balle en fonction du temps et de la hauteur de la balle en fonction de la distance parcourue. Dans ce cas, il y a une différence d'unités sur l'axe des abscisses entre les deux graphiques. Le temps et la distance sont deux unités distinctes, mais qui peuvent paraître d'allure graphique semblable pour les élèves étant donné la situation présentée.

En rapport à la question G, Guylaine parle de la différence d'échelle « [...] la largeur de nos courbes est différente. Ça dépend d'où est-ce qu'on voulait espacer nos secondes ». Elle fait ensuite remarquer, à juste titre, que pour le graphique tracé par l'ordinateur « c'est étiré pour couvrir toute la page ». Elle montre donc une compréhension de la différence d'échelle et de la manière qu'a l'ordinateur de construire les graphiques. Dans une autre dyade, Rosalie explique la différence entre les deux graphiques en utilisant l'argument que leur graphique « c'est juste une esquisse ». On remarque de plus que la dyade 3 fait une utilisation ambiguë du terme « unité » pour parler d'une différence d'échelle ou d'unités. Dans le contexte de la question G (différence d'échelle), Noémie dira « C'est plus rétréci ici parce que les unités sont différentes [...]. Ici c'est comme par 20, pis ici c'est par un. So, c'est évidemment plus petit ». Puis, elle emploiera le même terme « unité » dans le contexte de la question H (différence d'unités) tout en l'articulant dans un certain sens quant à une idée de différence d'échelle : « [...] à cause les unités sont différentes, comme les euh, les euh, les espaces entre les unités sont différents... il y a une différence dans l'élargissement du graphique, mais ça a comme la même trajectoire ». Sur la base de ces citations, nous pouvons demeurer sceptiques quant à la compréhension de Noémie sur ces deux aspects. La relation entre les unités et l'échelle se retrouve aussi dans la dyade 1. L'extrait suivant d'une intervention d'Olivier à une réponse de Nicolas à la question H vient expliciter sa compréhension de la relation entre les unités et l'échelle d'un graphique.

Tâche VNAO – Situation 1 – Question H (00:28:55)

Nicolas :	[...] pis la différence c'est que là... juste l'espace entre les deux.
Olivier :	C'est différent parce que l'échelle est différente ici [pointe les axes].
Nicolas :	Oui.
Olivier :	L'échelle par laquelle on va pour la distance et le temps est différente. Donc celui-là plus que, celui-là y est plus comme... comme ça ici [mouvement de rapprochement avec ses mains] compressé. Tandis que celui-là y est plus élargi [mouvement d'éloignement avec ses mains].

À partir des divers constats qui précèdent, il transparaît qu'une certaine confusion semble être présente chez certains élèves entre la différence d'échelle, la différence d'unités et la relation entre ces deux éléments. Ceci ne doit pas être compris comme étant nécessairement spécifique à la tâche VNAO. L'association de ce sous-thème avec la tâche VNAO découle du fait que les questions de comparaison graphique n'étaient présentes que dans la tâche VNAO, l'ordinateur n'étant pas présent dans la tâche TAC.

B) Erreurs liées à l'interface du logiciel et à la manipulation technique

Deux vignettes sont rattachées à des erreurs liées à l'interface du logiciel et à la manipulation technique. Il aurait été possible de retrouver plus de deux vignettes dans ce sous-thème, mais il ne faut pas oublier de considérer que le codage quant à la construction de sens repose sur les vignettes qui proviennent elles-mêmes du contenu des catégories « Analyse » et « Mise en œuvre argumentative » du codage des processus. La majorité des erreurs techniques étant incluses dans la catégorie « Autre » du codage des processus, cela les a donc exclues des vignettes. Quoi qu'il en soit, les deux exemples qui suivent nous semblent assez caractéristiques. Premier exemple. Sans le savoir, Guylaine déplace le curseur de position de la balle et cela a comme conséquence de modifier les coordonnées de celle-ci pour l'image affichée à ce moment particulier. Il a donc fallu réajuster la situation sinon toute l'interprétation de ce problème aurait été affectée. Deuxième exemple. Olivier fait une erreur de manipulation. Après avoir placé la variable temps sur l'axe des abscisses, il glisse cette fois la variable temps sur l'axe des ordonnées. Le graphique affiché est alors une fonction affine de variation directe. L'affichage du graphique en résultant le surprend quelque peu, mais il constate et corrige rapidement son erreur.

C) Tentative d'utilisation d'un raisonnement de proportionnalité

L'idée d'utiliser un raisonnement de proportionnalité se trouve dans le discours d'Olivier. Elle est présente dans trois vignettes, deux de la tâche VNAO lors de la question B et une de la tâche TAC lors du problème sur le lancer vertical, et a donné lieu à des dialogues avec son collègue durant une quinzaine de minutes au total. Pour répondre à la question B de la tâche VNAO (*Trouvez la distance horizontale parcourue par la balle entre le moment où elle touche la table pour une deuxième fois et le moment où elle y toucherait pour une troisième fois*), Olivier cherche à établir une proportion entre les bonds à partir du rapport entre la largeur d'un bond et sa hauteur.

Tâche VNAO – Situation 1 – Question B (00:11:32)
Olivier : On calcule la distance ici [mouvement dans le sens de l'axe des *x* où le premier bond], puis la distance ici [mouvement dans le sens de l'axe des *y*]. Puis après, le rapport entre ces deux distances donne le rapport entre ici [mouvement dans le sens de l'axe des *x* où le deuxième bond], ici [mouvement dans le sens de l'axe des *y* où le deuxième bond].

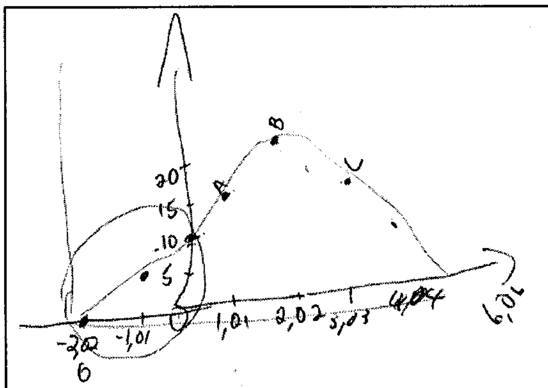
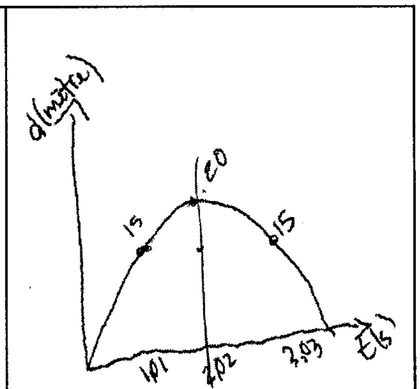
Alors qu'Olivier jongle avec cette approche durant plusieurs minutes, Nicolas revient régulièrement avec l'idée d'utiliser la propriété de symétrie des paraboles pour résoudre le problème. Néanmoins, Olivier reste sur sa position et cherche plutôt à établir une proportion entre le premier et le deuxième bond. On comprend un peu mieux la dynamique de cette dyade en considérant le point de vue de l'enseignant quant à ces deux élèves. Olivier est quelqu'un qui participe activement, qui est sûr de ses moyens et que les autres perçoivent comme possédant une grande capacité d'abstraction mathématique. Quant à Nicolas, selon les dires de l'enseignant, il porte l'étiquette « élève en difficulté » par rapport aux autres élèves du groupe « enrichi » de ce cours théorique. Il réussit assez bien si le concept est pratique, mais il éprouve de la difficulté lorsqu'il s'agit d'abstraction. Ce qui précède peut expliquer pourquoi Nicolas a de la difficulté à convaincre Olivier. Toutefois, après quelques tentatives infructueuses, Nicolas arrive finalement à convaincre Olivier en employant le même vocabulaire que ce dernier en lien avec les rapports. Même si le raisonnement de Nicolas en demeure un de symétrie, Olivier se montre alors plus réceptif à l'argumentation. À la fin de la discussion, ils déterminent la réponse exacte à la question grâce à la propriété de symétrie mise de l'avant par Nicolas. Dans cette « négociation », le choix du langage a donc joué un rôle de médiateur important.

Le tout ne s'arrête pas là. Puisque la question B de la tâche VNAO a eu lieu avant la tâche TAC pour cette dyade, nous aurions pu penser que le raisonnement de proportionnalité ne serait plus utilisé lors d'une situation semblable ultérieure. Or, dans le problème du lancer vertical, un raisonnement proportionnel est à nouveau utilisé par Oliver malgré une situation requérant un modèle quadratique. Cette fois, Nicolas se laissera convaincre par Olivier. Alors que toutes les autres dyades tracent un graphique similaire à celui de la dyade 3 du tableau 13, Olivier et Nicolas (dyade 1) tracent un graphique en s'appuyant sur un raisonnement proportionnel. Ce faisant, cela les conduira à chercher à comprendre la logique de leur graphique quant au temps « négatif » placé sur l'axe des abscisses.

Tâche TAC – Le lancer vertical – Question A

Olivier : [...] peut-être qu'on a commencé à compter le temps après qu'elle ait été lancée. Quand elle a été lancée... Si c'est la même personne qui l'a lancée pis qui a parti le chronomètre, elle a pas pu faire les deux choses en même temps.

Tableau 13. Représentations graphiques (dyades 1 et 3) : Tâche TAC – Le lancer vertical – Question A

	
Dyade 1	Dyade 3

En conclusion, il ressort que même si l'approche par un raisonnement de proportionnalité est incorrecte en tant que modèle mathématique en référence avec les situations présentées, cela a donné lieu à une négociation entre les deux élèves de la dyade. De plus, dans la tâche TAC, ces derniers tentent d'expliquer la cohérence de leur graphique quant au temps « négatif » sans remettre en question leur modèle proportionnel. On retient au final la dynamique de la dyade et la récurrence d'une approche proportionnelle de la part d'Olivier.

D) Persistance d'un raisonnement erroné et dynamique de négociation de sens

Ce sous-thème contient une seule vignette provenant de la dyade 3 en lien avec la question B de la tâche VNAO. Elle concerne donc la situation 1. Puisqu'il est impossible de classer cette vignette à un autre endroit, un sous-thème spécifique s'est alors avéré nécessaire pour celle-ci dans le thème « Autres ». La vignette contient les moments-clés entourant la négociation de la démarche à prendre pour calculer la valeur de la distance horizontale entre le 2e point de contact avec la table et le moment où la balle culmine. Bien que Britney ait raison et tente timidement de lui expliquer, Noémie semble alors ne tenir compte que de son propre point de vue. Cela se poursuit ainsi jusqu'au moment où elle constate, après quelques minutes et à la suite d'un nouveau commentaire de Britney, que cette dernière a raison. La durée complète du temps consacré à cet épisode de négociation entre elles est d'environ cinq minutes. Même si les contenus mathématiques employés par Noémie sont correctement utilisés si on les aborde individuellement, c'est le raisonnement d'ensemble de la démarche articulant les divers éléments de contenus mathématiques qui est erroné dans l'optique de répondre à la question posée. Cela vient donc expliquer le titre de ce sous-thème quant à la persistance d'un raisonnement erroné par un membre de la dyade et la négociation de sens qui en découle.

De tels épisodes de persistance et de négociation ont aussi eu lieu à plusieurs reprises pendant d'autres questions et au sein des autres dyades. Ce qui explique la présence d'une seule vignette dans ce sous-thème est que, contrairement aux autres vignettes, son contenu ne permettait pas de l'inclure dans un autre thème. Même si le raisonnement entourant la démarche erronée de Noémie revêt un certain intérêt pédagogique, nous avons cependant jugé superflu de le détailler compte tenu du cadre de cette recherche. C'est davantage la dynamique de la persistance à soutenir un raisonnement (bien qu'il soit erroné) appuyé par des arguments mathématiques, la recherche de sens et la dynamique de négociation qu'il convient ici de souligner.

SYNTHÈSE DES RÉSULTATS

Les résultats du codage des processus démontrent que les élèves ont abordé la résolution des problèmes des différentes tâches avec un haut niveau d'engagement. Après analyse du tableau de compilation synthèse des processus pour l'ensemble des dyades, le besoin d'examiner plus en profondeur le contenu des catégories « Analyse » et « Mise en œuvre argumentative » s'est manifesté et devenait incontournable. C'est ainsi que, dans le but de pouvoir faire ressortir la construction de sens incluse dans ces catégories, l'utilisation de vignettes a été adoptée. Il s'en est alors suivi une analyse détaillée des vignettes identifiées. Le tableau 14 constitue une synthèse de l'ensemble des thèmes et des sous-thèmes principaux soulevés lors des résultats découlant du codage quant à la construction de sens.

