

INFORMATION TO USERS

This manuscript has been reproduced from the microfilm master. UMI films the text directly from the original or copy submitted. Thus, some thesis and dissertation copies are in typewriter face, while others may be from any type of computer printer.

The quality of this reproduction is dependent upon the quality of the copy submitted. Broken or indistinct print, colored or poor quality illustrations and photographs, print bleedthrough, substandard margins, and improper alignment can adversely affect reproduction.

In the unlikely event that the author did not send UMI a complete manuscript and there are missing pages, these will be noted. Also, if unauthorized copyright material had to be removed, a note will indicate the deletion.

Oversize materials (e.g., maps, drawings, charts) are reproduced by sectioning the original, beginning at the upper left-hand corner and continuing from left to right in equal sections with small overlaps.

ProQuest Information and Learning
300 North Zeeb Road, Ann Arbor, MI 48106-1346 USA
800-521-0600

UMI[®]



Université d'Ottawa • University of Ottawa

ÉTUDE DE L'ÉCOULEMENT DE PLASMA SUPERSONIQUE ET DU DÉSÉQUILIBRE AUTOUR D'UNE SPHÈRE

Alexandra Sirois

Une thèse soumise à la Faculté des études
supérieures et postdoctorales en accomplissement partiel des
exigences pour l'obtention d'une

Maîtrise es sciences appliquées

Spécialité: génie mécanique

Institut de génie mécanique et aérospatial
de l'Université d'Ottawa et de Carleton University
Université d'Ottawa
Ottawa, Canada



National Library
of Canada

Acquisitions and
Bibliographic Services

395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Bibliothèque nationale
du Canada

Acquisitions et
services bibliographiques

395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Your file Votre référence

Our file Notre référence

The author has granted a non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of this thesis in microform, paper or electronic formats.

The author retains ownership of the copyright in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de cette thèse sous la forme de microfiche/film, de reproduction sur papier ou sur format électronique.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

0-612-76547-4

Résumé

Cette thèse étudie l'écoulement et le déséquilibre du plasma d'argon supersonique autour d'une sphère à des fins d'application dans le domaine de la déposition par plasma thermique.

Les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement, de l'énergie et des espèces sont résolues en tenant compte du déséquilibre chimique possible dans le plasma. Les variables de transport sont calculées en fonction de la méthode d'Hirschfelder et al. dans laquelle entre en jeu la cinétique du plasma. Des détails sur les méthodes numériques employées par le solveur sont donnés.

Le modèle est validé au niveau de la physique de l'écoulement ainsi de la cinétique chimique et du modèle des propriétés du plasma.

Des écoulements supersoniques à différents nombres de Mach, pressions et températures de plasma d'argon sur des sphères sont analysés afin de déterminer les facteurs qui influencent le coefficient de traînée et le déséquilibre.

Abstract

This thesis studies the flow of supersonic argon plasma over a sphere for application in the thermal spray field.

A numerical model was developed to include the non-equilibrium state. The mass, momentum, energy and species conservation equations are solved taking into account the possible non-equilibrium state of the plasma. The transport variables are calculated with Hirschfelder et al.'s method based on the plasma's kinetics. Details on the numerical method used by the solver are given.

The numerical model is validated including the physics of the flow, the chemical kinetics and the properties on which is based the plasma model.

Supersonic plasma flows over a sphere are analyzed for different pressures, temperatures and Mach numbers to identify the influential factors on the drag coefficient and the chemical state of the plasma.

Remerciements

Merci à mon directeur Bertrand Jodoin pour m'avoir donné une chance.

J'aimerais aussi remercier Alexandre Blais avec lequel j'ai beaucoup aimé travailler.

Merci à mes parents pour avoir cru en moi depuis le début et m'avoir supporté pendant toutes mes études... ne vous inquiétez pas, c'est presque fini. Merci à ma mère Louise, ma source d'inspiration professionnelle pour ses nombreux conseils, et mon père Normand qui aurait dû être ingénieur. J'aimerais remercier mon frère Charles-André pour tout son encouragement et son pragmatisme. Merci à Zak pour m'avoir encouragé à ne pas trop me stresser avec le travail.

Finalement merci à tout le département de génie mécanique pour son aide.

Table des matières

nomenclature	xii
1 Introduction et revue littéraire	1
1.1 Introduction	1
1.2 Revue littéraire	2
1.2.1 Coefficients de traînée	2
1.2.2 Coefficients de transport	3
2 Théorie	4
2.1 Écoulements compressibles	4
2.1.1 Définitions	4
2.1.2 Types d'écoulements	5
2.1.3 Écoulement isentropique d'un gaz parfait	6
2.1.4 L'onde de choc	8
2.2 Introduction aux plasmas	11
2.2.1 Les gaz et les plasmas vus de près	12
2.2.2 Catégories de plasma	17
2.3 États d'équilibre, de non-réaction et de déséquilibre dans les plasmas	17
2.3.1 Équilibre chimique	17
2.3.2 Non réactif (frozen)	19
2.3.3 Déséquilibre chimique	20
2.4 Équations qui définissent les propriétés thermodynamiques	20
2.4.1 Densité	20
2.4.2 Chaleur massique	22
2.5 Équations qui définissent les variables de transport de quantité de mouvement et d'énergie	22
2.5.1 Introduction	22
2.5.2 Intégrales de collision	23
2.5.3 Calcul des coefficients binaires	23
2.5.4 Conductivité thermique	24
2.5.5 Viscosité	26
2.6 Traînée d'une sphère	27

3	Modèle mathématique	29
3.1	Hypothèses	29
3.1.1	Hypothèses spécifiques à l'écoulement	29
3.1.2	Hypothèses spécifiques au plasma	30
3.2	Équations de conservation	31
3.2.1	Conservation de la masse	31
3.2.2	Momentum	32
3.2.3	Conservation de l'énergie	32
3.2.4	Conservation des espèces	34
4	Méthodes numériques et solveur	36
4.1	Méthode des volumes finis	36
4.2	Discrétisation	36
4.3	Solution couplée ou séquentielle	37
4.4	Méthode explicite ou implicite	38
4.5	Facteurs de relaxation	39
4.6	Convergence	39
5	Validation	40
5.1	Couches limites	40
5.1.1	Écoulements incompressibles laminaires	40
5.1.2	Écoulements compressibles laminaires	47
5.1.3	Conclusion	53
5.2	Étude de maillage et du coefficient de traînée	55
5.2.1	Étude de Maillage en écoulement incompressible	56
5.2.2	Étude de maillage en écoulement compressible	61
5.2.3	Choix du maillage avec l'air	61
5.2.4	Effet du rapport des chaleurs massiques sur le C_D	64
5.2.5	Résolution séquentielle ou couplée	65
5.3	Validation du modèle de cinétique chimique	67
5.3.1	Géométrie	67
5.3.2	Conditions aux limites	67
5.3.3	Résultats	68
5.4	Validation du modèle de propriétés	70
5.5	Validation de l'hypothèse du continuum	70
5.6	Conclusion	72
6	Résultats	73
6.1	Modèle numérique	73
6.1.1	Géométrie et maillage	73
6.1.2	Conditions aux limites	73
6.1.3	Méthode de résolution	75

6.2	Résultats	77
6.2.1	Force de traînée	77
6.2.2	Vitesse et densité	80
6.2.3	Coefficient de traînée	81
6.2.4	Équilibre	88
A	Couches limites incompressibles	100
A.0.5	Plaque plane	100
A.0.6	Convergent et divergent	101
A.0.7	Cylindre	104
B	Couches limites d'écoulements compressibles	107
B.1	Préliminaires	107
B.1.1	Équations de conservation de couche limite	107
B.1.2	Conditions aux limites	107
B.1.3	Variables thermodynamiques et de transport	108
B.2	Plaque plane	109
B.2.1	Paroi adiabatique	109
B.2.2	Paroi avec transfert de chaleur	110
B.3	Écoulement avec gradient de pression	110
B.3.1	Préliminaires	111
C	Intégrales de collision	114
D	Chaleur massique et enthalpie	116
E	Graphiques de propriétés supplémentaires	118

Table des figures

2.1	Schéma des types d'écoulements	7
2.2	Schéma du volume de contrôle autour de l'onde de choc normale . . .	9
2.3	Graphiques du nombre Mach en fonction du nombre de Mach avant l'onde de choc et du rapport des températures des deux côtés l'onde de choc en fonction du nombre de Mach avant l'onde de choc	10
2.4	Graphiques du rapport des pressions et des vitesses des deux côtés de l'onde de choc en fonction du nombre de Mach avant l'onde de choc . .	10
2.5	Schéma de cas d'ondes de choc obliques	11
2.6	Schéma des différents modes d'énergie pour un atome	13
2.7	Exemple de macro-états	13
2.8	Exemple de micro-états	14
2.9	Schéma des forces sur l'aire dA	28
4.1	Discrétisation	37
4.2	Méthode séquentielle	38
4.3	Méthode couplée	38
5.1	Volume de contrôle pour l'écoulement sur une plaque plane	41
5.2	Volume de contrôle pour l'écoulement convergent	41
5.3	Volume de contrôle pour l'écoulement divergent	42
5.4	Volume de contrôle pour l'écoulement sur un cylindre	42
5.5	Orientation des axes sur le cylindre pour la validation de l'écoulement dans la couche limite	42
5.6	Profil adimensionnel de couche limite pour une plaque plane en écoulement incompressible	44
5.7	Pourcentage d'erreur entre la solution de Blasius et les cas modélisés pour le profil de couche limite sur une plaque plane en écoulement incompressible	45
5.8	Profil adimensionnel de couche limite pour un convergent à un angle de 18° en écoulement incompressible	45
5.9	Erreur entre f' des cas modélisés et la solution de Falkner Skan pour le profil adimensionnel de couche limite pour un convergent à un angle de 18° en écoulement incompressible	46

5.10	Profil adimensionnel de couche limite pour un divergent à un angle de -12.6° en écoulement incompressible	46
5.11	Profil adimensionnel de couche limite pour cylindre à $Re = 60$ en écoulement incompressible	48
5.12	Profil de température adimensionnel de couche limite pour une plaque plane adiabatique en écoulement compressible	50
5.13	Profil de vitesse adimensionnel de couche limite pour une plaque plane adiabatique en écoulement compressible	50
5.14	Profil de température adimensionnel de couche limite pour une plaque plane non-adiabatique en écoulement compressible	51
5.15	Profil de vitesse adimensionnel de couche limite pour une plaque plane non-adiabatique en écoulement compressible	52
5.16	Profil de vitesse adimensionnel de couche limite pour un convergent adiabatique en écoulement compressible d'angle 45°	53
5.17	Profil de vitesse adimensionnel de couche limite pour un convergent non-adiabatique en écoulement compressible d'angle 45°	54
5.18	Profil de vitesse adimensionnel de couche limite pour un divergent adiabatique en écoulement compressible d'angle -12.6°	55
5.19	Distribution du maillage sur le cylindre	57
5.20	Distribution de la vitesse (m/s) à $Re = 200$	60
5.21	Maillage 4	62
5.22	Géométrie du tunnel	67
5.23	Fraction molaire d'ion $Ar+$ sur l'axe du tunnel	69
5.24	Comparaison de la densité de l'argon à 1 atm (référence [1])	70
5.25	Comparaison de la viscosité de l'argon à 1 atm (référence [1])	71
5.26	Comparaison de la conductivité thermique de l'argon à 1atm (référence [1])	71
5.27	Diamètre des particules lorsque $Kn = 1$ en fonction de la température à différentes pressions	72
6.1	Viscosité en fonction de la température et de la pression	78
6.2	Profils de température (en K) à $20kPa$ et $5000K$	79
6.3	Distribution de pression sur la sphère à $10000K$ et $100kPa$ en fonction de l'angle θ à différents nombres de Mach	80
6.4	Coefficient de traînée en fonction de la température et de la pression à Mach 1 et 1.5	83
6.5	Coefficient de traînée en fonction de la température et de la pression à Mach 2 et 2.5	83
6.6	Coefficient de traînée en fonction de la température et de la pression à Mach 3	84
6.7	Distribution de pression (en Pa) pour un écoulement à $20kPa$, $12500K$ et $M = 2$	85

6.8	Distribution de pression (en Pa) pour un écoulement à $50kPa$, $12500K$ et $M = 2$	85
6.9	Distribution de pression (en Pa) pour un écoulement qui entre à $100kPa$, $12500K$ et $M = 2$	86
6.10	Coefficient de traînée en fonction du Mach à 300 et $5000K$, à une pression de $50kPa$	86
6.11	Coefficient de traînée en fonction du Mach à 7500 et $10000K$, à une pression de $50kPa$	87
6.12	Coefficient de traînée en fonction du Mach à 12500 et $15000K$, à une pression de $50kPa$	87
6.13	Profils de température (en K) et de coefficient de déséquilibre (en %) pour un écoulement à $P = 100kPa$, $M = 2.5$ et $T = 5000K$	89
6.14	Profils de température (en K) et de coefficient de déséquilibre (en %) pour un écoulement à $P = 100kPa$, $M = 2.5$ et $T = 12500K$	90
6.15	Profil de fraction molaire d' Ar^+ (en $\frac{mol}{mol}$) pour un écoulement à $P = 100kPa$, $M = 2.5$ et $T = 5000K$	92
6.16	Profil de fraction molaire d' Ar^+ (en $\frac{mol}{mol}$) pour un écoulement à $P = 100kPa$, $M = 2.5$ et $T = 12500K$	92
6.17	Profil de coefficient de déséquilibre (en %) de différents écoulements à $T = 12500kPa$	93
6.18	Profil de fraction molaire (en $\frac{mol}{mol}$) d' Ar^+ pour un écoulement à $P = 20kPa$, $T = 5000K$ et $M = 1.5$	94
6.19	Profils de température et de coefficient de déséquilibre (en %) à $M = 1$, $P = 100kPa$ et $T = 12500K$	95
6.20	Profil de fraction molaire (en $\frac{mol}{mol}$) d' Ar^+ à $M = 1$, $P = 100kPa$ et $T = 12500K$	96
A.1	Schéma d'un écoulement sur une plaque plane	100
A.2	Schéma d'un écoulement Falkner Skan convergent	102
A.3	Schéma d'un écoulement Falkner Skan divergent	102
A.4	Schéma d'un écoulement sur un cylindre	104
E.1	Densité en fonction de la température et de la pression	118
E.2	Rapport des chaleurs massiques en fonction de la température et de la pression	119
E.3	Vitesse du son en fonction de la température et de la pression	119
E.4	Traînée en fonction de la température, de la pression et du nombre de Mach	120

Liste des tableaux

4.1	Critères de convergence	39
5.1	Conditions spécifiées à l'entrée et en haut et nombres de Reynolds correspondants pour les modélisations incompressibles	43
5.2	Vitesse à l'entrée par rapport à la vitesse à l'extérieur de la couche limite	44
5.3	Pourcentage d'erreur sur $\frac{U}{U_{ext}}$ et $\frac{T}{T_{ext}}$ entre la solution modélisée et la solution théorique pour une plaque adiabatique et Mach 1	51
5.4	Pourcentage d'erreur sur $\frac{U}{U_{ext}}$ et $\frac{T}{T_{ext}}$ entre la solution modélisée et la solution théorique pour une plaque avec transfert de chaleur à Mach 2	52
5.5	Pourcentage d'erreur sur $\frac{U}{U_{ext}}$ et $\frac{T}{T_{ext}}$ entre la solution modélisée et la solution théorique pour une plaque avec transfert de chaleur à Mach 3	53
5.6	Pourcentage d'erreur sur $\frac{U}{U_{ext}}$ entre la solution modélisée et la solution théorique pour un convergent adiabatique d'angle 45^0	54
5.7	Pourcentage d'erreur sur $\frac{U}{U_{ext}}$ entre la solution modélisée et la solution théorique pour un convergent avec transfert de chaleur d'angle 45^0	55
5.8	Pourcentage d'erreur sur $\frac{U}{U_{ext}}$ entre la solution modélisée et la solution théorique pour un divergent adiabatique d'angle -12.6^0	56
5.9	Distribution des nœuds sur les différents maillages testés	58
5.10	Coefficients de traînée et pourcentage d'erreur à $Re = 20$ pour les 7 maillages testés	58
5.11	Coefficients de traînée pour les maillages 1, 5 et 7 et des trois références	59
5.12	Pourcentage d'erreur des coefficients de traînée des modélisations par rapport à la moyenne des références	59
5.13	Comparaison des coefficients de traînée de différents maillages	63
5.14	Tableau des pourcentages d'erreurs entre les coefficients de traînée de différents maillages et la moyenne des valeurs de référence	63
5.15	Tableau des coefficients de traînée pour différents gaz issus de modélisations séquentielles	64
5.16	Tableau des coefficients de traînée pour l'argon et l'air en modélisation couplée	65
5.17	Coefficients de traînée de différentes références pour l'air	65
5.18	Différence entre nos coefficients de traînée couplés et ceux de référence pour l'air	66

5.19	Différence entre nos coefficients de traînée séquentiels et de référence . .	66
5.20	Tableau du temps de résidence, de la vitesse et du nombre de Mach à l'entrée à différentes températures	68
5.21	Tableau de la validation du modèle de réaction	69
6.1	Tableau des conditions aux limites	73
6.2	Tableau des conditions d'entrée	74
6.3	Forces de traînée de pression et visqueuse (en Newton) pour les cas modélisés	77
6.4	Tendances des composantes de C_D	81
6.5	Coefficients de traînée des cas modélisés	82
D.1	Coefficients pour le calcul des chaleurs massiques	117

Nomenclature

Constante	description	valeur et unités
κ	constante de Boltzmann	$1.38 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}$
e	charge de l'électron	$1.6 \cdot 10^{-19} C$
ϵ_0	permittivité du vide	$8.854 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{J \cdot m}$
m_e	masse d'un électron	$9.107 \cdot 10^{-31} kg$
m_{Ar}	masse d'un atome d'argon	$6.628 \cdot 10^{-26} kg$
m_{Ar^+}	masse d'un ion d' Ar^+	$m_{Ar} - m_e kg$
$N_{Avogadro}$	constante d'Avogadro	$6.023 \cdot 10^{23} \frac{1}{mol}$
\mathfrak{R}	constante universelle des gaz	$8.31451 \frac{J}{mol \cdot K}$
T_{ref}	température de référence	$298.15 K$

Lettres romaines	description	unités
a	exposant pour la loi de Saha	
A	aire	m^2
A^*	coefficient adimensionnel	
A^{**}	coefficient pour la conductivité thermique de réaction	
A	coefficient pour la loi de Saha	$\frac{\text{particule}}{m^3 K}$
b	exposant pour la loi de Saha	K
B^*	coefficient adimensionnel	
c	vitesse du son	$\frac{m}{s}$
C_D	coefficient de traînée	
$C_{desequilibre}$	coefficient de déséquilibre	\mathcal{C}
C_p	chaleur massique à pression constante	$\frac{kJ}{kg \cdot K}$
$C_{p,i}$	chaleur massique de l'espèce i	$\frac{kJ}{kg \cdot K}$
$\overline{C_{p,i}}$	chaleur massique moyenne de l'espèce i	$\frac{kJ}{kg \cdot K}$
C_v	chaleur massique à volume constant	$\frac{kJ}{kg \cdot K}$
d	diamètre	m
D	coefficient binaire de diffusion	$\frac{m^2}{sK}$
E	énergie totale	J
f	fonction adimensionnelle de courant	
f'	fonction adimensionnelle de vitesse	
F	force	N
Fr	nombre de Froude	
g	dégénérescence	
G'	température adimensionnelle	
G	fonction adimensionnelle	
h	enthalpie spécifique du plasma	$\frac{kJ}{kg}$
h_i	enthalpie spécifique de l'espèce i	$\frac{kJ}{kg}$
H	enthalpie totale du plasma	kJ
I_{ij}	coefficient pour le calcul de la viscosité	
k	conductivité thermique	$\frac{W}{m \cdot K}$
k_b	taux de recombinaison	$\frac{m^6}{s}$
k_f	taux d'ionisation	$\frac{m^3}{s}$
K_c	constante d'équilibre basée sur les concentrations	$\frac{\text{particule}}{m^3}$
K_{ecoul}	constante de l'écoulement	$\frac{\text{particule}}{m^3}$
K_p	constante d'équilibre basée sur les pressions	Pa

Lettres romaines	description	unités
Kn	nombre de Knudsen	
\bar{l}	libre parcours moyen	m
L	longueur caractéristique	m
$L_{i,j}$	coefficient pour le calcul de k	
m_i	masse moléculaire de l'espèce i	$\frac{kg}{particule}$
M	nombre de Mach	
M_{mel}	masse molaire du mélange	$\frac{kg}{mol}$
n_i	densité particulaire de l'espèce i	$\frac{particule}{m^3}$
n_{mel}	densité particulaire du mélange	$\frac{particule}{m^3}$
N	quantité de particules	<i>particules</i>
P	pression	Pa
Pr	nombre de Prandtl	
q	coefficient pour le calcul de k	
Q	fonction de partition	
$\bar{Q}^{l,s}$	intégrale de collision	m^2
r	rayon en coordonnée cylindrique	m
R	constante du gaz	$\frac{J}{kg \cdot K}$
Re	nombre de Reynolds	
S	différence relative d'enthalpie de stagnation	
S_ψ	terme source de la variable ψ	
\bar{S}	paramètre adimensionnel de température	
t	temps	s
T	température	K
u	vitesse en x à l'intérieur de la couche limite	$\frac{m}{s}$
U	vitesse à l'extérieur de la couche limite	$\frac{m}{s}$
v	vitesse en y à l'intérieur de la couche limite	$\frac{m}{s}$
V_{ol}	volume	m^3
W	nombre total de micro-états par macro-état	
x	abscisse en coordonnée cartésienne	m
x_i	fraction molaire de l'espèce i	$\frac{mol}{mol}$
X	espèce employée à titre d'exemple	
XY	espèce employée à titre d'exemple	
y	ordonnée en coordonnée cartésienne	m
Y	espèce employée à titre d'exemple	
z	coordonnée cylindrique	m

Lettres grecques	description	unités
α	coefficient de la distribution de Boltzmann	
β	coefficient de la distribution de Boltzmann	$\frac{1}{J}$
γ	rapport des chaleurs massiques $\frac{C_p}{C_v}$	
Γ	coefficient de diffusion	
δ	angle du changement dans l'écoulement	<i>rad</i>
Δ	changement	
ΔS_0	différence relative d'enthalpie de stagnation	
ε'	énergie de particule	<i>J</i>
ε'_0	énergie de particule à 0K	<i>J</i>
ζ	coefficient d'angle pour convergent-divergent	
η	forme adimensionnelle de la position	
ι	coefficient d'angle pour convergent-divergent	
λ_D	longueur de Debye	<i>m</i>
θ	angle sur la sphère	<i>rad</i>
Θ	angle de l'onde de choc	<i>rad</i>
μ	viscosité cinématique	$\frac{kg}{m \cdot s}$
μ_i	viscosité cinématique de l'espèce i	$\frac{kg}{m \cdot s}$
ν'	coefficient stœchiométrique de réactif	
ν''	coefficient stœchiométrique de produit	
ν_i	coefficient stœchiométrique de l'espèce i	
ρ	densité	$\frac{kg}{m^3}$
ρ_i	densité de l'espèce i dans le plasma	$\frac{kg}{m^3}$
σ	facteur de sous-relaxation	
τ_{ab}	contrainte visqueuse dans le plan a: b	$\frac{kg}{m \cdot s^2}$
υ	variable employée à titre d'exemple	
Ψ	fonction de courant	$\frac{m^2}{s}$
ω_i	fraction massique de l'espèce i	$\frac{kg}{kg}$

indices	description
∞	entrée
μ	viscosité
0	toute propriété de stagnation
1	toute propriété avant l'onde de choc
2	toute propriété après l'onde de choc
a	indice de direction
Ar	argon
Ar^+	ion argon +
b	indice de direction
D	traînée
e	électron
el	électronique
ext	extérieur de la couche limite
f	sortie
i	compteur identifiant l'espèce
l	lourd
mel	mélange
max	maximum
n	normale
p	pression
$reac$	réaction
ref	référence
res	résidence
t	tangentielle
$trans$	translation
w	paroi
wa	paroi adiabatique

Chapitre 1

Introduction et revue littéraire

1.1 Introduction

Dans les procédés de déposition par plasma thermique, de petites particules de métaux sont injectées dans un jet de plasma supersonique qui les entraîne vers un substrat où les particules viennent s'écraser à haute vitesse. La qualité et le rendement de la déposition dépendent entre autres de l'aptitude du plasma à emporter avec lui les particules. Le but de cette thèse est de regarder l'interaction du plasma avec les particules de métaux lorsqu'elles sont injectées. Plus particulièrement nous allons observer le coefficient de traînée entre une particule de métal et le plasma ainsi que l'état de la cinétique chimique autour de la particule. À ce moment, sa vitesse est considérée nulle par rapport à celle du plasma puisque le plasma est supersonique. Lorsque le plasma supersonique entre en contact avec une particule immobile par rapport au plasma, il se forme une onde de choc et des changements extrêmes de conditions sont engendrées dans un court espace.

Ce chapitre offre une revue de la littérature disponible concernant les coefficients de traînée de sphères dans les écoulements compressibles et de plasma ainsi que les coefficients de transport dans les plasmas. Le second chapitre est une brève revue de la théorie nécessaire à la compréhension du modèle numérique. Il comprend une introduction aux écoulements compressibles et aux plasmas ainsi qu'une description des différents états chimiques des plasmas. Les équations qui définissent les propriétés thermodynamiques et les variables de transport sont aussi exposées. Finalement le coefficient de traînée sur une sphère est défini. Le troisième chapitre décrit en détails le modèle mathématique sur lequel sont basées les modélisations. Les hypothèses spécifiques à l'écoulement et au plasma sont premièrement définies. Elles sont suivies des équations de conservation qui s'appliquent au système. Le quatrième chapitre est une explication de la méthode numérique employée par le solveur. Le cinquième chapitre est une validation de toutes les facettes du modèle mathématique en passant par la physique, la cinétique chimique, les propriétés et l'hypothèse du continuum. C'est aussi dans cette partie que le maillage est étudié. Le sixième chapitre expose les résultats des modélisation. Après une analyse,

les facteurs qui influencent le coefficient de traînée et l'état de cinétique chimique sont isolés.

1.2 Revue littéraire

1.2.1 Coefficients de traînée

L'utilisation de jets supersoniques à propulsif solide mena aux premières études sur la traînée de particules sphériques dans les plasmas compressibles. Les expressions empiriques caractérisant la traînée de particules dans les gaz se sont avérées avoir une applicabilité limitée. De nouvelles expressions ont dû être développées afin de tenir compte des effets de raréfaction (lorsque l'hypothèse du continuum n'est plus respectée), d'inertie et de compressibilité valides pour une grande plage de nombres de Reynolds et de nombres de Mach.

En 1964, Carlson et Hoglund [2] émirent une relation mathématique découlant du coefficient de traînée de Stokes avec des facteurs de correction pour les effets de raréfaction à bas nombre de Mach et nombre de Reynolds développées par Millikan [3] en 1923 et pour les effets de compressibilité à plus haut nombre de Reynolds par Hoerner [4] en 1958. Sa relation s'est avérée inexacte à des nombres de Mach inférieurs à 0.5 dans les cas où il y avait de la raréfaction et dans tous les cas supersoniques.

Elle fut améliorée par Crowe en 1967 [5] qui incorpora un lissage des données expérimentales jusqu'à Mach 2.

Basé sur les recherches précédentes, en 1976 Henderson [6] publia une expression du coefficient de traînée valide pour des régimes allant du continuum à la raréfaction, pour des nombres de Mach jusqu'à 6 et des nombres de Reynolds du régime laminaire jusqu'à la transition laminaire-turbulent. Son expression dépend des nombres de Mach et de Reynolds mais aussi des températures de l'écoulement et de la particule et du rapport des chaleurs massiques, mais ne s'applique pas aux plasmas. L'expression de Henderson fait partie des références considérées au niveau de la validation des coefficients de traînée pour les gaz dans cette thèse.

Dans une autre lignée appliquée aux plasmas d'Argon, entre 1983 et 1997 Chen et Pfender proposèrent une série d'articles sur la traînée et le transfert de chaleur de particules sphériques basés sur des modélisations d'écoulements de plasmas incompressibles. En plus de la raréfaction, l'interaction entre la particule, les ions et les électrons et la conductivité thermique [7], ils tiennent compte d'effets tels l'évaporation [8] et la diffusion à la surface de la particule [9]. L'effet de raréfaction prend la forme d'un saut de température et de vitesse entre la particule et l'écoulement. Le but de leur étude était de modéliser des particules injectées dans un réacteur à plasma dans des cas où la raréfaction est à considérer Chen[7].

1.2.2 Coefficients de transport

Beaucoup d'études ont été faites afin de caractériser le transport dans les plasmas. Les utilisations ne se limitent pas au domaine de la déposition par plasma thermique. Par exemple elles s'appliquent aussi à l'étude des couches limites autour les avions hypersoniques ou à l'intérieur des moteurs à réaction.

Le pionnier dans le sujet est Hirschfelder et al. (1954) [10] qui fit intervenir la cinétique de plasmas dans le calcul des coefficients de transport. Beaucoup de travaux se sont basés sur ses techniques.

Butler et Brokaw (1957) [11] ont développé une formule générale pour la conductivité thermique des mélanges de gaz dissociés en équilibre.

En 1958 Mason et Amdur [12] publièrent un article sur le calcul des propriétés des gaz à des températures supérieures à $1000K$. À cette époque, des mesures raisonnablement exactes des propriétés des gaz à de telles températures n'était pas possible. Leurs calculs incluent l'effet de l'énergie de translation, mais négligent ceux de l'excitation, la dissociation et l'ionisation. Par contre leurs valeurs d'intégrales de collision sont basées sur des mesures expérimentales.

Monchick [13] en 1959 calcula de manière théorique les intégrales de collision en utilisant les potentiels de répulsion intermoléculaires. Il fit une comparaison favorable des valeurs de la viscosité obtenues ainsi avec les résultats de [12].

En 1960, Kihara et al. [14] publièrent une étude similaire mais en utilisant tous les types de potentiels avec l'approche de Chapman-Enskog..

De son côté, Devoto s'est concentré sur les plasmas monoatomiques dont l'argon ([15], [16], [17] et [18]).

Les coefficients de transport de plasmas en déséquilibre chimique furent étudiés par Ferziger et Chmielewski [19]. Ils utilisèrent une variation de la méthode de Chapman-Enskog où les particules lourdes et les électrons peuvent avoir des températures différentes.

Les propriétés de réactions chimiques du plasma d'argon en déséquilibre furent décrites en 1967 par Hoffert et Lien [20]. Leurs relations sont même applicables au plasma où la température des électrons est différente de celle des atomes et des ions.

Chapitre 2

Théorie

Ce chapitre est une brève revue de la théorie qui gouverne les écoulements étudiés dans ce travail. La première section traite des écoulements compressibles et définit les paramètres et concepts importants. La seconde présente quelques concepts de base sur les plasmas, explore les gaz d'un point de vue microscopique et explique leurs différents états chimiques en passant par la distribution de Boltzmann et les fonctions de partition. Les troisième et quatrième sections présentent le calcul des propriétés thermodynamiques et de transport. La dernière partie traite des forces de traînée qui agissent sur une sphère dans un écoulement et explique le coefficient de traînée d'une sphère.

2.1 Écoulements compressibles

2.1.1 Définitions

Compressibilité

Puisque les liquides tendent à occuper un volume défini, il est généralement admis que la densité d'un liquide reste constante sous l'action d'une pression externe. En réalité, lorsqu'une pression assez forte est appliquée sur un liquide il peut y avoir un changement minime de la densité (par exemple poser une pression de 200 fois la pression atmosphérique sur l'eau liquide augmente sa densité de seulement 1% [21]). Le changement de densité $\partial\rho$ par rapport au changement de pression ∂P est si petit que, dans l'étude des écoulements liquides, on peut poser l'hypothèse qu'il n'y a pas de changement de densité résultant d'un changement de pression dans l'écoulement. Ceci est appelé un écoulement incompressible. Par contre avec un gaz, un changement de pression externe produit un changement de densité non négligeable. Lorsque des changements de densité appréciables sont possibles dans un écoulement de gaz suite à des changements de pression, on qualifie cet écoulement de compressible.

Son

Le son est une onde de pression à travers laquelle un changement infinitésimal des propriétés se produit. L'onde est très mince (de l'ordre du micron) son action peut être considérée adiabatique puisque sa surface est si petite que les transferts de chaleur sont négligeables. Son action est aussi réversible. Ceci signifie qu'après son passage, si l'onde repassait dans le sens inverse, le système reviendrait à son état initial. Puisque adiabatique et réversible, on peut qualifier ce procédé d'isentropique.

L'onde sonore se propage à une vitesse [22]:

$$c = \sqrt{\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_{\text{isentropique}}} \quad (2.1)$$

c est appelée vitesse du son.

Le nombre de Mach est le rapport entre la vitesse d'un écoulement et la vitesse du son

$$M = \frac{U}{c} \quad (2.2)$$

2.1.2 Types d'écoulements

Une perturbation (un objet) dans un fluide émet continuellement une onde voyageant à la vitesse du son. Cette onde permet au fluide de s'adapter à la présence de la perturbation. Si la perturbation voyage à une vitesse inférieure à la vitesse du son, le fluide en amont de la perturbation ressent sa présence par les ondes que la perturbation émet. Le fluide a donc le temps de s'ajuster au passage de la perturbation. Au contraire, si la perturbation voyage à une vitesse plus grande que la vitesse du son, le fluide en amont de la perturbation ne sera pas atteint par l'onde sonore émise par la perturbation avant que la perturbation elle-même n'y arrive. Il en résulte donc un changement abrupt des propriétés du fluide pour s'ajuster au passage de la perturbation. On peut classer les écoulements en quatre catégories [23].

Incompressible ($U \ll c$)

Même si aucun fluide n'est totalement incompressible, si la vitesse U de l'écoulement est très petite par rapport à c , une perturbation stationnaire émettra une onde sonore qui se propagera symétriquement dans toutes les directions. Le fluide de partout dans l'écoulement recevra l'information de la perturbation de la même manière (figure 2.1 a).

Subsonique ($U < c$)

Dans ce cas, la vitesse de l'écoulement est inférieure à la vitesse du son mais n'est pas négligeable. L'onde sonore émise par une perturbation stationnaire ne se propage

pas symétriquement. Les ondes sont plus rapprochées en amont de la perturbation (effet Doppler) (figure 2.1 b).

Sonique ($U = c$)

Dans un écoulement sonique, la vitesse de l'écoulement est égale à la vitesse du son. L'onde émise par la perturbation n'est présente qu'en aval de celle-ci. Puisque que l'onde se propage à la même vitesse que l'écoulement, les gradients infinitésimaux de pression qui forment l'onde à chaque position de l'écoulement par rapport à la perturbation s'accumulent à l'avant de la perturbation. L'addition de tous ces gradients crée un énorme changement de pression à l'avant de la perturbation. On appelle ce phénomène l'onde de Mach (figure 2.1 c).

Supersonique ($U > c$)

Dans ce cas, la vitesse de l'écoulement est supérieure à la vitesse du son. Toutes les ondes sonores émises par une perturbation stationnaire sont définies à l'intérieur d'un cône (le cône de Mach) dont la cime est la perturbation. Le long des parois de ce cône, il y a accumulation des ondes de pression infinitésimales, ce qui engendre un énorme gradient de pression à cet endroit. Le fluide de l'écoulement ne subit l'effet de l'onde que lorsqu'il est à l'intérieur du cône de Mach. La zone à l'extérieur du cône est la zone de silence (figure 2.1 d).

2.1.3 Écoulement isentropique d'un gaz parfait

Il est possible de simplifier l'étude de certains écoulements en émettant l'hypothèse qu'ils sont unidimensionnels (c'est à dire que des changements de propriétés n'existent que dans la direction du mouvement). Un de ces cas est dans une conduite à aire variable où l'on néglige les effets de la couche limite. On peut alors simplifier les équations de conservation et établir des relations directes entre la géométrie et les propriétés de l'écoulement.