Tableau 14. Synthèse des résultats quant à la construction de sens

1. Idéalisation – 18 %
1.1 Utilisation du vocabulaire (VNAO) 1.2 Intuition visuelle versus coordonnées affichées (VNAO)
2. Compréhension – 37 %
2.1 Appropriation du problème (TAC) 2.2 Origine du système de coordonnées 2.2.1 Positionnement implicite de l'origine dans le cadre d'un contexte (TAC et VNAO) 2.2.2 Le déplacement de l'origine interprété comme un déplacement de trajectoire (TAC et VNAO)
3. Référence au vécu – 33 % (VNAO)
4. Autres – 12 %
4.1 Discussion sur la différence d'échelle ou d'unités des axes (VNAO) 4.2 Erreurs liées à l'interface du logiciel et à la manipulation technique (VNAO) 4.3 Tentative d'utilisation d'un raisonnement de proportionnalité (TAC et VNAO) 4.4 Persistance d'un raisonnement erroné et dynamique de négociation de sens (VNAO)

Dans le tableau 14, les mentions « TAC », « VNAO » ou « TAC et VNAO » indiquent si le thème ou le sous-thème est en lien avec la tâche traditionnelle avec calculatrice, la tâche vidéo numérique avec ordinateur ou bien les deux. Le nombre de sous-thèmes n'indique pas l'importance d'un thème. Effectivement, si l'on compare le thème « Idéalisation » et « Référence au vécu », le premier comprend deux sous-thèmes et le second aucun. Pourtant, la thématique « Référence au vécu » inclut le tiers de toutes les vignettes, alors que la thématique « Idéalisation » en regroupe quant à elle 18 %. Au premier coup d'œil global du tableau 14, on remarque immédiatement que la vidéo numérique est présente partout à l'exception du sous-thème 2.1 sur l'appropriation du problème. Afin de permettre un regard légèrement différent sur les thèmes et les sous-thèmes, ceux-ci ont ensuite été regroupés spécifiquement par tâche comme le montre le tableau 15. Il s'agit donc d'une réorganisation du tableau 14.

Tableau 15. Synthèse par tâche des résultats quant à la construction de sens

TAC	2. Compréhension 2.1 Appropriation du problème
VNAO	1. Idéalisation 1.1 Utilisation du vocabulaire 1.2 Intuition visuelle versus coordonnées affichées 3. Référence au vécu 4. Autres 4.1 Discussion sur la différence d'échelle ou d'unités des axes 4.2 Erreurs liées à l'interface du logiciel et à la manipulation technique 4.4 Persistance d'un raisonnement erroné et dynamique de négociation de sens
TAC et VNAO	2. Compréhension 2.2 Origine du système de coordonnées 2.2.1 Positionnement implicite de l'origine dans le cadre d'un contexte 2.2.2 Le déplacement de l'origine interprété comme un déplacement de trajectoire 4. Autres 4.3 Tentative d'utilisation d'un raisonnement de proportionnalité

V - DISCUSSION

L'objectif à la base de cette recherche consiste à fournir des éléments de réponse à savoir comment, dans le cadre d'un environnement informatisé en permettant l'analyse, l'utilisation pédagogique de la vidéo numérique affecte l'apprentissage. Plus spécifiquement, il s'agit ici d'apprentissage dans des situations mathématiques liées aux fonctions quadratiques chez des élèves de 10^e année. La question de recherche formulée lors du chapitre « Positionnement de la recherche » est la suivante : « *Comment, dans un contexte d'apprentissage mathématique lié aux fonctions quadratiques, l'utilisation pédagogique d'un environnement informatisé d'analyse de vidéos numériques affecte-t-elle l'apprentissage chez des élèves de 10^e année?* ». Ce chapitre apporte des pistes de réponses à cette interrogation.

La discussion portera d'abord sur une constatation globale émanant du tableau synthèse par tâche des résultats quant à la construction de sens, à savoir l'importance du visuel pour définir le contexte d'une situation de mouvement. Par la suite, à la lumière des résultats et en lien avec le chapitre portant sur le positionnement de la recherche, un regard sera posé sur la compréhension du concept de fonction. Ce dernier point nous conduira à nous repositionner pour ensuite traiter de la dynamique de la résolution de problèmes établie ainsi que des possibilités pédagogiques offertes quant aux divers concepts soulevés. Finalement, tout juste avant la conclusion, nous considérerons certaines spécificités inhérentes à l'analyse de situations sous la forme d'une vidéo numérique.

L'IMPORTANCE DU VISUEL POUR DÉFINIR LE CONTEXTE D'UNE SITUATION DE MOUVEMENT

Le tableau 15 montre qu'une caractéristique spécifique à la tâche TAC est la difficulté d'appropriation du problème. Délibérément, comme il l'a été expliqué dans la section consacrée aux tâches du chapitre sur la méthodologie, aucune illustration ou aucun graphique n'accompagnait les énoncés des problèmes. Cela est le cas, peu importe les tâches : introduction, TAC ou VNAO. Le choix de ne pas inclure d'illustration dans le cas de la tâche d'introduction et de la tâche TAC s'appuyait sur l'argument de ne pas fournir une représentation pouvant devenir suggestive par rapport à une piste de solution à privilégier. A posteriori, le constat est que cela a entraîné une difficulté non négligeable. Certains élèves ont en effet éprouvé passablement de difficulté à bien définir le contexte de la situation décrite.

Lors de la présentation des données en lien avec l'appropriation du problème, le vocabulaire présent dans les tâches et la difficulté de construction d'une représentation visuelle ont été analysés. Les quelques exemples soulevés à ce moment illustrent bien toute la complexité causée par l'interrelation existant entre le bagage mathématique, la linguistique et la sémantique provenant de l'énoncé textuel lorsque vient le temps de construire une représentation visuelle adéquate au problème. Lors de l'appropriation du problème, hormis la compréhension mathématique qui demeure néanmoins fondamentale, les difficultés de compréhension du vocabulaire (linguistique) et de l'énoncé du problème (sémantique) sont d'autant plus importantes, entre autres en vue de pouvoir construire une représentation de la situation à partir de laquelle travailler, que l'ensemble du raisonnement s'y référera par la suite. Il est opportun de rappeler que lors de la tâche d'introduction aucune dyade n'a été en mesure de correctement représenter la situation décrite dans l'énoncé. Concernant la tâche TAC, malgré que trois des quatre dyades en sont finalement arrivées à établir une représentation visuelle et bien que les problèmes proviennent à la base de manuels scolaires reconnus, il est d'emblée admis que la formulation des énoncés des problèmes pourrait être retravaillée et améliorée. Décrire précisément une situation de mouvement en l'expliquant seulement à l'aide de mots peut parfois être complexe. Complexe sur le plan de la formulation de l'énoncé, mais aussi quant à sa compréhension par le lecteur.

Tout ce qui précède témoigne du rôle qu'un appui visuel (illustration, graphique, etc.) peut venir occuper en lien avec l'appropriation d'un problème. Ce faisant, cela conduit à supposer de l'importance du visuel pour définir adéquatement le contexte de certaines situations décrivant un mouvement. Lorsqu'interrogées concernant la relation entre la tâche TAC et la tâche VNAO dans le cadre du questionnaire de perception sur les tâches, toutes les dyades ont souligné l'aspect visuel de la vidéo numérique comme étant un élément facilitant. Voici quatre témoignages explicitant cela.

1 Olivier : Les problèmes avec l'ordinateur étaient plus faciles que ceux qu'on faisait avec le papier parce qu'on voyait le trajet de la balle.

2 Guylaine : C'était plus facile de décrire la situation avec le vidéo parce que c'était visuel comparé à l'autre qu'il fallait que j'imagine la situation.

3 Noémie : C'est clair [...] Et puis, c'était pas comme une question comme... il faut l'interpréter genre c'était déjà là. Des fois, quand des gens nous disent des problèmes, on imagine vraiment qu'est-ce qui se passe dans notre tête, mais c'était déjà là pour nous. Comme ça facilite la tâche.

4 Nicolas : Je pense que mon raisonnement était différent parce que sur le vidéo c'était plus visuel. [...] C'est plus clair.
Chercheur : Pourquoi plus clair?
Nicolas : Parce qu'on peut le voir. [...] Parce que là [fait référence à la situation 2 de la tâche VNAO] on savait d'où ça partait pis ici [fait référence au problème 2 de la tâche TAC] on savait pas. [..] So le vidéo nous rassurait.

Si les propos des élèves soulignent la spécificité visuelle liée à la vidéo numérique, il est permis de penser que cela découle en partie du fait que les problèmes de la tâche TAC n'incluaient quant à eux aucun appui visuel. Peut-être cela aurait-il été quelque peu différent si les problèmes de la tâche TAC n'avaient pas seulement inclus des énoncés textuels pour décrire les situations. Évidemment, cela dépend des contextes traités et des problèmes posés. Tout comme les articles de plusieurs chercheurs le laissaient supposer (Beichner, 1996; Escalada, Grabhorn et Zollman, 1996; Escalada et Zollman, 1997; Graney et DiNoto, 1995; Laws et Pfister, 1998), les contextes liés aux projectiles semblent favorables à l'exploitation de la vidéo numérique.

UNE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES DYNAMIQUE

Une question importante n'a pas encore été soulevée et elle se doit de l'être : Qu'en est-il des résultats des données à la lumière des composantes de la compréhension du concept de fonction (modélisation, traduction, interprétation et réification) définies dans le cadre conceptuel? Une réorganisation du tableau 14 autour des quatre composantes de la compréhension du concept de fonction a maintes fois été tentée. Néanmoins, il n'a pas été possible d'en arriver à assortir de manière satisfaisante les thèmes et les sous-thèmes émergés avec ces composantes. La teneur des thèmes et des sous-thèmes est telle qu'il est difficilement envisageable d'étiqueter si spécifiquement un sous-thème à une seule composante. Un sous-thème rejoint potentiellement plus d'une composante simultanément selon l'aspect ou l'angle avec lequel il est interprété. Un constat émane toutefois : aucune réification n'y paraît. Nous reviendrons plus en détail sur ce point ultérieurement.

La question qui se pose alors est la suivante : Pourquoi n'est-il pas possible de recourir au cadre opérationnel défini par O'Callaghan (1994, 1998) et repris par Hollar (1997), Hollar et Norwood (1999) et Mancilla (2004)? L'hypothèse de réponse proposée est que l'impossibilité d'harmoniser les thèmes et les sous-thèmes avec les composantes représente la dynamique de va-et-vient entre les phases du processus global de modélisation mathématique et donc, entre les composantes de modélisation, d'interprétation et de traduction. Rappelons que, comme le codage des processus et de la construction de sens l'ont mis en évidence, de riches et actives discussions ont eu lieu. Escalada et Zollman soulignaient déjà en 1997, dans un contexte de sciences, qu'une des conséquences de l'utilisation de la vidéo numérique était justement d'engager les élèves dans un processus actif d'apprentissage. Il convient alors de resituer le tout par rapport à l'approche de recherche qualitative utilisée dans la présente recherche et selon les tâches réalisées. O'Callaghan (1994, 1998), Hollar (1997), Hollar et Norwood (1999) et Mancilla (2004) ont recours à une analyse quantitative des questions incluses dans le questionnaire qu'ils ont soumis aux élèves. Ce questionnaire comprend plusieurs questions, chacune d'elles étant construite pour cibler spécifiquement une des composantes. Seulement voilà, une approche aussi tranchée et définie ne tient plus lors d'une recherche comme celle-ci compte tenu des tâches proposées, de son caractère qualitatif et, par la résultante, de l'approche d'analyse retenue. S'il s'avère parfois possible dans un cadre traditionnel de bien circonscrire à l'avance quelle composante est directement visée par une question grâce à sa formulation, au dosage de sa complexité et à son contenu, les présents résultats tendent à montrer que l'utilisation d'une situation réelle à l'aide de la vidéo numérique, même lors de questions spécifiques comme celles de la tâche VNAO, doit être abordée plus globalement. Même certaines des vignettes rattachées à la tâche TAC ne pouvaient parfois être étiquetées de la sorte sans qu'il y ait perte de sens quant à ce que la vignette représente. Les interrelations entre la modélisation, l'interprétation et la traduction observées au sein de la tâche VNAO ravivent la vision de ces résolutions de problèmes dans une optique de processus de modélisation dans son ensemble. Dans son ensemble, car les diverses phases y sont en étroites relations et forment par conséquent un tout intimement lié.

Revenons brièvement sur la composante de réification. Il a été écrit précédemment qu'il n'y avait aucune trace de réification dans les données. Bien que toutes et tous aient utilisé la propriété de symétrie des fonctions quadratiques pour résoudre les problèmes, il ne serait pas acceptable d'y établir un lien avec la réification. Si les élèves ont résolu les problèmes à partir d'un raisonnement basé sur la symétrie de la fonction quadratique et que cela démontre alors une connaissance que les fonctions quadratiques sont des objets mathématiques qui renferment certaines propriétés, on ne peut en conclure qu'il y a réification. En effet, même si la propriété de symétrie s'insère dans une conception structurelle des fonctions, il ne s'agit là que d'un seul aspect bien mince; cela sans compter que l'enseignant affirme y avoir travaillé de manière très spécifique en classe : « Ça a été difficile dans les situations problèmes de comprendre comment, dans une situation donnée, utiliser la symétrie. Ça n'a pas été compris tout de suite ». Ce passage laisse planer une approche à tendance procédurale quant à l'utilisation de la symétrie. Dès le départ, une approche des fonctions sous l'angle de la modélisation d'une situation de projectile n'encourage pas une réflexion dans le sens d'une approche structurelle. Les contextes rendus possibles par la vidéo numérique engendrent plutôt une vision des fonctions en tant que modèle de relation entre variables. À notre avis, les tâches proposées étaient à la base orientées vers une approche opérationnelle des fonctions, même si une propriété des fonctions quadratiques pouvait être utilisée pour éviter de réaliser de longs calculs.

En regard des éléments traités, notre cheminement nous conduit à proposer que la vidéo numérique contribue à mettre en place une résolution de problèmes dynamique. Au cours de celle-ci, c'est-à-dire lors des discussions, les phases du processus de modélisation sont en étroites interrelations et il est donc difficile de les cloisonner. Cela permet alors d'envisager une approche par compétences et une pédagogie par projets comme étant des avenues potentiellement prometteuses à joindre à la vidéo numérique en rapport avec une vision de processus de la modélisation d'une situation décrivant un mouvement. La suite de la discussion vient d'ailleurs apporter des arguments en ce sens.

L'augmentation des possibilités permettant la clarification de concepts mathématiques et physiques

Concernant la tâche TAC, il a été abordé que cette dernière se caractérisait, à la lumière des résultats, par la difficulté d'appropriation du problème. Si cela n'est pas le cas pour la tâche VNAO en raison de sa nature, l'introduction d'une situation concrète non idéalisée de mouvement capturée sous le format d'une vidéo numérique introduit en quelque sorte un aspect expérimental. Expérimental, car il s'agit de travailler à partir de la vidéo d'une situation physique réelle en vue de l'analyser et non pas directement à partir d'un idéal de la réalité comme cela est le cas dans un univers dit « papier et crayon ». De ce point de vue, il est manifeste qu'une des particularités de la vidéo numérique est d'offrir pour analyse une situation qui n'est pas parfaite. Les résultats mis en évidence grâce aux données illustrent certaines retombées de cela. Pensons simplement aux exemples contenus dans le thème sur l'idéalisation. Ainsi, une des premières incidences à ressortir au regard de la tâche VNAO est le constat qu'elle offre naturellement plusieurs possibilités d'intervention permettant la clarification de concepts rattachés aux mathématiques ou au domaine de la physique (plus spécifiquement en lien avec la branche de la physique mécanique qui étudie le mouvement, soit la cinématique). Aucune intervention en ce sens n'a été effectuée au cours de la collecte de données pour des motifs évidents de méthodologie. Néanmoins, les discussions à propos des mathématiques et de la physique qui se sont déroulées lors de la tâche VNAO offraient des moments naturels et opportuns pour ce faire. Dans cette perspective, la trop grande crédibilité accordée à l'ordinateur et l'intérêt d'adopter un point de vue dit « expérimental » par rapport à l'utilisation de la vidéo numérique sont tour à tour traités dans les paragraphes qui suivent.

Comme plusieurs chercheurs le mentionnaient dans leurs travaux (Escalada, Grabhorn et Zollman, 1996; Escalada et Zollman, 1997; Graney et DiNoto, 1995; Laws et Pfister, 1998), l'utilisation de la vidéo numérique s'est effectivement faite sans difficulté par les élèves. Dans la circonstance, si l'utilisation technique n'a guère soulevé l'attention, il en est autrement concernant l'attitude des élèves par rapport à la vidéo numérique. Même si des recherches telles que celles de Lingefjard (2000) et de Zbiek (1998), pour ne nommer que celles-ci, employaient la technologie quelque peu différemment que ce qui a pu être fait à l'aide de la vidéo numérique, elles pointaient déjà vers la trop grande confiance possible que peuvent avoir certains élèves envers la technologie. À la lumière des résultats présentés dans le chapitre précédent, on s'aperçoit que cela s'est aussi révélé le cas dans cette recherche. Au lieu cette fois de parler d'une trop grande confiance dans le sens de ne pas être suffisamment critique par rapport aux résultats affichés par l'ordinateur ou la calculatrice suite à des calculs effectués, on parle alors d'une trop grande confiance en regard de la crédibilité accordée aux données fournies par l'ordinateur sans tenir compte des limites de l'outil. Sans revenir sur tous les éléments des résultats faisant référence à cela, nous croyons à propos ici de revenir sur l'aspect de précision accordé à l'ordinateur par les élèves. Pour eux, il ne fait aucun doute que ce qui est fait à l'aide de l'ordinateur est plus précis que ce qu'il aurait été possible de faire autrement. Lors du retour sur les tâches, certaines élèves disaient d'ailleurs à ce propos :

Britney :	Ça m'a plu, parce que l'on peut voir exactement... Comme si on prenait une balle, on pourrait pas...
Noémie :	...étudier le mouvement.
Britney :	Exactement. Ce serait pas aussi précis qu'avec l'ordinateur. [...] C'était vraiment précis.
[...]	
Bianca :	[...] je pense que c'est plus précis avec l'ordinateur. T'avais les coordonnées comme exactes. Tandis que quand tu travailles à la main, il faut que tu trouves tes propres coordonnées pis ça peut être moins précis parce que tu peux faire une erreur tout le temps. Donc, c'est beaucoup plus précis avec un ordinateur.

Or, Graney et DiNoto (1995) le mentionnaient, un inconvénient de l'utilisation de la vidéo numérique peut parfois être le manque de précision des mesures. Bien que la précision des mesures en tant que telle n'ait pas été un enjeu dans le cadre des situations présentées, comme c'est aussi le cas pour une vaste majorité de situations (Laws et Pfister, 1998), il n'en reste pas moins que cette confiance en la technologie à l'effet qu'elle fournit des données très précises n'est pas sans impact. Concernant la manifestation de ces impacts dans les résultats de l'analyse des données, soulignons l'argument d'autorité des coordonnées affichées par l'ordinateur par rapport à l'« intuition visuelle » des élèves. Rappelons que cette confiance quant à la précision des données avait aussi été mentionnée par Rodrigues, Pearce et Livett (2001).

Soit, mais en quoi ce qui précède vient-il se positionner pour jouer un rôle dans l'apprentissage des mathématiques chez les élèves? S'il a déjà été avancé que nous croyons que le contexte de résolution de problèmes offert par la vidéo numérique en est un dynamique, nous croyons aussi qu'il est riche. Il est riche à notre sens par rapport au fait que la situation fournie aux élèves en est une concrète et non idéalisée. Il est difficile de le nier, les élèves ont surtout l'habitude de travailler à partir de situations idéalisées présentées dans les manuels scolaires. Voilà cependant que dans la tâche VNAO, il s'agit de la vidéo d'une situation réelle. Cela confère alors à la résolution de problèmes un aspect expérimental habituellement propre aux sciences plutôt qu'aux mathématiques. Cet aspect expérimental a déjà été soulevé à quelques reprises. L'argument ici est qu'il crée une occasion favorable pour une prise de conscience de la part des élèves qu'un modèle mathématique repose sur une idéalisation d'une situation et qu'il constitue donc, en quelque sorte, une certaine forme d'approximation d'une réalité. La figure 12 illustre cela. Elle a été réalisée à partir de la consultation d'une variété d'exemples de schémas illustrant le processus de modélisation (Abrams, 2001; Berry et Davies 1996; Berry et Houston, 2004; Blum et Niss, 1991; Lingefjard, 2000; Preston, 1997; Swetz et Hartzler, 1991) pour répondre spécifiquement aux besoins des propos de la présente discussion. On y voit qu'avant de pouvoir être mathématisée, c'est-à-dire exprimé sous la forme d'équations, il faut généralement simplifier la complexité de la réalité pour en arriver à un modèle de celle-ci. Dans ce modèle de la réalité, on ne retient alors que les variables nécessaires pouvant influencer la situation problème à l'étude. Si le schéma paraît séquentiel, il n'en est rien dans la pratique (Abrams, 2001; Galbraith et Stillman, 2001).

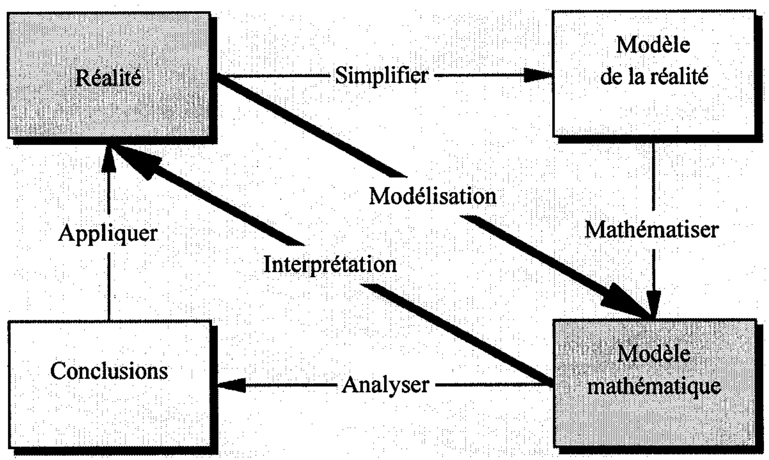


Figure 12. Schéma du processus de modélisation intégrant le modèle de la réalité

Les problèmes présentés dans les manuels scolaires ont habitué les élèves à travailler à partir de situations idéalisées. Dans ces problèmes, tout ce qu'il reste alors à faire est essentiellement de mathématiser la situation ou encore d'appliquer un modèle mathématique à celle-ci. Dans le cas de la vidéo numérique, plutôt que de placer au départ le problème dans un contexte de modèle de la réalité, elle le situe dans un contexte plus réel où les élèves ont certains choix à faire (consciemment ou non, par exemple, le positionnement de l'origine) qui ne se poseraient pas autrement. Nous utilisons la formulation « plus réel » car, en soi, l'enregistrement sur vidéo d'une situation implique nécessairement que la situation sur la vidéo ne peut plus être considérée comme la réalité au sens littéral du terme. Il est incontestable que les situations présentées dans la tâche VNAO requièrent un très faible niveau de simplification pour pouvoir être mathématisées. Les élèves ont donc pu leur associer quasi instantanément le modèle parabolique dû à leur bagage scolaire. Par contre, il y a quand même là une belle occasion d'amener les élèves à prendre conscience des aspects liés à l'utilisation d'un modèle en enracinant le tout dans un contexte de prise de conscience du processus global de modélisation. L'adoption d'une telle perspective permettra alors certainement de devenir plus critique et nuancé en ce qui a trait à ce que l'ordinateur affiche comme données. C'est que cela découle, selon nous, de la mise en avant-plan de choix habituellement déterminés d'une manière sous-entendue. À savoir : (a) qu'un objet en trois dimensions, la balle, y est symboliquement représenté par un objet mathématique à une dimension, un point; (b) qu'il faut nécessairement positionner l'origine du système de coordonnées, mais que sa position est arbitraire; (c) que même si la balle semble suivre une trajectoire parabolique, cela n'est pas exactement le cas (approximation); (d) qu'il faut tenir compte des limites résultant des paramètres du logiciel et de la capture vidéo quant à la précision des données affichées. Du coup, l'excès de crédibilité et de confiance envers l'ordinateur risque fort d'être reconsidéré par les élèves.