Rapport entre l'aire d'une conduite et le nombre de Mach

La simplification des équations de conservation de la masse et du momentum permettent d'obtenir la relation [22]:

$$dP(1 - M) = \rho U^2 \frac{dA}{A} \quad (2.3)$$

où A est l'aire de la conduite.

Cette équation relie le changement d'aire de la conduite au changement de pression.

Pour un écoulement subsonique, $M < 1$ donc $1 - M$ est positif. Par conséquent, une augmentation de l'aire engendre une augmentation de pression donc une diminution

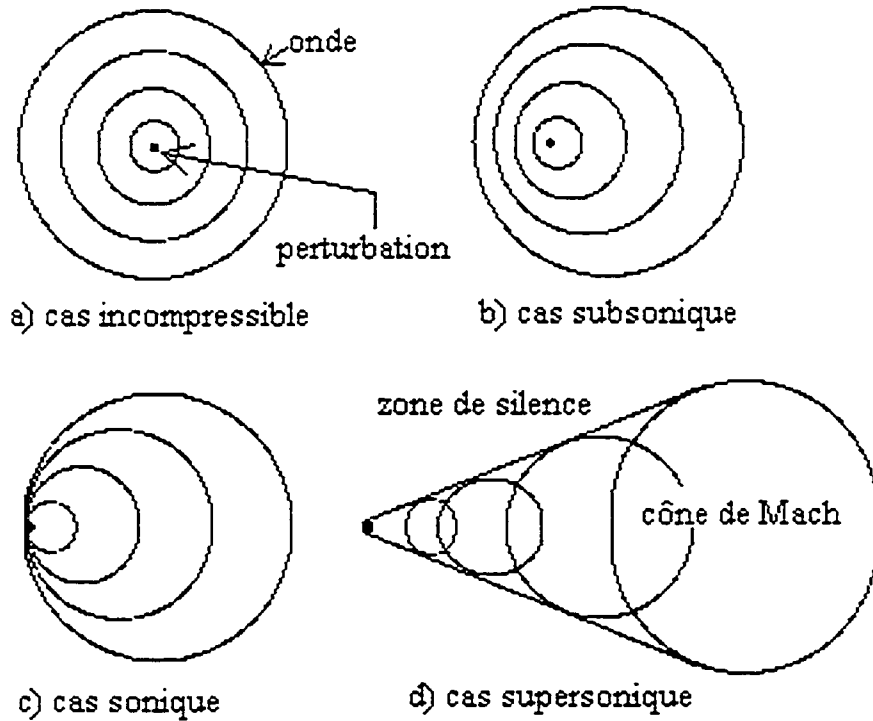


FIG. 2.1 - Schéma des types d'écoulements

de la vitesse. Au contraire une diminution de l'aire crée une diminution de la pression, donc une augmentation de la vitesse.

Par contre dans un écoulement supersonique $M > 1$ donc le terme $1 - M$ est négatif. Une augmentation de l'aire mène à une diminution de pression donc une augmentation de la vitesse, et vice versa.

Pour rendre un écoulement supersonique à partir du repos, il s'agit de l'accélérer avec une diminution de pression dans une conduite convergente jusqu'à $M = 1$ puis divergente en régime supersonique. On appelle une telle géométrie une tuyère convergente-divergente.

Propriétés de stagnation

Les propriétés de stagnation d'un gaz sont les propriétés si ce gaz était amené au repos de manière adiabatique ou isentropique. Dans les écoulements compressibles, elles servent souvent de conditions de référence.

L'enthalpie de stagnation C'est l'enthalpie d'un fluide amené au repos de façon adiabatique. À l'aide de l'équation de conservation d'énergie elle est définie par

[22]:

$$h_0 = h + \frac{U^2}{2} \quad (2.4)$$

La température de stagnation Elle est dérivée de l'enthalpie de stagnation. C'est la température d'un fluide amené au repos de manière adiabatique. Pour un gaz parfait à chaleur spécifique constante, on a [22]:

$$T_0 = T \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right) \quad (2.5)$$

La pression de stagnation C'est la pression d'un fluide amené au repos de manière isentropique. Pour un gaz parfait elle est définie par [22]:

$$P_0 = P \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \quad (2.6)$$

2.1.4 L'onde de choc

La section 2.1.2 a montré que lorsqu'un objet est submergé dans un écoulement supersonique, il y a une accumulation des ondes infinitésimales de pression à niveau. La somme de tous ces changements infinitésimaux de pression produit une augmentation appréciable de la pression au niveau de l'objet, l'onde de choc. L'onde de choc est mince (de l'ordre du micron) donc adiabatique. Par contre les transferts de chaleurs par conduction et la dissipation visqueuse à l'intérieur même de l'onde de choc la rendent irréversible. Dans un écoulement supersonique contenant une restriction (par exemple un objet dans l'écoulement), l'onde de choc sert à ralentir le fluide pour qu'il puisse contourner l'objet.

L'onde de choc normale est l'exemple le plus simple d'onde de choc. C'est une onde de choc plane normale à la direction de l'écoulement. Dans ce cas, le fluide ne subit de changements de propriétés que dans la direction de l'écoulement. Elle peut avoir lieu lorsque l'objet submergé offre une surface plane normale à l'écoulement. Dans le cas d'une sphère submergée, on peut émettre l'hypothèse que l'onde de choc est normale à l'avant dans la région où la tangente de la sphère est normale à l'écoulement.

Pour un écoulement de gaz parfait en régime permanent il est possible de poser des équations reliant les propriétés des deux côtés de l'onde de choc sans avoir à exprimer les phénomènes complexes qui ont lieu à l'intérieur même de l'onde de choc en posant un volume de contrôle autour de l'onde de choc. À la surface de contrôle à l'entrée (avant l'onde de choc), la température, la vitesse, la pression et la densité ont l'indice 1. À la sortie (après l'onde de choc) les propriétés ont l'indice 2 (Figure 2.2).

Premièrement à l'aide de l'équation de conservation de la masse et en sachant que puisque l'écoulement qui traverse le volume de contrôle subit un changement adiabatique, on peut relier les nombres de Mach par [21]:

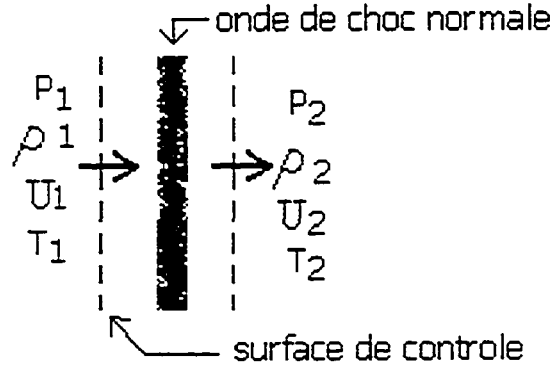


FIG. 2.2 – Schéma du volume de contrôle autour de l'onde de choc normale

$$M_2 = \sqrt{\frac{M_1^2 + \frac{2}{\gamma-1}}{\frac{2\gamma}{\gamma-1}M_1^2 - 1}} \quad (2.7)$$

Puis on peut poser les relations entre températures, densités, vitesses et pressions des deux côtés de l'onde de choc en fonction de M_1 et de γ seulement [21].

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2}M_1^2\right) \left(\frac{2\gamma}{\gamma-1}M_1^2 - 1\right)}{M_1^2 \left(\frac{2\gamma}{\gamma-1} + \frac{\gamma-1}{2}\right)} \quad (2.8)$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{2\gamma M_1^2}{\gamma+1} - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \quad (2.9)$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{(\gamma+1)M_1^2}{(\gamma-1)M_1^2 + 2} \quad (2.10)$$

Les figures 2.3 et 2.4 illustrent ces relations pour l'argon. On voit qu'après une onde de choc normale, l'écoulement est subsonique et que les températures et pressions augmentent.

L'onde de choc oblique, quand à elle peut se produire lorsque la surface de l'objet n'est pas normale à l'écoulement. Par exemple pour une sphère dans un écoulement. Pour certaines valeurs d'angle d'inclinaison de la surface de l'objet par rapport à l'écoulement, l'onde de choc est attachée à l'objet (figure 2.5 a). Mais lorsque l'angle est assez grand (comme pour le cas d'une sphère), l'onde de choc est détachée (figure 2.5 b). En traversant l'onde de choc oblique, l'écoulement est dévié pour suivre l'inclinaison de l'objet. Contrairement à l'écoulement qui traverse l'onde de choc normale, à la sortie de l'onde de choc oblique l'écoulement peut encore être supersonique. Pour certains cas simples d'ondes de choc attachées on peut relier les propriétés des deux côtés de l'onde de choc non seulement à l'aide des équations de conservation, mais de l'angle δ duquel l'écoulement a changé de direction.

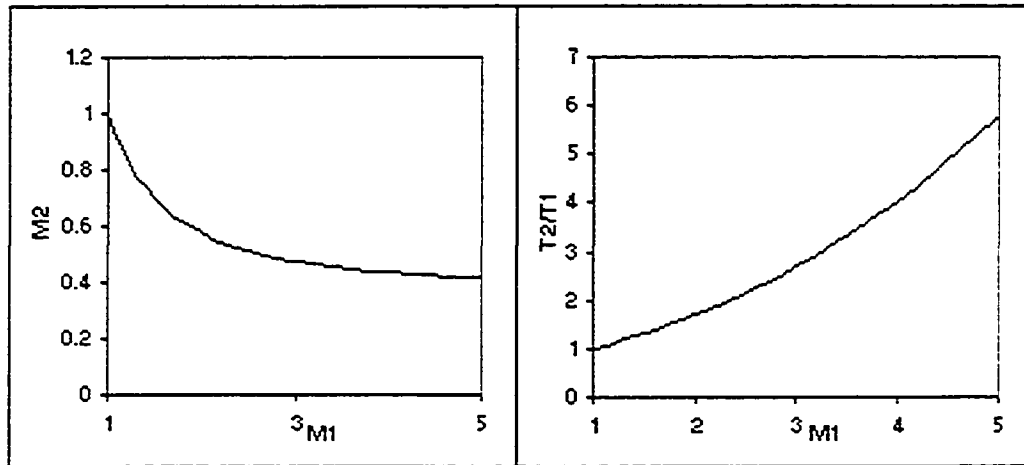


FIG. 2.3 – Graphiques du nombre Mach en fonction du nombre de Mach avant l'onde de choc et du rapport des températures des deux côtés l'onde de choc en fonction du nombre de Mach avant l'onde de choc

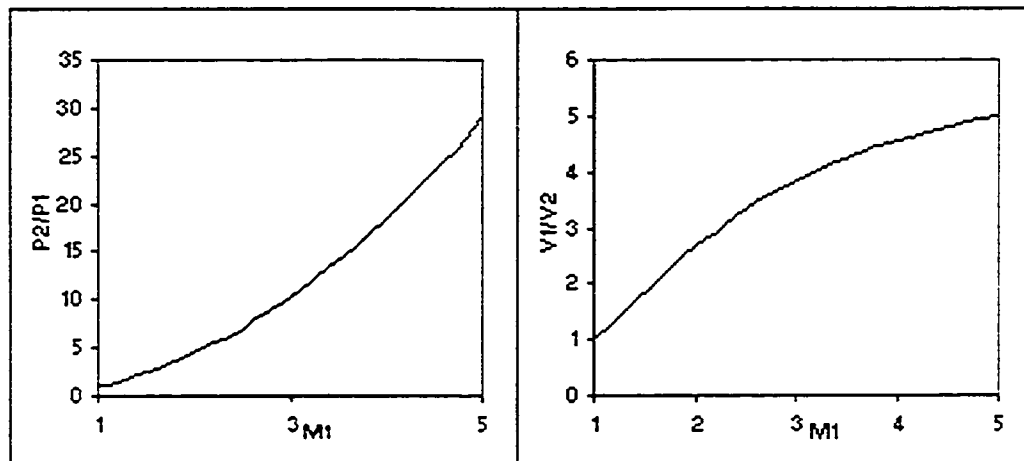


FIG. 2.4 – Graphiques du rapport des pressions et des vitesses des deux côtés de l'onde de choc en fonction du nombre de Mach avant l'onde de choc

On peut décomposer le vecteur vitesse et le nombre de Mach en deux composantes. La composante normale (indice n) et la composante tangentielle (indice t) à l'onde de choc oblique. La composante tangentielle de la vitesse ne change pas en traversant l'onde de choc. L'onde de choc oblique agit comme une onde de choc normale envers la composante normale. Les rapports de pression, de température, etc. peuvent donc être connus en trouvant premièrement la composante normale du nombre de Mach avant l'onde de choc M_{1n} puis en se référant aux tables ou aux équations d'ondes de choc normales [21]. L'angle Θ de l'onde de choc ainsi que les composantes normales et tangentielles du nombre de Mach peuvent être calculées en résolvant les équations

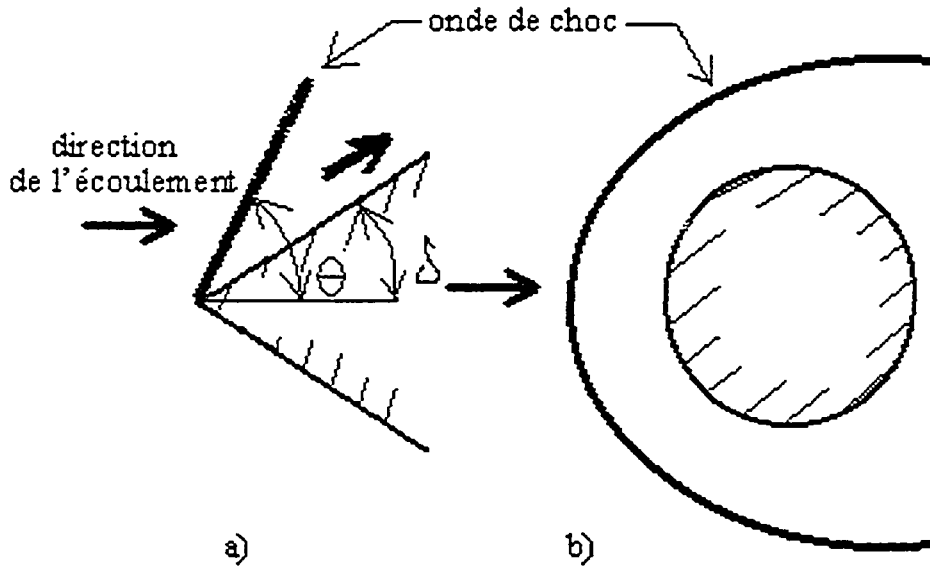


FIG. 2.5 – Schéma de cas d'ondes de choc obliques

suivantes issues de la géométrie du système [21]:

$$M_{1n} = M_1 \sin \Theta \quad (2.11)$$

$$M_{1t} = M_1 \cos \Theta \quad (2.12)$$

$$M_{2n} = M_2 \sin(\Theta - \delta) \quad (2.13)$$

$$M_{2t} = M_2 \cos(\Theta - \delta) \quad (2.14)$$

2.2 Introduction aux plasmas

Les plasmas sont présents dans la vie de tous les jours. Dans le ciel; le soleil, les éclairs et les aurores boréales et sur terre les flammes et les lampes incandescentes sont des exemples concrets des différents types de plasmas. Souvent qualifié de quatrième état de la matière, le plasma est un mélange gazeux d'ions, d'électrons et d'atomes. Les ions et les atomes ont une masse supérieure à celle des électrons. Un atome d'argon ou un ion Ar^+ par exemple ont une masse d'environ 72779 fois celle de l'électron. Ils sont habituellement appelés les lourds. Certaines de ces particules peuvent être dans un état excité à cause de la haute quantité d'énergie présente dans le plasma due par exemple à un chauffage intensif, à des collisions entre atomes et électrons ou à des radiations à haute énergie (UV, rayons X)[23]. Pour retourner à leur niveau d'énergie de repos, ces lourds émettent des photons, ce qui donne au plasma toute sa luminosité. La présence d'ions et d'électrons fait du plasma un très bon conducteur électrique. Néanmoins, le plasma est électriquement neutre au niveau macroscopique. La longueur qui délimite

l'échelle macroscopique du plasma est la longueur de Debye λ_D [24].

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\epsilon_0 \kappa T}{n_e e^2}} \quad (2.15)$$

Ceci signifie que tout non respect de la neutralité disparaît à échelle supérieure à la longueur de Debye.

2.2.1 Les gaz et les plasmas vus de près

Cette section a pour but la définition de la distribution de Boltzmann et des fonctions de partition qui nous serviront à connaître la composition du plasma en déséquilibre. Comme cette étude porte sur le plasma d'argon dont les particules lourdes sont des atomes et des ions monoatomiques, nous allons limiter la théorie aux gaz monoatomiques.

Dans les conditions normales atmosphériques (à une pression d'un atmosphère et température $298.15K$) on peut considérer que les gaz sont caloriquement parfaits, donc que leur chaleur massique est constante.

Si la température du gaz augmente au-dessus d'un certain seuil (par exemple environs $5000K$ pour l'argon) , les électrons commencent à se séparer des atomes. On appelle ce phénomène l'ionisation. La chaleur massique devient fonction de la température et de la pression. Le gaz cesse d'être caloriquement parfait. Le gaz est alors un plasma et est chimiquement réactif. La prochaine section expose les lois qui régissent la composition des gaz monoatomiques.

Description microscopique des gaz

Cette partie porte sur les gaz (et les plasmas) monoatomiques. Les particules qui forment un gaz se meuvent les unes par rapport aux autres dans l'espace. La particule elle-même a un mouvement de translation dans l'espace dans les trois dimensions. Elle a de ce fait une énergie liée à ce mouvement, l'énergie de translation, ϵ'_{trans} . De plus, les électrons sont en mouvement par rapport au noyau de l'atome autour duquel il gravitent. L'énergie liée à ce mouvement est l'énergie électronique ϵ'_{el} .

L'atome a une énergie totale ϵ' composée de ces deux modes d'énergie:

$$\epsilon' = \epsilon'_{trans} + \epsilon'_{el} \quad (2.16)$$

Il a été démontré que les différents types d'énergies ne peuvent être quantifiées qu'en quantités finies (discrètes) [25]. Le saut entre chaque valeur discrète est différent pour chaque type d'énergie (voir la figure 2.6). L'énergie minimale est aussi quantifiée. Elle correspond à un gaz dont la température est le zéro absolu (figure 2.6). Pour un atome, l'énergie à $0K$ est donnée sous la forme

$$\epsilon'_0 = \epsilon'_{0trans} + \epsilon'_{0el} \quad (2.17)$$

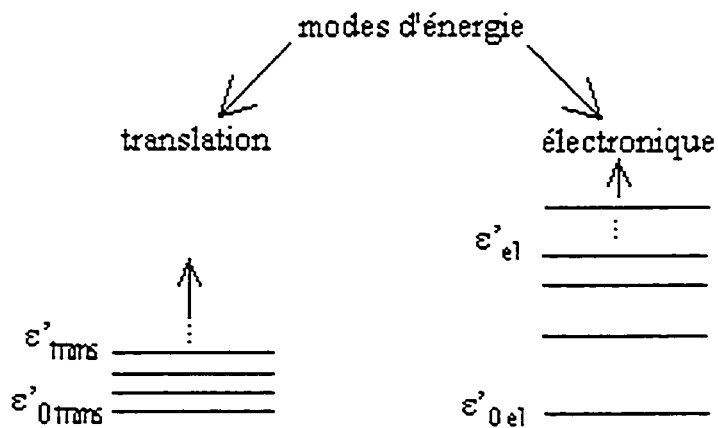


FIG. 2.6 – Schéma des différents modes d'énergie pour un atome

Définition du macro-état

Plusieurs combinaisons des quantités finies d'énergie de différents types peuvent donner une même valeur d'énergie totale (aussi appelée niveau d'énergie). On appelle ces différentes combinaisons les états d'énergie. La quantité totale de ces états pour un niveau d'énergie j est appelé la dégénérescence g_j . Un macro-état est une quantité d'atomes N formée de la somme des N_j atomes à chaque différent niveau d'énergie j .

$$N = \sum_j N_j \quad (2.18)$$

La distribution des atomes à travers les différents niveaux d'énergie change d'un instant à l'autre (figure 2.7).

niveaux d'énergie	ϵ'_0	ϵ'_1	ϵ'_2	...	ϵ'_j	...
dégénérescence	g_0	g_1	g_2	...	g_j	...
distribution des atomes à l'instant t	$N_0=2$	$N_1=1$	$N_2=4$...	$N_j=3$...
	un macro état					
distribution des atomes à l'instant $t+\Delta t$	$N_0=5$	$N_1=2$	$N_2=3$...	$N_j=1$...
	un autre macro état					

FIG. 2.7 – Exemple de macro-états

Il est donc possible d'avoir différentes distributions des atomes à travers les différents niveaux d'énergie avec chacun g_j états. La quantité totale d'énergie dans le système est donc :

$$E = \sum_j \epsilon'_j N_j \quad (2.19)$$

À l'intérieur même d'un macro-état, il peut y avoir différentes distributions des molécules dans des états de dégénérescence différents. Ces différentes distributions pour un même macro-état sont appelées les micro-états (figure 2.8). Une des hypothèses de la mécanique statistique est que chaque micro-état a une probabilité égale de se produire [25]. Le macro-état qui a la plus grande probabilité de se produire est celui qui a la plus grande quantité de micro-états. On appelle celui-ci le macro-état le plus probable. C'est dans cet état qu'est le système lorsqu'il est en équilibre.

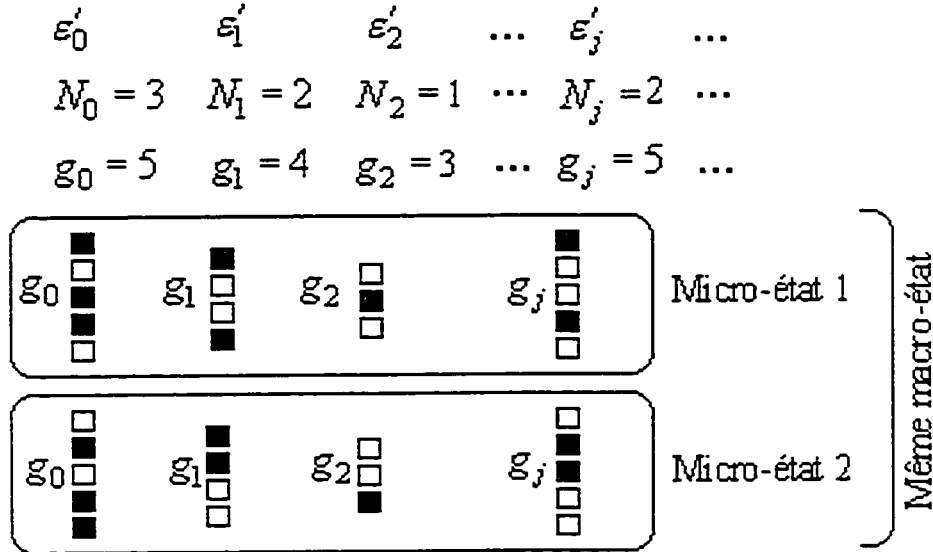


FIG. 2.8 - Exemple de micro-états

Compte du nombre de micro-états pour un macro-état

La mécanique quantique fait la distinction entre deux types de particules [25]. Premièrement les atomes ayant un nombre pair de particules élémentaires (protons, électrons et neutrons): les Bosons qui suivent la distribution statistique de *Bose Einstein*, puis les Fermions qui ont un nombre impair de particules élémentaires. Ceux-ci suivent la distribution de *Fermi-Dirac*. La principale différence entre les deux est que pour les Bosons, il peut y avoir plus qu'un atome dans un état de dégénérescence. Pour les Fermions, il n'y a qu'un atome par état de dégénérescence. On dénote W le nombre total de micro-états par macro-état pour chacune des deux sortes d'atomes. Il sont donnés par Anderson [25]:

$$W_{(Boson)} = \prod_j \frac{(N_j + g_j - 1)!}{(g_j - 1)! N_j!} \quad (2.20)$$

$$W_{(Fermion)} = \prod_j \frac{g_j!}{(g_j - N_j)! N_j!} \quad (2.21)$$

Macro-état le plus probable

La valeur maximale (N_j^*) que peut prendre W représente la quantité de micro-états dans le macro-état qui contient le plus de micro-états. C'est le macro-état le plus probable. C'est ce micro-état qui représente l'état thermodynamique du système lorsqu'il est en équilibre [25].

$$N_{j(Boson)}^* = \frac{g_j}{e^{\alpha} e^{\beta \epsilon_j} - 1} \quad (2.22)$$

$$N_{j(Fermion)}^* = \frac{g_j}{e^{\alpha} e^{\beta \epsilon_j} + 1} \quad (2.23)$$

Ces valeurs peuvent être obtenues pour chaque niveau d'énergie

Distribution de Boltzmann et fonction de partition

À des températures inférieures à $5K$, les atomes sont entassés dans les niveaux d'énergie les plus bas. Les états de dégénérescence de ces niveaux sont alors, eux aussi très peuplés. La différence entre les Fermions et les Bosons est alors importante. Par contre, à plus haute température, les atomes sont distribués sur une grande quantité de niveaux d'énergie. Du même coup, les états de dégénérescence sont eux aussi moins peuplés. Donc, $N_j \ll g_j$. En tenant compte de ceci dans les équations 2.22 et 2.23, on voit que les dénominateurs sont très grands par rapport aux numérateurs. On peut donc simplifier:

$$N_{j(Fermion)}^* = N_{j(Boson)}^* = N_j^* = \frac{g_j}{e^{\alpha} e^{\beta \epsilon_j}} \quad (2.24)$$

Une telle distribution des micro-états est la distribution de *Boltzmann*. β est le lien entre la thermodynamique classique et statistique. Il est démontrable [25] que $\beta = \frac{1}{\kappa T}$, où κ est la constante de Boltzmann, et T est la température du système. Donc:

$$N_j^* = g_j e^{-\alpha} e^{-\frac{\epsilon_j}{\kappa T}} \quad (2.25)$$

Pour définir α il faut revenir en arrière. On sait que N est la somme des N_j^* (nombre d'atomes le plus probable qui se situent dans un niveau d'énergie) sur tous les niveaux d'énergie. D'où :

$$\begin{aligned} N &= \sum_j N_j^* = \sum_j g_j e^{-\alpha} e^{-\frac{\epsilon_j}{\kappa T}} \\ &= e^{-\alpha} \sum_j g_j e^{-\frac{\epsilon_j}{\kappa T}} \end{aligned}$$

ou:

$$e^{-\alpha} = \frac{N}{\sum_j g_j e^{-\frac{\epsilon'_j}{\kappa T}}} \quad (2.26)$$

Et en substituant dans l'équation 2.25 on a:

$$N_j^* = N \frac{g_j e^{-\frac{\epsilon'_j}{\kappa T}}}{\sum_j g_j e^{-\frac{\epsilon'_j}{\kappa T}}} \quad (2.27)$$

Ces équations contiennent les énergies mesurées à partir du 0 absolu. Malheureusement, il est presque impossible de mesurer l'énergie à la température de $0K$, ϵ_0 . Il est plus utile d'utiliser une énergie de référence ϵ_j mesurée au-dessus à partir d'une température supérieure à $0K$. On peut poser que: $\epsilon'_j = \epsilon_j + \epsilon_0$

Il est maintenant possible de simplifier l'expression de N_j^* .

$$N_j^* = N \frac{g_j e^{-\frac{\epsilon_j}{\kappa T}}}{\sum_j g_j e^{-\frac{\epsilon_j}{\kappa T}}} \quad (2.28)$$

Le dénominateur de l'équation 2.28 correspond à la *fonction de partition* Q . Elle sert au calcul des relations entre les quantités de chaque espèce dans un système.

$$Q = \sum_j g_j e^{-\frac{\epsilon_j}{\kappa T}} \quad (2.29)$$

Pour un atome, la fonction de partition peut être séparée en deux parties, la contribution de l'énergie de translation, et celle de l'énergie électrique [25].

$$Q_{trans} \left(\frac{2\pi m \kappa T}{h^2} \right) V_{ol} \quad (2.30)$$

$$Q_{el} \simeq \sum_{l=0}^{\infty} g_l e^{-\epsilon_l / \kappa T} \quad (2.31)$$

où V_{ol} est le volume du système.

Ces deux équations nous permettent de voir que la fonction de partition ne dépend que du volume du système et de la température [25].

On peut réécrire la distribution de Boltzmann de la forme :

$$N_j^* = N \frac{g_j e^{-\frac{\epsilon_j}{\kappa T}}}{Q} \quad (2.32)$$

La distribution de Boltzmann représente la quantité de micro-états dans le macro-état le plus probable.

2.2.2 Catégories de plasma

On peut classer les plasmas en deux catégories. Un plasma thermique (ou chaud) est un plasma où la température des électrons est considérée égale à celle des lourds. On parle d'*équilibre thermodynamique complet* ou É.T.C. lorsque les conditions suivantes sont respectées [24]:

1. La distribution de vitesse de toutes les espèces du plasma obéit à la distribution de *Maxwell-Boltzmann*. Les températures définies par ces fonctions de distribution doivent être les mêmes (équilibre cinétique) pour les lourds et les électrons. Cette température est celle du plasma.
2. La densité de population n_i des particules i excitées suit la distribution de *Boltzmann* (voir la section 2.2.1) [23].
3. La densité des espèces suit la distribution de *Saha* décrite à la section 2.3.1.
4. Le rayonnement suit la loi de *Planck*. La température de ce rayonnement de corps noir est aussi égale à la température du plasma [23].

Si seulement les trois premières conditions sont respectées, on parle d'*équilibre thermodynamique local* ou ÉTL. Les plasmas thermiques sont habituellement considérés en ÉTL. On peut alors ne considérer qu'une seule température T pour tout le plasma.

Par ailleurs un plasma dont la température des électrons est très différente de celle des lourds est appelé un plasma froid ou hors équilibre thermodynamique.

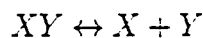
2.3 États d'équilibre, de non-réaction et de déséquilibre dans les plasmas

Cette section donne une brève description des différents états chimiques des plasmas.

2.3.1 Équilibre chimique

En équilibre chimique la composition du gaz est toujours la composition à l'équilibre même si le gaz subit un changement de pression et de température. Un tel état est possible lorsque les changements de température et de pression sont assez lents pour permettre à la composition de s'adapter en même temps qu'elle.

Considérons un gaz composé de 3 espèces qui réagissent ensemble selon la réaction :



Ce système est en équilibre. La température T et la pression P sont constantes. Dans le système, sont présentes N^X , N^{XY} , N^Y , particules de X , XY et Y . De plus, chacune des espèces a ses niveaux d'énergie et ses états de dégénérescence.

Le système a deux contraintes.

1- L'énergie totale du système est constante (conservation de l'énergie):

$$E = E^X + E^Y + E^{XY} = \text{constant} \quad (2.33)$$

2- le nombre total de particules élémentaires est constant (conservation de la masse).
En incluant ceci dans l'équation 2.18:

$$\begin{aligned} \sum_j N_j^X + \sum_j N_j^{XY} &= N_X = \text{cst} \\ \sum_j N_j^Y + \sum_j N_j^{XY} &= N_Y = \text{cst} \end{aligned} \quad (2.34)$$

On peut obtenir la distribution de chaque espèce à l'aide de l'équation 2.32

$$\begin{aligned} N_j^X &= N^X \frac{g_j^X e^{-\frac{\epsilon_j^X}{\kappa T}}}{Q^X} \\ N_j^Y &= N^Y \frac{g_j^Y e^{-\frac{\epsilon_j^Y}{\kappa T}}}{Q^Y} \\ N_j^{XY} &= N^{XY} \frac{g_j^{XY} e^{-\frac{\epsilon_j^{XY}}{\kappa T}}}{Q^{XY}} \end{aligned} \quad (2.35)$$

et en les combinant:

$$\frac{N^X N^Y}{N^{XY}} = e^{-\frac{\Delta \epsilon_0}{\kappa T}} \frac{Q_X Q_Y}{Q_{XY}} \quad (2.36)$$

L'équation 2.36 est la *loi de Saha* (ou loi d'action de masse) elle peut aussi être dérivée de la thermodynamique à l'aide de la fonction de Gibbs qui relie les concentrations à l'équilibre à l'énergie échangée lors d'une réaction chimique [26]. Elle donne une relation entre les quantités de chaque espèce d'un système en équilibre par rapport aux fonctions de partition et au changement d'énergie zéro de la réaction, $\Delta \epsilon_0$.

Il existe une façon plus simple de calculer les quantités relatives. Pour un mélange de gaz parfait, on peut écrire:

$$PV_{ol} = N\kappa T \quad (2.37)$$

et pour chaque espèce i:

$$P_i V_{ol} = N^i \kappa T \quad (2.38)$$

on obtient :

$$\frac{N^X N^Y}{N^{XY}} = \frac{P_X P_Y}{P_{XY}} \frac{V_{ol}}{\kappa T} \quad (2.39)$$

Que l'on peut combiner avec l'équation 2.36 et obtenir :

$$\frac{P_X P_Y}{P_{XY}} = \frac{\kappa T}{V_{ol}} e^{\frac{-\Delta \varepsilon_0}{\kappa T}} \frac{Q_X Q_Y}{Q_{XY}} \quad (2.40)$$

Les fonctions de partition Q sont directement proportionnelles au volume V . On peut alors simplifier l'expression 2.40. Le terme de droite devient fonction de la température seulement. Il correspond à la constante d'équilibre K_p .

$$\frac{P_X P_Y}{P_{XY}} = K_p(T) \quad (2.41)$$

Pour une réaction généralisée :



on a :

$$K_p(T) = \frac{\prod^{produits} P_i^{\nu''_i}}{\prod^{reactifs} P_i^{\nu'_i}} \quad (2.43)$$

Où les ν'_i et ν''_i sont les coefficients stœchiométriques des espèces X_i présentes dans la réaction respectivement comme réactifs et produits.

En connaissant $\Delta \varepsilon_0$ et les fonctions de partition on peut connaître la constante d'équilibre donc la composition du plasma en fonction de la température et de la pression.

Il y a une autre version K_c de la constante d'équilibre basée sur les concentrations (en $\frac{\text{particule}}{m^3}$) au lieu des pressions partielles. C'est celle là qui nous sera la plus utile.

$$K_c(T) = \frac{\prod^{produits} n_i^{\nu''_i}}{\prod^{reactifs} n_i^{\nu'_i}} = \left(\frac{1}{\kappa T} \right)^{\nu''_i - \nu'_i} K_p \quad (2.44)$$

Où n_i est la concentration de l'espèce i en particules par m^3 .

La section 2.4.1 montre comment nous avons employé ces relations afin de trouver les concentrations à l'équilibre dans le plasma d'argon.

2.3.2 Non réactif (frozen)

Dans un écoulement non réactif, il n'y a pas de réactions chimiques. En d'autres mots, les taux de réaction sont nuls et la composition est constante. Une telle hypothèse peut être adoptée dans un écoulement à des températures assez basses pour que la composition soit constante ou lorsqu'un écoulement est assez rapide que pendant une certaine période aucune réaction n'a le temps de se faire, cette hypothèse est souvent prise pour décrire l'écoulement à l'intérieur d'une onde de choc ou un écoulement à une très grande vitesse.

2.3.3 Déséquilibre chimique

Soit un système en équilibre chimique. On chauffe soudainement celui-ci à une plus haute température. Il faut du temps aux atomes du système pour atteindre la nouvelle température, et aux réactions chimiques pour se produire afin que la composition atteigne l'équilibre à la nouvelle température. Ceci va se faire lors de nombreuses collisions entre particules. Les collisions permettent aux particules d'échanger de l'énergie. Pendant cette période d'ajustement, on peut dire que le système est en déséquilibre chimique. Un déséquilibre peut se produire par exemple après qu'un plasma ait traversé une onde de choc.

Pour la réaction chimique générale 2.42, on définit k_b comme la constante du taux de réaction de droite à gauche et k_f comme étant la constante du taux de réaction de gauche à droite. Ces deux constantes ne sont que fonction de la température. Leur unité dépend de la quantité de réactifs et de produits de la réaction spécifique.