À notre sens, l'augmentation des possibilités permettant la clarification de concepts résulte collatéralement de ce qui précède quant à la prise de conscience du processus global de modélisation dans le cas d'utilisation de la vidéo numérique. Les résultats présentés à partir de l'analyse des données renferment un grand potentiel de questionnement pédagogique dans cette optique. À titre d'exemples, prenons le vocabulaire employé pour décrire les situations puis la manifestation de conceptions erronées de physique. Le contexte créé par l'utilisation de la vidéo numérique permet d'aborder les nuances de vocabulaire en vue de clarifier avec les élèves certaines subtilités liées à celui-ci. Ce faisant, on vient préciser le concept sous-jacent à l'emploi d'un mot. L'idée n'est pas de devenir puriste quant au vocabulaire, mais bien de saisir l'occasion de réfléchir au sens et à la portée du concept se trouvant derrière l'usage d'un mot. On vise à diminuer l'ambiguïté de sens rattachée à l'utilisation d'un vocabulaire défini pour un univers mathématique idéal (sommet, parabolique, symétrique) alors que la vidéo numérique est de nature expérimentale. Pensons maintenant selon une perspective de science physique. On ne peut mettre de côté les occasions de clarification de concepts physiques qui se sont manifestées durant l'exécution de la tâche VNAO. Entre autres, par rapport aux conceptions erronées rattachées à la cinématique. Rappelons que le potentiel d'utilisation de la vidéo numérique pour la compréhension de sujets de la physique avait déjà été remarqué par Escalada, Grabhorn et Zollman (1996). En définitive, l'utilisation de la vidéo numérique semble en quelque sorte pouvoir aider à mettre en lumière la compréhension parfois limitée des élèves par rapport à certains concepts. L'incidence de ces constatations est que cela fournit alors une occasion judicieuse pour clarifier le tout en accordant une attention particulière à ces concepts.

La translation d'une fonction est un des sujets traités en mathématiques au niveau secondaire. Ce sujet, qui n'est d'ailleurs pas naturel pour les élèves (Zazkis, Liljedahl et Gadowsky, 2003), n'est pas équivalent à l'action de choisir le positionnement de l'origine au départ d'une situation pour établir un système de référence des coordonnées. Dans une situation physique similaire aux deux incluses dans les tâches, déplacer l'origine n'a aucun impact sur la situation en tant que telle. Le choix de la position de l'origine demeure arbitraire, quoique cela puisse parfois faciliter les calculs ou offrir un sens un peu plus naturel de réfléchir par rapport aux coordonnées compte tenu de la situation. Cela n'est normalement pas le cas dans de nombreux autres contextes de problèmes. S'il est essentiel en cinématique de faire un choix quant à l'endroit où sera l'origine du système de coordonnées et de comprendre que ce choix est arbitraire, cela n'est pas abordé sous le même angle en mathématiques. Souvent, dans un contexte d'étude des fonctions en mathématiques, la position de l'origine dans un problème ne se pose pas comme telle : soit que l'origine n'est pas en lien avec la représentation d'un système de référence des coordonnées ou, si elle l'est, les données du problème font la majorité du temps qu'elle s'en trouve positionnée par défaut. La situation présentée à l'aide de la vidéo numérique vient donc stimuler une réflexion autour de l'origine en lien avec une situation réelle à laquelle les élèves n'étaient pas habitués. Pappas, Koleza, Rizos et Skordoulis (2002) avaient aussi remarqué et souligné le potentiel pédagogique que pouvait avoir une approche VBL, *Video Based Laboratories,* à propos du système de coordonnées.

On se souviendra que les résultats à propos de l'origine du système de coordonnées se composent de deux sous-thèmes : (a) Positionnement implicite de l'origine dans le cadre d'un contexte et (b) Déplacement de l'origine interprété comme un déplacement de trajectoire. À la lumière de l'analyse des données, la véritable compréhension des élèves à propos de l'origine du système de coordonnées demeure en quelque sorte une source de questionnement. D'autres types de questions que celles prévues dans les tâches auraient été nécessaires pour approfondir ce point. Comme mentionné précédemment, peut-être le choix des termes utilisés ou encore la formulation des énoncés ont-ils fait une différence? Toutefois, un fait demeure : les élèves étaient fort inconfortables quant au déplacement de l'origine du système de coordonnées. Les considérations entourant l'origine du système de coordonnées illustrent une richesse pédagogique rendue possible par la liaison d'une abstraction mathématique avec sa « réelle » mise en application lors d'une situation physique présentée sous la forme d'une vidéo numérique. Effectivement, bien que ces sous-thèmes soient composés de vignettes provenant des deux types de tâches (TAC et VNAO), ce n'est que dans un environnement technologique (comme cela est le cas dans la tâche VNAO) qu'il est possible d'adopter une démarche exploratoire à cet égard : les coordonnées étant mises à jour en temps réel au fil du déplacement de l'origine du système de référence.

LES SPÉCIFICITÉS INHÉRENTES À LA VIDÉO NUMÉRIQUE ENGENDRENT LE TRAITEMENT DE NOUVELLES THÉMATIQUES

À la lumière de tout ce qui a été abordé jusqu'à maintenant, on peut affirmer que l'utilisation de la vidéo numérique introduit de nouvelles thématiques habituellement absentes du contexte traditionnel de l'enseignement des mathématiques. La spécificité du moyen technologique employé et le contexte des situations proposées viennent donc jouer un rôle dans la dynamique pédagogique. En cela, elles affectent l'apprentissage. Du point de vue de l'enseignement des mathématiques, il y a une relation tripartite qui prend place et qui transparaît de l'analyse.

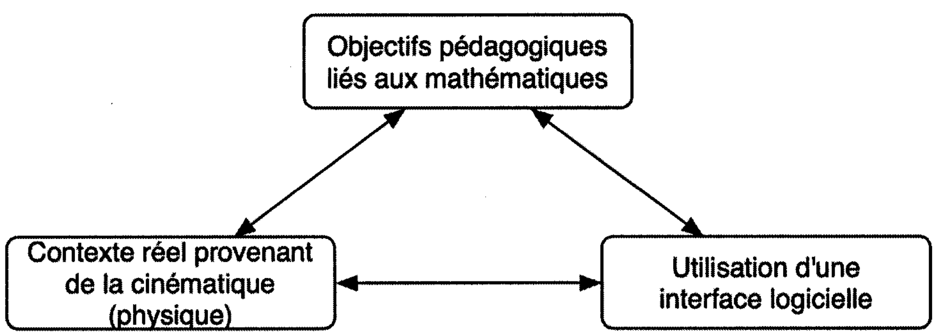


Figure 13. Interrelations en cause découlant de l'utilisation de la vidéo numérique

Au haut de la figure 13, on retrouve au départ les objectifs pédagogiques liés aux mathématiques. Cela est compréhensible dans le sens où, du point de vue d'un enseignant de mathématiques, on vise à traiter de notions à teneur mathématique. Cependant, dès que le choix d'exploiter la vidéo numérique dans un contexte de lancer d'une balle est ciblé pour se faire, cela entraîne alors deux conséquences directes : (a) une interface logicielle doit être utilisée pour faire l'analyse de la situation et (b) des éléments de la physique provenant de la cinématique seront présents. Les résultats montrent que ces trois aspects sont en interrelation et forment en quelque sorte un tout. Même dans un autre contexte, la relation « mathématiques - phénomène physique - informatique » sera en cause si l'on a recours à la vidéo numérique. Conséquemment, même si l'on désire utiliser la vidéo numérique dans un cadre d'enseignement des mathématiques pour en cibler certains contenus, cela semble impensable de s'y limiter.

D'abord, l'ordinateur n'est pas un environnement neutre. Du « J'aime pas les ordinateurs (Bianca) » au « J'ai trouvé ça simple et rapide. On a aimé ça (Guylaine) », la dimension affective vient colorer le contexte d'apprentissage mis en place. Cela sans oublier les petites difficultés techniques et les erreurs de manipulations. Ensuite, l'environnement technologique permet d'analyser des situations de mouvement où l'établissement de relations avec le « réel » semble se produire. La conséquence en découlant est que cela vient ainsi ajouter une dimension supplémentaire habituellement absente des mathématiques : une réflexion basée sur des considérations conceptuelles liées au domaine de la physique. Les élèves le soulignent d'ailleurs : « Ça ressemble à la physique. On a plutôt fait ça en physique qu'en maths (Benoît) ». On pourrait parler de liens avec le curriculum de physique (force, vitesse, distance, position, déplacement, gravité, etc.), mais cela ne s'arrête pas là.

Les résultats le montrent, du moins dans le cas présent d'un phénomène physique en mouvement (cinématique), les élèves sont aussi amenés à faire des références à leur vécu sous de multiples facettes : pour appuyer leur analyse, pour donner un sens à la situation présentée, pour extrapoler la trajectoire ou encore pour situer temporellement le mouvement. Or, le tiers des vignettes, toutes en lien avec la tâche VNAO, compose le thème « Référence au vécu » et c'est justement dans ces occasions que certaines conceptions erronées de physique se manifestent. Lors du positionnement de la recherche, les écrits nous avaient conduits à soutenir qu'il semblait se dégager que la vidéo numérique pouvait venir « renforcer et développer la compréhension de concepts tout en aidant la création de liens entre les expériences concrètes et les modèles abstraits de la physique ». Dans un contexte orienté vers l'enseignement des mathématiques, force est d'admettre que l'exploitation de situations problèmes associées au domaine de la physique fait émerger un aspect non négligeable : il faut composer avec la dimension physique en cause, et ce, même si les intentions pédagogiques initiales étaient orientées vers un contenu mathématique.

En somme, malgré la simplicité des situations physiques présentées (deux lancers de balle), le tout se révèle en définitive complexe au sens pédagogique. Complexe non pas dans le sens de difficile, mais bien dans le sens d'abondance de relations agissant toutes à leur manière sur la compréhension. Cela sans oublier, plus globalement, que le vocabulaire employé, la collaboration entre les partenaires d'une dyade, la situation présentée, la formulation des questions ou divers autres facteurs viennent aussi agir à différents niveaux sur l'apprentissage en cause. Lors du retour sur les tâches, Bianca s'exprime d'ailleurs à sa façon sur la complexité de la cognition : « C'est plus facile de changer le graphique que de changer ta pensée ».

CONCLUSION

Si l'orientation première de la recherche se voulait articulée autour des fonctions quadratiques en tant que contexte servant à exposer un quelconque apport de la vidéo numérique, le cheminement fait tout au long de celle-ci a en définitive conduit à adopter un point de vue plus large. C'est ainsi qu'à partir de la dynamique de résolution des tâches, il est apparu nécessaire et judicieux que les composantes de la compréhension du concept de fonction retenues initialement fassent place à l'adoption d'une approche d'analyse pouvant mieux mettre en lumière les subtilités des actions cognitives. L'orientation quant aux fonctions est alors passée à l'arrière-plan au profit d'un processus dynamique de modélisation lors de la discussion des résultats. Cette vision élargie a fourni, malgré la simplicité des situations proposées, un éclairage pertinent à savoir que l'utilisation d'un environnement informatisé d'analyse de vidéos numériques semblait tendre à offrir naturellement plusieurs possibilités de clarification de concepts rattachés aux mathématiques ainsi qu'au domaine de la cinématique.

La contribution principale de cette recherche est d'avoir abordé l'analyse de vidéos numériques selon une perspective d'utilisation pédagogique en mathématiques plutôt qu'en sciences. À cet égard, au plan pratique, elle vient mettre en évidence qu'il n'est pas possible d'y isoler la dimension mathématique : il faut nécessairement prendre en compte la dimension technologique de l'outil utilisé, de même que la dimension physique de la situation présentée. C'est précisément, à notre avis, pourquoi le recours à l'analyse de vidéos numériques en mathématiques est intéressant pédagogiquement parlant. Sans revenir sur les éléments ayant été mentionnés précédemment, ajoutons que cela donne un sens authentique quant à l'application des mathématiques enseignées et offre du même coup l'occasion de revisiter certains concepts. Tout ceci nous pousse à conclure que l'utilisation d'un environnement informatisé d'analyse de vidéos numériques peut venir en quelque sorte contribuer à rehausser certains apprentissages.

Bien entendu, dans ce type de recherche, de nombreuses limites peuvent être soulevées (tâches, élèves, analyse, interprétation, etc.). C'est donc par souci de transparence que de nombreuses précisions quant au cheminement adopté et aux décisions prises ont été insérées tout au long du texte. L'intention de cette recherche n'est pas de prétendre à une quelconque généralisation. Il faut entre autres garder en mémoire que l'analyse et l'interprétation reposent sur les dialogues et les traces écrites des élèves. Or, bien que ses éléments soient les seuls qui nous sont accessibles, les processus cognitifs en cause ne peuvent s'y réduire.

Finalement, l'évolution de notre pensée tout au long du processus de recherche conduit à nous repositionner. À la lumière des données et des résultats, il apparaît clairement que l'attention initiale portée aux fonctions aurait avantage à être plutôt dirigée vers des thématiques telles que la visualisation de données, la dynamique de collaboration entre élèves lors de la résolution d'un problème et la médiation découlant de l'environnement technologique en cause. De plus, à titre de pistes pour des recherches ultérieures quant à l'analyse de vidéos numériques en mathématiques, nous croyons qu'il serait à propos de situer les problèmes présentés dans une démarche de découverte laissant ainsi pleinement la place au processus de modélisation dans sa globalité. Ce faisant, au lieu de recourir à un modèle mathématique qui leur est déjà connu, les élèves devraient alors mobiliser des habiletés plus complexes pour déterminer le modèle applicable à la situation.

RÉFÉRENCES

Abrams, J. P. (2001). Teaching mathematical modeling and the skills of representation. *In* A. A. Cuoco et F. R. Curcio (dir.), *The roles of representation in school mathematics - NCTM 2001 yearbook* (p. 269-282). Reston, VA : National Council of Teachers of Mathematics.

Artzt, A. F. et Armour-Thomas, E. (1992). Development of a cognitive-metacognitive framework for protocol analysis of mathematical problem solving in small groups. *Cognition and Instruction, 9*, 137-175.

Barnes, M. (1996). Gender and mathematics : shifting the focus. *Focus on Learning Problems in Mathematics, 18*(1-3), 88-96.

Beichner, R. J. (1996). The impact of video motion analysis on kinematics graph interpretation skills. *American Journal of Physics, 64*, 1272-1277.

Beichner, R. J. et Abbott, D. S. (1999). Video-based labs for introductory physics courses : Analyzing and graphing motion on video. *Journal of College Science Teaching, 29*(2), 101-104.

Berry, J. et Davies, A. (1996). Written reports. *In* C. R. Haines et S. Dunthorne (dir.), *Mathematics learning and assessment : Sharing innovative practices* (p. 3.3-3.11). London : Arnold.

Berry, J. et Houston, K. (2004). Investigating student working styles in mathematical modelling activities. *In* H.-W. Henn et W. Blum (dir.), *ICMI Study 14: Applications and modelling in mathematics education, Pre-conference study volume* (p. 35-40). Dortmund, Germany.

Blum, W. (1993). Mathematical modelling in mathematics education and instruction. *In* T. Breiteig, I. Huntley et G. Kaiser-Messmer (dir.), *Teaching and learning mathematics in context* (p. 3-14). Toronto, ON : Ellis Horwood.

Blum, W. et al. (2003). *ICMI Study 14 : Applications and modelling in mathematics education - Discussion Document.* ICMI.

Blum, W. et Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects – state, trends and issues in mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics, 22*, 37-68.

Boyd, A. et Rubin, A. (1996). Interactive video : A bridge between motion and math. *International Journal of Computers for Mathematical Learning, 1*, 57-93.

Breidenbach, D., Dubinsky, E., Hawks, J. et Nichols, D. (1992). Development of the process conception of function. *Educational Studies in Mathematics*, *23*, 247-285.

Bresnahan, S. et Bagnall, L. (1994). CamMotion [Computer software]. Cambridge, MA : TERC.

Bresnahan, S., Ducas, T. et Rubin, A. (1994). Cartwheeling in CamMotion. *Hands On!*, *17*(2), 8-10.

Breton, G., Deschênes, A., Ledoux, A., Bourdeau, C., Laforest, M.-A. et Légaré, S. (1997). *Réflexions mathématiques : 4^e^ secondaire (tome 1)*. Anjou, QC : CEC.

Brusselmans-Dehairs, C. et Henry, G. F. (1994). Gender and mathematics. *International Journal of Educational Research*, *21*, 351-438.

Bryan, J. A. (2004). Video analysis software and the investigation of the conservation of mechanical energy. *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education, 4*, 284-298.

Bryan, J. A. (2005). Video analysis : Real-world explorations for secondary mathematics. *Learning and Leading with Technology*, *32*(6), 22-24.

Bussière, P., Cartwright, F., Crocker, R., Ma, X., Oderkirk, J. et Zhang, Y. (2001). *À la hauteur : la performance des jeunes du Canada en lecture, en mathématiques et en sciences. Étude PISA de l'OCDE : premiers résultats pour les Canadiens de 15 ans*. Ottawa, ON : Statistique Canada.

Bussière, P., Cartwright, F., Knighton, T. et Rogers, T. (2004). *À la hauteur : la performance des jeunes du Canada* en mathématiques, en lecture, en sciences et en résolution de problèmes. *Étude PISA de l'OCDE : premiers résultats de 2003 pour les Canadiens de 15 ans*. Ottawa, ON : Statistique Canada.

Cadmus, R. R. Jr. (1990). A video technique to facilitate the visualization of physical phenomena. *American Journal of Physics*, *58*, 397-399.

Cappo, M. et Darling, K. (1996). Measurement in Motion. *Communications of the ACM, 39*(8), 91-93.

Cappo, M. et Fish, M. (1996). Measurement in Motion [Computer software]. Santa Cruz, CA : Learning in Motion.

Case, R. (1992). *The Mind's Staircase: Exploring the Conceptual Underpinnings of Children's Thought and Knowledge*. Mahwah, NJ : Lawrence Erlbaum Associates.

Case, R., Okamoto, Y., Griffin, S., McKeough, A., Bleiker, C., Henderson, B. et al. (1996). The role of central conceptual structures in the development of children's thought. *Monographs of the Society for Research in Child Development*, *61*(1-2).

Chaudhury, S. R. et Zollman, D. A. (1994). Image processing enhances the value of digital video in physics instruction. *Computers in Physics Education, 8*, 518-523.

Cobb, P., Boufi, A., McClain K. et Whitenack, J. (1997). Reflective discourse and collective reflection. *Journal for Research in Mathematics Education, 28*, 258-277.

Cobb, P., Gravemeijer, K., Yackel, E., McClain, K. et Whitenack, J. (1997). Mathematizing and symbolizing : The emergence of chains of signification in one first-grade classroom. *In* D. Kirshner et J. A. Whitson (dir.), *Situated cognition : Social, semiotic, and psychological perspectives*. Mahwah, NJ : Lawrence Erlbaum Associates.

Conseil des ministres de l'Éducation du Canada (CMEC). (1997). *PIRS Programme d'indicateurs du rendement scolaire 1997 - Évaluation en mathématique*. Toronto, ON : Auteur.

Conseil des ministres de l'Éducation du Canada (CMEC). (2002). *Rapport sur l'évaluation en mathématiques III : PIRS (Programme d'indicateurs du rendement scolaire) 2001*. Toronto, ON : Auteur.

Conseil supérieur de l'éducation. (1999). *Pour une meilleure réussite scolaire des garçons et des filles*. Sainte-Foy, QC : Auteur.

Doerr, H. M. (1995, avril). *An integrated approach to mathematical modeling : A classroom study*. Communication présentée au Annual Meeting of the American Educational Research Association, San Francisco, CA.

Doerr, H. M. et Zangor, R. (1999). The Teacher, the task and the tool : The emergence of classroom norms. *International Journal of Computer Algebra in Mathematics Education, 6*, 267-279.

Doerr, H. M. et Zangor, R. (2000). Creating meaning for and with the graphing calculator. *Educational Studies in Mathematics, 41*, 143-163.

Escalada, L. T., Grabhorn, R. et Zollman, D. A. (1996). Applications of interactive digital video in a physics classroom. *Journal of Educational Multimedia and Hypermedia, 5*, 73-97.

Escalada, L. T. et Zollman, D. A. (1997). An investigation on the effets of using interactive digital video in a physics classroom on student learning and attitudes. *Journal of Research in Science Teaching, 34*, 467-489.

Even, R. (1990). Subject matter knowledge for teaching and the case of functions. *Educational Studies in Mathematics, 21*, 521-544.

Even, R. (1993). Subject-matter knowledge and pedagogical content knowledge : Prospective secondary teachers and the function concept. *Journal for Research in Mathematics Education, 24*, 94-116.

Fennema, E. et Hart, L. E. (1994). Gender and the JRME. *Journal for Research in Mathematics Education, 25*, 648-59.

Fey, J. T. (1992). *Computer-intensive algebra : An overview of fundamental mathematical and instructional themes*. Unpublished manuscript.

Forman, E. A. et Larreamendy-Joerns, J. (1995). Learning in the context of peer collaboration : A pluralistic perspective on goals and expertise. *Cognition and Instruction, 13*, 549-564.

Galbraith, P. L. et Stillman, G. (2001). Assumptions and context : Pursuing their role in modelling activity. *In* J. F. Matos, W. Blum, K. Houston et S. P. Carreira (dir.), *Modelling and mathematics education : ICTMA9 Applications in science and technology* (p. 300-310). Chichester : Horwood.

Garfunkel, S. (2004). Research on the teaching and learning of mathematical modeling. *In* H.-W. Henn et W. Blum (dir.), *ICMI Study 14: Applications and modelling in mathematics education, Pre-conference study volume* (p. 89-96). Dortmund, Germany.

Gonzalez-Lopez, M. J. (2001). Using dynamic geometry software to simulate physical motion. *International Journal of Computers for Mathematical Learning, 6*, 127-142.

Goodson-Espy, T. (1998). The roles of reification and reflective abstraction in the development of abstraction thought : Transitions from arithmetic to algebra. *Educational Studies in Mathematics, 36*, 219-245.

Graney, C. M. et DiNoto, V. A. (1995). Digitized video images as a tool in the physics lab. *The Physics Teacher, 33*, 460-463.

Gravemeijer, K. (2004). Emergent modeling as a precursor to mathematical modeling. *In* H.-W. Henn et W. Blum (dir.), *ICMI Study 14: Applications and modelling in mathematics education, Pre-conference study volume* (p. 97-102). Dortmund, Germany.

Haimes, D. H. (1996). The implementation of a function approach to introductory algebra : A case study of teacher cognitions, teacher actions, and the intend curriculum. *Journal for Research in Mathematics Education, 27*, 582-602.

Herman, M. F. (2002). Relationship of college students' visual preference to use of representations : Conceptual understanding of functions in algebra. *ProQuest Dissertations and Theses*. (764703411).

Hiebert, J. et Carpenter, T. P. (1992). Learning and teaching with understanding. *In* D. A. Grouws (dir.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (p. 65-97). New York : Macmillan.

Hiebert, J., Carpenter, T. P., Fennema, E., Fuson, K., Wearne, D., Murray, H. et al. (1997). *Making sense : Teaching and learning mathematics with understanding*. Portsmouth, NH : Heinemann.

Hollar, J. C. (1997). The effects of a graphing approach college algebra curriculum on students' understanding of the function concept (Thèse de doctorat, North Carolina State University, 1997). *Dissertation Abstracts International, 57*, 2974A.

Hollar, J. C. et Norwood, K. (1999). The effects of a graphing-approach intermediate algebra curriculum on students' understanding of function. *Journal of Research in Mathematics Education, 30*, 220-226.

Huetinck, L. (1992). Understanding graphing through microcomputer-based labaratories. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching, 11*, 95-100.

Jackiw, N. (2001). Geometer's Sketchpad for TI-89 an TI-92 Plus [Calculator software]. Emeryville, CA : Key Curriculum Press.

Kamii, C. et Ewing, J. K. (1996). Basing teaching on Piaget's constructivism. *Childhood Education, 72*, 260-264.

Kaput, J. J. (1989). Linking representations in the symbol systems of algebra. *In* S. Wagner et C. Kieran (dir.), *Research issues in the learning and teaching of algebra* (p. 167-194). Reston, VA : National Council of Teachers of Mathematics.

Kaput, J. J. (1992). Technology and mathematics education. *In* D. A. Grouws (dir.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (p. 515-556). New York, NY : Macmillan.

Kiczek, R. D. (2000). Tracing the development of probabilistic thinking : Profiles from a longitudinal study. *ProQuest Dissertations and Theses.* (727789471).

Kieran, C. (1993). Functions, graphing, and technology : Integrating research on learning and instruction. *In* T. A. Romberg, E. Fennema et T. P. Carpenter (dir.), *Integrating research on the graphical representation of functions* (p. 189-237). Hillsdale, NJ : Erlbaum.