De ces constantes on peut calculer le taux de changement de densité de particules de chaque espèce dans le temps:

$$\frac{dn_i}{dt} = (\nu_i'' - \nu_i') \left(k_f \prod_i n_i^{\nu_i'} - k_b \prod_i n_i^{\nu_i''} \right) \quad (2.45)$$

Il est facilement démontrable que k_f et k_b sont reliés à K_c . En effet, pour un système en équilibre, le taux de changement de quantités d'espèces dans le temps est nul. Donc:

$$(\nu_i'' - \nu_i') \left(k_f \prod_i n_i^{*\nu_i'} - k_b \prod_i n_i^{*\nu_i''} \right) = 0 \quad (2.46)$$

Les n_i^* sont les densités à l'équilibre. Après un remaniement des termes, on voit que:

$$\begin{aligned} \frac{k_f}{k_b} &= \frac{\prod_i n_i^{*\nu_i''}}{\prod_i n_i^{*\nu_i'}} \\ &= K_c \end{aligned} \quad (2.47)$$

La section 3.2.4 montre l'application de ces relations au plasma d'argon.

2.4 Équations qui définissent les propriétés thermodynamiques

2.4.1 Densité

En équilibre chimique

Pour un plasma en équilibre, l'équation 2.47 montre qu'une relation peut être établie entre les densités de chaque espèce présentes lors d'une réaction chimique en fonction de la constante d'équilibre K_c de cette réaction.

Pour la réaction présente dans le plasma d'argon:



ceci se traduit par:

$$K_c = \frac{n_e n_{\text{Ar}^+}}{n_{\text{Ar}}} \quad (2.49)$$

On peut simplifier en utilisant une hypothèse spécifique au plasma que nous verrons en détails à la section 3.1.2 qui stipule que la quantité d'électrons est égale à la quantité d'ions Ar^+ (équation 3.4).

$$K_c = \frac{n_e^2}{n_{\text{Ar}}} \quad (2.50)$$

La constante d'équilibre employée [20] prend la même forme que la loi de Saha (équation 2.36):

$$K_c = \mathcal{A} \cdot T^a \cdot e^{-\frac{b}{T}}$$

La quantité totale de particules du mélange représente la somme des quantités d'ions Ar^+ , d'atomes Ar et d'électrons (vue plus en détails à la section 3.1.2). En combinant ceci avec l'équation 3.4, on obtient un polynôme de n_e en fonction de K_c et n_{mel} .

$$2n_e + \frac{n_e^2}{K_c} - n_{mel} = 0$$

La seule racine positive est:

$$n_e = K_c \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{n_{mel}}{K_c}} \right) \quad (2.51)$$

Cette équation permet de calculer les densités électronique et ionique dans le plasma à l'équilibre (elles sont égales).

La quantité totale de particules du mélange n_{mel} est calculée à l'aide de la loi des gaz parfaits:

$$n_{mel} = \frac{P}{\mathfrak{R}T} \quad (2.52)$$

La densité d'atomes Ar est calculée à l'aide de l'équation 3.4, en connaissant la densité totale et celle des ions.

Connaissant les densités de toutes les particules, la masse molaire du gaz est calculée.

$$M_{mel} = N_{Avogadro} \frac{n_{\text{Ar}} m_{\text{Ar}} + n_{\text{Ar}^+} m_{\text{Ar}^+} + n_e m_e}{n_{mel}} \quad (2.53)$$

La loi des gaz parfaits fournit la densité:

$$\rho = \frac{M_{mel} \cdot P}{\mathfrak{R} \cdot T} \quad (2.54)$$

En déséquilibre chimique

La différence dans le calcul de la densité à l'équilibre et hors équilibre réside dans l'évaluation de la quantité d'électrons dans le mélange. En effet, on ne peut plus utiliser simplement la constante d'équilibre et donc l'équation 2.51 puisque la densité d'électrons change dans le temps. En déséquilibre il est nécessaire de poser une équation de conservation des espèces (3.20). La résolution de cette équation de conservation fournit la fraction massique des espèces dans le mélange. On peut alors en déduire la densité de chaque espèce n_i par:

$$n_i = \frac{\omega_i \rho}{m_i} \quad (2.55)$$

où ω_i est la fraction massique de l'espèce i et m_i est masse moléculaire de l'espèce i .

À partir de ceci, il s'agit de procéder de la même manière que dans le calcul à l'équilibre pour trouver la masse molaire totale du mélange (équation 2.53) et finalement la densité (équation 2.54).

2.4.2 Chaleur massique

La section 3.2.3 démontre que pour résoudre l'équation de conservation de l'énergie il est nécessaire d'introduire la chaleur massique moyenne (équation 3.18). Celle-ci dépend de la chaleur massique de chaque espèce du plasma. Pour les calculer nous avons utilisé des polynômes donnés par Kovitya [27]. Les coefficients sont valables entre 1000 et 30000K. À des températures inférieures à 1000K la chaleur massique est considérée constante pour toutes les espèces. Pour les valeurs des polynômes, voir l'annexe D.

2.5 Équations qui définissent les variables de transport de quantité de mouvement et d'énergie

2.5.1 Introduction

Les variables de transport du plasma sont exprimées à l'aide de la méthode de Hirschfelder et al. [10] dans laquelle entre en jeu la théorie cinétique des gaz et l'expression des interactions entre les particules qui composent un mélange.

Les particules sont considérées comme des sphères rigides de masse m et de diamètre d , sans attraction entre elles, mais en mouvement les unes par rapport aux autres. La concentration (aussi appelée la densité) des particules dans le gaz est notée n . n est considérée assez petite pour que la distance moyenne entre les particules soit beaucoup plus grande que leur diamètre [28]. Le seul type d'énergie qui peut être transféré lors des collisions entre ces molécules est l'énergie de translation. Les coefficients de transport dépendent de la masse et de la vitesse relative moyenne des particules, de la distance

moyenne parcourue par les particules entre deux collisions (le libre parcours moyen) mais aussi des intégrales de collision $\overline{Q_{ij}^{(l,s)}}$ (2.5.2) qui décrivent les influences de la géométrie et la manière dont les particules de différentes espèces interagissent par des collisions.

2.5.2 Intégrales de collision

Les intégrales de collision sont utiles dans l'évaluation des propriétés du plasma. Leur étude s'écarte du cadre de ce travail. Nous allons néanmoins en discuter brièvement.

L'intégrale de collision sert à quantifier les collisions entre les particules.

Soit une particule fixe bombardée d'un jet de particules. Le débit des particules est le nombre de particules qui passent dans une unité d'aire normale au jet par unité de temps.

L'intégrale de collision est en fait le nombre de particules en mouvement qui entrent en collision avec la particule fixe sur le débit des particules.

Elle est posée de la forme:

$$\overline{Q_{ij}^{(l,s)}}$$

Où i et j sont les deux particules qui entrent en collision. Et l et s prennent des valeurs discrètes telles 1 ou 2. l et s ont un lien avec les niveaux d'énergie des particules avant et après la collision.

Plusieurs auteurs tels Mason et al. [29], Devoto [18], Monchick [13] et Kovitya [27] ont produit des valeurs pour les intégrales de collision du plasma d'argon. Après plusieurs essais sur les propriétés nous avons opté pour les valeurs de Kovitya que nous avons lissé (annexe C). Ce sont les valeurs qui nous ont donné les résultats les plus proches des valeurs de référence [1].

Le plasma d'argon est formé des lourds (Ar , Ar^+) et des électrons.

Dans cette méthode interviennent la viscosité et la conductivité thermique des espèces lourdes à l'état pur et des coefficients binaires de viscosité, de conductivité thermique et de diffusion qui décrivent les mélanges des espèces lourdes différentes.

2.5.3 Calcul des coefficients binaires

Le calcul de la viscosité et de la conductivité thermique d'un mélange pur d'électrons n'est pas nécessaire car la masse de l'électron est trop petite par rapport aux autres espèces, ce qui rend ces valeurs négligeables.

La viscosité d'une espèce pure i est de la forme [10]:

$$\mu_i = \frac{5}{16} \frac{\sqrt{\pi m_i \kappa T}}{\overline{Q_{ii}^{(2,2)}}} \quad (2.56)$$

Pour une espèce monoatomique, la conductivité thermique est liée à la viscosité par [10]:

$$k_i = \frac{15}{4} \frac{\kappa}{m_i} \mu_i = \frac{75}{64} \frac{\sqrt{\pi \kappa^3 \frac{T}{m_i}}}{Q_{ii}^{(2,2)}} \quad (2.57)$$

Le coefficient binaire de la viscosité d'un mélange des espèces i et j est donné par [10]:

$$\mu_{ij} = \frac{5}{16} \frac{\sqrt{\frac{\pi m_i \kappa T}{m_i + m_j}}}{Q_{ii}^{(2,2)}} \quad (2.58)$$

Le coefficient binaire de conductivité thermique pour le même mélange est donné par [10]:

$$k_{ij} = \frac{75}{64} \frac{\sqrt{(m_i + m_j) \pi \kappa^3 \frac{T}{m_i m_j}}}{Q_{ij}^{(2,2)}} \quad (2.59)$$

Le coefficient binaire de diffusion pour le même mélange est donné par:

$$D_{ij} = \frac{3}{8} \frac{\sqrt{\frac{(m_i + m_j) \pi \kappa^3 T}{2 m_i m_j}}}{P Q_{ij}^{1,1}} \quad (2.60)$$

Des coefficients adimensionnels A_{ij}^* et B_{ij}^* issus de rapports entre les intégrales de collision sont aussi employés dans le calcul des propriétés de transport.

$$A_{ij}^* = \frac{Q_{ij}^{(2,2)}}{Q_{ij}^{(1,1)}} \quad (2.61)$$

et

$$B_{ij}^* = \frac{5 Q_{ij}^{(1,2)} - 4 Q_{ij}^{(1,3)}}{Q_{ij}^{(1,1)}} \quad (2.62)$$

2.5.4 Conductivité thermique

La conductivité thermique k est décomposée en trois différentes contributions. Celles de translation des espèces lourdes (Ar et Ar^+) notée $k_{trans,l}$ et des électrons $k_{trans,e}$, et finalement la contribution des réactions chimiques k_{reac} .

$$k = k_{trans,l} + k_{trans,e} + k_{reac} \quad (2.63)$$

Conductivité thermique des lourds

La conductivité thermique des lourds se calcule par la méthode décrite par Hirschfelder et al. [10]. La taille de la matrice dépend du nombre d'espèces lourdes et

du nombre de combinaisons possibles entre elles. Ici, l'argon pur, l'ion Ar^+ pur et le mélange argon-ion Ar^+ [10]:

$$k_{trans,l} = 4 \frac{\begin{vmatrix} L_{ArAr} & L_{ArAr^+} & x_{Ar} \\ L_{Ar^+Ar} & L_{Ar^+Ar^+} & x_{Ar^+} \\ x_{Ar} & x_{Ar^+} & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} L_{ArAr} & L_{ArAr^+} \\ L_{Ar^+Ar} & L_{Ar^+Ar^+} \end{vmatrix}} \quad (2.64)$$

Où les L_{ij} sont des coefficients définis par:

$$L_{ii} = -\frac{4x_i^2}{k_i} - \sum_{k \neq i,e}^N \frac{2x_i x_k \left(\frac{15}{2} m_i^2 + \frac{25}{4} m_k^2 - 3m_k^2 B_{ik}^* + 4m_i m_k A_{ik}^* \right)}{(m_i m_k)^2 A_{ik}^* k_{ik}} \quad (2.65)$$

et

$$L_{ij(i \neq j)} = \frac{2x_i x_j m_i m_j}{(m_i + m_j)^2 A_{ij}^* k_{ij}} \left(\frac{55}{4} - 3B_{ij}^* - 4A_{ij}^* \right) \quad (2.66)$$

Dans l'équation 2.65, N représente le nombre d'espèces lourdes, donc $N = 2$. Les i et j sont à leur tour les espèces Ar et Ar^+ .

Conductivité thermique des électrons

La méthode de Devoto revue par Aubreton et Fauchais [30] est fonction de coefficients q^{ij} qui eux dépendent des intégrales de collision. Comme pour la conductivité des espèces lourdes, une matrice est employée.

$$k_{trans,e} = \frac{\frac{75}{64} x_e^2 \left(\frac{2\pi\kappa^3 T}{m_e} \right)^{\frac{1}{2}} q^{2,2}}{\begin{vmatrix} q^{1,1} & q^{1,2} \\ q^{2,1} & q^{2,2} \end{vmatrix}} \quad (2.67)$$

Les q^{ij} sont de la forme:

$$q^{1,1} = \sqrt{2} x_e^2 \overline{Q_{ee}^{-2,2}} + x_e \sum_{i \neq e} x_i \left(\frac{25}{4} \overline{Q_{Ar^+e}^{-1,1}} - 15 \overline{Q_{Ar^+e}^{-1,2}} + 12 \overline{Q_{Ar^+e}^{-1,3}} \right) \quad (2.68)$$

$$\begin{aligned} q^{1,2} &= \sqrt{2} x_e^2 \left(\frac{7}{4} \overline{Q_{ee}^{-2,2}} - 2 \overline{Q_{ee}^{-2,3}} \right) \\ &+ x_e \sum_{i \neq e} x_i \left(\frac{175}{16} \overline{Q_{Ar^+e}^{-1,1}} - \frac{315}{8} \overline{Q_{Ar^+e}^{-1,2}} + 57 \overline{Q_{Ar^+e}^{-1,3}} - 30 \overline{Q_{Ar^+e}^{-1,4}} \right) \end{aligned} \quad (2.69)$$

$$\begin{aligned} q^{2,2} &= \sqrt{2} x_e^2 \left(\frac{77}{16} \overline{Q_{ee}^{-2,2}} - 7 \overline{Q_{ee}^{-2,3}} + 5 \overline{Q_{ee}^{-2,4}} \right) \\ &+ x_e \sum_{i \neq e} x_i \left(\frac{1225}{64} \overline{Q_{Ar^+e}^{-1,1}} - \frac{735}{8} \overline{Q_{Ar^+e}^{-1,2}} + \frac{399}{2} \overline{Q_{Ar^+e}^{-1,3}} \right. \\ &\quad \left. - 210 \overline{Q_{Ar^+e}^{-1,4}} + 90 \overline{Q_{Ar^+e}^{-1,5}} \right) \end{aligned} \quad (2.70)$$

Conductivité thermique de réaction

Nous utilisons ici la méthode développée par Butler et Brokaw [11] pour un mélange où seulement une réaction chimique est présente. Cette contribution tient compte du transport d'enthalpie causé par la diffusion des espèces par gradient de concentration.

Le calcul se fait encore en utilisant une matrice dont le nombre de coefficients est dicté par le nombre de réactions. Ici, nous n'en avons qu'une, donc :

$$k_{reac} = -\frac{1}{\mathfrak{R}T^2} \frac{\begin{vmatrix} 0 & \Delta H \\ \Delta H & A_{11}^{**} \end{vmatrix}}{A_{11}^{**}} \quad (2.71)$$

Le coefficient A_{11}^{**} vient aussi de Butler et Brokaw [11] mais nous utilisons une version simplifiée par Capitelli et al. [31]. Il est défini comme:

$$A_{ij}^{**} = \sum_{k=1}^{N-1} \sum_{l=j+1}^N \frac{\mathfrak{R}T}{PD_{kl}} x_k x_l \left(\frac{\nu_{ik}}{x_k} - \frac{\nu_{il}}{x_l} \right) \left(\frac{\nu_{jk}}{x_k} - \frac{\nu_{jl}}{x_l} \right) \quad (2.72)$$

Avec $i, j = 1, M$ où M est le nombre de réactions (ici $M = 1$), et N est le nombre d'espèces donc 3. ν_{ij} est le coefficient stœchiométrique de l'espèce j pour la réaction i .

Le ΔH , quant à lui est la variation d'enthalpie due à la réaction. Puisque nous n'avons qu'une réaction, le symbole du coefficient stœchiométrique ne portera seulement que l'indice identifiant l'espèce. Il est exprimé par:

$$\Delta H = \sum_{produits} H_{produit} \nu'' - \sum_{reactifs} H_{reactif} \nu' \quad (2.73)$$

Ou spécifiquement dans notre cas:

$$\Delta H = H_{Ar^+} \nu_{Ar^+} + H_e \nu_e - H_{Ar} \nu_{Ar} \quad (2.74)$$

En prenant aussi compte de l'hypothèse formulée à l'équation 3.3. on peut simplifier le coefficient A_{11} :

$$A_{11}^{**} = \frac{\mathfrak{R}T}{P} \left(\frac{\left(2 + \frac{x_{Ar}}{x_e} + \frac{x_e}{x_{Ar}} \right)}{D_{Ar,Ar^+}} + \frac{\left(2 + \frac{x_r}{x_{Ar}} + \frac{x_{Ar}}{x_e} \right)}{D_{Ar,e}} \right) \quad (2.75)$$

2.5.5 Viscosité

La viscosité est calculée selon la méthode d'Hirshfelder [10]. Elle ne tient compte que de l'effet des espèces lourdes encore une fois parce que la masse de l'électron est trop petite par rapport à la masse des lourds pour avoir un effet sur la viscosité. La taille de la matrice dépend du nombre d'espèces lourdes et du nombre de combinaisons

possibles entre elles. Ici, l'argon pur, l'ion Ar^+ pur et le mélange argon-ion Ar^+ . Elle est exprimée par [10]:

$$\mu = - \frac{\begin{vmatrix} I_{ArAr} & I_{ArAr^+} & x_{Ar} \\ I_{ArAr^+} & I_{Ar^+Ar^+} & x_{Ar^+} \\ x_{Ar} & x_{Ar^+} & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} I_{ArAr} & I_{ArAr^+} \\ I_{ArAr^+} & I_{Ar^+Ar^+} \end{vmatrix}} \quad (2.76)$$

Pour les espèces i,j (ici Ar et Ar^+), les coefficients I_{ii} sont définis par:

$$I_{ii} = \frac{x_i^2}{\mu_i} + \sum_{k=1, k \neq i, e}^N \left(\frac{2x_i x_k}{\mu_{ik}} \frac{m_i m_k}{(m_i + m_k)^2} \left(\frac{5}{3A_{ik}^*} + \frac{m_k}{m_i} \right) \right) \quad (2.77)$$

Quand à lui, I_{ij} est calculé par:

$$I_{i,j \neq j} = - \frac{2x_i x_j}{\mu_{ij}} \frac{m_i m_j}{(m_i + m_j)^2} \left(\frac{5}{3A_{ij}^*} - 1 \right) \quad (2.78)$$

2.6 Traînée d'une sphère

Tout corps immergé dans un écoulement subit une force. La composante de cette force dans la direction du mouvement de l'écoulement est la traînée et la composante normale au mouvement est la portance. La portance n'est pas présente dans tous les écoulements. Elle n'existe que s'il y a asymétrie du corps ou entre le corps et l'écoulement.

La sphère est axisymétrique dans tous les plans donc l'écoulement qui arrive dans n'importe quelle direction est dans la direction d'un de ses axes de symétrie. Elle ne subit donc ni de force transversale ni de portance. Nous allons donc seulement nous concentrer sur la traînée.

La traînée est causée par deux phénomènes. La force due à la distribution de pression F_p sur la sphère, et la force de cisaillement visqueuse F_μ sur la paroi dans la direction normale à l'écoulement due à la viscosité.

La traînée est calculée par

$$F_D = F_p + F_\mu \quad (2.79)$$

$$= \oint -P \cos \theta dA + \oint \tau_w \sin \theta dA \quad (2.80)$$

où τ_w est la contrainte visqueuse de cisaillement sur la paroi et dA est prise sur la paroi (voir la figure 2.9).

Le coefficient de traînée est un nombre adimensionnel donné par:

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2} \rho U^2 A} \quad (2.81)$$

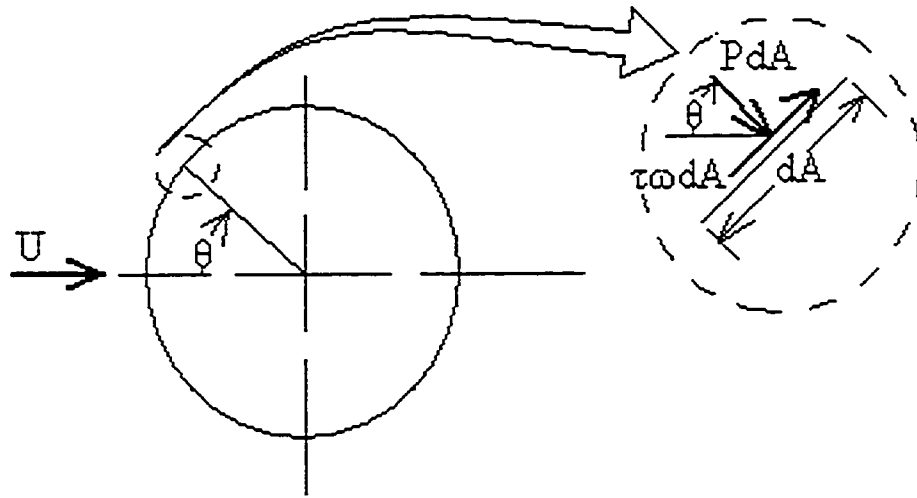


FIG. 2.9 – Schéma des forces sur l'aire dA

où A est l'aire du corps dans la projection normale à l'écoulement.

Il est montré [32] que pour un corps complètement submergé dans un écoulement dans la direction de son axe de symétrie, le coefficient de traînée dépend du nombre de Mach, du nombre de Reynolds, du nombre de Froude et du rapport des chaleurs massiques.

$$C_D = f(Re, M, Fr, \gamma) \quad (2.82)$$

Le nombre de Froude donne un indice sur l'importance des forces d'inertie qui agissent sur le corps submergé par rapport au poids de ce corps. Dans les situations où la force de gravité est négligée (comme dans les cas étudiés dans cette thèse), il est inutile de considérer le nombre de Froude.

Chapitre 3

Modèle mathématique

Ce chapitre décrit le modèle mathématique sur lequel est basé le calcul des propriétés du plasma d'argon. La première section traite des hypothèses employées afin de simplifier le modèle. La seconde décrit les équations de conservation.

3.1 Hypothèses

Deux types d'hypothèses sont émises. Premièrement, les hypothèses mécaniques au niveau de l'écoulement puis les hypothèses au niveau chimique du plasma.

3.1.1 Hypothèses spécifiques à l'écoulement

Continuum

Même si en réalité le gaz est formé d'une multitude de particules, nous allons le traiter en utilisant l'hypothèse du continuum. Nous assumerons donc que dans une région finie du plasma, seulement les effets moyennés de toutes les particules sont considérées. Le plasma est donc vu comme une substance continue. La seule restriction à satisfaire afin de pouvoir utiliser cette hypothèse est d'étudier des volumes finis assez grands pour que les libres parcours moyens des particules soient négligeables par rapport aux dimensions des volumes finis. Une validation de cette hypothèse est faite à la section 5.5.

Gaz parfait

Nous utiliserons l'hypothèse des gaz parfaits, donc que:

$$P = \rho RT$$

Cette hypothèse n'est valable que si l'on néglige les forces intermoléculaires.

Symétrie axiale

Notre étude est faite en coordonnées cylindriques (r, θ, z) . Nous supposons toujours que l'écoulement est symétrique autour de l'axe z . Les changements de propriétés en fonction de θ et la vitesse en θ sont négligées.

Fluide newtonien

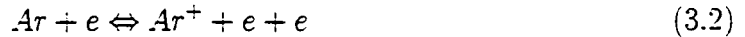
Le plasma obéit à la loi de Newton qui stipule que les contraintes visqueuses (τ_{ab}) dans le plan a, b sont reliées linéairement aux taux de déformation du fluide $(\frac{\partial U_b}{\partial x_a})$ par la viscosité cinématique.

$$\tau_{ab} = \mu \frac{\partial U_a}{\partial x_b} \quad (3.1)$$

3.1.2 Hypothèses spécifiques au plasma

Espèces

Nous étudions un plasma d'argon à sa première ionisation. C'est à dire qu'un seul électron peut se détacher de chaque atome Ar . La seule réaction chimique présente est:



Dans la plage des températures que nous étudions, le taux de réaction de seconde ionisation est négligeable [24]. La seconde ionisation commence dans les environs de $19000K$ [23].

Pour chaque ion Ar^+ qui se forme, il se forme aussi un électron e . Donc les densités d'ions et d'électrons en molécules par m^3 sont égales.

$$n_{Ar^+} = n_e \quad (3.3)$$

La quantité totale de particules du mélange est formée de la somme des quantités d'atomes Ar , d'ions Ar^+ et d'électrons. Donc:

$$n_{mel} = n_{Ar} + n_{Ar^+} + n_e$$

d'où la simplification:

$$n_{mel} = n_{Ar} + 2n_e \quad (3.4)$$

Équilibre thermique local

La seconde hypothèse que nous faisons est que le système est en équilibre thermique local. Pour être en équilibre thermique local, le plasma doit respecter les deux premières conditions du plasma en É.T.L. (voir la section 2.2.2). La conséquence la plus évidente de cette hypothèse sur notre modèle est que toutes les espèces présentes dans le plasma dans une région finie sont à la même température T . Les autres conséquences sont expliquées à la section 2.2.2.

Terme de diffusion des espèces

Dans notre modèle nous allons considérer la diffusion comme nulle dans les équations de conservation des espèces. Il fut conclu qu'une étude plus approfondie de ce terme devrait être faite afin de pouvoir l'inclure dans des modélisations.

3.2 Équations de conservation

Les équations de conservation (de la masse, de la quantité de mouvement, de l'énergie et des espèces) forment le modèle d'équations à résoudre. Elles traduisent des phénomènes physiques sous forme mathématique [33].

Les équations de conservation consistent à faire un bilan sur le volume de contrôle d'une variable à conserver.

La forme générale des équations de conservation pour la variable ψ représente:

Accumulation de ψ = taux de ψ entrant - taux de ψ sortant + génération de ψ .

L'accumulation concerne le régime transitoire (les termes qui varient dans le temps). Les taux ψ qui entrent et sortent du volume de contrôle peuvent agir de deux manières: par convection et par conduction. La convection est le transport d'une quantité par le déplacement du fluide alors que la conduction est le transport d'une quantité par collision entre les particules du fluide, ce qui forme un effet de chaîne.

La convection dépend donc du mouvement du fluide, alors que la conduction dépend d'une propriété du fluide. Les autres phénomènes sont inclus dans le terme de génération.

On peut poser la forme générale:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\psi) + \vec{\nabla} \cdot (\rho\vec{u}\psi) = \vec{\nabla} \cdot (\Gamma_{\psi}\vec{\nabla}\psi) + S_{\psi} \quad (3.5)$$

Le premier terme du membre de gauche représente l'accumulation. Le second terme du membre de gauche est le terme de convection. Le premier terme du membre de droite est le terme de diffusion. Le dernier terme représente la génération.

La variable ψ peut par exemple correspondre à la densité dans l'équation de conservation de la masse ou au produit de la densité par la vitesse (ou le débit massique par unité d'aire) dans l'équation de conservation de la quantité de mouvement (momentum).

Γ_{ψ} est le coefficient de diffusion pour l'équation de conservation. Par exemple, dans l'équation de conservation de l'énergie, c'est la conductivité thermique k .

Le terme de génération peut par exemple être la formation d'une espèce dans l'équation de conservation des espèces.

3.2.1 Conservation de la masse

L'équation de conservation de la masse pour une géométrie axisymétrique en z :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z}(\rho \bar{U}_z) + \frac{\partial}{\partial r}(\rho \bar{U}_r) + \frac{\rho \bar{U}_r}{r} = 0 \quad (3.6)$$

3.2.2 Momentum

Puisque notre géométrie est axisymétrique en z , nous avons deux équations de conservation de momentum, celle en z et celle en r . Elles sont résolues respectivement pour $\rho \bar{U}_z$ et $\rho \bar{U}_r$.

En z

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho \bar{U}_z) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial z}(r \rho \bar{U}_z \bar{U}_z) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \rho \bar{U}_r \bar{U}_z) &= -\frac{\partial P}{\partial z} \\ &+ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial z} \left[r \mu \left(2 \frac{\partial \bar{U}_z}{\partial z} - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \bar{U}) \right) \right] \\ &+ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \mu \left(\frac{\partial \bar{U}_z}{\partial r} + \frac{\partial \bar{U}_r}{\partial z} \right) \right] \\ &+ F_z \end{aligned} \quad (3.7)$$

En r

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho \bar{U}_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial z}(r \rho \bar{U}_z \bar{U}_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \rho \bar{U}_r \bar{U}_r) &= -\frac{\partial P}{\partial r} \\ &+ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial z} \left[r \mu \left(\frac{\partial \bar{U}_r}{\partial z} + \frac{\partial \bar{U}_z}{\partial r} \right) \right] \\ &+ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \mu \left(2 \frac{\partial \bar{U}_r}{\partial r} - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \bar{U}) \right) \right] \\ &- 2\mu \frac{\bar{U}_r}{r^2} + \frac{2\mu}{3r} (\nabla \cdot \bar{U}) + \rho \frac{\bar{U}_\theta^2}{r} \\ &+ F_r \end{aligned} \quad (3.8)$$

avec:

$$\nabla \cdot \bar{U} = \frac{\partial \bar{U}_z}{\partial z} + \frac{\partial \bar{U}_r}{\partial r} + \frac{\bar{U}_r}{r} \quad (3.9)$$

F_z et F_r sont les forces volumiques ou externes (par exemple la gravité). Dans notre cas, les deux sont négligées. De plus la vitesse angulaire \bar{U}_θ est nulle.

3.2.3 Conservation de l'énergie

Les équations précédentes ont donné les distributions de densité et de vitesse. L'équation de conservation de l'énergie sert à calculer la distribution de la température.

$$\frac{\partial}{\partial z} (U_z (\rho E + P)) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r U_r (\rho E + P)) = \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r k \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (3.10)$$

L'équation de conservation d'énergie est résolue pour les variables $U_z (\rho E + P)$ et $U_r (\rho E + P)$ où E est l'énergie du système représentée par:

$$E = H - \frac{P}{\rho} + \frac{U_i^2}{2} \quad (3.11)$$

Le terme $\frac{U_i^2}{2}$ représente l'énergie cinétique du système où i peut être r ou x . H est l'enthalpie en fonction de la masse définie par:

$$H = M_{mel} \cdot h \quad (3.12)$$

M_{mel} est la masse molaire du mélange. On peut déduire l'enthalpie spécifique et la température de l'énergie E .

L'enthalpie spécifique h est définie par:

$$h = \int_{T_{ref}}^T c_p dT + h_{ref} \quad (3.13)$$

L'enthalpie d'un mélange de N espèces est:

$$\begin{aligned} h &= \sum_{i=1}^N \omega_i h_i \\ &= \sum_{i=1}^N \omega_i \left(h_{ref,i} + \int_{T_{ref}}^T C_{p,i} dT \right) \end{aligned} \quad (3.14)$$

ω_i est la fraction massique de l'espèce i .

Pour simplifier les opérations, on pose le terme \overline{C}_{p_i} qui est la chaleur spécifique moyenne de l'espèce i telle que:

$$\int_{T_{ref}}^T C_{p,i} dT = \overline{C}_{p_i} (T - T_{ref}) \quad (3.15)$$

Dans le plasma d'argon, l'atome d'argon et l'électron ont des enthalpies de référence nulles.

$$h_{ref,Ar} = h_{ref,e} = 0 \quad (3.16)$$

L'enthalpie de référence de l'ion Ar^+ n'est pas nulle en réalité, mais est considérée nulle dans cette thèse parce que sa valeur est très petite. Cette approximation n'a qu'un effet négligeable sur le résultat.

$$h_{ref,Ar^+} \simeq 0 \quad (3.17)$$

En remplaçant les intégrales de l'équation 3.14 par leur équivalent de l'équation 3.15 on a :

$$\begin{aligned} h &= (\omega_{Ar} \cdot \overline{C_{p,Ar}} + \omega_{Ar^+} \cdot \overline{C_{p,Ar^+}} + \omega_e \cdot \overline{C_{p,e}}) (T - T_{ref}) \\ &= \overline{C_{p,mel}} (T - T_{ref}) \end{aligned} \quad (3.18)$$

$\overline{C_{p,mel}}$ est appelée l'enthalpie spécifique moyenne du mélange. La température est finalement déduite de h et $\overline{C_{p,mel}}$.

$$T = \frac{h}{\overline{C_{p,mel}}} + T_{ref} \quad (3.19)$$

3.2.4 Conservation des espèces

La résolution des équations de conservation des espèces sert à connaître la fraction massique ω_i de chaque espèce. La densité moléculaire n_i de chaque espèce, la masse molaire du plasma et les propriétés qui dépendent des densités moléculaires de chaque espèce peuvent alors être déduites.

Comme exemple pour la démonstration nous prendrons l'équation de conservation des électrons.

$$\frac{\partial}{\partial z}(\rho \tilde{U}_z \omega_e) + \frac{\partial}{\partial r}(\rho \tilde{U}_r \omega_e) + \frac{\rho \tilde{U}_r \omega_e}{r} = S_e \quad (3.20)$$

Premièrement, pour la réaction 2.48 les taux de formation des espèces sont définies par :

$$\begin{aligned} \frac{dn_{Ar}}{dt} &= -(k_f n_{Ar} n_e - k_b n_{Ar^+} n_e n_e) \\ \frac{dn_{Ar^+}}{dt} &= (k_f n_{Ar} n_e - k_b n_{Ar^+} n_e n_e) \\ \frac{dn_e}{dt} &= (k_f n_{Ar} n_e - k_b n_{Ar^+} n_e n_e) \end{aligned} \quad (3.21)$$

Avec l'hypothèse posée à l'équation 3.3, on peut simplifier :

$$\frac{dn_{Ar}}{dt} = -(k_f n_{Ar} n_e - k_b n_e^3) \quad (3.22)$$

$$\frac{dn_{Ar^+}}{dt} = (k_f n_{Ar} n_e - k_b n_e^3) \quad (3.23)$$

$$\frac{dn_e}{dt} = (k_f n_{Ar} n_e - k_b n_e^3) \quad (3.24)$$

L'équation 3.24 fera partie du terme source de l'équation de conservation des électrons. Nous utiliserons ici le k_f de Hoffert Lien [20]:

On peut appliquer l'équation 3.20 à n'importe quelle espèce du système en utilisant la fraction massique et le terme source spécifiques à cette espèce.

Le terme source représente la formation d'électrons dans le temps. Donc:

$$S_e = \frac{d\rho_e}{dt} \quad (3.25)$$

où ρ_e peut s'écrire sous la forme:

$$\rho_e = m_e n_e \quad (3.26)$$

En combinant les équations 3.25 et 3.26, on obtient:

$$S_e = m_e \frac{dn_e}{dt} \quad (3.27)$$

Finalement, en remplaçant la dérivée de l'équation 3.27 par son équivalent de l'équation 3.24, on trouve le terme source final.

$$S_e = m_e (k_f n_{Ar} n_e - k_b n_e^3) \quad (3.28)$$

Dans un système en équilibre chimique, la quantité des espèces ne dépend pas du temps, mais de la température et de la pression. Donc dans ce cas, le terme source est nul.

Chapitre 4

Méthodes numériques et solveur

Ce chapitre explique la méthode numérique employée dans les modélisations.

4.1 Méthode des volumes finis

Le solveur utilisé dans cette étude est FLUENT®. Ce solveur emploie la méthode des volumes finis. La méthode des volumes finis consiste à diviser le volume de contrôle en une quantité finie de volumes de contrôle (cellules) puis à intégrer les équations de conservation sur chaque cellule afin d'avoir une équation qui définit chaque variable dépendante (la vitesse, la pression, la température et tout autre scalaire à conserver, par exemple les espèces). La résolution de ce système d'équations de conservation permet d'obtenir une valeur des variables dépendantes au milieu de chaque cellule, des méthodes de correction donnent les valeurs aux surfaces des cellules et permettent de respecter les conditions aux limites dans la solution.

4.2 Discrétisation

La discrétisation est l'action de transformer un problème continu en un problème discret, c'est de découper le volume de contrôle en une quantité finie de cellules. La taille des cellules est limitée par l'hypothèse du continuum. C'est à dire qu'elles doivent être assez grandes pour pouvoir négliger l'effet de chaque particule sur elles (voir la section 5.5).