Knill, G. et al. (2001). *Omnimaths 10* (Trad. : J. Massé, J. Blaquière et R. Lapalme). Montréal, QC : Chenelière/McGraw-Hill.

Knuth, E. J. (2000a). Student understanding of the cartesian connection : An exploratory study. *Journal of Research in Mathematics Education, 31*, 500-508.

Knuth, E. J. (2000b). Understanding and connections between equations and graphs. *Mathematics Teacher, 93*, 48-53.

Kwon, O. N. (2002). The effect of calculator-based ranger activities on students' graphing ability. *School Science and Mathematics, 102*, 57-67.

Laborde, J.-M. (2005). Cabri Jr. 2.0 [Calculator software]. Grenoble : Cabrilog.

Lafortune, L., Massé, B. et Chagnon, A. (1997). *Mathophilie 436 : tome 1.* Montréal, QC : Guérin.

Laws, P. et Pfister, H. (1998). Using digital video analysis in introductory mechanics projets. *The Physics Teacher. 36*, 282-287.

Leinhardt, G., Zaslavsky, O. et Stein, M. K. (1990). Functions, graphs, and graphing : Tasks, learning, and teaching. *Review of Educational Research, 60*, 1-64.

Lerman, S. (1996). Intersubjectivity in mathematics learning : A challenge to the radical constructivist paradigm? *Journal of Research in Mathematics Education, 27*, 133-150.

Lerman, S. (2000). A case of interpretations of social : A response to Steffe and Thompson. *Journal of Research in Mathematics Education, 31*, 210-227.

Lesh, R. (2000). What mathematical abilities are most needed for success beyond school in a technology based age of information? *Proceedings of the International Conference on Technology in Mathematics Education.* Auckland, NZ.

Lesh, R. et Yoon, C. (2004). What is distinctive in (our views about) models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching? *In* H.-W. Henn et W. Blum (dir.), *ICMI Study 14: Applications and modelling in mathematics education, Pre-conference study volume* (p. 151-159). Dortmund, Germany.

Lingefjard, H. T. (2000). Mathematical modeling by prospective teachers using technology (Thèse de doctorat, University of Georgia, 2000). *Dissertation Abstract International, 61*(06), 3240A.

Llord, G. M. et Wilson, M. S. (1998). Supporting innovation : The impact of a teacher's conceptions of fonctions on his implementation of a reform curriculum. *Journal of Research in Mathematics Education, 29*, 248-274.

Luetzelschwab, M. et Laws, P. (1999). VideoPoint (Version 2.1) [Computer software]. Lenox, MA : Lenox Softworks.

Maher, C. A. (2002). How students structure their own investigations and educate us : What we've learned from a fourteen year study. *In* A. D. Cockburn et E. Nardi (dir.), *Proceedings of the Twenty-Sixth Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, p. 31-46). Norwich, UK : School of Education and Professional Development, University of East Anglia.

Maher, C. A. et Davis, R. B. (1995). Children's explorations leading to proof. *In* C. Hoyles et L. Healy (dir.), *Justifying and proving in school mathematics* (p. 87-105). London, UK : Institute of Education, University of London.

Maher, C. A. et Martino, A. M. (1996). The development of the idea of mathematical proof : A 5-year case study. *Journal for Research in Mathematics Education, 27*, 194-214.

Maher, C. A., Pantozzi, R. S., Martino, A. M., Steencken, E. P. et Deming, L. S. (1996, avril). *Analyzing students' personal histories : Foundations of mathematical ideas.* Communication présentée à l'American Educational Research Association, New York, NY.

Maher, C. A. et Speiser, R. (1997). How far can you go with block tower? Stephanie's intellectual development. *Journal for Research in Mathematics Education, 16*, 125-132.

Maher, C. A. et Speiser, R. (2001, avril). *Polynomials, Pascal's triangle and the building of isomorphisms.* Communication présentée à l'American Educational Research Association, Seattle, WA.

Maki, D. P. et Thompson, M. (1973). *Mathematical models and applications.* Englewood Cliffs, NJ : Prentice-Hall.

Mancilla, G. (2004). The function concept : The use of technology to facilitate conceptual understanding. *ProQuest Dissertations and Theses.* (766825411).

Ministère de l'Éducation de l'Ontario (MÉO). (1999). *Le curriculum de l'Ontario 9^e et 10^e année – Mathématiques.* Ontario : Imprimeur de la Reine pour l'Ontario.

Ministère de l'Éducation de l'Ontario (MÉO). (2005). *Le curriculum de l'Ontario 9^e et 10^e année – Mathématiques.* Ontario : Imprimeur de la Reine pour l'Ontario.

Nakhleh, M. B. (1994). A review of microcomputer-based labs : How they have effected science learning? *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching, 13*, 368-381.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics.* Reston, VA : Auteur.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and standards for school mathematics.* Reston, VA : Auteur.

Niss, M. (1999). Aspects of the nature and state of research in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics, 40*, 1-24.

O'Callaghan, B. R. (1994). The effets of computer-intensive algebra on students' understanding of the function concept (Thèse de doctorat, Louisiana State University, 1994). *Dissertation Abstract International, 55*, 3440A.

O'Callaghan, B. R. (1998). Computer-intensive algebra and students conceptual knowledge of functions. *Journal for Research in Mathematics Education, 29*, 21-40.

Office de la qualité et de la responsabilisation en éducation. (2000). *Troisième enquête internationale sur les mathématiques et les sciences (TEIMS-R). Rapport pour l'Ontario : élèves de 8^e année.* Toronto, ON : Auteur.

Office de la qualité et de la responsabilisation en éducation. (2001). *Programme international pour le suivi des acquis des élèves et Enquête auprès des jeunes en transition 2000. Rapport pour l'Ontario.* Toronto, ON : Auteur.

Office de la qualité et de la responsabilisation en éducation. (2004a). *Association internationale pour l'évaluation du rendement scolaire. Tendances de l'enquête internationale sur les mathématiques et les sciences. Rapport pour l'Ontario 2003.* Toronto, ON : Auteur.

Office de la qualité et de la responsabilisation en éducation. (2004b). *Organisation de coopération et de développement économiques. Programme international pour le suivi des acquis des élèves et Enquête auprès des jeunes en transition. Rapport pour l'Ontario 2003.* Toronto, ON : Auteur.

Oldknow, A. (2003). Mathematics from still and video images. *Micromath, 19*(2), 30-34.

Olsen, J. R. (2000). Two dynamic function representations to help students get to the big three. *Focus on Learning Problems in Mathematics, 22*(3), 55-64.

Ozgun-Koca, S. A. (2001). Computer-based representations in mathematics classrooms : The effects of multiple linked and semi-linked representations on students' learning of linear relationships. *ProQuest Dissertations and Theses.* (725922421).

Pappas, J. et Koleza, E. (2003, octobre). *The effect of digital video motion analysis in a software environment on students' graph skills and comprehension of math related kinematics concepts.* Communication présentée au 6th International Conference on Technology in Mathematics Teaching, Volos, Greece. Document téléaccessible à l'URL : <http://www.primary.edu.uoi.gr/math_lab/pappas03.pdf >.

Pappas J., Koleza E., Rizos J. et Skordoulis, C. (2002, juillet). *Using interactive digital video and motion analysis to bridge abstract mathematical notions with concrete everyday experiences.* Communication présentée au 2nd International Conference on the Teaching of Mathematics, Hersonissos, Greece. Document téléaccessible à l'URL : <http://www.math.uoc.gr/~ictm2/Proceedings/pap299.pdf>.

Pena, C. M. et Alessi, S. M. (1999). Promoting a qualitative understanding of physics. *Journal of Computers in Mathematics ans Science Teaching, 18*, 439-457.

Piaget, J. (1972). *L'épistémologie génétique.* Paris : Presses universitaires de France.

Piaget, J. (1975). *L'équilibration des structures cognitives : problème central du développement.* Paris : Presses universitaires de France.

Piaget, J. (1977). *Recherches sur l'abstraction réfléchissante 1. L'abstraction de l'ordre des relations logico-mathématiques.* Paris : Presses universitaires de France.

Piaget, J., Inhelder, B. et Szeminska, A. (1948). *La géométrie spontanée de l'enfant.* Paris : Presses universitaires de France.

Piaget, J. et Szeminska, A. (1991). *La genèse du nombre chez l'enfant (7ᵉ éd.).* Neuchâtel, Suisse : Delachaux et Niestlé.

Pianfetti, E. et Pianfetti, B. (2000). From the abstract to the practical : How Motion Media Grapher helps students understand and interpret abstract mathematical concepts. *Proceedings of International Conference on Mathematics / Science Education and Technology* (p. 328-333). San Diego, CA.

Porzio, D. (1999). Effects of differing emphases in the use of multiple representations and technology on student's understanding of calculus concepts. *Focus on Learning Problems in Mathematics, 21*(3), 1-29.

Powell, A. B., Francisco, J. M. et Maher C. A. (2003). An analytical model for studying the development of learners' mathematical ideas and reasoning using videotape data. *Journal of Mathematical Behavior, 22*, 405-435.

Preston, R. V. (1997). Mathematical modeling in the secondary school : possibilities and constraints (Thèse de doctorat, Indiana University, 1997). *Dissertation Abstract International, 58*(09), 3450A.

Rider, R. L. (2004). The effect of multi-representational methods on students' knowledge of function concepts in developmental college mathematics. *ProQuest Dissertations and Theses*. (765274461).

Robitaille, D. F., Taylor, A. R. et Orpwood, G. (1999). *TIMSS Canada Report : Volume 1 grade 8*. Canada : University of British Columbia.

Rodrigues, S., Pearce, J. M. et Livett, M. (2001). Using video analysis and dataloggers during practical work in first year physics. *Educational Studies, 27*, 31-43.

Roulet, G. et Suurtamm, C. (2004). Modelling : Subject images and teacher practice. *In* H.-W. Henn et W. Blum (dir.), *ICMI Study 14: Applications and modelling in mathematics education, Pre-conference study volume* (p. 229-234). Dortmund, Germany.

Rubin, A. (2000). Technology meets math education : Envisioning a practical future forum on the future of technology in education. Document téléaccessible à l'URL : <http://www.air.org/forum/Rubin.pdf>.

Sanders, Jo. (2005). Gender and technology : A research review. Comprehensive presentation of the research on gender and technology in education. Document téléaccessible à l'URL : <http://www.josanders.com/pdf/gendertech0705.pdf>.

Schwarz, B. et Dreyfus, T. (1995). New actions upon old objects : A new ontological perspective of functions. *Educational Studies in Mathematics, 29*, 259-291.

Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Orlando, FL : Academic.

Sfard, A. (1991). On the nature of mathematical conceptions : Reflections on processes and object as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, *22*, 1-36.

Sfard, A. (1994). Reification as the birth of metaphor. *For the Learning of Mathematics*, *14*(1), 44-55.

Sfard, A. (1995). The development of algebra : Confronting historical and psychological perspectives. *Journal of Mathematical Behavior*, *14*, 15-39.

Sfard, A. et Linchevski, L. (1994). The gains and the pitfalls of reification : The case of algebra. *Educational Studies in Mathematics*, *26*, 191-228.

Sierpinska, A. (1992). On understanding the notion of function. *In* E. Dubinsky et G. Harel (dir.), *The concept of function : Elements of pedagogy and epistemology. Notes and reports series (Volume 25)*. Washington, DC : Mathematical Association of America.

Slavit, D. (1997). An alternate route to the reification of function. *Educational Studies in Mathematics*, *33*, 259-281.

Steencken, E. P. (2001). Tracing the growth of understanding of fraction ideas : A fourth grade case study. *ProQuest Dissertations and Theses*. (728128621).

Steffe, L. P. et Thompson, P. W. (2000). Interaction or intersubjectivity? A reply to Lerman. *Journal for Research in Mathematics Education*, *31*, 191-209.

Stylianou, D. A., Smith, B. et Kaput, J. J. (2005). Math in motion : Using CBRs to enact functions. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, *24*, 299-324.

Suurtamm, C. et Roulet, G. (sous presse). Modelling in Ontario : Success in moving along the continuum. *In* W. Blum et M. Niss (dir.), *ICMI Study volume 14 : Applications and modelling*. Kluwer Academic Press.

Svec, M. (1999). Improving graphing interpretation skills and understanding of motion using micro-computer labaratories. *Electronic Journal of Science Education*, *3*(4). Document téléaccessible à l'URL : <http://unr.edu/homepage/crowther/ejse/svec.html>.

Swetz, F. et Hartzler, J. S. (1991). *Mathematical modeling in the secondary school curriculum*. Reston, VA : National Council of Teachers of Mathematics.