Les équations de conservation comprennent un terme de convection (voir la section 3.2). Sa discrétisation requiert la connaissance des valeurs des variables dépendantes à la surface des cellules. La valeur gardée en mémoire pour chaque cellule est la valeur au centre de la cellule. Il est nécessaire de faire une approximation des valeurs à la surface des cellules. Selon la direction de l'écoulement, pour une cellule, la face dont la valeur est à estimer est la face de sortie. La méthode *upwind* emploie la ou les cellules en amont pour estimer la valeur à la face de la cellule. Plusieurs méthodes

de discrétisation sont disponibles pour le faire. Les deux méthodes utilisées dans nos modélisations sont présentées ici.

Posons que pour une cellule i la cellule en amont est $i + 1$. La figure 4.1 montre la position de la face et du centre de la cellule i ainsi que les valeurs de ψ correspondantes.

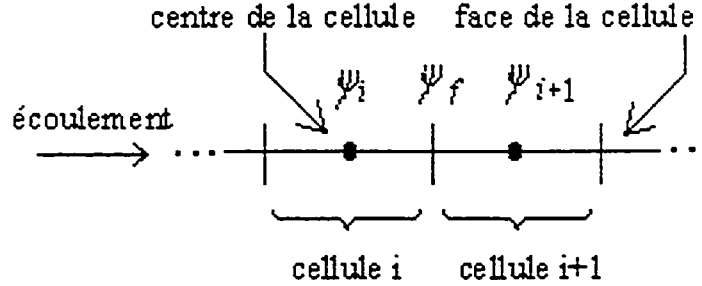


FIG. 4.1 – *Discrétisation*

La méthode *upwind* de premier ordre pose la valeur à la face de sortie de la cellule i comme égale à la valeur au centre de la cellule $i + 1$.

La méthode *upwind* de second ordre applique une série de Taylor autour de la valeur au centre de la cellule i Donc pour une variable ψ , la valeur à la face ψ_f est de la forme :

$$\psi_f = \psi_i + \nabla\psi \cdot \Delta s \quad (4.1)$$

Où ψ_i est la valeur au centre de la face i et $\nabla\psi$ est le gradient de ψ dans la cellule en amont $i + 1$. Δs est le vecteur de déplacement entre le centre de la cellule $i + 1$ et le centre de la face en question.

Le gradient est calculé en utilisant le théorème de divergence:

$$\nabla\psi = \frac{1}{V_{ol}} \sum_f^{N_{faces}} \tilde{\psi}_f A \quad (4.2)$$

Où $\tilde{\psi}_f$ est la moyenne entre les ψ des deux cellules adjacentes à la face.

4.3 Solution couplée ou séquentielle

Avec la méthode séquentielle, les équation de conservation sont résolues à la suite les unes des autres.

La figure 4.2 montre les grandes étapes de la méthode séquentielle. Ces étapes sont répétées jusqu'à ce que le critère de convergence soit atteint [34].

Avec la méthode couplée les équations de conservation de la masse, du mouvement, d'énergie et des espèces sont résolues simultanément. Les équations de conservation des autres scalaires sont résolue de manière séquentielle (voir figure 4.3).

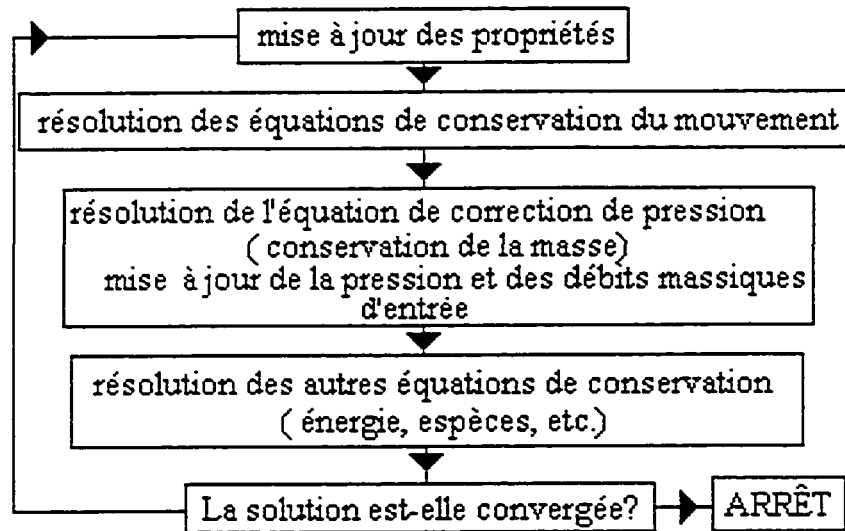


FIG. 4.2 – Méthode séquentielle

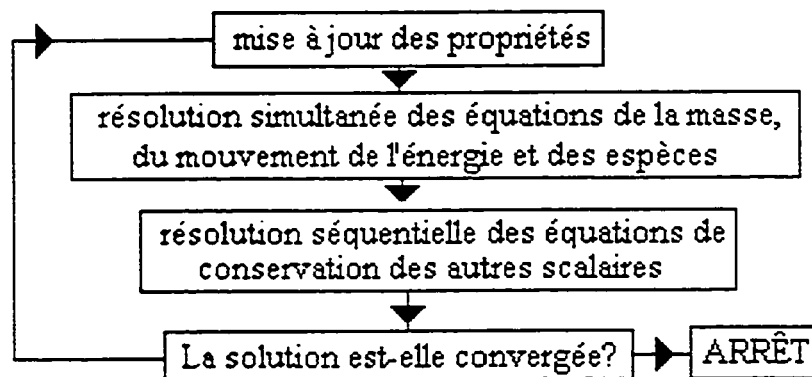


FIG. 4.3 – Méthode couplée

4.4 Méthode explicite ou implicite

Les équations de conservation qui gouvernent l'écoulement ne sont pas linéaires. Elles contiennent des termes où il y a des produits des variables dépendantes ou de leurs dérivées. Leur résolution est en fait une approximation où les dérivées sont exprimées sous forme de différences finies. Par exemple on exprime la dérivée d'une fonction à un point i comme la pente de la fonction entre les points $i - 1$ et $i + 1$. En discrétisant ainsi tous les termes de l'équation on obtient une équation algébrique pour une cellule contenant des termes de variables dépendantes des cellules autour.

La méthode explicite résout les équations de conservation à chaque point séparément en utilisant les valeurs connues pour les points autour (venant des itérations précédentes ou des plus récemment mises à jour). Chaque équation n'a donc qu'une inconnue.

Avec la méthode implicite il y a plus qu'une inconnue par équation. En effet, les valeurs des points autour du point i encore inconnus sont utilisés dans les équations algébriques. Le système d'équations couvrant toutes les cellules est donc résolu en simultané.

4.5 Facteurs de relaxation

Puisque les équations discrètes résolues ne sont pas linéaires, il est bon ralentir le changement de la solution d'une itération à l'autre. Sans ces facteurs de relaxation, les valeurs de ψ pourraient subir de très grandes variations d'une itération à l'autre, et faire osciller ou même diverger la solution.

Ceci est fait à l'aide des facteurs de sous-relaxation σ . Pour l'itération n , la nouvelle solution est de la forme :

$$\psi^n = \psi^{n-1} + \sigma \Delta\psi \quad (4.3)$$

Où $\Delta\psi$ est le changement de la valeur de ψ entre les itérations n et $n - 1$.

Le facteur de sous-relaxation doit être inférieur à 1. Plus il est grand, plus la solution change d'une itération à l'autre.

4.6 Convergence

Le critère de convergence d'une solution est fréquemment basée sur le résidu, c'est à dire la différence entre la variable ψ à l'itération n et à l'itération $n + 1$. La solution est considérée convergée lorsque le résidu atteint une valeur choisie.

Le choix du critère d'arrêt est arbitraire. Lors des itérations successives, un résidu décroissant indique que la solution converge. Plus la valeur est petite, moins la solution change d'une itération à l'autre.

Dans les modélisations de cette étude, les critères de convergence sont entre 10^{-3} et 10^{-8} . Des vérifications successives du coefficient de traînée ont démontré que pour ces valeurs de critère de convergence le coefficient de traînée atteint une valeur constante au millième, ce qui satisfait notre critère de précision.

Le tableau 4.1 présente les critères de convergence des différentes équations de conservation.

TAB. 4.1 - *Critères de convergence*

équation	continuité	énergie	espèces	mouvement
résidu à la convergence	10^{-3}	10^{-7}	10^{-8}	10^{-8}

Chapitre 5

Validation

Dans ce chapitre nous procéderons à la validation du modèle mathématique et de la méthode de résolution. Des cas simples de profils de vitesse de couches limites d'écoulements incompressibles et compressibles seront premièrement comparés avec des résultats de la littérature. L'effet du maillage sera ensuite étudié. Les propriétés et la composition du plasma calculées en fonction de la température et la pression ainsi que l'hypothèse du continuum seront finalement validés.

5.1 Couches limites

L'étude de la distribution de vitesse dans la couche limite sert à vérifier la précision de notre modèle puisque celle-ci a une influence directe sur la traînée. Des solutions exactes et approximatives sous forme adimensionnelle sont disponibles pour les écoulements incompressibles (voir annexe A) et compressibles (annexe B) dans des cas d'écoulements simples.

5.1.1 Écoulements incompressibles laminaires

Le profil de vitesse dans la couche limite pour l'écoulement sur une plaque plane et un cylindre sont comparés à des solutions exactes de Blasius, alors que les profils pour les écoulements divergents et convergents sont comparés aux solutions de Falkner-Skan.

Géométrie et maillage

Dans cette section nous verrons les géométries et maillages choisis pour la validation des profils de couche limite d'écoulements incompressibles laminaires.

Plaque plane

La solution est bidimensionnelle. Chaque côté contient 100 nœuds (voir la figure 5.1). Afin d'avoir une solution précise dans la région de la couche limite, un maillage

graduel est utilisé, c'est à dire que la densité des nœuds augmente en se dirigeant vers la plaque.

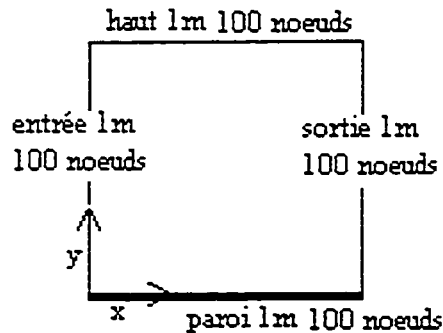


FIG. 5.1 – Volume de contrôle pour l'écoulement sur une plaque plane

Convergent

La figure 5.2 montre la géométrie employée pour l'écoulement convergent. L'angle utilisé est 18° . Cet angle fut choisi arbitrairement entre les angles pour lesquels des solutions exactes de distribution de vitesse sur la couche limite existent. Le maillage se raffine au niveau de la couche limite afin d'avoir le plus de précision possible.

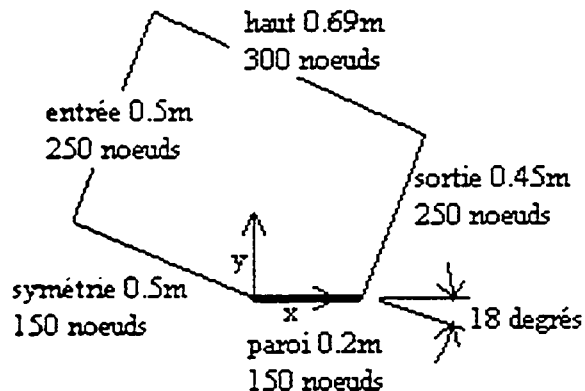


FIG. 5.2 Volume de contrôle pour l'écoulement convergent

Divergent

L'entrée et la sortie comptent 212 nœuds. Le haut et la plaque du bas ont 805 nœuds. Le maillage est beaucoup plus fin au voisinage de la couche limite. L'angle utilisé ici est de -12.6° . La géométrie peut être vue à la figure 5.3

Cylindre

Le modèle de géométrie et de maillage peut être vu à la figure 5.4. L'orientation des axes est donnée à la figure 5.5. Le maillage, comme les maillages précédents, se raffine au niveau de la couche limite.

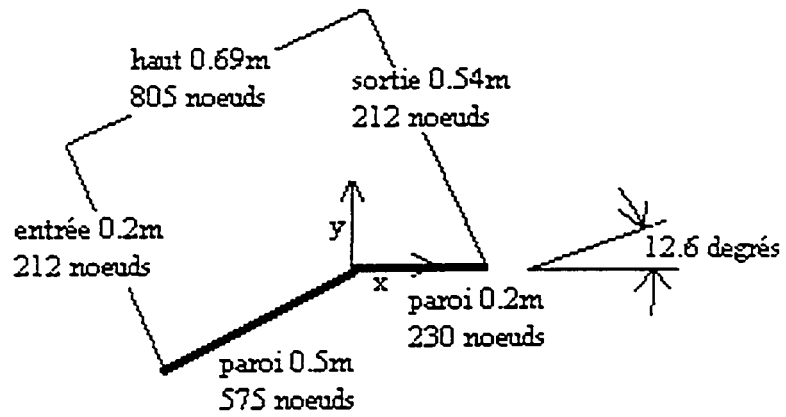


FIG. 5.3 – Volume de contrôle pour l'écoulement divergent

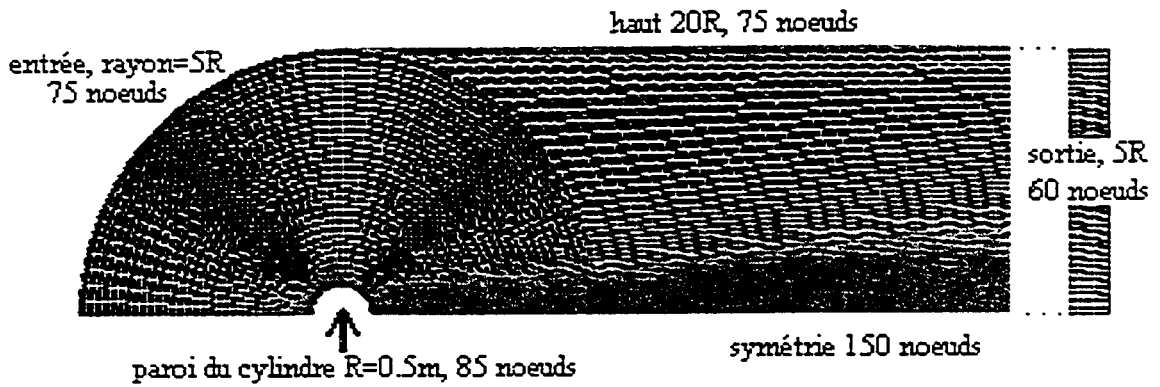


FIG. 5.4 – Volume de contrôle pour l'écoulement sur un cylindre

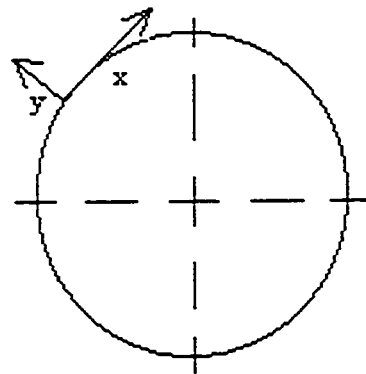


FIG. 5.5 – Orientation des axes sur le cylindre pour la validation de l'écoulement dans la couche limite

Méthode de résolution

L'écoulement est incompressible donc la densité est constante, de plus la viscosité ne dépend pas de la température. Pour ces deux raisons nous avons opté de seulement résoudre les équations de conservation de la quantité de mouvement et de la masse. L'écoulement est en régime permanent et la méthode numérique est implicite.

Gaz et conditions d'opération

Le tableau 5.1 montre les conditions spécifiées ainsi que les nombres de Reynolds des écoulements modélisés pour les quatre géométries différentes.

TAB. 5.1 – Conditions spécifiées à l'entrée et en haut et nombres de Reynolds correspondants pour les modélisations incompressibles

	données spécifiées à l'entrée et en haut	Reynolds modélisés
plaque	vitesse normale à l'entrée	3; 7; 27
convergent	vitesse normale à l'entrée	100
divergent	vitesse normale à l'entrée	100
cylindre	vitesse parallèle au haut	20;40;60;100;200

Résultats de validation

Les profils de vitesse pour les écoulements incompressibles sont comparés à des solutions exactes adimensionnelles (de Blasius et de Falkner-Skan) de profils provenant tous de Schlichting [35] vus plus en détail à l'annexe A. f' est une forme adimensionnelle de la vitesse en x tandis-que η est une forme adimensionnelle de la position en y à partir de la paroi.

Plaque plane

La figure 5.6 montre le profil adimensionnel de l'écoulement sur la plaque plane à $Re = 7$. Les résultats aux deux autres nombres de Reynolds ne sont pas présentés afin de garder la figure lisible. Les valeurs ont toutes été prises au bout de la plaque, c'est à dire à $x = 1m$.

La figure 5.7 montre que les résultats sont très satisfaisants. Le pourcentage d'erreur sur f' entre nos résultats et les résultats exacts de Blasius [35] pour la même position que présenté à la figure 5.6. L'erreur maximale ne dépasse pas 12.04%, ce à bas nombre de Reynolds ($Re = 3$). À plus haut nombre de Reynolds, l'erreur est moins importante. Dans tous les cas, l'erreur maximale est atteinte à η entre 0 et 0.3. ce qui correspond à la région dans laquelle le changement en y de la distribution de vitesse en x est la plus grande. L'écoulement est accéléré à l'extérieur de la couche limite pour permettre à tout le fluide qui rentre de sortir (donc pour respecter le bilan de masse) puisque sur la largeur de la couche limite, le débit massique est moins important que dans le

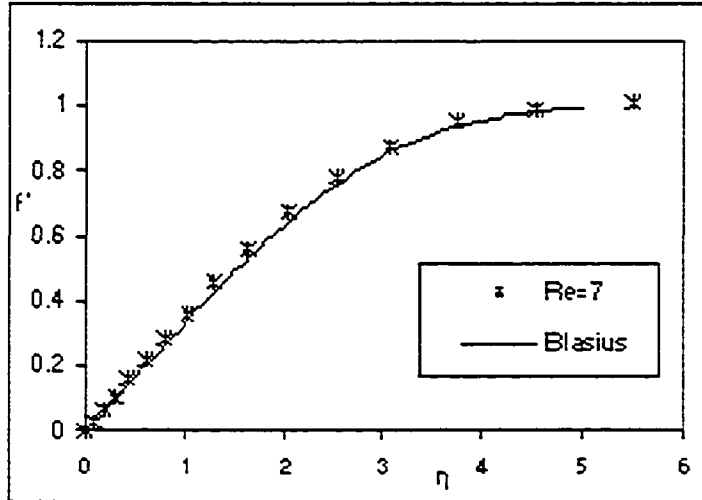


FIG. 5.6 – Profil adimensionnel de couche limite pour une plaque plane en écoulement incompressible

reste de l'écoulement. La combinaison de ces deux conditions produit une distribution de vitesse qui n'est pas tout à fait constante en y à l'extérieur de la couche limite, tandis que la solution de Blasius est un cas idéal où la vitesse est constante en y et en x à l'extérieur de la couche limite. Le tableau 5.2 montre la vitesse à l'entrée par rapport à la vitesse à l'extérieur de la couche limite pour les trois nombres de Reynolds modélisés. Un volume de contrôle plus grand où différentes conditions spécifiées en haut du volume de contrôle pourraient faire diminuer l'erreur.

TAB. 5.2 – Vitesse à l'entrée par rapport à la vitesse à l'extérieur de la couche limite

Re	vitesse à l'entrée U_∞	vitesse à l'extérieur de la couche limite U_{ext}
3	5	5.12
7	10	10.96
27	40	40.45

Convergent et divergent

La figure 5.8 présente les profils adimensionnels pour un écoulement convergent à une distance de $0.15m$ du début de la plaque. Les profils ont été calculés à d'autres distances (0.2 et $0.1m$) mais ne sont pas illustrés afin de garder la figure lisible. Ils sont néanmoins tout aussi satisfaisants.

La figure 5.9 montre le pourcentage d'erreur entre f' de la solution exacte de Falkner Skan, tirée de [35] (annexe A), avec les cas modélisés. À $0.2m$, l'erreur atteint un maximum de 32%. Dans tous les cas, l'erreur semble se stabiliser autour de $\eta = 3$.

La figure 5.10 présente les profils adimensionnels pour un écoulement divergent à une distance de $0.075m$ du début de la plaque. Les profils ont été calculés à d'autres

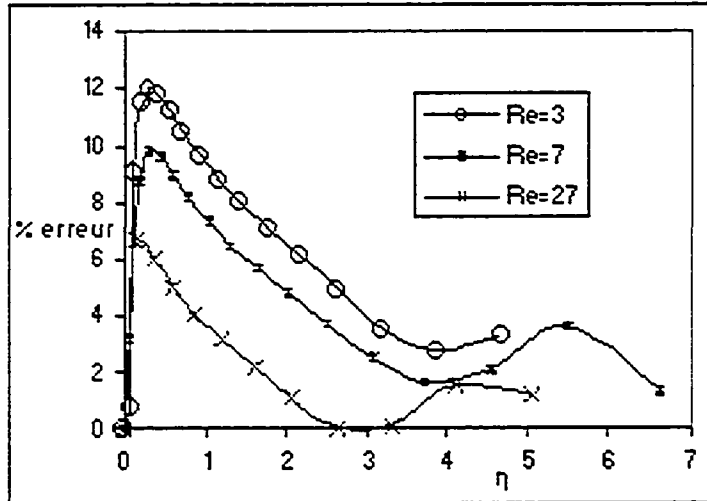


FIG. 5.7 – Pourcentage d'erreur entre la solution de Blasius et les cas modélisés pour le profil de couche limite sur une plaque plane en écoulement incompressible

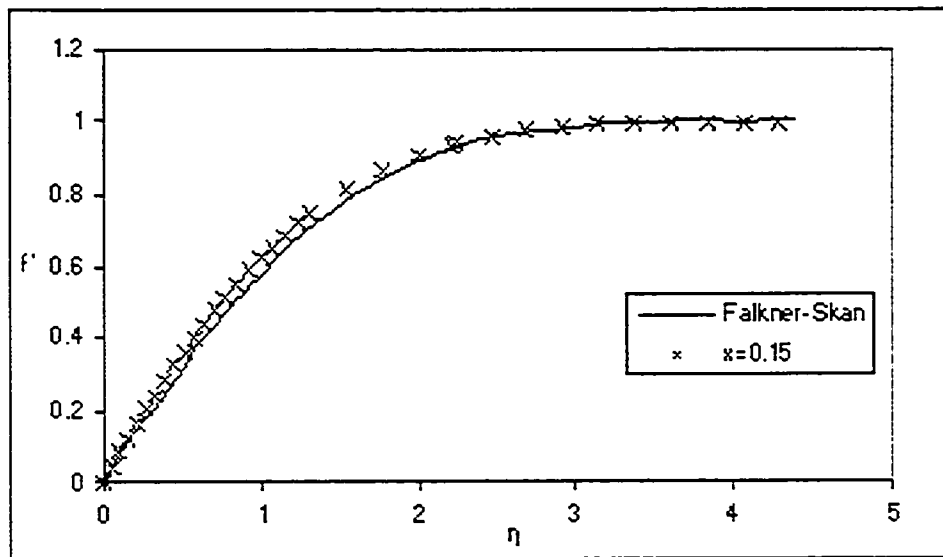


FIG. 5.8 – Profil adimensionnel de couche limite pour un convergent à un angle de 18° en écoulement incompressible

distances (0.06 et 0.065m) mais ne sont pas illustrés afin de garder la figure lisible. Les tendances des profils issus de modélisations suivent les profils de Falkner-Skan. Par contre les valeurs sont un peu plus basses que celles de référence jusqu'à $\eta = 3.75$ puis les valeurs modélisées dépassent celles de référence. La différence maximale entre f' issu de la modélisation et f' issu de la solution exacte est de 10%.

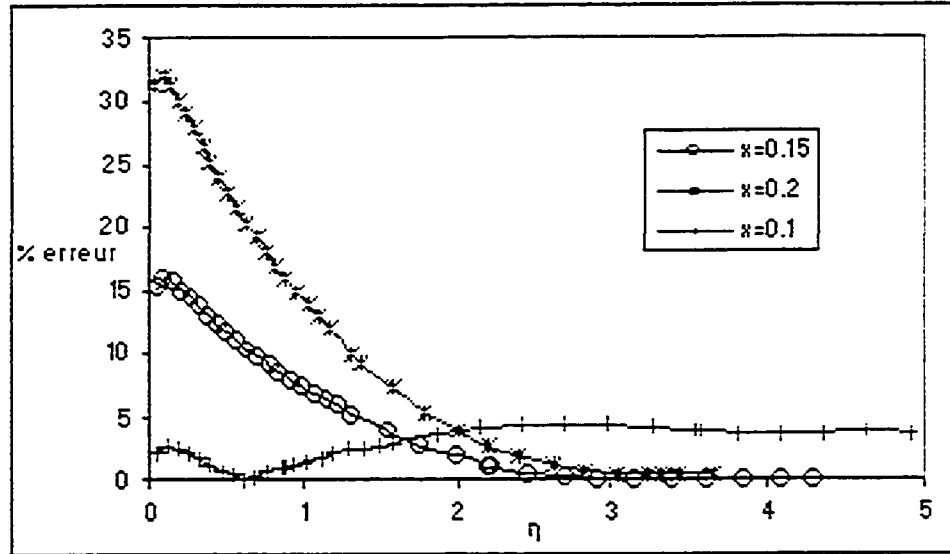


FIG. 5.9 – Erreur entre f' des cas modélisés et la solution de Falkner Skan pour le profil adimensionnel de couche limite pour un convergent à un angle de 18° en écoulement incompressible

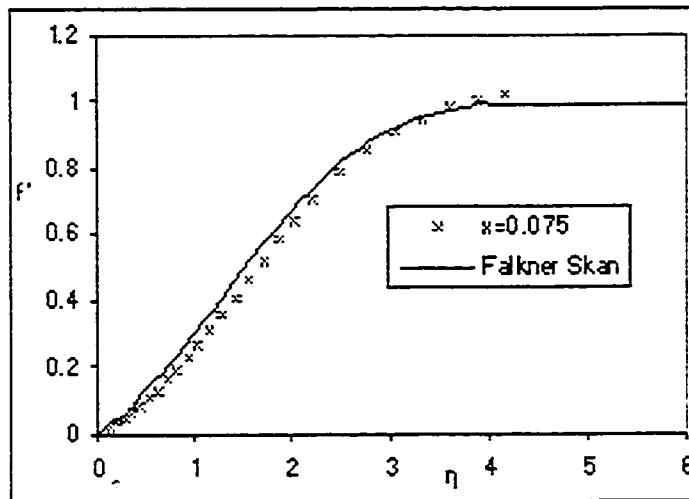


FIG. 5.10 – Profil adimensionnel de couche limite pour un divergent à un angle de -12.6° en écoulement incompressible

Pour les cas convergents et divergents, l'erreur réside dans l'approximation de la vitesse à l'extérieur de la couche limite par Falkner-Skan par la fonction $U_{ext}(x) = U_\infty x^t$.

Cylindre

La figure 5.11 montre les profils de vitesses adimensionnelles par rapport à l'angle

sur le cylindre à partir du point de stagnation à un nombre de Reynolds de 60 (ce nombre de Reynolds a été choisi de manière arbitraire entre les cas modélisés à différents nombres de Reynolds qui ont tous donné des résultats aussi satisfaisants). On voit que les vitesses théoriques et celles issues de modélisations sont similaires jusqu'à 90° , c'est à dire dans la partie d'accélération. Par contre, à des angles supérieurs, dans la partie de décélération où la couche limite va vers le détachement, l'erreur s'accumule très rapidement. Schlichting [35] explique que ce phénomène est créé par la dépendance du point de séparation par rapport au nombre de Reynolds à l'instar de la solution théorique qui en est indépendante. Quand l'emplacement du point de séparation change, le profil de vitesse dans la partie de décélération se trouve affectée, notamment le point d'inflexion précédant la séparation. À la lumière de ceci, le modèle numérique peut être considéré validé pour le cas d'écoulement incompressible sur un cylindre.

5.1.2 Écoulements compressibles laminaires

Le profil de vitesse de l'écoulement compressible laminaire sur une plaque plane est comparé à la solution exacte de Crocco tirée de [35] pour différents nombres de Mach (le nombre de Mach remplace le nombre de Reynolds pour caractériser les écoulements compressibles). Pour les écoulements convergents et divergents, les profils sont comparés aux solutions développées par Cohen et Reshotko (tirées de [35]).

Géométrie et maillage

Plaque plane

La modélisation de l'écoulement sur une plaque plane nécessite le même type de géométrie que pour celui sur la plaque incompressible, mais nous avons opté pour une géométrie beaucoup moins haute ($0.2m$) qui comporte 100 nœuds. La largeur est de $1m$ avec 200 nœuds.

Convergent

La géométrie qui sert à étudier l'écoulement compressible convergent est du même type que pour le cas incompressible, mais les dimensions sont différentes. L'angle du coin est de 45° de chaque côté de l'axe (cet angle a été choisi arbitrairement entre les différents angles pour lesquels des solutions existent dans la littérature). L'entrée et la sortie comptent 150 cellules. Le haut est aussi une sortie et compte 200 cellules. L'axe à l'avant du coin compte 100 cellules et le coin sur lequel nous étudions la couche limite compte 100 cellules. Comme pour les autres cas, le maillage est graduel et atteint son plus fin dans la région de la couche limite.

Divergent

L'angle du divergent est de 12.6 degrés, cet angle fut encore choisi arbitrairement. La géométrie pour ce cas est du même type que pour l'écoulement incompressible divergent. Une section où l'angle d'inclinaison est nul a été ajouté après la section divergente. Ceci facilite la résolution de l'équation de conservation de la quantité de

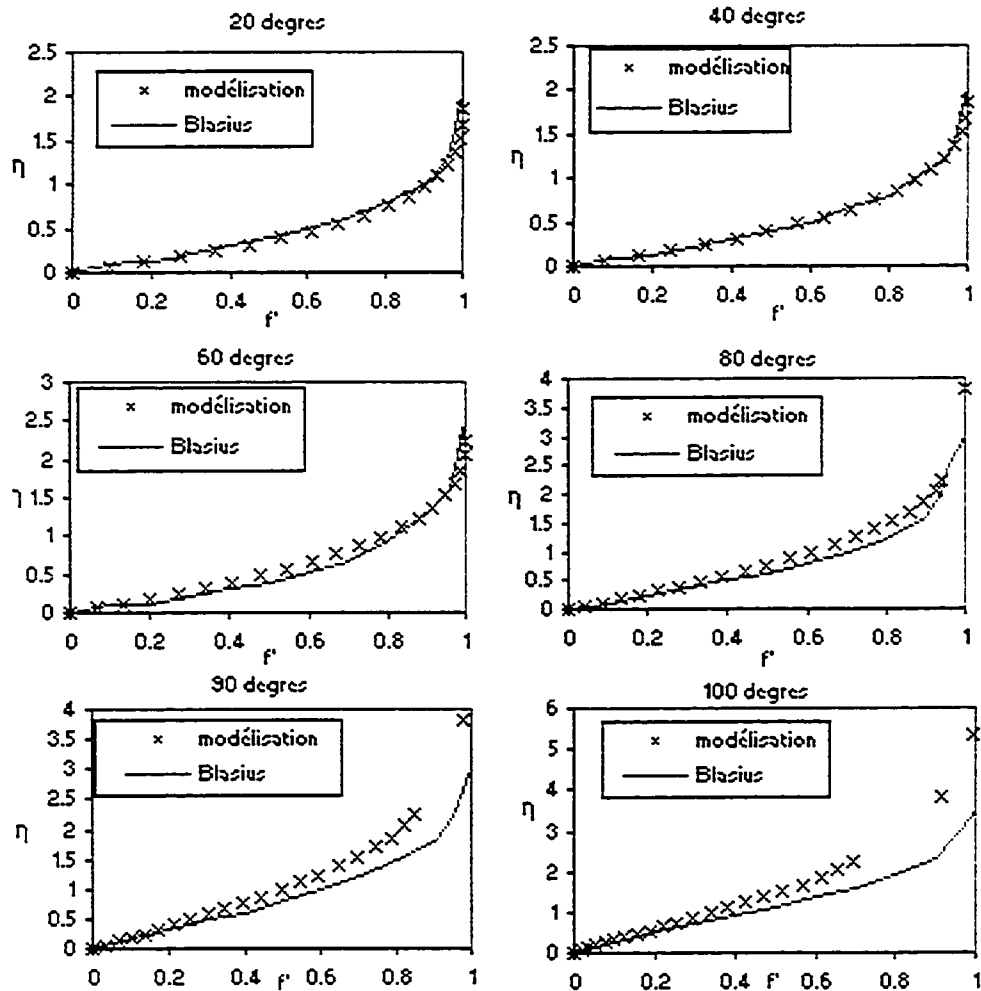


FIG. 5.11 – Profil adimensionnel de couche limite pour cylindre à $Re = 60$ en écoulement incompressible

mouvement avant la sortie.

Méthode de résolution

Puisque la viscosité et la densité dépendent de la température, il est nécessaire de résoudre aussi l'équation de conservation d'énergie en plus de celles de masse et de quantité de mouvement. L'écoulement est en régime permanent et la méthode de résolution est implicite couplée.

Gaz et conditions d'opération

Le gaz utilisé est l'air. La densité suit la loi des gaz parfaits.
La viscosité suit le modèle "power law" [35] expliqué à l'annexe B.

$$\frac{\mu}{\mu_{ref}} = \left(\frac{T}{T_{ref}} \right)^\omega \quad (5.1)$$

La conductivité thermique est donnée par la relation

$$k = \frac{\mu_{ref} \cdot C_p \cdot T}{T_{ref} \cdot Pr} \quad (5.2)$$

Le choix de telles propriétés est expliqué à l'annexe B.1.3. Pour les trois géométries des modélisations furent faites avec des nombres de Mach entre 1 et 3 puisque ces valeurs marquent la limite des nombres de Mach qui nous intéressent dans cette étude. Chacun de ces nombres de Mach est utilisé pour une solution où la plaque est adiabatique, puis une solution où la plaque est soumise à un transfert de chaleur avec la température à sa surface égale à celle de l'écoulement.

Résultats

Puisque les profils adimensionnels de vitesse et de température de la couche limite sont étudiés, nous allons simplifier leur notation par $\frac{U}{U_{ext}}$ et $\frac{T}{T_{ext}}$. La variable adimensionnelle η est une indication de la position en x et y sur la paroi. La définition de ces variables se trouve à l'annexe B.

Plaque plane

Les figures 5.12 et 5.13 donnent les profils adimensionnels de température et de vitesse pour une plaque plane adiabatique à Mach 1 (les résultats à d'autres nombres de Mach sont similaires, il a été jugé inutile de les inclure). Des mesures de profils ont été prises à des distances de $x = 0.25, 0.5, \text{ et } 0.75 \text{ m}$. Les profils adimensionnels à ces trois positions sont les mêmes. Afin de clarifier les graphiques 5.12 et 5.13, seulement la position $x = 0.5\text{m}$ est montrée.

Le tableau 5.3 montre les pourcentages d'erreur sur $\frac{U}{U_{ext}}$ et $\frac{T}{T_{ext}}$ entre la solution modélisée et la solution théorique. Dans le cas de plaque plane adiabatique à Mach 1. La solution modélisée ne diffère jamais de la solution théorique de plus de 10.51% pour $\frac{T}{T_{ext}}$ et 1.95% pour $\frac{U}{U_{ext}}$. Il est bon de noter qu'à Mach 1 beaucoup de changements se produisent dans l'écoulement à cause du passage entre du régimes subsonique au régime sonique. Il est alors plus difficile d'obtenir une solution bien convergée. Ceci explique l'erreur élevée à Mach 1.

Les figures 5.14 et 5.15 montrent les profils adimensionnels pour des écoulements sur une plaque avec transfert de chaleur à des Mach de 2 et 3. Les résultats sont satisfaisants. L'erreur diminue plus la distance de la plaque est grande. Les gradients dans la solution sont alors moindres.

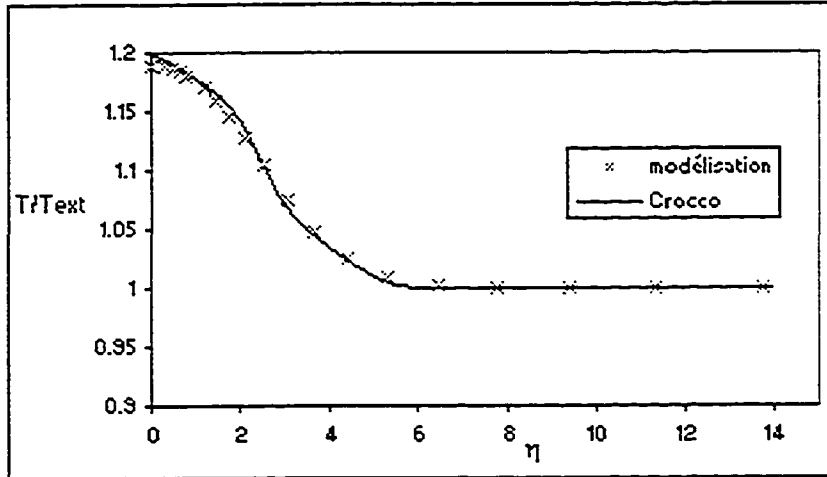


FIG. 5.12 – Profil de température adimensionnel de couche limite pour une plaque plane adiabatique en écoulement compressible

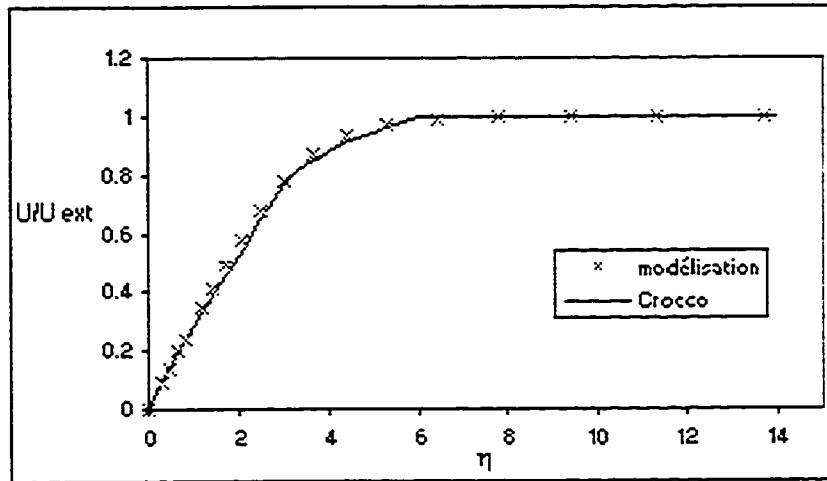


FIG. 5.13 – Profil de vitesse adimensionnel de couche limite pour une plaque plane adiabatique en écoulement compressible

Les tableaux 5.4 et 5.5 montrent les pourcentages d'erreur sur $\frac{U}{U_{ext}}$ et $\frac{T}{T_{ext}}$ entre la solution modélisée et la solution théorique pour une plaque avec transfert de chaleur à Mach 2 et 3. Les pourcentages d'erreur sont très bas. La solution est satisfaisante.

Convergent

Les figures 5.16 et 5.17 montrent le profil de vitesse adimensionnel à Mach 2 pour un convergent avec paroi adiabatique et avec transfert de chaleur. Les valeurs de $\frac{U}{U_{ext}}$ du profil adiabatique sont toujours inférieures à celles de référence [35]. Les tableaux 5.6 et 5.7 montrent les pourcentages d'erreur entre les solutions théoriques et modélisées.

TAB. 5.3 - Pourcentage d'erreur sur $\frac{U}{U_{ext}}$ et $\frac{T}{T_{ext}}$ entre la solution modélisée et la solution théorique pour une plaque adiabatique et Mach 1

η	% d'erreur sur:		η	% d'erreur sur:	
	$\frac{T}{T_{ext}}$	$\frac{U}{U_{ext}}$		$\frac{T}{T_{ext}}$	$\frac{U}{U_{ext}}$
0.00	0.00	1.95	2.07	5.04	0.13
0.26	10.51	1.92	2.50	5.00	0.25
0.31	10.15	1.89	3.03	4.55	0.24
0.38	9.66	1.84	3.65	3.34	0.21
0.46	9.05	1.76	4.42	1.52	0.16
0.55	8.36	1.66	5.33	0.12	0.48
0.67	7.61	1.51	6.44	0.66	3.22
0.81	6.86	1.32	7.78	0.14	0.08
0.97	6.17	1.08	9.40	0.13	0.02
1.18	5.60	0.78	11.36	0.01	0.00
1.42	5.21	0.45	13.72	0.00	0.00
1.72	5.04	0.12			

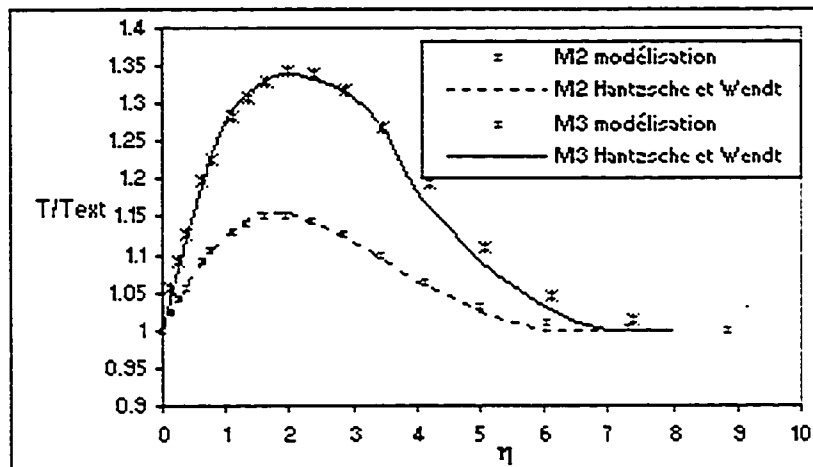


FIG. 5.14 - Profil de température adimensionnel de couche limite pour une plaque plane non-adiabatique en écoulement compressible

La différence n'excède pas 12% dans le cas adiabatique, mais dans le cas avec transfert de chaleur, quand η est inférieur à 1, l'erreur est très grande (28.86% à $\eta = 0.46$).

Une des causes de l'erreur à ces valeurs est l'imprécision de la lecture des valeurs théoriques de $\frac{U}{U_{ext}}$ sur le graphique de référence [35].

Les solutions de référence elles-mêmes sont calculées de manière approximative (c.f. B.3), ce qui peut contribuer à l'erreur.

Divergent

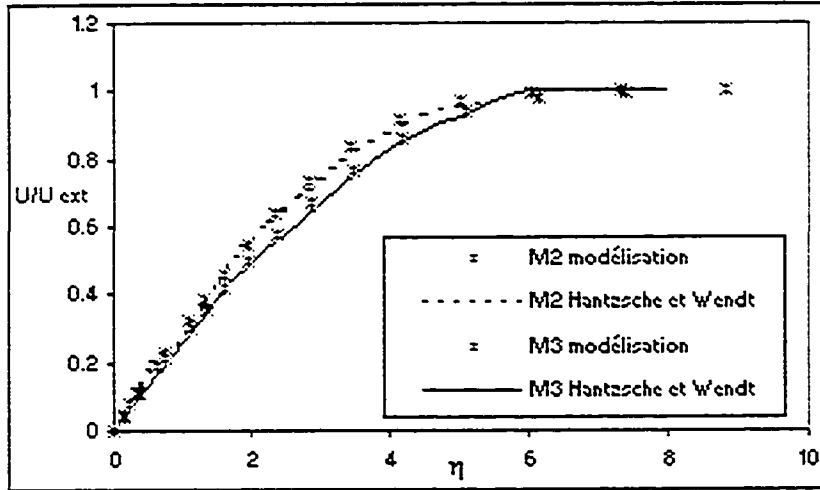


FIG. 5.15 – Profil de vitesse adimensionnel de couche limite pour une plaque plane non-adiabatique en écoulement compressible

TAB. 5.4 – Pourcentage d'erreur sur $\frac{U}{U_{ext}}$ et $\frac{T}{T_{ext}}$ entre la solution modélisée et la solution théorique pour une plaque avec transfert de chaleur à Mach 2

η	% d'erreur sur:		η	% d'erreur sur:	
	$\frac{T}{T_{ext}}$	$\frac{U}{U_{ext}}$		$\frac{T}{T_{ext}}$	$\frac{U}{U_{ext}}$
0.00	0.00	0.00	1.33	0.16	1.52
0.11	0.03	8.31	1.61	0.03	0.90
0.14	0.01	7.04	1.95	0.12	0.08
0.20	0.05	5.12	2.35	0.26	0.90
0.24	0.09	4.43	2.84	0.34	1.87
0.29	0.13	3.89	3.43	0.42	2.44
0.36	0.17	3.46	4.15	0.77	2.07
0.52	0.26	2.89	5.01	1.83	0.61
0.63	0.29	2.69	6.05	0.98	0.77
0.76	0.30	2.49	7.31	0.22	0.12
1.10	0.24	1.95	8.83	0.06	0.02

La figure 5.18 montre à son tour les profils de vitesse de l'écoulement divergent avec paroi adiabatique. L'erreur entre les résultats obtenus et les résultats de référence [35] est négligeable (le tableau 5.8 montre les pourcentages d'erreur).

TAB. 5.5 – Pourcentage d'erreur sur $\frac{U}{U_{ext}}$ et $\frac{T}{T_{ext}}$ entre la solution modélisée et la solution théorique pour une plaque avec transfert de chaleur à Mach 3

η	% d'erreur sur:		η	% d'erreur sur:	
	$\frac{T}{T_{ext}}$	$\frac{U}{U_{ext}}$		$\frac{T}{T_{ext}}$	$\frac{U}{U_{ext}}$
0.00	0.00	0.00	1.35	14.34	10.19
0.12	2.46	10.14	1.63	15.59	10.25
0.14	2.89	9.13	1.97	16.68	9.95
0.20	3.97	7.85	2.38	17.40	9.20
0.25	4.63	7.54	2.88	17.42	7.92
0.30	5.37	7.43	3.48	16.27	6.17
0.36	6.21	7.50	4.20	13.66	4.29
0.53	8.17	8.06	5.08	10.16	2.94
0.64	9.29	8.49	6.13	4.48	1.90
0.77	10.48	8.98	7.41	1.19	0.31
1.12	13.03	9.91			

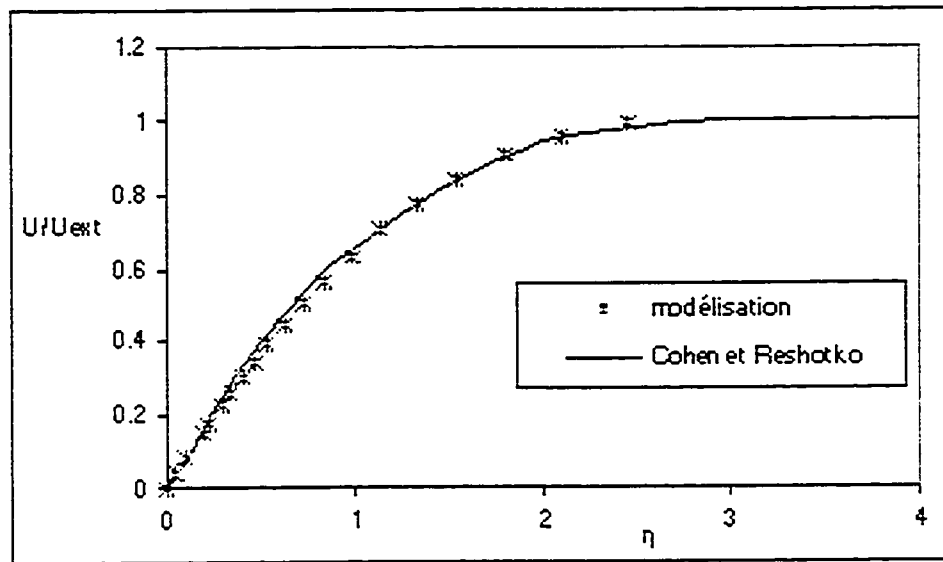


FIG. 5.16 – Profil de vitesse adimensionnel de couche limite pour un convergent adiabatique en écoulement compressible d'angle 45°

5.1.3 Conclusion

Les validations de profils de couche limite d'écoulements incompressibles sur plaque plane, convergent, divergent et cylindre ainsi que les validations d'écoulements compressibles sur plaque plane, convergent et divergent adiabatiques et avec transfert de chaleur ont prouvé que le modèle est adéquat pour décrire la physique à l'intérieur et

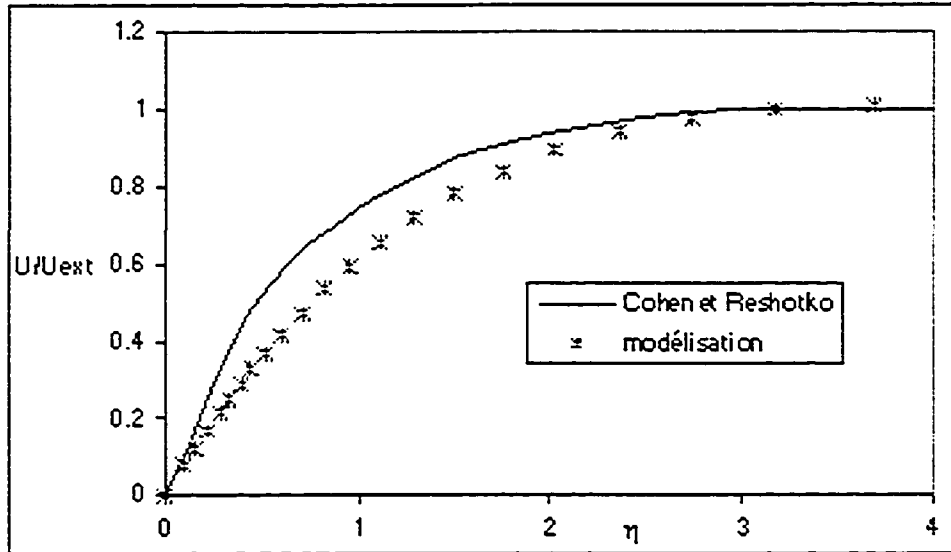


FIG. 5.17 – Profil de vitesse adimensionnel de couche limite pour un convergent non-adiabatique en écoulement compressible d'angle 45°

TAB. 5.6 – Pourcentage d'erreur sur $\frac{U}{U_{ext}}$ entre la solution modélisée et la solution théorique pour un convergent adiabatique d'angle 45°

η	% d'erreur sur: $\frac{U}{U_{ext}}$	η	% d'erreur sur: $\frac{U}{U_{ext}}$
0.00	0.00	0.73	4.80
0.10	11.84	0.84	3.87
0.12	11.48	0.98	2.88
0.14	11.13	1.14	1.86
0.16	10.75	1.33	0.85
0.19	10.36	1.54	0.08
0.22	9.94	1.80	0.85
0.26	9.49	2.10	1.36
0.30	9.00	2.45	1.54
0.34	8.45	2.87	1.34
0.40	7.86	3.36	1.17
0.46	7.20	3.93	2.09
0.54	6.47	4.61	6.52
0.62	5.67		

à l'extérieur de la couche limite.

TAB. 5.7 - Pourcentage d'erreur sur $\frac{U}{U_{ext}}$ entre la solution modélisée et la solution théorique pour un convergent avec transfert de chaleur d'angle 45°

η	% d'erreur sur: $\frac{U}{U_{ext}}$	η	% d'erreur sur: $\frac{U}{U_{ext}}$
0.46	28.86	1.51	11.42
0.53	27.35	1.75	8.42
0.61	25.66	2.04	5.36
0.71	23.79	2.36	2.41
0.83	21.72	2.75	0.16
0.96	19.44	3.19	2.06
1.12	16.96	3.70	3.42
1.30	14.28	4.30	5.67

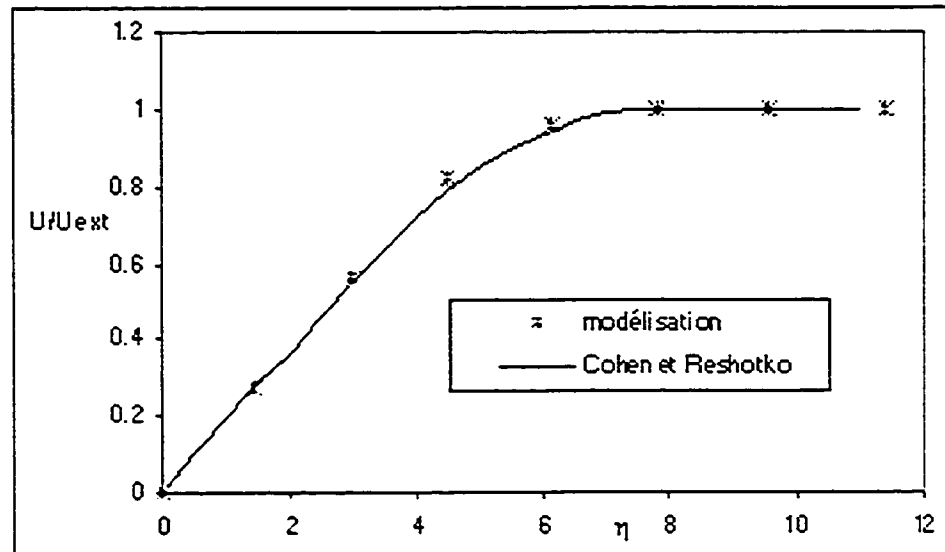


FIG. 5.18 - Profil de vitesse adimensionnel de couche limite pour un divergent adiabatique en écoulement compressible d'angle -12.6°

5.2 Étude de maillage et du coefficient de traînée

Puisque cette thèse vise à étudier l'écoulement autour d'une sphère dans le plasma, il est important de bien choisir le maillage pour ce type de géométrie. L'étude de maillage commence par la comparaison des coefficients de traînée issus de modélisations d'un cylindre en écoulement incompressible par rapport à des résultats provenant de différentes références (voir [32] [36] [37]). Cette étude d'un écoulement simple donne une idée préliminaire sur le type de maillage à utiliser pour les écoulements à venir.

TAB. 5.8 – Pourcentage d'erreur sur $\frac{U}{U_{ext}}$ entre la solution modélisée et la solution théorique pour un divergent adiabatique d'angle -12.6°

η	% d'erreur sur: $\frac{U}{U_{ext}}$
0.00	0.00
0.27	0.25
0.54	3.91
0.80	2.25
1.00	4.15
1.00	0.44
1.00	0.02
1.00	0.00

Ensuite, les coefficients de traînée issus de modélisations d'une sphère dans un écoulement compressible sont comparés avec des résultats de plusieurs références ([32] [36] [38] [6]).

5.2.1 Étude de Maillage en écoulement incompressible

Notre étude porte sur des nombres de Reynolds inférieurs à 200. Nous allons voir plus loin que c'est jusqu'à ce nombre de Reynolds que le comportement de l'écoulement dans la région en aval du cylindre est prévisible.

Écoulement autour d'un cylindre

Afin de mieux comprendre les phénomènes de traînée, il est bon d'avoir un aperçu des différents régimes d'écoulement autour d'un cylindre [37]. Posons l'axe x l'axe dans la direction du mouvement qui passe par le centre du cylindre et y l'axe perpendiculaire à celui-ci.

$$Re < 1$$

Dans ce régime, l'écoulement est symétrique par rapport à x . Il n'y a pas de séparation. La traînée est seulement due à la présence du corps.

$$1 < Re < 40$$

L'écoulement commence à se séparer à l'arrière du cylindre. Deux vortex sont alors formés et grandissent avec Re . Lorsque le nombre de Reynolds augmente, les zones de recirculation attirent de plus en plus de fluide de l'écoulement. Le point de séparation avance vers la zone de stagnation avant. L'écoulement est encore symétrique par rapport à x .

$$40 < Re < 150$$

Entre $Re = 40$ et $Re = 50$ commence le décrochement des vortex. Il est causé par des petites perturbations (ou irrégularités dans l'écoulement laminaire) qui brisent la

symétrie. Les vortex se décrochent et d'autres se forment à une fréquence régulière. Les forces appliquées sur le cylindre varient de manière périodique avec la fréquence de décrochement. L'écoulement est "antisymétrique", c'est à dire qu'un motif d'écoulement se répète alternativement d'un côté et de l'autre du cylindre.

L'étude de maillage

Le choix du maillage dépend de la précision de la solution mais aussi du temps et de la stabilité du calcul. Puisque la traînée est fonction de la distribution des forces sur la surface du cylindre, nous avons simplifié notre volume de contrôle à un espace concentrique au cylindre. Le rayon du volume de contrôle est 10 fois celui du cylindre. La figure 5.19 montre les surfaces sur lesquelles le nombre de nœuds est spécifié.

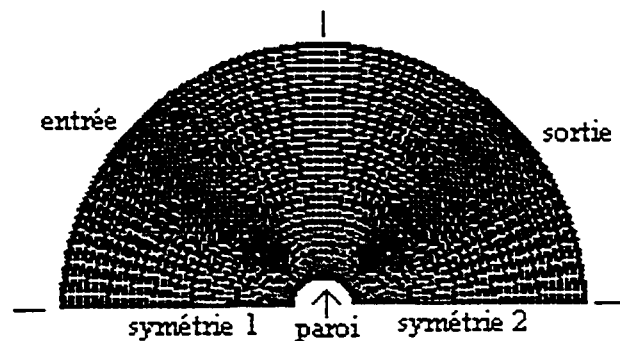


FIG. 5.19 – Distribution du maillage sur le cylindre

L'étude préliminaire du maillage fut faite sur 7 maillages comprenant différentes densités et distributions de nœuds. Pour chacun de ces maillages, une simulation fut faite à un nombre de Reynolds de 20. Les coefficients de traînée correspondants furent comparés aux valeurs de référence ([32] [36] [37]). Les trois maillages qui ont fourni les résultats se rapprochant le plus de la moyenne des valeurs de référence sont considérés satisfaisants. Pour ces trois maillages, des simulations à $Re = 40, 60, 80, 100, 200$ furent calculées afin de trouver celui qui donne les coefficients de traînée les plus proches de la littérature.

Le tableau 5.9 montre le nombre de nœuds sur les surfaces de contrôle des différents maillages testés. Pour tous ces maillages, la densité des nœuds sur la symétrie augmente en allant vers la paroi du cylindre. En débutant par la plus petite largeur de cellule Δ^1 jusqu'à la plus grande Δ^N on a pour la cellule n :

$$\Delta^n = 1.112 \cdot \Delta^{n-1} \quad (5.3)$$

Cette proportion fut choisie à l'œil.

Le tableau 5.10 montre les coefficients de traînée obtenus pour les 7 maillages à $Re = 20$ ainsi que le pourcentage d'erreur par rapport à la moyenne des coefficients

TAB. 5.9 – Distribution des nœuds sur les différents maillages testés

maillage	entrée	sortie	paroi	symétries 1 et 2
1	25	25	50	25
2	25	50	75	25
3	50	25	75	25
4	50	50	100	25
5	50	50	100	50
6	50	50	100	60
7	60	60	120	60

de traînée à $Re = 20$ des références. Les maillages 1, 5 et 7 sont les maillage avec lesquels les simulations donnent des coefficients de traînée qui se rapprochent le plus de la moyenne des coefficients de traînée des oeuvres de référence. Ce sont donc ces trois maillages qui seront utilisés pour les simulations aux autres nombres de Reynolds.

TAB. 5.10 – Coefficients de traînée et pourcentage d'erreur à $Re = 20$ pour les 7 maillages testés

Maillage	C_D	% d'erreur
1	2.45	2.08
2	2.46	2.50
3	2.47	2.92
4	2.34	2.50
5	2.43	1.25
6	2.48	3.33
7	2.40	0.00
référence	2.40	

Le tableau 5.11 montre les coefficients de traînée obtenus pour les simulations à d'autres nombres de Reynolds ($Re = 40, 60, 80, 100, 200$), ainsi que ceux des différentes références utilisées, et la moyenne des références.

Le pourcentage d'erreur des coefficients de traînée des modélisations par rapport à la moyenne des références sont au tableau 5.12. Pour le maillage 7 aucune solution n'a pu être obtenue à $Re = 200$. Tous les essais divergeaient.

Les tableau 5.10 et 5.12 montrent que le maillage 5 produit les coefficients de traînée les plus proches des oeuvres de référence entre $Re = 20$ et $Re = 80$. Le maillage 7 a une convergence très lente et la solution est instable.

À la lumière de ces résultats et puisque la convergence est plus rapide avec le maillage 5 qu'avec le maillage 6 pour la même qualité de résultats, nous avons opté pour le maillage 5.

À des nombres de Reynolds à partir de 60, l'erreur commence à augmenter, pour

TAB. 5.11 – Coefficients de traînée pour les maillages 1, 5 et 7 et des trois références

		Nombre de Reynolds				
		40	60	80	100	200
maillage	1	1.81	1.52	1.40	1.33	1.12
	5	1.82	1.56	1.41	1.31	1.08
	7	1.81	1.55	1.41	1.31	div
référence	[32]	1.89	1.69	1.58	1.50	1.28
	[37]	1.51	1.35	1.27	1.26	1.20
	[36]	2.22	1.98	1.83	1.69	1.29
	moy ref	1.87	1.67	1.56	1.48	1.26

TAB. 5.12 – Pourcentage d'erreur des coefficients de traînée des modélisations par rapport à la moyenne des références

maillage	Nombre de Reynolds				
	40	60	80	100	200
1	3.38	9.16	10.26	10.51	11.27
5	3.05	6.98	9.81	11.81	13.75
7	3.28	7.10	9.90	11.90	

aller jusqu'à 13.75% à $Re = 200$. On peut expliquer cette erreur. Dans une modélisation laminaire, l'écoulement est parfaitement laminaire. C'est à dire que l'écoulement est totalement régulier dans la direction du mouvement [22]. Dans les conditions expérimentales, il est très difficile d'avoir un écoulement parfaitement laminaire, car des irrégularités sont souvent présentes dans l'écoulement, et créent des effets de mouvement dans d'autres directions que la direction de l'écoulement.

Comme vu en 5.2.1 le phénomène de décrochement des vortex est dû aux irrégularités dans l'écoulement laminaire expérimental. Celui-ci a une influence directe sur la traînée. Puisque lors d'une modélisation, l'écoulement est parfaitement laminaire, il faut imposer des irrégularités afin d'obtenir des résultats qui se rapprochent de la réalité. De plus, l'écoulement "antisymétrique" n'est pas en régime permanent, il est périodique.

Décrochage des vortex

Pour les modélisations suivantes, nous utiliserons le maillage choisi en 5.2.1 avec quelques changements. La symétrie est remplacée par un volume de contrôle contenant le cylindre en entier. De plus une région à l'arrière du cylindre d'une longueur de 20 fois le rayon avec 50 nœuds de chaque côté fut ajoutée. Cette région ne sert qu'à observer la queue formée de vortex détachées.

La méthode de résolution et le fluide sont les mêmes que précédemment. Par contre,

l'écoulement n'est plus en régime permanent.

Plusieurs méthodes peuvent servir à créer des irrégularités. Nous avons opté pour l'imposition d'une vitesse en x non constante en y à l'initialisation.

Une vitesse égale à 0 a premièrement été imposée dans la partie inférieure du volume de contrôle et une vitesse U à la partie supérieure du volume de contrôle à l'initialisation dans tout le domaine. La condition à l'entrée est la vitesse U partout. Le problème avec cette méthode est que la convergence est très difficile, surtout à haut Re . Une méthode moins drastique est d'imposer une vitesse égale à $0.9U$ dans la partie inférieure et U dans la partie supérieure du volume de contrôle à l'initialisation. Encore une fois, à l'entrée la vitesse est égale à U . Avec cette méthode, la convergence est plus rapide et nous permet quand même d'observer des décrochements périodiques de vortex. La figure 5.20 montre la queue de vortex détachées qui zigzague à l'arrière du cylindre à $Re = 200$.

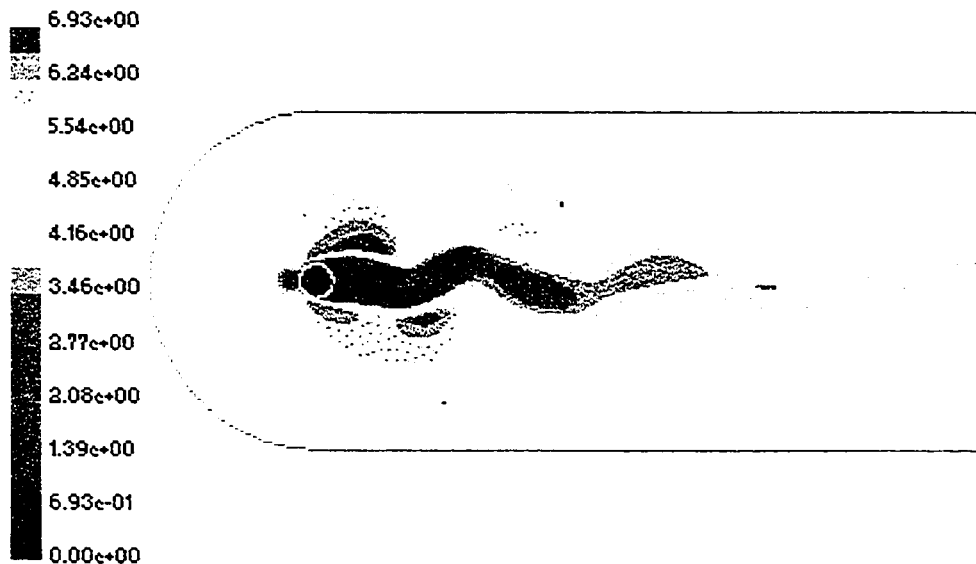


FIG. 5.20 - Distribution de la vitesse (m/s) à $Re = 200$

Des modélisations ont été faites pour des Re de 60, 80, 100 et 200. Les coefficients de traînée obtenus sont comparés à la moyenne des valeurs de référence ([32] [36] et [37]) et on obtient des différences inférieures à 1% dans tous les cas, par rapport à des erreurs jusqu'à 13.75% dans les cas sans décrochage de vortex 5.2.1. Les valeurs de référence ([32] [36] et [37]) sont issues de données expérimentales. Ceci nous permet de dire que le modèle adapté avec provocation du décrochage de vortex représente adéquatement la physique de l'écoulement en question.

Nous avons aussi tenté d'introduire des irrégularités dans des écoulements à bas nombre de Reynolds pour vérifier à quel Re le décrochage des vortex commençait. À $Re = 1, 20,$ et 40 l'écoulement redevient symétrique après quelques itérations. Les

effets visqueux sont assez grands pour "absorber" les perturbations. Les C_D obtenus pour ces Re sont les mêmes qu'en 5.2.1 au centième près.

5.2.2 Étude de maillage en écoulement compressible

Jusqu'à $M \simeq 0.5$ l'écoulement est considéré incompressible [38] et la traînée est fonction du nombre de Reynolds. À $M > 0.5$ les effets de compressibilité deviennent importants et la traînée devient aussi fonction du nombre de Mach. Lorsque le nombre de Mach dépasse $M = 0.6$ [38], l'écoulement devient sonique à certains endroits de la sphère. Si le nombre de Mach continue d'augmenter et dépasse $M = 1$, une onde de choc normale se forme à l'avant de la sphère. Comme vu à la section 2.1.4, la pression de l'écoulement augmente en traversant l'onde de choc, donc une zone de haute pression est formée entre le choc et la sphère. Ceci provoque une montée drastique de la traînée, puisque comme vu en 2.6, la traînée est fonction de la pression.

Pendant des siècles cette montée drastique de la traînée nous a poussé à croire qu'il était impossible d'aller au-delà du nombre de Mach critique, d'où le nom de "mur du son".

À $M > 1$, le nombre de Reynolds n'a plus d'importance sur la traînée. Si le nombre de Mach continue à augmenter, l'onde de choc devient oblique à certains endroits (voir la figure 2.5). La pression de l'écoulement après avoir traversé une onde de choc oblique est moins élevée que si le même écoulement avait traversé une onde de choc normale (voir la section 2.1.4). On dit alors que l'onde de choc est plus faible [32]. Du même coup, la traînée diminue.

La plupart des mesures de traînées disponibles traitent de l'air. Pour d'autres gaz parfaits les valeurs peuvent différer un peu à cause de la différence du rapport des chaleurs massiques γ [38] puisque la pression de stagnation est non seulement fonction du nombre de Mach mais aussi du rapport des chaleurs massiques (équation 2.6). Nous allons commencer par valider le modèle avec l'air. Une fois le modèle validé pour l'air, nous pourrions étendre que le modèle bon pour les autres gaz parfaits (dont l'argon).

5.2.3 Choix du maillage avec l'air

Dans cette section nous allons comparer les traînées issues de modélisations faites à l'aide de différents maillages afin de trouver celui qui permet d'obtenir les coefficients de traînée se rapprochant le plus des valeurs de référence ([32] [36] [38]) et [6]). Le maillage choisi sera utilisé dans la modélisation de sphères dans le plasma d'argon. Le gaz utilisé est l'air à température et pression ambiantes. Les nombres de Mach modélisés sont entre 1 et 3 (les nombres de Mach pour qui nous intéressent pour étudier le coefficient de traînée dans le plasma d'argon). La paroi de la sphère est à 300K. L'air est encore considéré comme un gaz parfait, la viscosité suit le modèle "power law" (expliqué à l'annexe B) et la conductivité thermique est constante.

Les valeurs de références de coefficients de traînée proviennent de données expérimentales de [32], [36], [38] et de Henderson [6] qui propose une équation pour le coefficient de traînée jusqu'à $M = 6$.

maillage 1

Ce maillage a des nœuds équidistants à toutes les frontières. Il contient 50 nœuds de chaque côté de l'axe, à l'entrée et à la sortie et 100 nœuds sur la paroi.

maillage 2

La distribution des nœuds est la même que pour le cas précédent mais les cellules sont triangulaires afin de voir l'effet de la forme de cellule sur la solution.

maillage 3

Ce maillage contient 20 nœuds sur chaque symétrie, 20 à l'entrée et la sortie et 40 sur la paroi de la sphère. La densité des nœuds est constante sur la symétrie, à l'entrée, à la sortie et sur la paroi.

maillage 4

Ce maillage est le même que celui choisi pour la validation des écoulements incompressibles sur un cylindre. Le maillage est présenté à la figure 5.21.

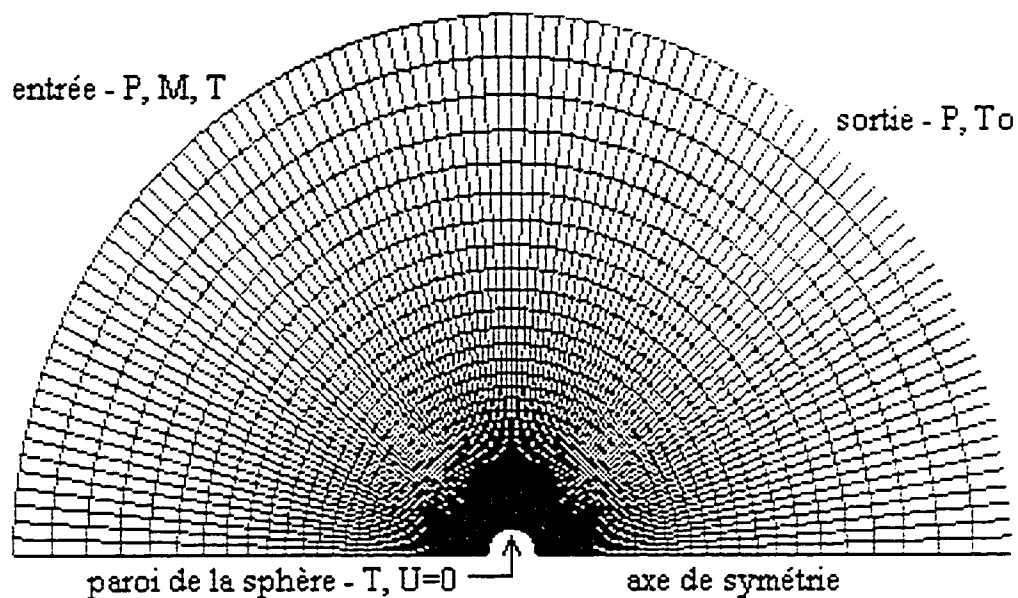


FIG. 5.21 - *Maillage 4*

Résultats

Le tableau 5.13 représente les coefficients de traînée issus des maillages testés ainsi que la moyenne des valeurs de référence à titre indicatif.