Swingle, D. A. et Pachnowski, L. M. (2003). Filling in the gaps : Modelling incomplete CBL data using a graphing calculator. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *34*, 361-370.

Tate, W. F. (1997). Race-ethnicity, ses, gender, and language proficiency trends in mathematics achievement : An update. *Journal of Research in Mathematics Education*, *28*, 652-679.

Thompson, P. W. (1985). Experience, problem solving, and learning mathematics : considerations in developing mathematics curricula. *In* E. A. Silver (dir.), *Teaching and learning mathematical problem solving : Multiple research perspectives* (p. 189-236). Hillsdale, NJ : Erlbaum.

Van Hiele, P. M. (1986). *Structure and insight : A theory of mathematics education.* Orlando, FL : Academic Press.

Vinner, S. et Dreyfus, T. (1989). Images and definitions for the concept of function. *Journal of Research in Mathematics Education, 20*, 356-366.

von Glasersfeld, E. (1995). *Radical constructivism : A way of knowing and learning. Washington*, DC : Falmer Press.

Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society : The development of higher psychological processes.* Cambridge, MA : Harvard University Press.

Vygotsky, L. S. (1986). *Thought and language.* Cambridge, MA : MIT Press.

Wells, G. (1999). *Dialogic inquiry : Towards a socio-cultural practice and theory of education.* New York : Cambridge University Press.

Yerushalmy, M. (2000). Problem solving strategies and mathematical resources : A longitudinal view on problem solving in a function based approach to algebra. *Educational Studies in Mathematics, 43*, 125-147.

Zack, V. et Graves, B. (2001). Making mathematical meaning through dialogue : Once you think of it, the Z minus three seems pretty weird. *Educational Studies in Mathematics, 46*, 229-271.

Zazkis, R., Liljedahl, P. et Gadowsky, K. (2003). Conception of function translation : Obstacles, intuitions, and rerouting. *Journal of Mathematical Behavior, 22*, 437-450.

Zbiek, R. M. (1998). Prospective teachers' use of computing tools to develop and validate functions as mathematical models. *Journal of Research in Mathematics Education, 29*, 184-201.

ANNEXE A
-
TÂCHE D'INTRODUCTION

TÂCHE D'INTRODUCTION

Accueil

Je suis heureux que vous ayez accepté de participer à cette recherche. L'enregistrement vidéo est nécessaire afin de me permettre d'analyser notre rencontre. C'est pourquoi je vous demanderais de parler le plus clairement possible. J'espère que vous pourrez toutefois parvenir à oublier sa présence. Merci pour votre précieuse collaboration!

Problème - L'arrosage des fleurs

En arrosant les fleurs, Sylvain a constaté que le jet d'eau suit une trajectoire parabolique. Il s'amuse à approcher et à éloigner le jet d'un arbre en modifiant la position du tuyau. Il s'interroge au sujet de la parabole formée par le jet d'eau lorsqu'il atteint la cime de l'arbre, à une hauteur de 3 mètres. Il mesure la distance entre l'origine et l'arbre, soit 6 mètres. Il mesure également la distance entre le point de départ du jet, qu'il considère comme l'origine de son système de repérage, et son point d'arrivée. Il obtient 8 mètres.

Consigne

Sans résoudre le problème en détail, décrivez comment vous vous y prendriez pour trouver la réponse à la question suivante : À quelle distance de Sylvain se trouve le jet d'eau lorsqu'il atteint une hauteur de 3 mètres pour la première fois?

[Chercheur : Fournir une feuille blanche aux élèves s'ils en demandent une.]

ANNEXE B

-

TÂCHE TAC (TRADITIONNELLE AVEC CALCULATRICE)

TÂCHE TAC
(traditionnelle avec calculatrice)

Consignes

En équipe, répondez aux différentes questions sur les feuilles prévues à cet effet tout en expliquant verbalement votre démarche avec le plus de détails possible.

Aucune note n'est rattachée à ce questionnaire. Il ne s'agit pas d'une évaluation dans le cadre de votre cours.

L'important n'est pas nécessairement d'en arriver à une réponse exacte, mais d'expliquer votre raisonnement.

Si vous devez effectuer des calculs, laissez des traces écrites de ceux-ci sur les feuilles fournies.

Au besoin, l'utilisation d'une calculatrice à affichage graphique est permise.

Merci pour votre précieuse collaboration!

Problème 1 - Le soccer

L'équation ci-après indique la hauteur h en mètres d'un ballon de soccer en fonction de la distance horizontale d, en mètres, qu'il parcourt avant de toucher le sol pour la première fois.

$$h = -0{,}025(d-20)^2 + 10$$

a) Quelle distance horizontale le ballon parcourt-il du moment où il est frappé au moment où il touche le sol?
b) Quelle est la hauteur maximale atteinte par le ballon?
c) À quelle distance horizontale le ballon se trouve-t-il de la personne qui l'a frappé au moment où il atteint sa hauteur maximale?

Si l'on plaçait l'origine au sommet de la parabole, l'équation de la courbe décrite par le ballon de soccer deviendrait alors $h = -0{,}025d^2$.

d) Quelle(s) conséquence(s) cela a-t-il sur la distance horizontale parcourue par le ballon du moment où il est frappé au moment où il touche le sol?

Problème 2 - Le lancer vertical

Le lancer vertical d'une balle peut être décrit à l'aide d'une équation quadratique de la hauteur *h*, en mètres, en fonction du temps *t*, en secondes. Une balle lancée vers le haut à partir du sol atteint une hauteur maximale de 20 mètres après 2,02 secondes. On sait qu'elle se trouvait à 15 mètres au-dessus du sol après 1,01 seconde.

a) À quel instant se trouvera-t-elle de nouveau à 15 mètres au-dessus du sol?

b) En quoi ce problème est-il semblable ou différent du problème précédent?

ANNEXE C

\-

TÂCHE VNAO (VIDÉO NUMÉRIQUE AVEC ORDINATEUR)

TÂCHE VNAO

(vidéo numérique avec ordinateur)

SITUATION 1 - Vidéo numérique 1

[Chercheur : Ouvrir le logiciel avec la vidéo numérique. Montrer aux élèves les commandes pour permettre de visionner la vidéo. Préciser qu'ils peuvent revoir la vidéo à volonté. Montrer l'endroit où l'on peut cliquer pour afficher les coordonnées de la balle et le temps qui y est lié dans le coin gauche de l'écran.]

[VIDÉO NUMÉRIQUE 1 : La balle rebondit en touchant la table une première fois, puis une deuxième fois avant de disparaître à la droite de l'écran. Le sommet du deuxième bond est toutefois visible à l'écran avant que la balle ne disparaisse.]

PREMIÈRE SECTION

Consigne :

Visionnez à quelques reprises la vidéo numérique avant de répondre aux questions qui suivent.

Questions :

a) Décrivez en détail la situation que vous venez d'observer.

b) Trouvez la distance horizontale parcourue par la balle entre le moment où elle touche la table pour une deuxième fois et le moment où elle y toucherait pour une troisième fois (non visible à l'écran puisque la balle sort du champ de la vidéo)?

c) Actuellement, l'origine du système de référence se trouve dans le coin inférieur gauche de la vidéo. Si l'on déplace l'origine du système de référence pour la positionner au sommet de la trajectoire [Chercheur : Déplacer l'origine jusqu'au sommet], quelle(s) conséquence(s) cela a-t-il sur la distance horizontale parcourue par la balle entre le moment où elle touche la table une deuxième fois et le moment où elle y toucherait une troisième fois? Autrement dit, quelle(s) conséquence(s) cela a-t-il sur la réponse trouvée à la question précédente?

DEUXIÈME SECTION

d) Esquissez ce que le graphique de la hauteur de la balle en fonction de la distance parcourue pourrait être.

[Chercheur : Fournir aux élèves une feuille comportant un système d'axes identifiés, mais non gradués. Après qu'ils aient répondu à la question, leur montrer comment générer le graphique demandé à partir de la vidéo.]

e) Est-ce que le graphique construit correspond à ce que vous vous attendiez? Si non, comment expliquez-vous les différences?

f) Esquissez ce que le graphique de la hauteur de la balle en fonction du temps pourrait être.

[Chercheur : Fournir aux élèves une feuille comportant un système d'axes identifiés, mais non gradués. Après qu'ils aient répondu à la question, leur montrer comment générer le graphique demandé à partir de la vidéo.]

g) Est-ce que le graphique construit correspond à ce que vous vous attendiez? Si non, comment expliquez-vous les différences?

h) En quoi les deux graphiques construits à l'aide du logiciel sont-ils semblables ou différents?

SITUATION 2 - Vidéo numérique 2

[Chercheur : Ouvrir la vidéo numérique 2. Dans cette vidéo numérique, la balle fait un bond sur place, de bas en haut, avant de redescendre.]

Mise en contexte

Dans cette deuxième situation, nous n'avons conservé qu'un très court segment de la vidéo complète. Visionnez à quelques reprises la vidéo numérique avant de répondre aux questions qui suivent.

Questions

i) En quoi cette situation est-elle semblable ou différente de celle de la vidéo précédente?

j) Esquissez sur une feuille ce que le graphique de la hauteur de la balle en fonction de la distance parcourue pourrait être.

[Chercheur : Fournir aux élèves une feuille comportant un système d'axes identifiés, mais non gradués.]

k) Construisez le graphique à l'aide du logiciel. Est-ce que le graphique construit correspond à ce que vous vous attendiez? Si non, comment expliquez-vous les différences?

l) Esquissez sur une feuille ce que le graphique de la hauteur de la balle en fonction du temps pourrait être.

[Chercheur : Fournir aux élèves une feuille comportant un système d'axes identifiés, mais non gradués.]

m) Construisez le graphique à l'aide du logiciel. Est-ce que le graphique construit correspond à ce que vous vous attendiez? Si non, comment expliquez-vous les différences?

n) En quoi les deux graphiques construits à l'aide du logiciel sont-ils semblables ou différents?

o) Etes-vous en mesure de faire des liens entre les deux situations abordées (c'est-à-dire celle de la première vidéo numérique et celle de la deuxième vidéo numérique)?

ANNEXE D

-

QUESTIONNAIRE DE RETOUR SUR LES TÂCHES (PERCEPTION DES ÉLÈVES)

PERCEPTION DES ÉLÈVES
QUESTIONNAIRE DE RETOUR SUR LES TÂCHES

Comparez le problème du soccer avec celui dans lequel vous avez utilisé la vidéo numérique pour trouver la distance horizontale parcourue par la balle (la première section de la première situation).

1) Croyez-vous avoir utilisé les mêmes mots pour parler de ces deux problèmes?

2) Croyez-vous avoir utilisé les mêmes manières (démarches) pour résoudre ces deux problèmes?

Repensez aux tâches dans lesquelles vous avez utilisé la vidéo numérique.

3) Que retenez-vous de l'utilisation de la vidéo numérique?

4) Croyez-vous avoir appris quelque chose de nouveau ou de différent grâce à la vidéo numérique?

5) Qu'est-ce qui vous a plu ou déplu quant à l'utilisation de la vidéo numérique?

ANNEXE E

-

QUESTIONNAIRE POUR L'ENSEIGNANT

QUESTIONNAIRE POUR L'ENSEIGNANT

Question 1 :

Pourriez-vous dresser sommairement un portrait de votre école? Par exemple : nombre d'élèves dans l'école, nombre d'élèves de 10^{e} année, nombre d'élèves suivant le cours « Principes de mathématiques », situation socio-économique, existence de programmes spéciaux en mathématiques dans lesquels les élèves ayant accepté de participer à la recherche auraient pu être impliqués, toute autre information pertinente.

Toujours en gardant en tête que les réponses doivent être données spécifiquement en lien avec les fonctions quadratiques, répondez aux questions suivantes.

Question 2 :

Pourriez-vous dresser un bref profil général de chacun des élèves quant à ses habiletés de raisonnement mathématique?

Question 3 :

Pourriez-vous décrire brièvement comment l'enseignement des fonctions quadratiques s'est fait?

Question 4 :

Avez-vous eu recours à la calculatrice à affichage graphique? Si oui, est-ce que les élèves l'utilisaient librement ou bien avez-vous enseigné des habiletés et des stratégies de résolution de problèmes spécifiques à la calculatrice à affichage graphique?

Question 5 :

Avez-vous eu recours à l'utilisation de l'ordinateur? Si oui, décrivez sommairement en quoi consistait son utilisation?