TAB. 5.13 – *Comparaison des coefficients de traînée de différents maillages*

		Numéro de maillage				
M	1	2	3	4	moy. ref	
1	0.76	0.70	0.69	0.66	0.77	
1.5	0.91	1.01	0.53	0.97	1.00	
2	0.93	1.01	0.27	0.97	1.01	
2.5	0.64	0.96	0.57	0.94	0.96	
3	div	div	0.1	0.92	0.94	

Les solutions obtenues à partir du maillage 3 ne sont pas satisfaisantes. En effet, aucune onde de choc n'est formée à des vitesses supersoniques. Nous allons donc rejeter ce maillage.

En comparant les valeurs des coefficients de traînée des différents maillages avec les données théoriques du tableau 5.17 on remarque que les meilleures solutions proviennent des maillages 2 et 4 (tableau 5.14). Puisque la convergence avec le maillage triangulaire (2) est moins rapide et la solution diverge pour des nombres de Mach plus élevés que 2.5 nous avons opté pour le maillage 4 avec couche limite. Ce maillage s'est avéré le meilleur en écoulement incompressible. Sa densité augmente en approchant de la sphère, il permet donc une plus grande précision de la solution dans la région qui nous intéresse.

À Mach 1, les coefficients de traînée de toutes les modélisations sont très différents des valeurs de référence. L'erreur peut atteindre 17.84% pour le maillage 4. Comme expliqué au début de la section, à Mach 1, beaucoup de changements se produisent dans l'écoulement. Il est alors très difficile d'obtenir une solution stable et bien convergée par la modélisation.

TAB. 5.14 – *Tableau des pourcentages d'erreurs entre les coefficients de traînée de différents maillages et la moyenne des valeurs de référence*

		Numéro de maillage			
M	1	2	3	4	
1	13.3	12.9	14.1	17.8	
1.5	10.9	1.0	48.0	1.0	
2	8.5	0.7	73.4	1.6	
2.5	33.4	0.2	40.3	1.9	
3			89.4	1.9	

5.2.4 Effet du rapport des chaleurs massiques sur le C_D

Quatre gaz ont été utilisés dans les modélisations visant à démontrer l'effet du rapport des chaleurs massiques sur la traînée: l'air et l'azote qui ont un rapport des chaleurs massiques de 1.4 et l'argon et le néon de 1.67.

Ces gaz sont des gaz parfaits. Leur chaleur massique et conductivité thermique sont constantes, et leur viscosité suit le modèle "power law".

TAB. 5.15 – Tableau des coefficients de traînée pour différents gaz issus de modélisations séquentielles

M	Gaz			
	Argon	Neon	Azote	Air
1	0.73	0.72	0.76	0.76
1.5	0.91	0.91	0.97	0.97
2	0.91	0.91	0.97	0.97
2.5	0.89	0.89	0.94	0.94
3	0.87	0.87	0.92	0.92

Le tableau 5.15 montre que le rapport des chaleurs massiques a une influence directe sur la traînée. L'air et l'azote ont des coefficients de traînée similaires pour les cas modélisés alors que l'argon et le néon ont des coefficients de traînée correspondants, plus bas que pour l'air et l'azote.

Ceci peut être expliqué physiquement. L'équation 2.81 montre que le coefficient de traînée est entre autre fonction de $\frac{1}{U^2}$

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho U^2 A}$$

La vitesse du son est fonction du rapport des chaleurs massiques.

$$c = \sqrt{\gamma \mathcal{R} T}$$

La vitesse d'un écoulement compressible est donnée par:

$$U = M \cdot c \tag{5.4}$$

Donc une augmentation de la chaleur massique devrait entraîner une diminution du coefficient de traînée. Ceci est visible dans le tableau 5.15. La chaleur massique de l'air et de l'azote est plus basse que celle de l'argon et du néon, le coefficient de traînée de l'air et de l'azote est plus haut que celui de l'argon et du néon.

Une autre dépendance réside dans le fait que la pression après le passage à travers l'onde de choc est non seulement fonction du nombre de Mach, mais aussi du rapport des chaleurs massiques (voir la section 2.1.4).

5.2.5 Résolution séquentielle ou couplée

Dans les écoulements compressibles il est recommandable de résoudre les équations de conservation de mouvement et d'énergie de manière simultanée (couplée) à cause des influences entre les variables de l'écoulement (pression, vitesse et température).

Nous allons comparer les coefficients de traînée de sphères dans des écoulements résolus de manière séquentielle et couplée. Les gaz utilisés pour les modélisations sont l'air puis l'argon. Leur conductivité thermique est constante et leur viscosité suit le modèle "power law". Les écoulements ont des nombres de Mach qui varient entre 1 et 3.

Le tableau 5.15 présente les solutions séquentielles pour l'argon et l'air (ainsi que l'azote et le néon) alors que les cas de l'air et l'argon couplés peuvent être vus au tableau 5.16.

TAB. 5.16 - *Tableau des coefficients de traînée pour l'argon et l'air en modélisation couplée*

M	C_D solution couplée	
	Argon	Air
1	0.76	0.91
1.5	0.95	1.01
2	0.94	1.00
2.5	0.92	0.98
3	0.91	0.96

TAB. 5.17 - *Coefficients de traînée de différentes références pour l'air*

M	C_D			
	Henderson[6]	Munson[36]	White[38]	Gerhart[32]
0.5	0.41	0.49	0.49	0.48
1	0.68	0.76	0.8	0.85
1.5	0.92	0.98	1.03	1.05
2	0.99	0.98	1.02	1.05
2.5	0.96	0.96	0.975	0.95
3	0.94	0.95	0.925	0.95
3.5	0.93	0.94	0.925	0.95

Le tableau 5.17 montre les coefficients de traînée des différentes références pour l'air. Le pourcentage de différence entre toutes ces méthodes et nos résultats avec le maillage choisi pour l'air est donné au tableau 5.18 en cas couplé et 5.19 en cas séquentiel.

Les différences entre les cas couplés et séquentiels pour un même gaz et Mach se situent entre 3% et 6%. Par contre si on compare les coefficients de traînée de l'air des

TAB. 5.18 – *Différence entre nos coefficients de traînée couplés et ceux de référence pour l'air*

M	% de différence-solution couplée			
	Henderson[6]	Munson[36]	White[38]	Gerhart[32]
1	33.56	19.47	13.50	6.82
1.5	9.20	3.06	1.94	3.81
2	0.89	2.04	1.96	4.76
2.5	1.79	1.77	0.21	2.84
3	1.84	1.05	3.78	1.05

TAB. 5.19 – *Différence entre nos coefficients de traînée séquentiels et de référence*

M	% de différence-solution séquentielle			
	Henderson[6]	Munson[36]	White[38]	Gerhart[32]
1	10.32	1.32	6.25	11.76
1.5	4.87	1.02	5.83	7.62
2	2.14	1.02	4.90	7.62
2.5	2.06	2.08	3.59	1.05
3	2.41	3.16	0.54	3.16

références ([32], [36], [38] et [6]) avec ceux issus de résolutions séquentielles, l'erreur moyenne est de 4.04% alors que l'erreur moyenne des cas couplés par rapport aux références est de 5.22%. Même si le critère de convergence est le même pour les deux méthodes, l'écart entre les deux méthodes est de 1.17%. Cet écart nous permet de voir que les deux méthodes donnent des résultats raisonnablement similaires. Cependant la méthode séquentielle converge plus facilement et rapidement puisque les équations sont résolues à la suite les unes des autres (voir la section 4.3). Nous allons donc l'adopter pour les modélisations de plasma.

5.3 Validation du modèle de cinétique chimique

La validation du modèle de cinétique chimique sert à vérifier si les concentrations d'espèces calculées par le modèle sont les mêmes pour un système en équilibre que les concentrations de référence [24] dans la plage des températures et des pressions que nous allons étudier. La validation consiste à modéliser un plasma qui entre en déséquilibre dans un volume de contrôle. Le volume de contrôle est assez long pour qu'à la sortie, le plasma soit en équilibre cinétique. La concentration à la sortie (quand le plasma est en équilibre) est comparée aux valeurs de référence [24] à la température de sortie.

5.3.1 Géométrie

La géométrie choisie pour cette modélisation ne doit comporter aucun changement drastique parce que le seul phénomène que nous voulons observer est le retour à l'équilibre chimique. Il s'agit d'un tunnel cylindrique (visible à la figure 5.22). À l'entrée on impose la pression, le nombre de Mach et la composition. La sortie est une simple sortie de pression.

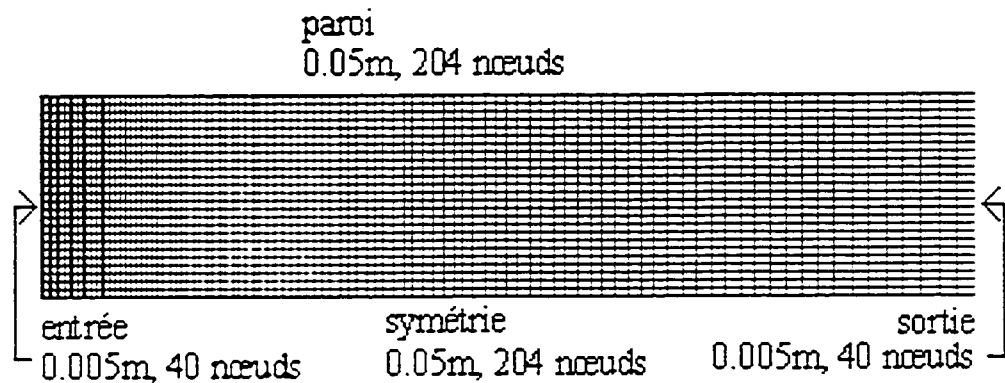


FIG. 5.22 - Géométrie du tunnel

5.3.2 Conditions aux limites

L'entrée est à pression atmosphérique. Pour simuler le déséquilibre chimique les concentrations à l'entrée sont différentes des concentrations à l'équilibre pour la température et la pression d'entrée. Nous avons choisi arbitrairement d'imposer les valeurs de concentrations à l'entrée correspondant aux concentrations à l'équilibre à $T = 10000K$ pour tous les cas. Des simulations furent faites pour des écoulements qui entrent à $T = 9000K$, $12000K$ et $14000K$.

Les vitesses de réaction croissent de manière exponentielle à la température ([20]) il est donc nécessaire d'ajuster la vitesse de l'écoulement afin d'avoir un temps de résidence assez grand pour obtenir une stabilisation des espèces avant la sortie du volume de contrôle.

Des calculs préliminaires à partir des constantes de réactions nous ont fourni le temps de résidence t_{res} qui correspond au temps requis au plasma pour revenir à l'équilibre chimique à partir des concentrations d'entrée. C'est le temps minimal que le plasma doit passer dans le volume de contrôle pour arriver à l'équilibre avant la sortie. En connaissant la longueur du volume de contrôle, une approximation de la vitesse maximale de l'écoulement peut être calculée \bar{U}_{r-max} . La vitesse \bar{U}_r choisie pour l'écoulement est environ 1/3 de la vitesse maximale, afin d'avoir une région où le plasma est à l'équilibre dans le volume de contrôle. Puisque les taux de réaction sont très élevés et le tunnel est relativement court, les vitesses doivent être très petites afin de pouvoir apercevoir les réactions.

Le tableau 5.20 donne une approximation des paramètres t_{res} et \bar{U}_{r-max} ainsi que des nombres de Mach imposés à l'entrée et les vitesses correspondantes.

TAB. 5.20 – *Tableau du temps de résidence, de la vitesse et du nombre de Mach à l'entrée à différentes températures*

T	t_{res} (s)	\bar{U}_{r-max} (m/s)	\bar{U}_r (m/s)	M
9000	$3.0 \cdot 10^{-3}$	17	5	0.005
12000	$1.8 \cdot 10^{-4}$	208	50	0.025
14000	$4.5 \cdot 10^{-5}$	1111	309	0.15

5.3.3 Résultats

Il faut noter que la température n'est pas constante dans le volume de contrôle. En effet, les réactions d'ionisation sont endothermiques. De l'énergie est nécessaire afin de briser le lien entre l'atome et l'électron. L'énergie nécessaire est puisée dans le fluide, donc la température diminue. Par ailleurs les réactions de recombinaison sont exothermiques. Cette énergie est donnée au système, donc la température augmente.

Au niveau de la simulation, le phénomène se traduit par un changement de la chaleur massique du plasma dû à la variation de composition.

Les concentrations à la température de sortie T_f sont comparées aux valeurs de référence de concentrations à l'équilibre à la température T_f .

Les données de référence utilisées sont issues d'un calcul de la composition en fonction de la température par la méthode expliquée en 2.4.1.

Le tableau 5.21 présente les températures d'entrée T_∞ par rapport aux températures finales d'équilibre T_f ainsi que la fraction molaire de l'ion argon x_{Ar^+} et de l'électron x_e à l'équilibre modélisé par rapport à celui calculé à T_f et l'erreur entre les deux.

TAB. 5.21 – *Tableau de la validation du modèle de réaction*

T_∞	T_f	x_e, x_{Ar^+}		% d'erreur
		simulation	référence	
9000	9090	$7.50 \cdot 10^{-3}$	$7.59 \cdot 10^{-3}$	1.19
12000	11550	$7.82 \cdot 10^{-2}$	$7.92 \cdot 10^{-2}$	1.26
14000	12500	$1.48 \cdot 10^{-1}$	$1.46 \cdot 10^{-1}$	1.37

Le pourcentage d'erreur maximal est de 1.37%, ce qui est très satisfaisant, ce même avec des valeurs de fractions molaires très basses (jusqu'à $7.50 \cdot 10^{-3}$). La figure 5.23 montre la progression de la fraction molaire d'ion Ar^+ sur l'axe du tunnel pour l'écoulement qui entre à $9000K$ et celui qui entre à $12000K$. Ces deux températures ont été choisies afin de donner un exemple de recombinaison et un exemple d'ionisation. Il faut cependant noter que les deux écoulements sont à des vitesses différentes donc nous ne pouvons pas comparer la distance requise pour le retour à l'équilibre pour les deux températures sur ce graphique.

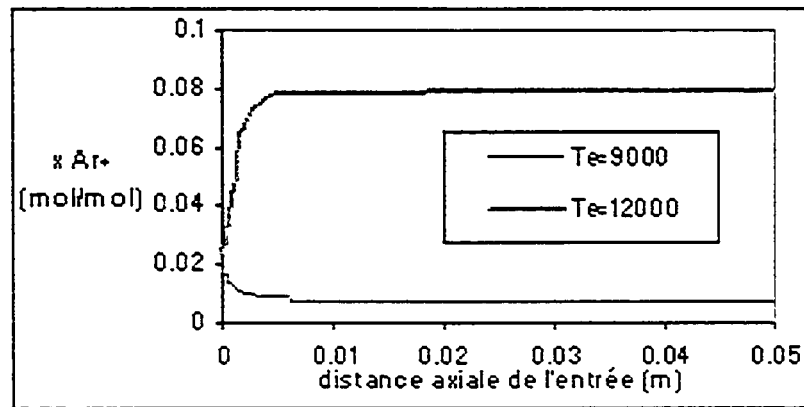


FIG. 5.23 – *Fraction molaire d'ion Ar^+ sur l'axe du tunnel*

=

5.4 Validation du modèle de propriétés

Les méthodes de calcul des propriétés données par les références sont vérifiées à l'aide d'un programme qui affiche toutes les étapes du calcul (expliquées en 2.4 et 2.5) ce programme évalue de façon explicite les propriétés pour une pression donnée et à des températures entre $500K$ et $20000K$ pour les concentrations à l'équilibre. Les propriétés peuvent alors être comparées à des valeurs de référence [1]. Les propriétés sont calculées par la même méthode dans le modèle numérique.

La figure 5.24 montre les valeurs pour la densité de la référence [1] et celles calculées. Les figures 5.25 et 5.26 montrent les viscosités et conductivités thermiques.

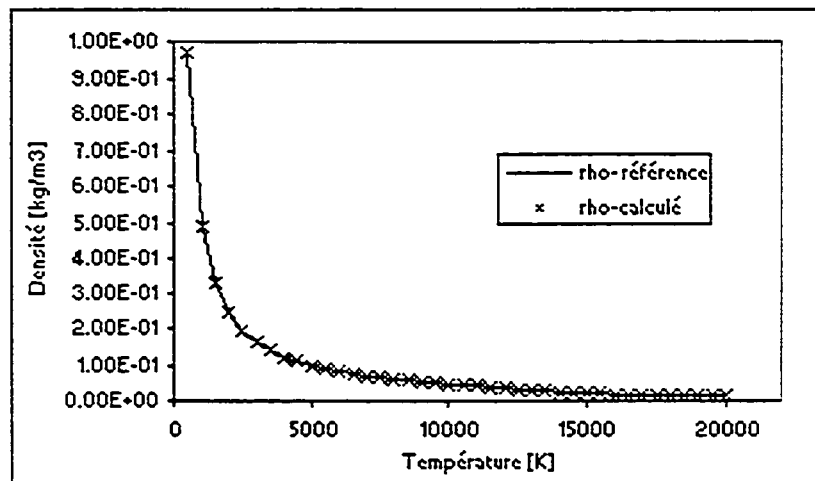


FIG. 5.24 – Comparaison de la densité de l'argon à 1 atm (référence [1])

Les valeurs de la densité et de la viscosité sont très satisfaisantes entre $5000K$ et $20000K$ mais avant $7000K$ la conductivité thermique calculée diffère de la conductivité thermique de référence (jusqu'à 75% à $500K$). À température supérieure à $7000K$ la différence ne dépasse jamais 11%. Nous allons quand même utiliser le modèle de k que pour des températures entre $5000K$ et $20000K$. La différence semble causée par le choix des intégrales de collision qui diffèrent largement d'une référence à l'autre.

5.5 Validation de l'hypothèse du continuum

Le nombre adimensionnel de Knudsen Kn relie la longueur caractéristique L d'un corps submergé dans un fluide (ici un plasma) avec le libre parcours moyen \bar{l} des particules qui constituent l'écoulement. Lorsque le nombre de Knudsen est petit, l'hypothèse du continuum est valable. Par contre lorsque le nombre de Knudsen est supérieur à 1 l'hypothèse n'est plus respectée. L'écoulement connaît alors des effets de raréfaction. Il faut alors prendre en compte les interactions de chaque particule sur le corps.

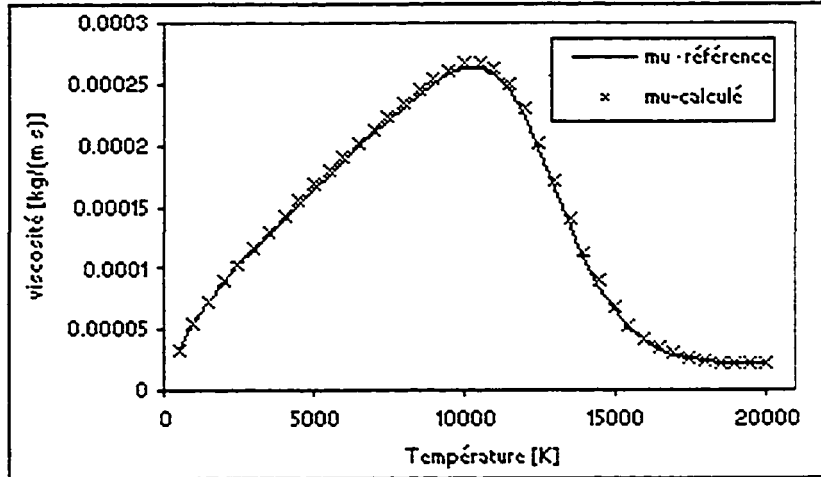


FIG. 5.25 – Comparaison de la viscosité de l'argon à 1 atm (référence [1])

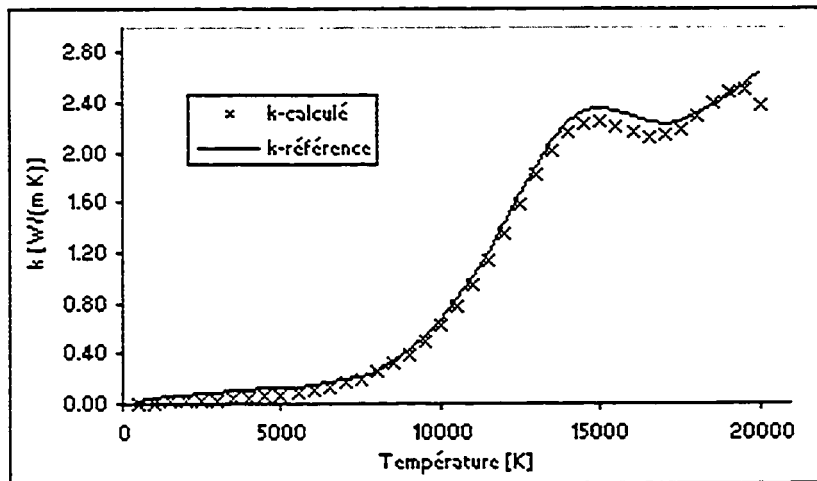


FIG. 5.26 – Comparaison de la conductivité thermique de l'argon à 1atm (référence [1])

Le nombre de Knudsen Kn est donné par [21]:

$$\begin{aligned}
 Kn &= \frac{\bar{l}}{d} \\
 &= \frac{3\mu}{\rho c d \sqrt{8/(\pi\gamma)}}
 \end{aligned}
 \tag{5.5}$$

Dans cette étude, d représente le diamètre de la sphère.

Le graphique 5.27 montre le diamètre minimal de particule afin que l'hypothèse du continuum soit respectée (donc lorsque $Kn = 1$) pour des pressions de 20, 50 et 100kPa.

Moins la pression est grande, moins les particules sont proches les unes des autres, le diamètre minimal à respecter afin que l'hypothèse du continuum soit respectée est donc plus grand.

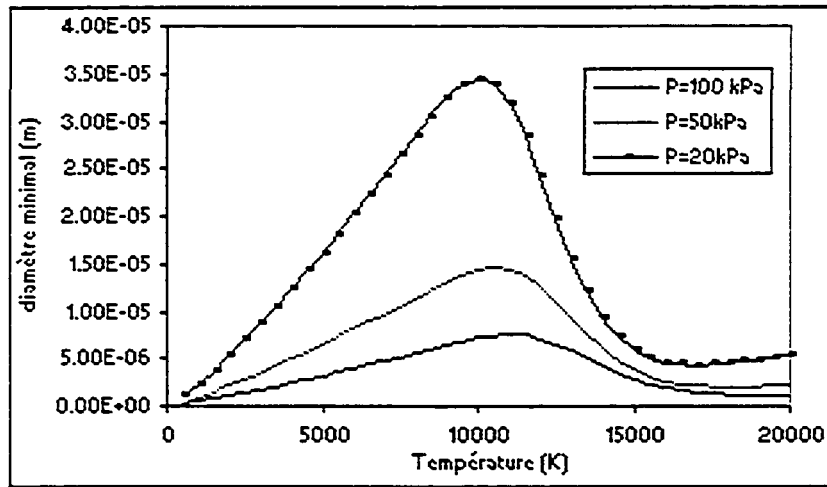


FIG. 5.27 - Diamètre des particules lorsque $Kn = 1$ en fonction de la température à différentes pressions

5.6 Conclusion

Ce chapitre a validé les différents aspects du modèle. L'étude des couches limites et des coefficients de traînée a validé l'aspect physique en commençant par des cas simples d'écoulements incompressibles puis compressibles. Ceci nous a mené au choix du maillage qui sera utilisé dans les modélisations d'écoulements sur des sphères dans le plasma. Le modèle cinétique fut ensuite validé puis finalement le modèle des propriétés et l'hypothèse du continuum. Tous ces aspects du modèle sont maintenant prêts à être combinés pour permettre de modéliser le plasma d'argon en déséquilibre.

Chapitre 6

Résultats

La première partie de ce chapitre offre un aperçu du modèle numérique utilisé pour les modélisations d'écoulements de plasma d'argon sur des sphères. La seconde partie présente et explique les résultats.

6.1 Modèle numérique

Dans cette section nous allons voir la géométrie et les conditions aux limites utilisées pour les modélisations. Nous allons aussi voir les étapes de la résolution des simulations.

6.1.1 Géométrie et maillage

Le maillage utilisé est celui de 50×100 avec couche limite (voir la figure 5.21). C'est ce maillage qui a donné les résultats les plus proches des valeurs de référence dans l'étude de maillage (section 5.2.3).

6.1.2 Conditions aux limites

La figure 5.19 présente le maillage et les différentes surfaces de contrôle. Les conditions spécifiées aux limites sont exposées au tableau 6.1.

TAB. 6.1 - *Tableau des conditions aux limites*

entrée	$T, P, M, \omega_e, \omega_{Ar^+}$
sortie	T, P
sphère	U, T

Conditions d'entrée

Nombre de Mach, température et pression

Les extremums pour les nombres de Mach, les températures et les pressions ont été choisis en fonction de la plage des conditions utilisées en déposition par plasma thermique. Les cas modélisés sont au tableau 6.2. L'incrément de températures a été choisi afin de couvrir de manière efficace la plage de valeurs de l'étude sans s'encombrer de valeurs trop proches. La température maximale modélisée est $15000K$. À plus haute température, les températures de stagnation dépassent les températures auxquelles s'applique notre modèle de propriétés.

TAB. 6.2 – *Tableau des conditions d'entrée*

T (K)	P (kPa)	M
300	20	1
5000	50	1.5
7500	100	2
10000		2.5
12500		3
15000		

Espèces

Les espèces entrent à l'équilibre. Une fonction appliquée à l'entrée précise les fractions massiques d'équilibre par la méthode décrite en 2.4.1 à l'aide des équations et 3.4 et 2.51.

Aux températures d'entrée modélisées, surtout lorsqu'elles sont supérieures à $5000K$, les taux de réactions sont très élevés. Si l'écoulement entrant est en déséquilibre, l'équilibre serait rétabli bien avant la sphère. Pour cette raison nous avons choisi de faire entrer les plasmas déjà à l'équilibre (voir la section 5.3).

Conditions à la sortie

Seulement la pression et la température de stagnation sont précisées à la sortie. La pression à la sortie est toujours la même qu'à l'entrée. Ces conditions ne sont utilisées par le solveur que s'il y a recirculation à la sortie, par exemple lors des premières itérations lorsque la distribution de pression ne représente pas encore la réalité.

Conditions sur la sphère

Sur la sphère la vitesse est nulle ("no slip condition"). La température est égale à celle de l'entrée.

Le choix de la température sur la sphère s'est avéré avoir peu d'importance sur le paramètre qui nous intéresse, le coefficient de traînée. Des écoulements de plasma ont

été modélisés en posant la surface de la sphère comme adiabatique. Les coefficients de traînée correspondants diffèrent en moyenne de moins de 0.5% des coefficients de traînée de modélisations où la température sur la sphère égale à la température d'entrée. Pour cette raison, nous avons choisi de faire toutes les modélisations avec la température à la surface de la sphère égale à la température d'entrée du plasma même si certaines des températures ne sont pas réalistes (la plupart des métaux ne seraient plus à l'état solide à des températures de $15000K$).

6.1.3 Méthode de résolution

Tous les cas furent résolus de manière séquentielle implicite et en régime permanent.

La convergence est séparée en deux étapes. Premièrement toutes les discrétisations sont mises au premier ordre. La solution est plus stable lorsque la discrétisation est au premier ordre. Lorsque les résidus sont stabilisés la discrétisation de la pression et du momentum sont changées au second ordre. Une solution plus précise peut alors être obtenue (voir la section 4.2).

La solution est considérée convergée lorsque les résidus se stabilisent.

À cause de toutes ses interdépendances, le modèle numérique requiert une technique particulière afin d'arriver à une solution convergée. Voici les grandes lignes des étapes nécessaires :

1- Pour la première initialisation et les premières itérations la température est assez basse ($5000K$ ou moins) et le nombre de Mach est égal ou inférieur à 1. La pression est la pression d'entrée.

Propriétés du gaz :

- La densité est calculée à l'aide de la méthode des gaz parfaits.
- La viscosité est constante et égale à la viscosité de l'argon pur à $300K$
- La conductivité thermique est constante et aussi égale à celle de l'argon pur à $300K$.
- La chaleur massique est constante et égale à celle de l'argon pur à $300K$.

Conditions aux limites:

Les conditions aux limites sont les mêmes que spécifiées plus tôt et ne changeront plus sauf à l'entrée où les fractions massiques d'entrée d'ion Ar^+ et d'électron sont nulles. Il n'y a donc que de l'argon qui entre.

Intérieur du domaine:

À l'intérieur les sources d'ion Ar^+ et d'électron sont nulles. Comme à l'entrée, il n'y a que de l'argon.

2- Après environs 50 itérations remplacer la conductivité thermique constante par le modèle expliqué en 2.5.4. Faire itérer encore environs 50 fois où jusqu'à ce que les résidus recommencent à diminuer puis remplacer la viscosité par le modèle expliqué en 2.5.5. Procéder de la même manière puis changer la chaleur massique par la chaleur massique moyenne des espèces (*mixing law*) où la chaleur massique de chaque espèce

est un polynôme (voir annexe D). Le modèle des propriétés du plasma est maintenant complet.

3- Faire encore itérer jusqu'à ce que les résidus recommencent à diminuer puis dans les conditions aux limites, mettre les fractions massiques d'ion Ar^+ et d'électron à l'entrée tel que décrit en 6.1.2.

4- Itérer encore jusqu'à ce que les résidus recommencent à diminuer puis mettre à l'intérieur du domaine la source d'ions Ar^+ et d'électrons tel que décrit en 3.2.4.

Le modèle est maintenant complet. Afin d'avoir des solutions à plus haute température et nombre de Mach, il s'agit seulement de prendre la solution précédente convergée puis d'augmenter graduellement aux conditions désirées.

>

6.2 Résultats

Décomposons premièrement le coefficient de traînée à partir des équations 2.80 et 2.81.

$$C_D = \frac{\oint -P \cos \theta dA + \oint \tau_w \sin \theta dA}{\frac{1}{2} \rho U^2 A} \quad (6.1)$$

Afin de cerner clairement les influences sur le coefficient de traînée, nous allons étudier l'effet de la pression, de la température et du nombre de Mach de l'écoulement sur toutes ses composantes.

6.2.1 Force de traînée

Puisque le coefficient de traînée dépend de la force de traînée, nous allons premièrement étudier l'influence de la température, de la pression et du nombre de Mach de l'écoulement sur celle-ci.

Le tableau 6.3 montre les forces de traînée de pression et visqueuse pour les cas modélisés entre 5000 et 12500K et jusqu'à $M = 2.5$.

TAB. 6.3 – Forces de traînée de pression et visqueuse (en Newton) pour les cas modélisés

		Pression (kPa)					
		20		50		100	
M	$T(K)$	F_P	F_μ	F_P	F_μ	F_P	F_μ
1	5000	3.50	0.32	9.11	0.44	18.47	0.54
	7500	3.48	0.42	8.96	0.59	18.41	0.73
	10000	3.57	0.48	9.01	0.97	18.43	0.85
	12500	3.67	0.29	8.95	0.51	17.74	0.50
1.5	5000	10.34	0.72	26.02	0.95	52.51	1.10
	7500	10.37	0.89	25.94	1.21	53.57	1.30
	10000	10.90	0.83	29.70	1.16	53.16	1.51
	12500	10.69	0.47	26.10	0.91	53.16	1.18
2	5000	18.77	1.18	46.91	1.56	94.08	1.74
	7500	19.28	1.18	47.80	1.49	95.45	1.94
	10000	19.61	0.97	47.64	1.47	96.10	2.10
	12500	18.97	0.52	46.45	1.06	93.23	1.54
2.5	5000	29.09	1.59	71.87	1.64	144.38	1.90
	7500	30.02	1.26	73.03	1.78	145.90	2.27
	10000	29.65	1.06	72.91	1.64	146.27	2.10
	12500	28.46	0.50	70.37	0.99	140.76	1.39

Force de traînée visqueuse

Un premier commentaire concerne la force de traînée visqueuse F_μ . Comme celle-ci dépend de viscosité (équation 2.80), la force de traînée visqueuse suit la même tendance de variation que la viscosité en fonction de la température et de la pression.

La force de traînée visqueuse augmente avec la température jusqu'à une valeur entre 7500 et 10000K où elle commence à décroître avec la température. Cette tendance est aussi vue sur la courbe de la viscosité en fonction de la température (figure 6.1).

Pour la même raison, la force de traînée visqueuse augmente avec la pression. La figure 6.1 peut servir à expliquer ce phénomène. Elle montre que la viscosité augmente en fonction de la pression. La différence se fait ressentir surtout après 8000K.

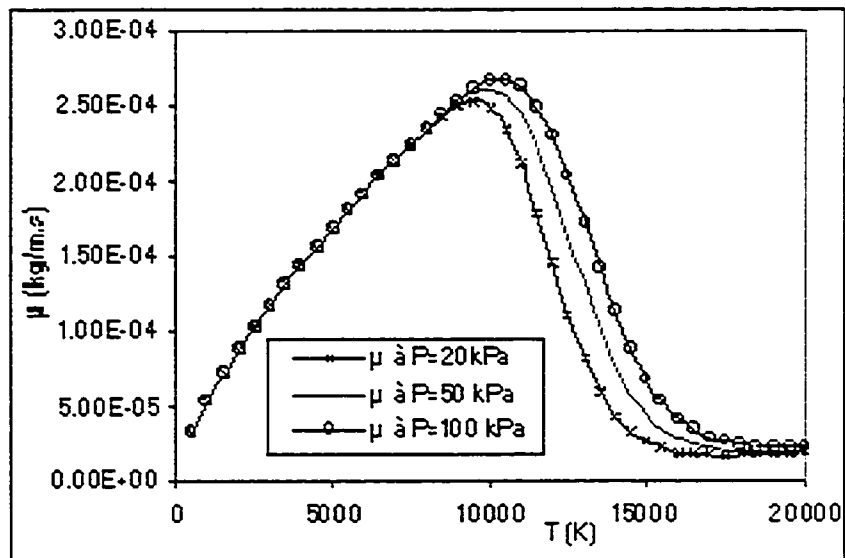


FIG. 6.1 – Viscosité en fonction de la température et de la pression

La force de traînée visqueuse augmente avec le nombre de Mach. Ceci est causé par l'influence du nombre de Mach sur la pression et la température à la surface de la sphère (après l'onde de choc). À titre d'exemple, la figure 6.2 montre la distribution de température autour de la sphère à 20kPa et 5000K pour différents nombres de Mach. On voit que la température maximale atteinte dans la région de stagnation (à l'avant de la sphère) augmente avec le nombre de Mach.

La contribution de la force de traînée visqueuse dans la force de traînée totale est néanmoins inférieure à la part de la force de traînée de pression. Elle ne dépasse jamais 12% de la force de traînée totale, et diminue avec le nombre de Mach.

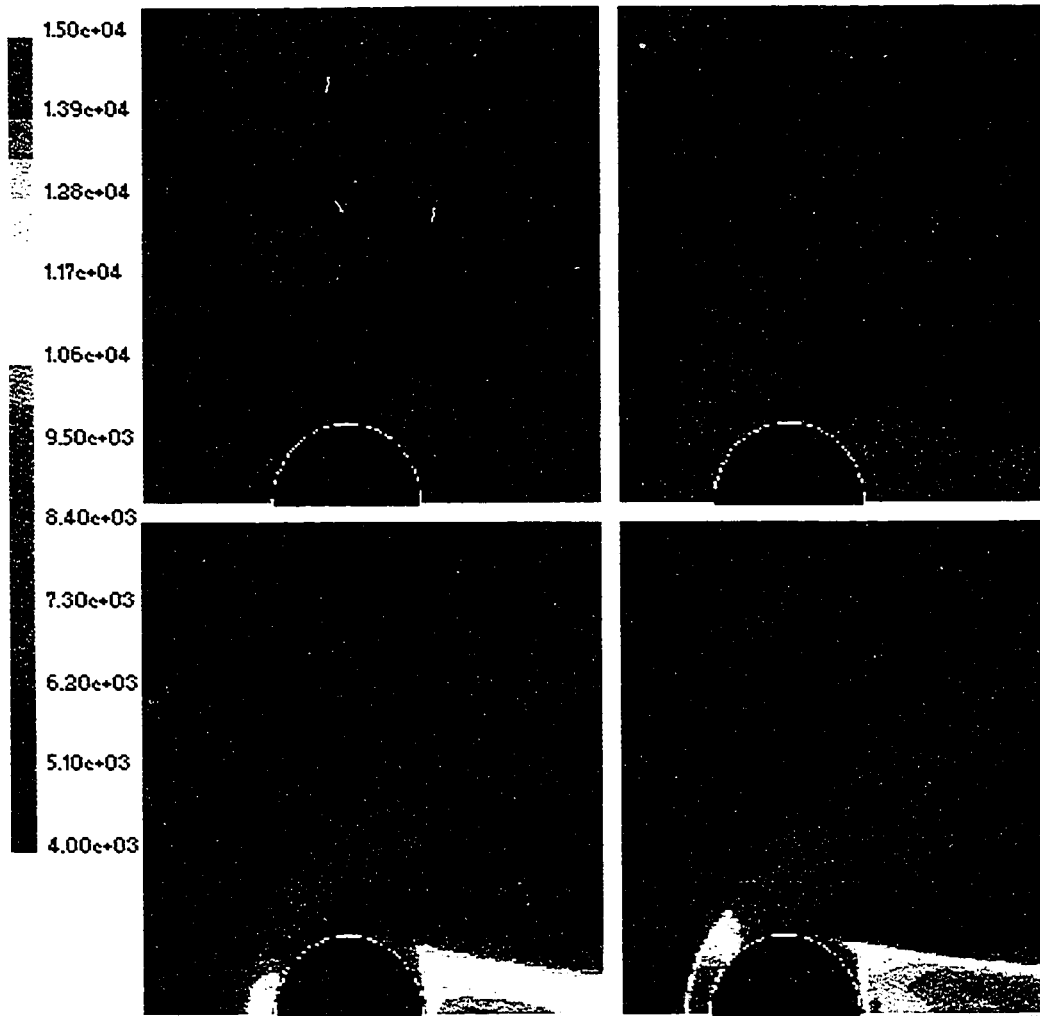


FIG. 6.2 – Profils de température (en K) à 20kPa et 5000K

Force de traînée de pression

La force de traînée de pression est nettement plus importante que la force de traînée visqueuse. Elle constitue en moyenne 96% de la force de traînée totale.

La force de traînée de pression est évidemment fonction de la pression de l'écoulement. Elle est directement proportionnelle à la pression d'entrée de l'écoulement. Par exemple, les forces de traînées de pression à 100kPa sont le double de celles à 50kPa

Elle dépend aussi du nombre de Mach dans les cas où une onde de choc est présente puisque le nombre de Mach lie la pression des deux côtés d'une onde de choc. Selon l'équation 2.9, si le nombre de Mach augmente, la pression de l'écoulement après avoir traversé l'onde de choc augmente aussi. On peut voir ce phénomène à la figure 6.3 qui

présente la distribution de pression à la surface de la sphère à différents nombres de Mach, à $10000K$ et $100kPa$ en fonction de l'angle sur la sphère.

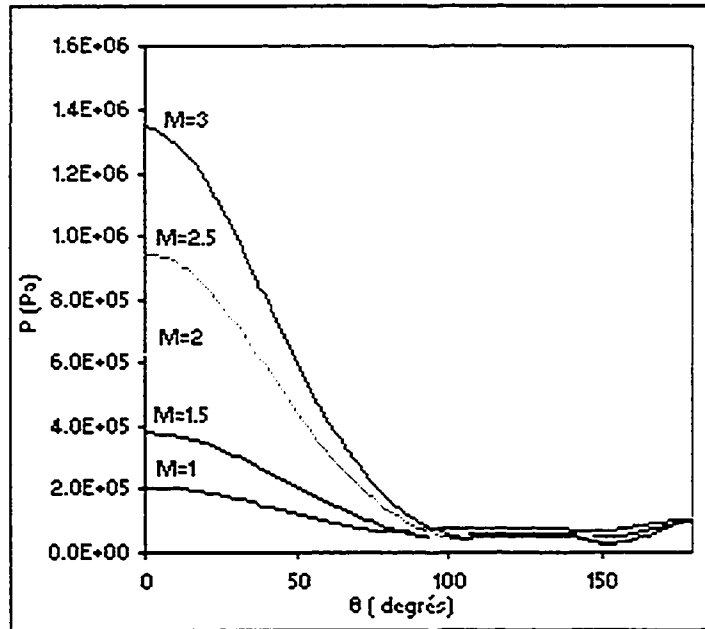


FIG. 6.3 – Distribution de pression sur la sphère à $10000K$ et $100kPa$ en fonction de l'angle θ à différents nombres de Mach

Finalement, la force de traînée de pression est liée à la température. En effet, le rapport des chaleurs massiques influence aussi la pression après une onde de choc (équation 2.9). Le rapport des chaleurs massiques est fonction de la température. Pour un gradient de température de $2500K$, l'augmentation moyenne de la force de pression est de 2.4%.

6.2.2 Vitesse et densité

Pour un écoulement compressible, la vitesse U correspond à:

$$U = c \cdot M \quad (6.2)$$

Pour un gaz parfait qui subit un changement isentropique, la vitesse du son peut être calculée par [21]:

$$c = \sqrt{\gamma RT} \quad (6.3)$$

Où R est la constante du gaz.

Donc, on peut réécrire la vitesse:

$$U = M \cdot \sqrt{\gamma RT} \quad (6.4)$$

De son côté, la densité d'un gaz parfait est donnée par:

$$\rho = \frac{P}{RT} \quad (6.5)$$

Le facteur $\rho \cdot U^2$ du dénominateur de l'équation 2.81 peut maintenant être simplifié:

$$\rho \cdot U^2 = M^2 \cdot \gamma \cdot P \quad (6.6)$$

Ce qui permet de dire que le dénominateur de l'équation 2.81 est fonction de la température (à cause du rapport des chaleurs massiques), de la pression, et du carré du nombre de Mach.

Dans la plage des températures étudiées, le rapport des chaleurs massiques ne varie qu'entre 1 et 1.7 (voir la figure E.2).

6.2.3 Coefficient de traînée

À partir des sections 6.2.1 et 6.2.2 une nouvelle forme du coefficient de traînée est formulée.

$$C_D = \frac{F_P + F_\mu}{\frac{1}{2} \cdot A \cdot M^2 \cdot \gamma \cdot P} \quad (6.7)$$

Le tableau 6.4 donne une indication qualitative de la tendance des composantes du coefficient de traînée en fonction des trois paramètres.

TAB. 6.4 - Tendances des composantes de C_D

	si P ↑	si T ↑	si M ↑
F_P	↑	↑	↑
F_μ	↑	↑ si $T \leq 10000$; ↓ si $T > 10000$	↓
γ	↑ si $T \leq 15000$; ↓ si $T > 15000$	↓ si $T \leq 15000$; ↑ si $T > 15000$	×

Le tableau 6.5 montre les valeurs des coefficients de traînée pour les cas modélisés.

Effet de la pression

Les figures 6.4, 6.5 et 6.6 montrent les coefficients de traînée en fonction de la température et de la pression pour des nombres de Mach constants.

Dans presque tous les cas, une augmentation de la pression entraîne une diminution du coefficient de traînée. Comme la force de traînée est directement proportionnelle à la pression, c'est le rapport des chaleurs massiques γ qui est le facteur influençant cette tendance. Avant 15000K, le rapport des chaleurs massiques augmente avec la pression (E.2). Puisque le coefficient de traînée est inversement proportionnel au rapport des chaleurs massiques, celui-ci diminue quand la pression augmente.

TAB. 6.5 – Coefficients de traînée des cas modélisés

		Pression (kPa)		
		20	50	100
M	$T(K)$	C_D	C_D	C_D
1	300	0.73	0.73	0.73
	5000	0.73	0.73	0.73
	7500	0.75	0.73	0.73
	10000	0.78	0.74	0.74
	12500	0.78	0.75	0.74
	15000	0.75	0.72	0.69
1.5	300	0.91	0.91	0.91
	5000	0.94	0.92	0.91
	7500	0.96	0.92	0.91
	10000	0.99	0.95	0.93
	12500	0.98	0.95	0.94
	15000	0.94	0.93	0.93
2	300	0.91	0.91	0.91
	5000	0.95	0.93	0.92
	7500	0.98	0.94	0.93
	10000	0.99	0.95	0.93
	12500	0.96	0.94	0.94
	15000	0.94	0.93	0.93
2.5	300	0.89	0.89	0.89
	5000	0.94	0.90	0.90
	7500	0.96	0.92	0.91
	10000	0.94	0.91	0.91
	12500	0.91	0.91	0.91
	15000	0.91	0.90	0.90
3	300	0.87	0.87	0.87
	5000	0.92	0.89	0.89
	7500	0.91	0.89	0.89
	10000	0.90	0.89	0.89
	12500	0.89	0.87	0.89
	15000	0.87	0.86	0.88

À 300K, les coefficients de traînée à toutes les pressions sont égaux, ce à tous les nombre de Mach, puisqu'à cette température, le rapport des chaleurs massiques est constant à $\gamma = 0.67$.

Les figures 6.7, 6.8 et 6.9 montrent la distribution de pression sur la sphère aux trois pressions d'écoulement testées $M = 2$ et $T = 12500K$.

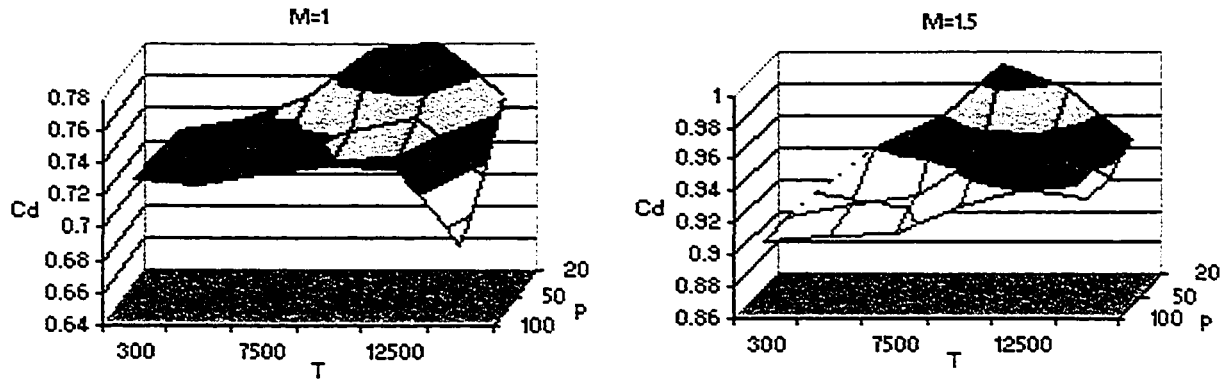


FIG. 6.4 – Coefficient de traînée en fonction de la température et de la pression à Mach 1 et 1.5

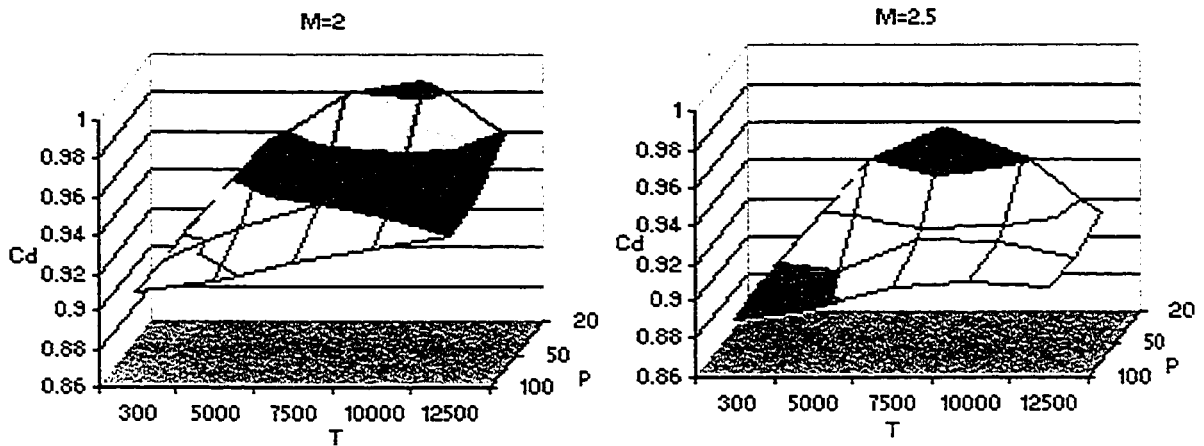


FIG. 6.5 – Coefficient de traînée en fonction de la température et de la pression à Mach 2 et 2.5

Effet de la température

Le coefficient de traînée varie aussi en fonction de la température. Les figures 6.4, 6.5 et 6.6 montrent que dans tous les cas, le coefficient de traînée augmente avec la température jusqu'à une valeur entre 7500 et 12500K, où il commence à diminuer. Cette variation peut être expliquée avec l'équation 6.7. Nous avons vu que la force de traînée augmente avec la température. De plus, jusqu'à environ 15000K, le rapport des chaleurs massiques diminue avec la température. Ces deux facteurs font augmenter le coefficient de traînée. Par contre, à partir de 12500K environ, la traînée visqueuse commence à diminuer. Ceci peut expliquer la cloche dans les coefficients.

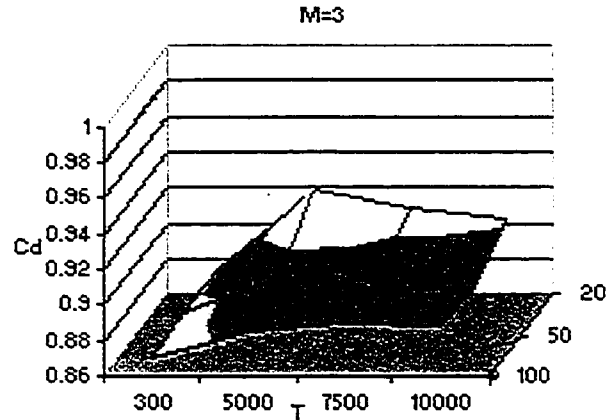


FIG. 6.6 – Coefficient de traînée en fonction de la température et de la pression à Mach 3

Effet du nombre de Mach

À la section 5.2.2 nous avons expliqué la variation du coefficient de traînée par rapport au nombre de Mach. Le coefficient de traînée augmente avec le nombre de Mach jusqu'à la formation d'une onde de choc normale à un nombre de Mach légèrement supérieur à 1. C'est à ce moment que le coefficient de traînée est le plus élevé. Si le nombre de Mach continue à augmenter, l'onde de choc devient oblique à certains endroits, et perd de sa force. Le coefficient de traînée diminue donc. Dans le plasma d'argon, la même tendance est visible. Le coefficient de traînée maximal se trouve dans les environs de $M = 1.6$. Des cas additionnels ont été modélisés pour $M = 1.2$, 1.4, 1.6 et 1.8 afin de montrer avec plus de précision la région entre $M = 1$ et $M = 2$ où le coefficient de traînée subit des changements importants.

À titre d'exemple, les figures 6.10, 6.11 et 6.12 montrent la variation du coefficient de traînée en fonction du nombre de Mach pour différentes températures à $50kPa$.

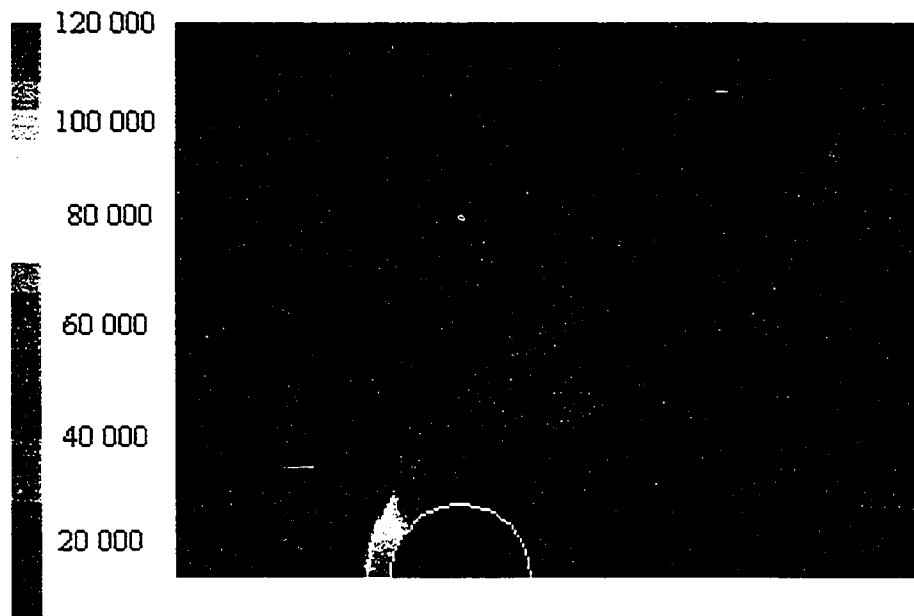


FIG. 6.7 – *Distribution de pression (en Pa) pour un écoulement à 20kPa, 12500K et $M = 2$*

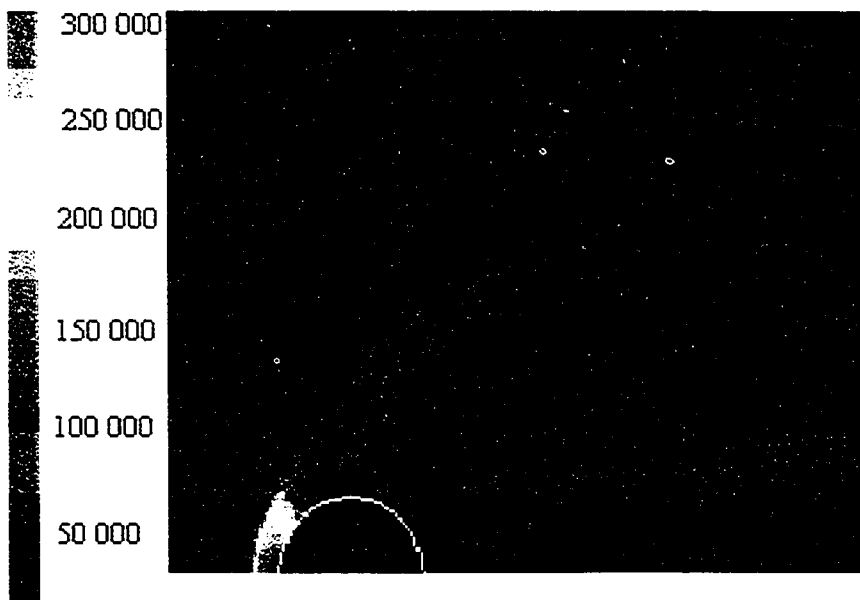


FIG. 6.8 – *Distribution de pression (en Pa) pour un écoulement à 50kPa, 12500K et $M = 2$*

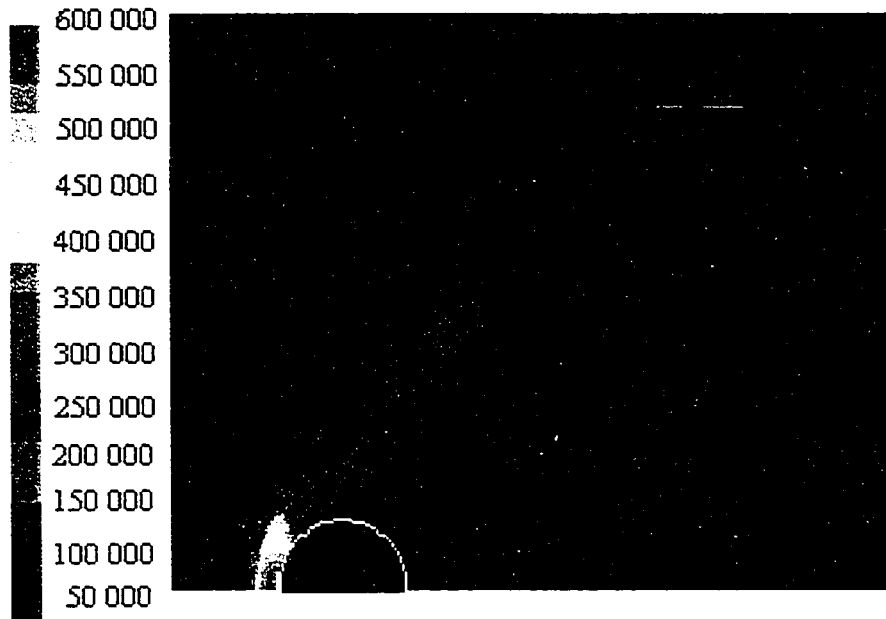


FIG. 6.9 - *Distribution de pression (en Pa) pour un écoulement qui entre à 100kPa, 12500K et $M = 2$*

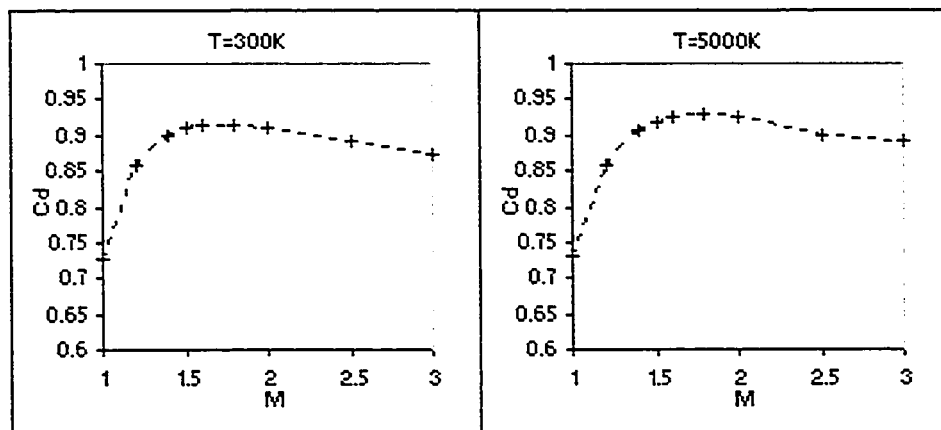


FIG. 6.10 - *Coefficient de traînée en fonction du Mach à 300 et 5000K, à une pression de 50kPa*

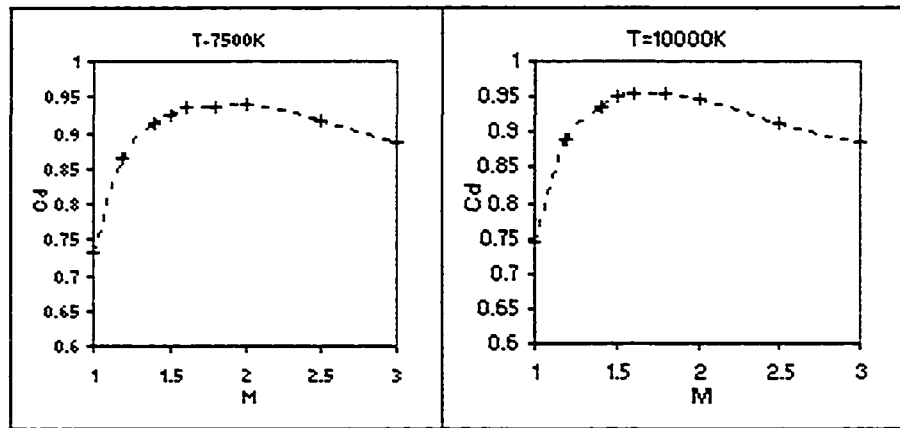


FIG. 6.11 – Coefficient de traînée en fonction du Mach à 7500 et 10000K, à une pression de 50kPa

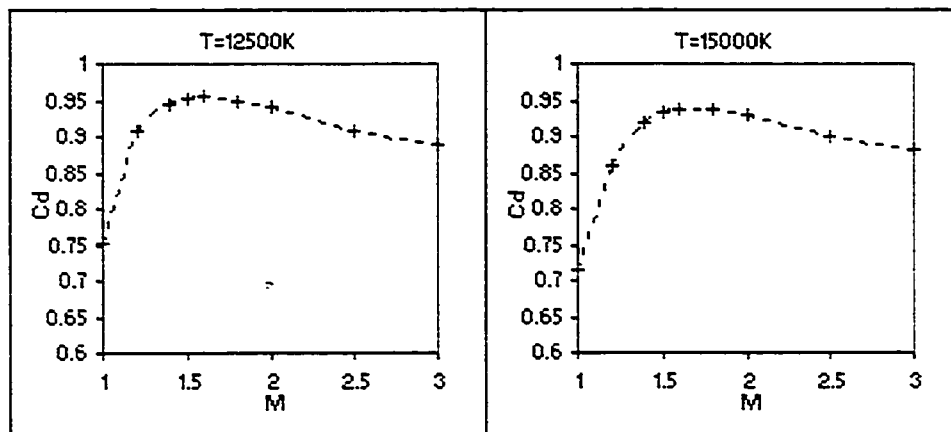


FIG. 6.12 – Coefficient de traînée en fonction du Mach à 12500 et 15000K, à une pression de 50kPa

6.2.4 Équilibre

Coefficient de déséquilibre

Cette section traite de l'équilibre des écoulements testés. Elle nous servira à justifier notre choix d'un modèle complet avec des taux de réactions finis.

Afin de quantifier l'équilibre nous avons développé un coefficient qualitatif (le coefficient de déséquilibre en %). Il est nul lorsque l'écoulement est à l'équilibre et augmente plus les densités de chaque espèce s'éloignent des densités à l'équilibre. Il compare la constante d'équilibre selon la température avec la "constante" de l'écoulement K_{ecoul} fonction des densités de chaque espèce à chaque cellule du volume de contrôle. Il correspond à:

$$C_{desequilibre} = \frac{|K_c - K_{ecoul}|}{K_c} \cdot 100 \quad (6.8)$$

Où:

$$K_{ecoul} = \frac{n_{Ar^+} \cdot n_e}{n_{Ar}} \quad (6.9)$$

Et comme à l'équation 2.47:

$$K_c = \frac{k_f}{k_b} \quad (6.10)$$

Pression et température

Dans tous les cas testés à température assez élevée pour qu'il y ait ionisation, l'écoulement est en équilibre en amont de la sphère. La première zone de déséquilibre se trouve à l'onde de choc et dans la zone de stagnation à l'avant de la sphère. Cette zone est visible à la figure 6.14. La zone où le déséquilibre est le plus grand se trouve dans la zone d'expansion (figure 6.14). Cette zone est limitée par la bulle de recirculation à l'arrière en déséquilibre plus léger. Il est intéressant de voir que dans les zones de déséquilibre à l'avant et à l'arrière, la température et la pression sont les plus hautes. Dans ces conditions, les taux de réactions sont les plus élevés du domaine. La haute pression et température font aussi que les particules sont très proches, et les collisions sont facilitées. Dans la zone d'expansion, le phénomène inverse se produit. La température et la pression diminuent, donc les taux de réactions et la quantité de collisions diminuent aussi. Par la même logique, on peut expliquer pourquoi les zones de déséquilibre sont moins grandes dans les écoulements à haute température. Ce phénomène est illustré aux figures 6.13 et 6.14 qui montrent les profils de température et de coefficient de déséquilibre pour deux écoulements à même nombre de Mach ($M = 2.5$) et pression ($P = 100kPa$). Pour l'écoulement qui entre à $12500K$ (6.14), l'équilibre se rétablit entre l'onde de choc et la sphère, ce qui n'est pas le cas pour l'écoulement qui entre à $5000K$ (6.13).

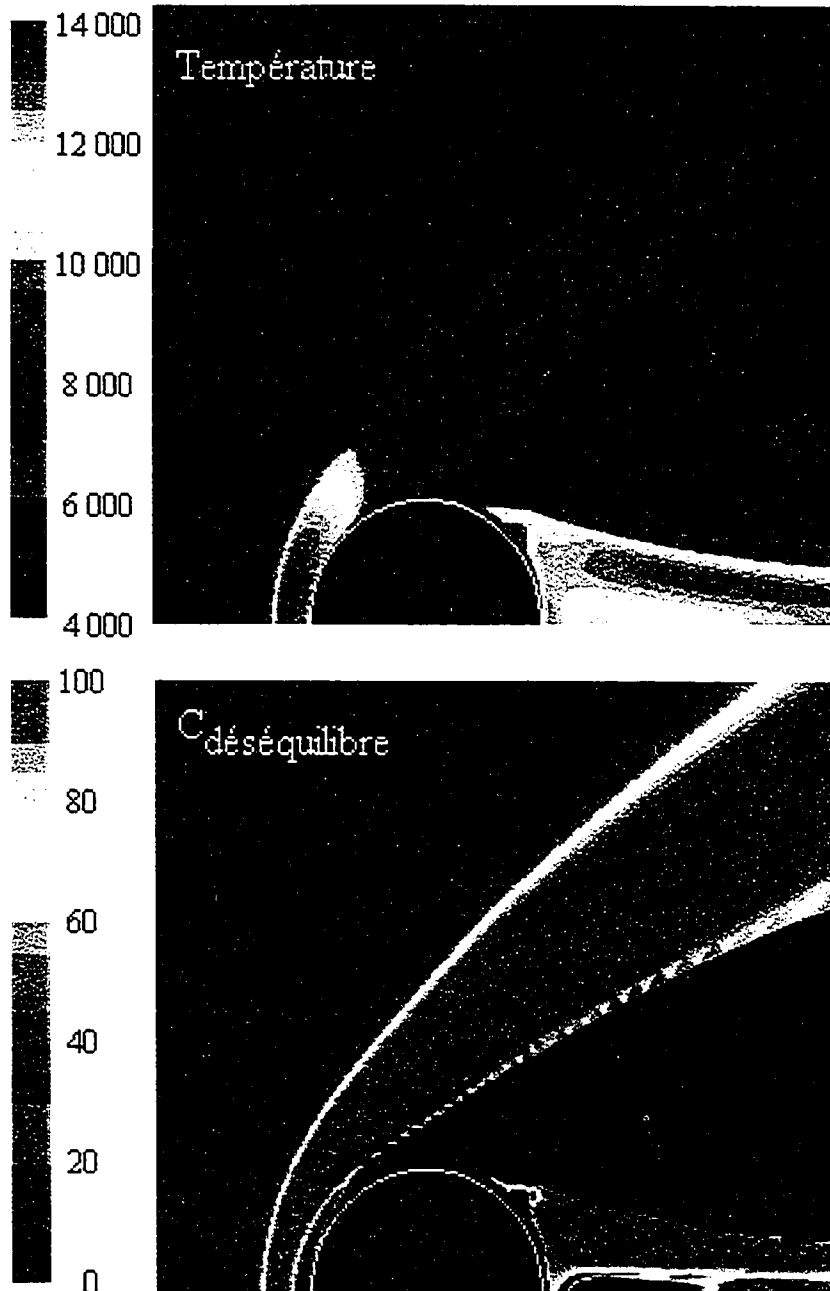


FIG. 6.13 - Profils de température (en K) et de coefficient de déséquilibre (en %) pour un écoulement à $P = 100kPa$, $M = 2.5$ et $T = 5000K$

Les figures 6.16 et 6.15 montrent les fractions molaires d'ion Ar^+ pour les deux mêmes écoulements. Les fractions molaires d' Ar^+ de l'écoulement à $5000K$ restent constantes à travers l'onde de choc et la zone d'expansion. Dans ces zones la température est basse et les taux de réactions sont trop bas pour que des réactions se

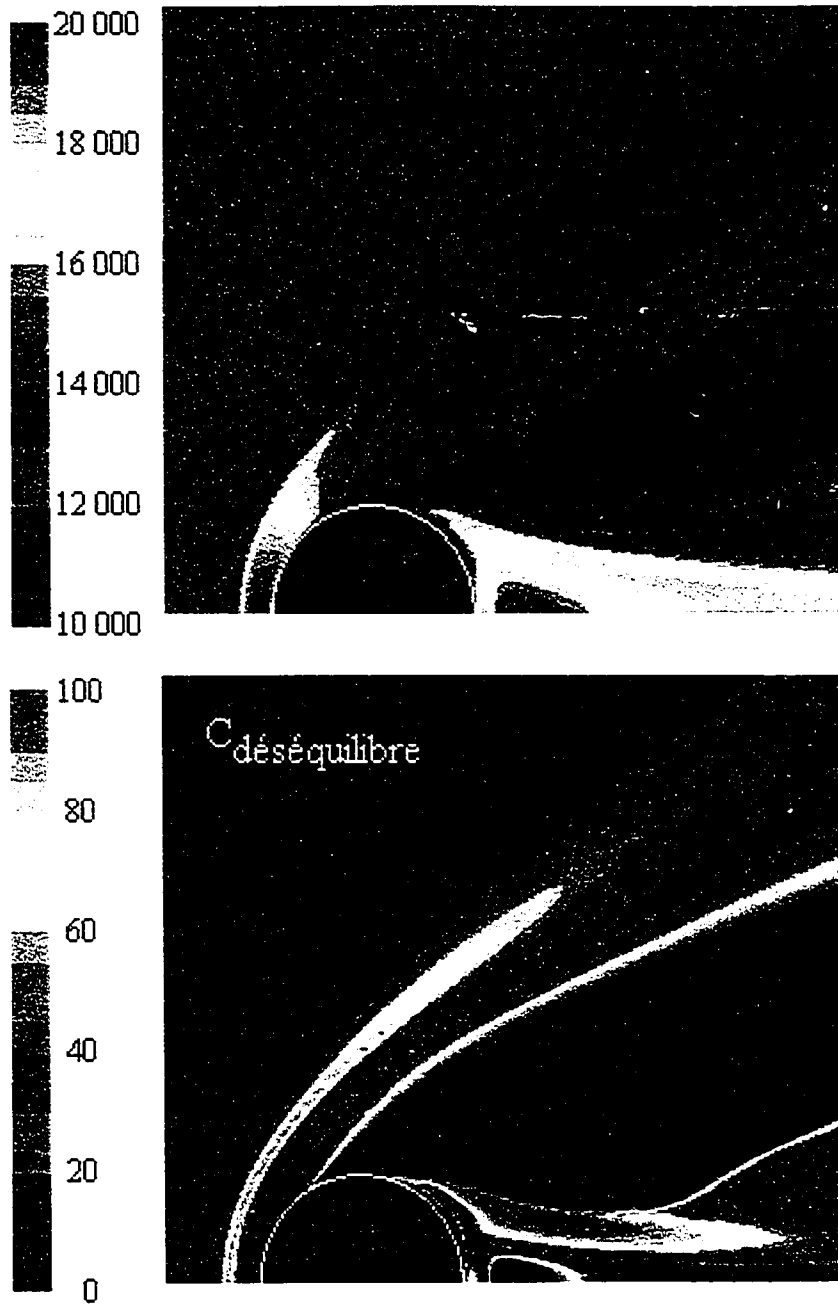


FIG. 6.14 – Profils de température (en K) et de coefficient de déséquilibre (en %) pour un écoulement à $P = 100kPa$, $M = 2.5$ et $T = 12500K$

produisent. Dans la région de stagnation à l'avant et à l'arrière où les températures sont les plus hautes, des réactions ont lieu.