ANNEXE F

-

TABLEAUX INDIVIDUELS DE COMPILATION DES DYADES

Tableau F_1. Tableau de compilation des processus pour la dyade 1

Temps passé dans chacune des catégories par problème pour la dyade 1

Dyade 1	Tâche d'introduction		Tâche VNAO Vidéo numérique avec ordinateur						Tâche TAC Traditionnelle avec calculatrice					
	Arrosage des fleurs		Vidéo numérique 1		Vidéo numérique 2		Sous-total Vidéos num.		Soccer		Lancer vertical		Sous-total Prob. écrits	
	Fréq.	%	Fréq.	%	Fréq.	%	Fréq.	%	Fréq.	%	Fréq.	%	Fréq.	%
Lecture/visionnement														
Dyade	7	25 %	11	8 %	6	6 %	17	7 %	6	7 %	6	8 %	12	8 %
Olivier	4	29 %	5	7 %	3	6 %	8	7 %	3	7 %	3	8 %	6	8 %
Nicolas	3	21 %	6	9 %	3	6 %	9	8 %	3	7 %	3	8 %	6	8 %
Compréhension														
Dyade	5	18 %	8	6 %	2	2 %	10	4 %	15	18 %	3	4 %	18	12 %
Olivier	4	29 %	4	6 %	1	2 %	5	4 %	8	20 %	2	5 %	10	13 %
Nicolas	1	7 %	4	6 %	1	2 %	5	4 %	7	17 %	1	3 %	8	10 %
Analyse														
Dyade	0	0 %	27	20 %	22	22 %	49	21 %	34	41 %	21	28 %	55	35 %
Olivier	0	0 %	15	22 %	10	20 %	25	21 %	16	39 %	10	27 %	26	33 %
Nicolas	0	0 %	12	17 %	12	24 %	24	20 %	18	44 %	11	30 %	29	37 %
Réflexion														
Dyade	9	32 %	15	11 %	15	15 %	30	13 %	4	5 %	10	14 %	14	9 %
Olivier	4	29 %	4	6 %	5	10 %	9	8 %	2	5 %	5	14 %	7	9 %
Nicolas	5	36 %	11	16 %	10	20 %	21	18 %	2	5 %	5	14 %	7	9 %
Mise en œuvre arg.														
Dyade	3	11 %	50	36 %	48	49 %	98	42 %	19	23 %	34	46 %	53	34 %
Olivier	0	0 %	28	41 %	27	55 %	55	47 %	10	24 %	17	46 %	27	35 %
Nicolas	3	21 %	22	32 %	21	43 %	43	36 %	9	22 %	17	46 %	26	33 %
Autre														
Dyade	4	14 %	27	20 %	5	5 %	32	14 %	4	5 %	0	0 %	4	3 %
Olivier	2	14 %	13	19 %	3	6 %	16	14 %	2	5 %	0	0 %	2	3 %
Nicolas	2	14 %	14	20 %	2	4 %	16	14 %	2	5 %	0	0 %	2	3 %
Temps	4 min. 40 sec. 7 %		23 min. 33 %		16 min. 20 sec. 23 %		39 min. 20 sec. 56 %		13 min. 40 sec. 20 %		12 min. 20 sec. 18 %		26 min. 37 %	

(1) Temps total de la rencontre : 70 min.

Tableau F_2. Tableau de compilation des processus pour la dyade 2

Temps passé dans chacune des catégories par problème pour la dyade 2

Dyade 2	Tâche d'introduction		Tâche VNAO Vidéo numérique avec ordinateur						Tâche TAC Traditionnelle avec calculatrice					
	Arrosage des fleurs		Vidéo numérique 1		Vidéo numérique 2		Sous-total Vidéos num.		Soccer		Lancer vertical		Sous-total Prob. écrits	
	Fréq.	%	Fréq.	%	Fréq.	%	Fréq.	%	Fréq.	%	Fréq.	%	Fréq.	%
Lecture/visionnement														
Dyade	8	8 %	11	6 %	0	0 %	11	4 %	4	7 %	4	15 %	8	9 %
Benoît	5	10 %	5	5 %	0	0 %	5	4 %	2	7 %	2	15 %	4	9 %
Guylaine	3	6 %	6	6 %	0	0 %	6	5 %	2	7 %	2	15 %	4	9 %
Compréhension														
Dyade	5	5 %	2	1 %	0	0 %	2	1 %	0	0 %	0	0 %	0	0 %
Benoît	4	8 %	1	1 %	0	0 %	1	1 %	0	0 %	0	0 %	0	0 %
Guylaine	1	2 %	1	1 %	0	0 %	1	1 %	0	0 %	0	0 %	0	0 %
Analyse														
Dyade	49	47 %	59	30 %	28	41 %	87	33 %	24	40 %	5	19 %	29	34 %
Benoît	20	38 %	27	28 %	12	35 %	39	30 %	11	37 %	2	15 %	13	30 %
Guylaine	29	56 %	32	33 %	16	47 %	48	37 %	13	43 %	3	23 %	16	37 %
Réflexion														
Dyade	36	35 %	42	22 %	16	24 %	58	22 %	16	27 %	5	19 %	21	24 %
Benoît	20	38 %	25	26 %	10	29 %	35	27 %	5	17 %	3	23 %	8	19 %
Guylaine	16	31 %	17	18 %	6	18 %	23	18 %	11	37 %	2	15 %	13	30 %
Mise en œuvre arg.														
Dyade	1	1 %	40	21 %	18	26 %	58	22 %	14	23 %	12	46 %	26	30 %
Benoît	1	2 %	19	20 %	9	26 %	28	21 %	11	37 %	6	46 %	17	40 %
Guylaine	0	0 %	21	22 %	9	26 %	30	23 %	3	10 %	6	46 %	9	21 %
Autre														
Dyade	5	5 %	40	21 %	6	9 %	46	18 %	2	3 %	0	0 %	2	2 %
Benoît	2	4 %	20	21 %	3	9 %	23	18 %	1	3 %	0	0 %	1	2 %
Guylaine	3	6 %	20	21 %	3	9 %	23	18 %	1	3 %	0	0 %	1	2 %
Temps	17 min. 20 sec. 23 %		32 min. 20 sec. 43 %		11 min. 20 sec. 15 %		43 min. 40 sec. 58 %		10min. 13 %		4 min. 20 sec. 6 %		14 min. 20 sec. 19 %	

(1) Temps total de la rencontre : 75 min. 20 sec.

Tableau F_3. Tableau de compilation des processus pour la dyade 3

Temps passé dans chacune des catégories par problème pour la dyade 3

Dyade 3	Tâche d'introduction		Tâche VNAO Vidéo numérique avec ordinateur						Tâche TAC Traditionnelle avec calculatrice					
	Arrosage des fleurs		Vidéo numérique 1		Vidéo numérique 2		Sous-total Vidéos num.		Soccer		Lancer vertical		Sous-total Prob. écrits	
	Fréq.	%	Fréq.	%	Fréq.	%	Fréq.	%	Fréq.	%	Fréq.	%	Fréq.	%
Lecture/visionnement														
Dyade	2	2 %	8	4 %	2	3 %	10	4 %	4	11 %	9	17 %	13	14 %
Noémie	1	2 %	3	3 %	1	3 %	4	3 %	3	16 %	6	23 %	9	20 %
Britney	1	2 %	5	5 %	1	3 %	6	4 %	1	5 %	3	12 %	4	9 %
Compréhension														
Dyade	24	29 %	2	1 %	0	0 %	2	1 %	0	0 %	3	6 %	3	3 %
Noémie	13	32 %	1	1 %	0	0 %	1	1 %	0	0 %	2	8 %	2	4 %
Britney	11	27 %	1	1 %	0	0 %	1	1 %	0	0 %	1	4 %	1	2 %
Analyse														
Dyade	24	29 %	49	23 %	28	45 %	77	28 %	7	18 %	6	12 %	13	14 %
Noémie	13	32 %	28	27 %	14	45 %	42	31 %	3	16 %	4	15 %	7	16 %
Britney	11	27 %	21	20 %	14	45 %	35	26 %	4	21 %	2	8 %	6	13 %
Réflexion														
Dyade	26	32 %	52	25 %	11	18 %	63	23 %	9	24 %	19	37 %	28	31 %
Noémie	12	29 %	19	18 %	3	10 %	22	16 %	2	11 %	4	15 %	6	13 %
Britney	14	34 %	33	31 %	8	26 %	41	30 %	7	37 %	15	58 %	22	49 %
Mise en œuvre arg.														
Dyade	6	7 %	68	32 %	13	21 %	81	30 %	16	42 %	13	25 %	29	32 %
Noémie	2	5 %	38	36 %	9	29 %	47	35 %	10	53 %	9	35 %	19	42 %
Britney	4	10 %	30	29 %	4	13 %	34	25 %	6	32 %	4	15 %	10	22 %
Autre														
Dyade	0	0 %	31	15 %	8	13 %	39	14 %	2	5 %	2	4 %	4	4 %
Noémie	0	0 %	16	15 %	4	13 %	20	15 %	1	5 %	1	4 %	2	4 %
Britney	0	0 %	15	14 %	4	13 %	19	14 %	1	5 %	1	4 %	2	4 %
Temps	13 min. 40 sec. 18 %		35 min. 47 %		10 min. 20 sec. 14 %		45 min. 20 sec. 61 %		6 min. 20 sec. 9 %		8 min. 40 sec. 12 %		15 min. 20 %	

(1) Temps total de la rencontre : 74 min.

Tableau F₄. Tableau de compilation des processus pour la dyade 4

Temps passé dans chacune des catégories par problème pour la dyade 4

Dyade 4	Tâche d'introduction		Tâche VNAO Vidéo numérique avec ordinateur						Tâche TAC Traditionnelle avec calculatrice					
	Arrosage des fleurs		Vidéo numérique 1		Vidéo numérique 2		Sous-total Vidéos num.		Soccer		Lancer vertical		Sous-total Prob. écrits	
	Fréq.	%	Fréq.	%	Fréq.	%	Fréq.	%	Fréq.	%	Fréq.	%	Fréq.	%
Lecture/visionnement														
Dyade	4	8 %	8	3 %	0	0 %	8	2 %	4	15 %	5	11 %	9	13 %
Bianca	2	8 %	5	3 %	0	0 %	5	3 %	3	23 %	2	9 %	5	14 %
Rosalie	2	8 %	3	2 %	0	0 %	3	2 %	1	8 %	3	14 %	4	11 %
Compréhension														
Dyade	7	13 %	6	2 %	0	0 %	6	2 %	1	4 %	3	7 %	4	6 %
Bianca	5	19 %	3	2 %	0	0 %	3	2 %	0	0 %	2	9 %	2	6 %
Rosalie	2	8 %	3	2 %	0	0 %	3	2 %	1	8 %	1	5 %	2	6 %
Analyse														
Dyade	30	58 %	120	40 %	18	41 %	138	40 %	15	58 %	14	32 %	29	41 %
Bianca	16	62 %	70	46 %	10	45 %	80	46 %	8	62 %	9	41 %	17	49 %
Rosalie	14	54 %	50	33 %	8	36 %	58	34 %	7	54 %	5	23 %	12	34 %
Réflexion														
Dyade	6	12 %	56	19 %	3	7 %	59	17 %	1	4 %	12	27 %	13	19 %
Bianca	1	4 %	23	15 %	1	5 %	24	14 %	0	0 %	2	9 %	2	6 %
Rosalie	5	19 %	33	22 %	2	9 %	35	20 %	1	8 %	10	45 %	11	31 %
Mise en œuvre arg.														
Dyade	1	2 %	68	23 %	16	36 %	84	24 %	3	12 %	8	18 %	11	16 %
Bianca	0	0 %	28	19 %	8	36 %	36	21 %	1	8 %	6	27 %	7	20 %
Rosalie	1	4 %	40	26 %	8	36 %	48	28 %	2	15 %	2	9 %	4	11 %
Autre														
Dyade	4	8 %	44	15 %	7	16 %	51	15 %	2	8 %	2	5 %	4	6 %
Bianca	2	8 %	22	15 %	3	14 %	25	14 %	1	8 %	1	5 %	2	6 %
Rosalie	2	8 %	22	15 %	4	18 %	26	15 %	1	8 %	1	5 %	2	6 %
Temps	8 min. 40 sec. 11 %		50 min. 20 sec. 65 %		7 min. 20 sec. 9 %		57 min. 40 sec. 74 %		4 min. 20 sec. 6 %		7 min. 20 sec. 9 %		11 min. 40 sec. 15 %	

(1) Temps total de la rencontre : 78 min.