Dans l'écoulement à $12500K$ par contre, la température est assez haute pour permettre au plasma de s'ioniser pendant l'onde de choc et de se recombiner dans la zone

d'expansion. Dans la région de stagnation, les réactions se font tellement rapidement (puisque la température de $20000K$ le permet) que l'équilibre est rétabli.

Les zones de déséquilibre sont plus étendues dans les écoulements à basse pression. La figure 6.17 montre les profils de coefficients de déséquilibre pour des écoulements qui ont leur température et nombre de Mach égaux, mais leurs pressions différentes ($100kPa$ et $20kPa$). À $20kPa$ par exemple, les fractions massiques du plasma de l'écoulement à $5000K$ sont constantes à Mach 1 et à Mach 1.5 les fractions massiques changent de moins d'1%. Ils peuvent être considérés comme non-réactifs (frozen). La figure 6.18 montre le profil de fraction molaire d' Ar^+ pour l'écoulement à $20kPa$, $5000K$ et $M = 1.5$.

Nombre de Mach

On peut aussi comparer le déséquilibre à différents nombres de Mach. La figure 6.17 montre les profils de coefficients de déséquilibre pour des écoulements qui ont les mêmes pressions et températures, mais ont des nombres de Mach respectivement de 1.5 et 2.5. À un nombre de Mach plus élevé, les pressions et températures derrière le choc sont plus élevées, donc les réactions se font plus vite. On remarque aussi que les zones de déséquilibre suivent la courbure plus prononcée de l'onde de Choc.

Lorsque $M = 1$, l'écoulement ne contient pas d'onde de choc. Les zones de déséquilibre sont alors moins grandes. Par contre, la zone où le déséquilibre est le plus important est encore la zone d'expansion. La figure 6.19 montre un exemple d'écoulement à $M = 1$ à une température de $12500K$ et une pression de $100kPa$. On y voit les profils de température et de coefficient de déséquilibre. La figure 6.20 montre le profil de fraction molaire d' Ar^+ correspondant pour l'écoulement.

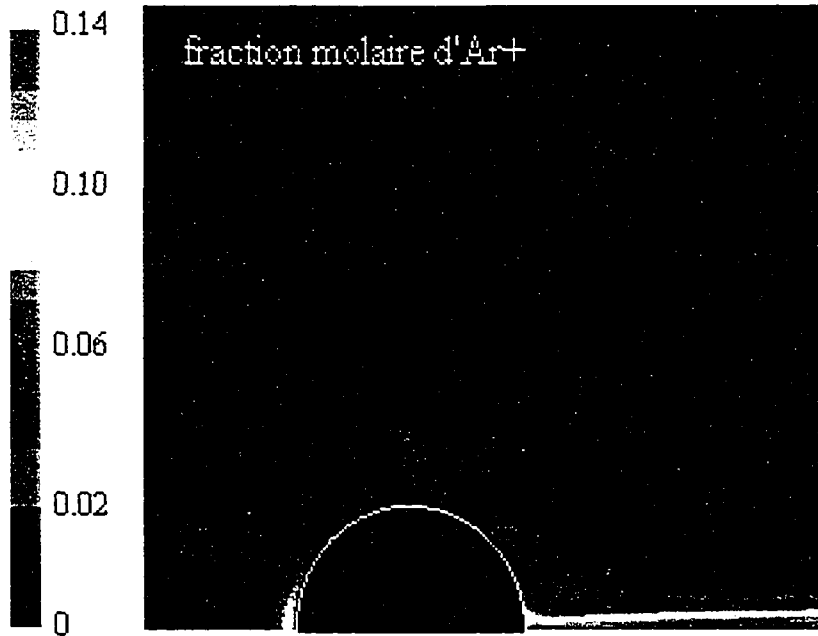


FIG. 6.15 - Profil de fraction molaire d' Ar^+ (en $\frac{\text{mol}}{\text{mol}}$) pour un écoulement à $P = 100\text{kPa}$, $M = 2.5$ et $T = 5000\text{K}$

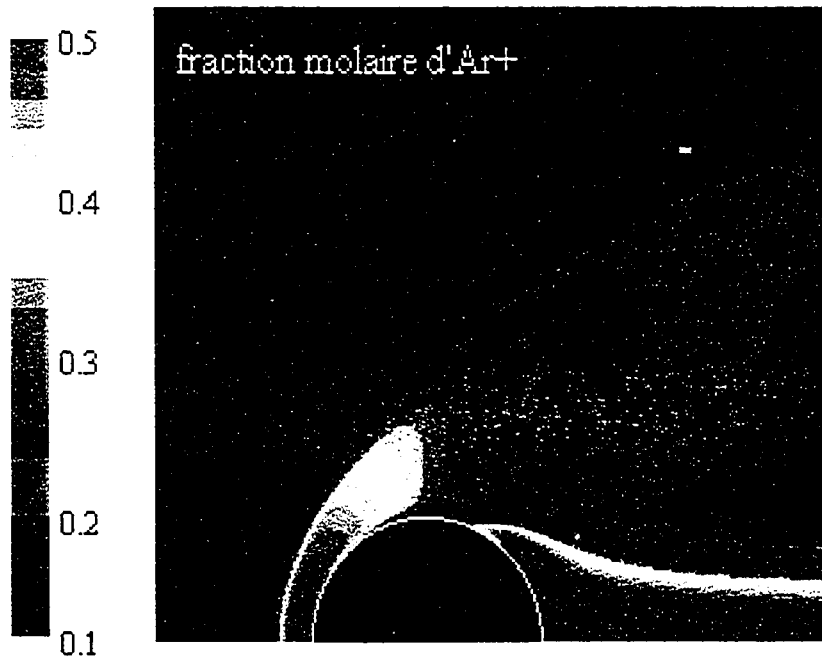


FIG. 6.16 - Profil de fraction molaire d' Ar^+ (en $\frac{\text{mol}}{\text{mol}}$) pour un écoulement à $P = 100\text{kPa}$, $M = 2.5$ et $T = 12500\text{K}$

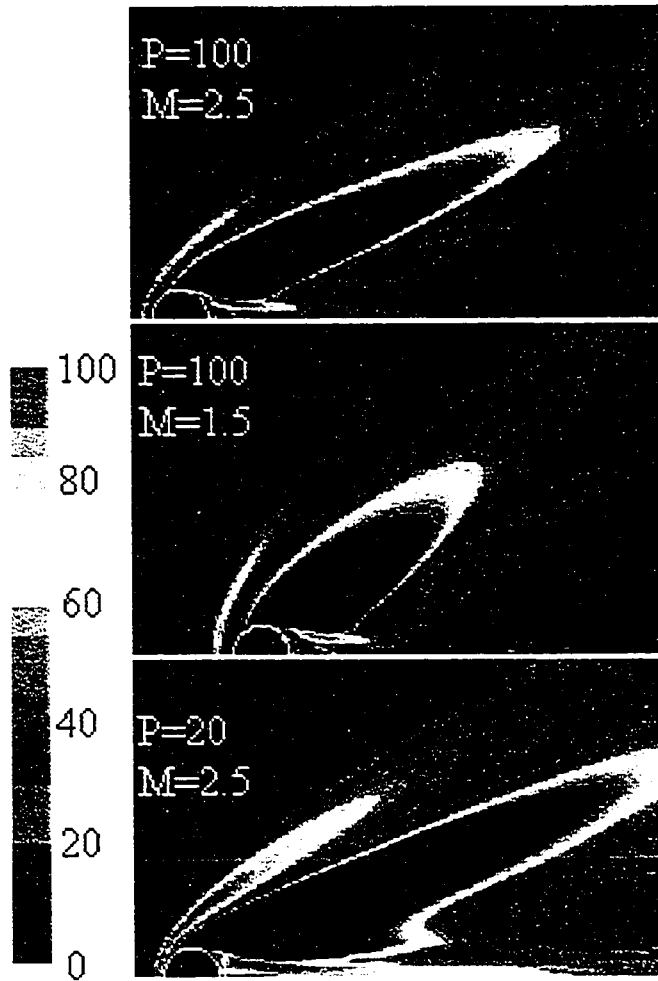


FIG. 6.17 - Profil de coefficient de déséquilibre (en %) de différents écoulements à $T = 12500kPa$



FIG. 6.18 – Profil de fraction molaire (en $\frac{mol}{mol}$) d' Ar^+ pour un écoulement à $P = 20kPa$, $T = 5000K$ et $M = 1.5$

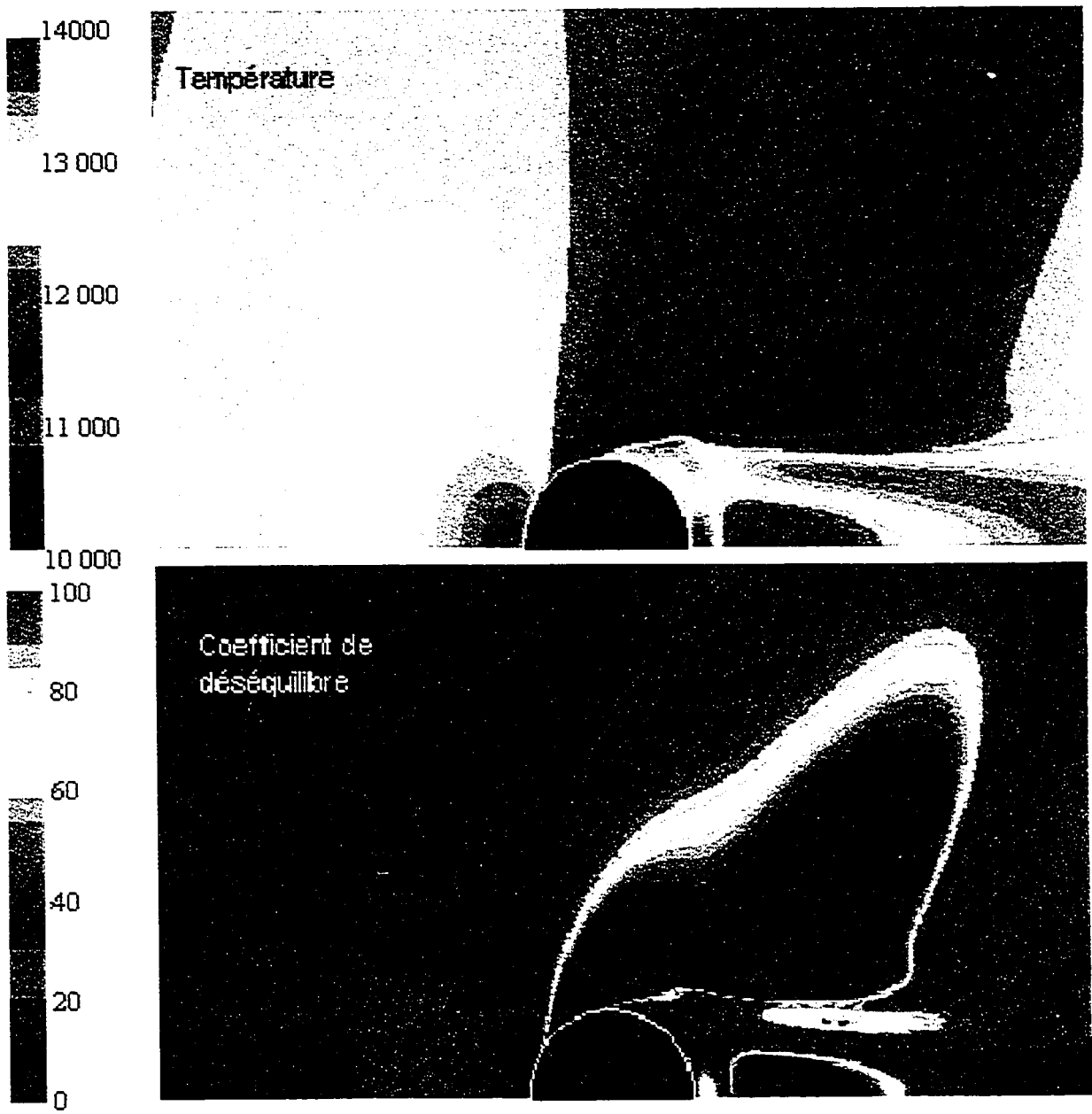


FIG. 6.19 - Profils de température et de coefficient de déséquilibre (en %) à $M = 1$, $P = 100kPa$ et $T = 12500K$



FIG. 6.20 - Profil de fraction molaire (en $\frac{mol}{mol}$) d' Ar^+ à $M = 1$, $P = 100kPa$ et $T = 12500K$

Conclusion

Le but de cette thèse était l'étude de la traînée autour d'une sphère immergée dans un plasma d'argon supersonique par des modélisations en utilisant et en modifiant un logiciel commercial. Pour se faire nous avons premièrement étudié différentes méthodes de résolution du *solveur*. Puis nous avons validé le modèle numérique au niveau de la couche limite en comparant des modélisations de cas simples d'écoulements incompressibles et compressibles avec des résultats exacts et approximatifs de la littérature. À plus grande échelle nous avons ensuite comparé les coefficients de traînée de cylindres dans des écoulements incompressibles et de sphères dans des écoulements compressibles avec les valeurs disponibles pour l'air. Ces résultats positifs nous ont permis d'extrapoler que les coefficients de traînée issus de modélisations dans d'autres gaz étaient valables même si différents de ceux dans l'air. L'étape d'après fut la validation du modèle de réaction et de propriétés à l'intérieur du plasma, et la vérification de l'applicabilité de l'hypothèse du continuum. Toutes ces validations ont prouvé que notre modèle était adéquat pour les modélisations concernant le sujet de cette thèse.

Retour sur les résultats majeurs

Effet du rapport des chaleurs massiques

Les modélisations d'écoulements d'air, de néon, d'azote et d'argon dans les conditions ambiantes ont montré que le coefficient de traînée est dépendant du rapport des chaleurs massiques. Le coefficient de traînée diminue lorsque la valeur de la chaleur massique augmente.

Effet de la température et de la pression

Puisque le rapport des chaleurs massiques est dépendant de la pression et de la température, nous avons étudié la dépendance du coefficient de traînée par rapport à ces deux facteurs. Le coefficient de traînée s'est avéré diminuer quand la pression augmente. Et augmenter avec la température jusqu'à une valeur seuil entre 9000 et 12500K où le coefficient de traînée commence à diminuer avec la température.

Effet du nombre de Mach

Le coefficient de traînée dépend aussi du nombre de Mach. Dans le plasma à très haute température comme dans les gaz dans les conditions ambiantes le coefficient de traînée augmente jusqu'à atteindre son maximum lorsqu'une onde de choc normale est formée dans l'écoulement à un nombre de Mach légèrement au-dessus de 1. décroît ensuite parce lorsque le nombre de Mach dépasse ce point l'onde de choc commence à se courber (devient oblique) et offre moins de résistance au mouvement.

Au niveau moléculaire

Au niveau moléculaire, à température assez élevée le plasma entre en déséquilibre lorsqu'il traverse l'onde de choc. Trois zones de déséquilibre sont visibles. La zone comprenant l'onde de choc et la région de stagnation à l'avant, la zone d'expansion au-dessus de la sphère où le déséquilibre est le plus intense à cause de la diminution de pression et de température et finalement la zone de recirculation à l'arrière de la sphère. Le temps mis au système pour revenir à l'équilibre est fonction des taux de réaction, donc de la température. Lorsque la pression et la température sont basses, les particules sont éloignées et les collisions entre elles sont plus rares, d'où une augmentation du temps requis pour qu'un nombre assez grand de réactions chimiques prenne place et que l'équilibre soit rétabli.

Améliorations

Validation additionnelle

Dans la validation, les coefficients de traînée dans les conditions ambiantes furent comparés à la littérature pour l'air. Il aurait été intéressant de trouver de la littérature concernant les coefficients de traînée dans d'autres gaz.

Amélioration des propriétés

Le modèle de propriété est nettement adéquat au niveau de la viscosité et de la densité mais le modèle de la conductivité thermique pourrait profiter d'améliorations. Aux températures inférieures à $7000K$ et supérieures à $19500K$ l'erreur peut atteindre 75%. Nous avons négligé cette erreur parce que le coefficient de traînée n'est pas influencé par la conductivité thermique

Amélioration des équations de conservation

Le modèle pourrait bénéficier de l'inclusion de la diffusivité dans l'équation de conservation des espèces.

Dans les procédés de métallurgie où des particules sont injectées dans des jets de plasma, les particules ont des diamètres de l'ordre du micron. Un modèle incluant la raréfaction (c'est à dire où l'hypothèse du continuum n'est plus vraie) pourrait être bénéfique à la prédiction de la traînée.

Annexe A

Couches limites incompressibles

L'étude des couches limites à la fois pour les écoulements compressibles et incompressibles fut utile à la validation du modèle. De plus, le comportement de la couche limite a un effet direct sur la traînée. La couche limite est l'espace entre la paroi de l'objet dans l'écoulement (où la vitesse est nulle) et l'endroit où la vitesse atteint une valeur constante en y (ou en r en coordonnées cylindriques). L'étude des couches limites compressibles est présentée en annexe B.

A.0.5 Plaque plane

Cet exemple est le plus simple illustrant l'application des équations de couche limite. L'approche présentée ici est celle de Blasius. Considérons un écoulement en régime permanent, sans gradient de pression, sur une plaque plane. Sur la plaque $x = 0$ devant (voir figure A.1)

Dans ce cas, les équations de couche limite [35] peuvent être simplifiées:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{A.1})$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (\text{A.2})$$

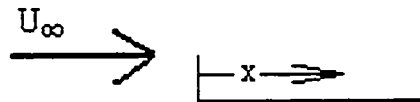


FIG. A.1 – Schéma d'un écoulement sur une plaque plane

On peut aussi poser des conditions aux limites:

En $y = 0$ on a $u = v = 0$.

En $y = \infty$ on a $U = U_\infty$.

Introduisons la coordonné adimensionnelle η telle que :

$$\eta = y \sqrt{\frac{U_\infty \rho}{\mu \cdot x}} \quad (\text{A.3})$$

et la fonction de courant Ψ telle que:

$$u = \frac{\partial \Psi}{\partial y} \quad (\text{A.4})$$

$$v = -\frac{\partial \Psi}{\partial x} \quad (\text{A.5})$$

Cette fonction peut être exprimée en fonction de η telle que:

$$\Psi = \sqrt{\frac{\mu \cdot x \cdot U_\infty}{\rho}} f(\eta) \quad (\text{A.6})$$

Où $f(\eta)$ est la fonction de courant adimensionnelle que l'on notera dorénavant f afin d'alléger les équations. Il est possible de réécrire les composantes de la vitesse en fonction de ces deux nouvelles variables et de les remplacer dans l'équation de conservation A.2:

$$-\frac{U_\infty^2}{2x} \eta f' f'' + \frac{U_\infty^2}{2x} (\eta f' - f) f'' = \frac{U_\infty^2}{x} f''' \quad (\text{A.7})$$

Que l'on peut simplifier afin d'obtenir la célèbre équation de Blasius:

$$f f'' + 2 f''' = 0 \quad (\text{A.8})$$

Les conditions aux limite transposées aux nouvelles variables sont:

En $\eta = 0$ on a $f = f' = 0$.

En $\eta = \infty$ on a $f' = 1$.

Plusieurs solutions pour cette équation furent publiées en prenant $f' = \frac{u}{U_\infty}$. Dont celle de L. Howarth citée par Schlichting [35] que nous utilisons pour la validation.

A.0.6 Convergent et divergent

Falkner et Skan ont démontré qu'une famille de solutions similaires existait pour les écoulements ayant une distribution de vitesse U_{ext} à l'extérieur de la couche limite de la forme: $U_{ext}(x) = U_\infty x^t$, où U_∞ représente la vitesse de référence, et x est mesuré à partir du point de stagnation. La théorie des écoulements potentiels peut expliquer que ceci caractérise un écoulement face à un coin d'angle $\pi \zeta$ radians et que ζ est fonction

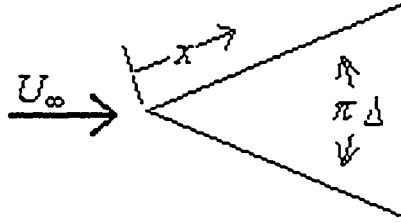


FIG. A.2 – Schéma d'un écoulement Falkner Skan convergent

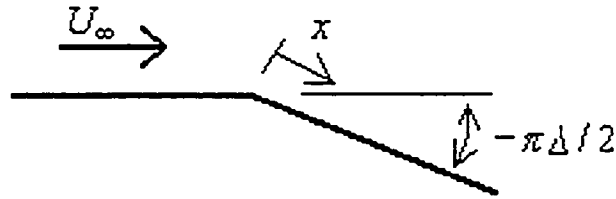


FIG. A.3 – Schéma d'un écoulement Falkner Skan divergent

du nombre de Mach. Les figures A.2 et A.3 montrent le type de géométrie laquelle on peut appliquer ces solutions.

L'équation de conservation du mouvement de couche limite avec gradient de pression est:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (\text{A.9})$$

$$= U_{ext} \frac{\partial U_{ext}}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (\text{A.10})$$

La fonction de courant est encore exprimée de la forme :

$$u = \frac{\partial \Psi}{\partial y} \quad (\text{A.11})$$

$$v = -\frac{\partial \Psi}{\partial x} \quad (\text{A.12})$$

De manière semblable à la méthode de Blasius, il est possible de poser nouvelle variable adimensionnelle η telle que:

$$\eta = y \frac{\sqrt{Re}}{L \cdot G(x)} \quad (\text{A.13})$$

Où L est la longueur caractéristique, ici, c'est la longueur de la plaque et $G(x)$ est une fonction de x . Re est le nombre de Reynolds défini par: $Re = \frac{U_\infty L \rho}{\mu}$

Les conditions aux limites, soit les vitesses en x et y sont nulles en $y = 0$ (a la paroi) et la vitesse en x est U_{ext} lorsque y tend vers l'infinité peuvent être posées par rapport à la fonction de courant:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x} = 0 \text{ et } \frac{\partial \Psi}{\partial y} = 0 \text{ en } y = 0$$

$$\text{et } \frac{\partial \Psi}{\partial x} = U_{ext} \text{ en } y = \infty.$$

Comme pour l'exemple de Blasius, la démonstration compte aussi une fonction de courant adimensionnelle f telle que :

$$f(\eta) = \frac{\Psi(x,y)\sqrt{Re}}{L \cdot U_{ext}(x) \cdot G(x)} \quad (\text{A.14})$$

ou encore

$$\Psi(x,y) = \frac{f(\eta) \cdot L \cdot U_{ext}(x) \cdot G(x)}{\sqrt{Re}} \quad (\text{A.15})$$

On peut réécrire tous les termes de vitesse par rapport à cette fonction et ses dérivées et les remplacer dans l'équation de conservation du mouvement de couche limite. On obtient une équation différentielle:

$$f''' + \alpha f f'' + \zeta (1 - f'^2) = 0 \quad (\text{A.16})$$

Avec:

$$\alpha = \frac{L \cdot G}{U_{\infty}} \frac{\partial}{\partial x} (U_{ext} \cdot G) \quad (\text{A.17})$$

$$\zeta = \frac{L}{U_{\infty}} G^2 \frac{\partial U_{ext}}{\partial x} \quad (\text{A.18})$$

L'équation A.16 est l'équation transformée de couche limite à résoudre. Les conditions aux limites, en fonction des nouvelles variables sont alors les mêmes que pour la solution de Blasius:

$$\text{En } \eta = 0; f = f' = 0$$

$$\text{et en } \eta = \infty; f' = 1.$$

Des manipulation mathématiques (voir [35]) démontrent que si on pose $\alpha = 1$, on a:

$$G = \sqrt{\frac{2}{\iota + 1} \frac{x U_{\infty}}{L U_{ext}}} \quad (\text{A.19})$$

et finalement, on peut réécrire η en fonction de la nouvelle définition de G :

$$\eta = y \sqrt{\frac{2}{\iota + 1} \frac{U_{\infty} \rho}{\mu \cdot U_{ext}}} \quad (\text{A.20})$$

$$\text{Avec: } \iota = \frac{\zeta}{2 - \zeta}.$$

Avec toutes les variables définies, il est possible de résoudre l'équation différentielle A.16 en prenant $f' = \frac{U}{U_\infty}$. Des solutions ont été publiées pour différents angles. Dans les cas d'écoulements accélérés (lorsque ι et ζ sont positifs), il n'y a pas de point d'inflexion dans le profil des vitesses. Par contre dans les cas d'écoulements décélérés lorsque ζ atteint une certaine valeur le profil des vitesses montre un point d'inflexion qui indique la séparation. La solution similaire n'est alors plus valide. Il fut démontré [35] que la séparation se fait à $\zeta = -0.199$ ou $\iota = -0.091$.

A.0.7 Cylindre

Une série de solutions similaires pour les profils de vitesse sur un cylindre placé dans un écoulement de manière perpendiculaire à son axe (figure A.4) fut posée par Blasius puis développée plus amplement par Hiemenz et Howarth.

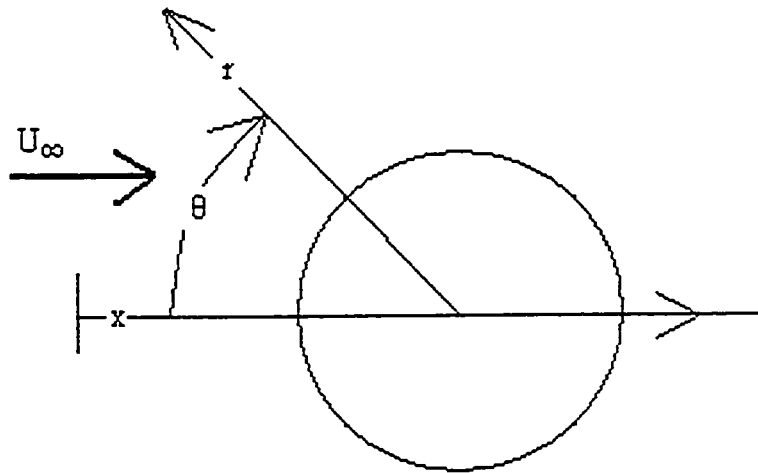


FIG. A.4 - Schéma d'un écoulement sur un cylindre

Dans ce cas, posons l'hypothèse que la distribution de vitesse de l'écoulement potentiel, c'est à dire à l'extérieur de la couche limite est donné par :

$$\tilde{U}_{ext}(x) = u_1 x + u_3 x^3 + u_5 x^5 + \dots \quad (\text{A.21})$$

Où u_1, u_2, u_3 , etc., dépendent de la géométrie étudiée (ici, du cylindre), et sont supposées connues. Comme pour les deux exemples précédents, il faut introduire une variable adimensionnelle, ainsi qu'une fonction de courant.

$$\eta = y \sqrt{\frac{u_1 \rho}{\mu}} \quad (\text{A.22})$$

Et comme précédemment:

$$u = \frac{\partial \Psi}{\partial y} \quad (\text{A.23})$$

$$v = -\frac{\partial \Psi}{\partial x} \quad (\text{A.24})$$

On pose aussi des fonctions f_i de η telles que:

$$\Psi = \sqrt{\frac{\mu}{\rho U_1}} (u_1 x f_1 + 4u_3 x^3 f_3 + 6u_5 x^5 f_5 + \dots) \quad (\text{A.25})$$

On peut ensuite dériver cette fonction en x et y et remplacer les vitesses u et v et leurs dérivées par ces valeurs. Après simplifications, on obtient un système d'équations différentielles ordinaires. Une équation pour chaque f_i . Les deux premières sont :

$$f_1'^2 - f_1'' f_1 = 1 + f_1''' \quad (\text{A.26})$$

$$4f_1' f_3' - 3f_1'' f_3 - f_1 f_3'' = 1 + f_3''' \quad (\text{A.27})$$

Où, comme avant, les ' (primes) indiquent une différentiation par rapport à η . Les conditions aux limites associées sont :

$$f_1 = f_1' = 0 \text{ et } f_3 = f_3' = 0 \text{ en } \eta = 0$$

$$f_1' = 1 \text{ et } f_3' = \frac{1}{4} \text{ en } \eta = \infty.$$

De ces équations, seule la première est non linéaire, et toutes les autres sont exprimées en fonction de la solution précédente.

Pour un cylindre de rayon r , il a été démontré à l'aide de la théorie des écoulements potentiels non visqueux que la distribution de vitesse idéale à l'extérieur de la couche limite est donnée par:

$$U_{ext}(x) = U_\infty \sin\left(\frac{x}{r}\right) = 2U_\infty \sin\phi \quad (\text{A.28})$$

Où ϕ est l'angle mesuré à partir du point de stagnation (à l'avant au centre du cylindre). On peut transformer le sinus en une série, ceci nous permet d'avoir des valeurs pour les u_i .

$$\begin{aligned} u_1 &= 2 \frac{U_\infty}{r} \\ u_3 &= -\frac{2}{3!} \frac{U_\infty}{r^3} \\ \dots & \end{aligned}$$

Et:

$$\eta = \frac{y}{r} \sqrt{2 \frac{U_\infty r \rho}{\mu}} \quad (\text{A.29})$$

Les solutions de ces équations pour différents angles à partir du point de stagnation ont été calculées en fonction de $\frac{u}{U_\infty}$. Encore une fois les valeurs disponibles s'arrêtent au point de séparation qui dépend du nombre de Reynolds. Comme expliqué en 5.1.1. les valeurs des solutions similaires ne s'approchent de la réalité à tout coup que dans la première moitié du cylindre (dans la partie d'accélération).

Annexe B

Couches limites d'écoulements compressibles

B.1 Préliminaires

Comme vu plus tôt, dans les écoulements supersoniques, le travail de la compression et la dissipation d'énergie produisent des gradients de température considérables. La température affecte à son tour d'autres variables comme la viscosité et la conductivité thermique. Il faut donc aussi tenir compte de la couche limite thermique dans notre étude. Nous utiliserons comme gaz de référence l'air, à cause de l'affluence des oeuvres de référence le concernant.

B.1.1 Équations de conservation de couche limite

Les équations de couche limite peuvent être écrites sous la forme:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0 \quad (\text{B.1})$$

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} - u \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\frac{dP}{dx} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (\text{B.2})$$

$$\rho C_p \left(u \frac{\partial T}{\partial x} - u \frac{\partial T}{\partial y} \right) = -u \frac{dP}{dx} + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \quad (\text{B.3})$$

B.1.2 Conditions aux limites

En combinant les conditions aux limites et les équations de mouvement, on obtient des solutions exactes pour les équations de couche limite.

paroi adiabatique

en $y = 0$: $u = 0$ et $\frac{\partial T}{\partial y} = 0$ donc: $\frac{\partial T}{\partial u} = 0$

en $y = \infty$: $U = U_\infty$ et $T = T_\infty$

y est la coordonnée perpendiculaire à la direction de l'écoulement et est égale à zéro sur la paroi. L'indice ∞ est apposé aux conditions à un endroit assez loin de la couche limite pour que celle-ci n'ait plus d'effet sur l'écoulement.

x est la coordonnée dans le sens de l'écoulement. $x = 0$ au bord d'attaque de la paroi (voir figure A.1).

paroi avec transfert de chaleur

Dans ce cas, la paroi est à une température fixe T_p . Donc:

en $y = 0$: $u = 0$ et $T = T_p$

en $y = \infty$: $U = U_\infty$ et $T = T_\infty$

B.1.3 Variables thermodynamiques et de transport

densité

La densité obéit à la loi des gaz parfaits.

$$\rho = \frac{P}{RT} \quad (\text{B.4})$$

viscosité

Pour la validation seulement, nous avons utilisé le modèle simplifié de viscosité de Sutherland [35] appelé "power law" d'exposant 1 qui lie la viscosité et la température par la fonction:

$$\frac{\mu}{\mu_{ref}} = \left(\frac{T}{T_{ref}} \right) \quad (\text{B.5})$$

Où μ_{ref} est la viscosité à la température de référence T_{ref} .

chaleur massique

La validation est faite à des températures n'excédant pas $1000K$. La chaleur massique peut donc être considérée constante.

conductivité thermique

Nous pouvons considérer le nombre de Prandtl constant par rapport à la température [35].

Puisque:

$$Pr = \frac{\mu C_p}{k} \quad (\text{B.6})$$

On peut déduire:

$$k = \frac{\mu C_p}{Pr} \quad (\text{B.7})$$

Et en remplaçant la viscosité par sa valeur de B.5 on a:

$$k = \frac{\mu_{ref} \cdot C_p \cdot T}{T_{ref} \cdot Pr} \quad (\text{B.8})$$

B.2 Plaque plane

Il est possible de dériver des équations différentes qui relient la distribution de vitesse à celle de la température. La première représente le cas où le transfert de chaleur entre la paroi et le gaz est nul. La seconde le cas où il est question de transfert de chaleur entre ceux ci.

B.2.1 Paroi adiabatique

Équations

La relation entre la distribution de vitesse et de température est issue des équations de conservation et des conditions aux limites [35]. Elle est représentée par:

$$T = T_\infty + \frac{1}{2C_p} (U_\infty^2 - u^2) \quad (\text{B.9})$$

L'équation qui représente la température de la paroi adiabatique est la même que pour un cas incompressible. En effet, les effets de la compressibilité sur la température T_{wa} sont négligeables.

$$T_{wa} = T_\infty + \sqrt{Pr} \frac{U_\infty^2}{2C_p} = T_\infty \left(1 + \sqrt{Pr} \frac{\gamma - 1}{2} M_\infty^2 \right) \quad (\text{B.10})$$

Ici, $M_\infty = \frac{U_\infty}{c_\infty}$.

Solution

Plusieurs auteurs dont L. Crocco ont développé des solutions qui expriment la distribution de vitesse et de température par rapport à la position sur la plaque pour des cas spécifiques. Pour le cas où $Pr = 1$ et $\gamma = 1.4$. Schlichting [35] expose les résultats de la solution sous forme adimensionnelle pour différents nombres de Mach pour une couche limite développée selon Crocco.

La coordonnée y a pour forme adimensionnelle η :

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu_\infty x}{\rho_\infty U_\infty}} \quad (\text{B.11})$$

De leur côté, la vitesse f' et la température G' adimensionnelles sont simplement représentés par:

$$\begin{aligned} f' &= \frac{u}{U_\infty} \\ G' &= \frac{T}{T_\infty} \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

B.2.2 Paroi avec transfert de chaleur

Équations

Dans ce genre d'écoulement l'équation reliant la distribution de vitesse à la température est:

$$T = T_\infty \left[1 + \sqrt{Pr} \frac{\gamma - 1}{2} M_\infty^2 \left(1 - \left(\frac{u}{U_\infty} \right)^2 \right) + \frac{T_w - T_{wa}}{T_\infty} \left(1 - \frac{u}{U_\infty} \right) \right] \quad (\text{B.13})$$

Il faut donc calculer tout d'abord la température de la paroi adiabatique, qui est une approximation. On ne peut donc plus qualifier d'*exacte* l'équation B.13.

Solution

Schlichting [35] montre une solution développée par W. Hantzsche et H. Wendt pour $Pr = 0.7$, $T_p = T_\infty$, $\gamma = 1.4$ et différents nombres de Mach. La solution est mise sous forme adimensionnelle avec les mêmes coefficients qu'à la partie B.2.1.

B.3 Écoulement avec gradient de pression

Les calculs liés aux couches limites compressibles avec gradients de pression sont plus ardues en raison du nombre énorme de variables indépendantes. En effet, un écoulement avec gradient de pression est accéléré ou ralenti, on ne peut donc plus utiliser de valeurs constantes pour les propriétés à l'extérieur de la couche limite. Néanmoins une série de transformations (transformations de Illingworth-Stewartson) permet de solutionner ces équations clairement. La géométrie correspondant à de telles solutions est la même que pour les écoulements incompressibles de type Falkner-Skan illustrées aux figures A.2 et A.3.

B.3.1 Préliminaires

L'indice 0 est apposé aux conditions de stagnation à l'extérieur de la couche limite. De son côté, l'indice ∞ représente les conditions statiques à l'extérieur de la couche limite.

Posons premièrement le facteur de correction b de la viscosité qui est multiplié au terme de droite de l'équation B.5.

$$b = \sqrt{\frac{T_w}{T_0} \frac{T_0 + 110}{T_w + 110}} \quad (\text{B.14})$$

La première transformation concerne x et y , qui deviennent \bar{x} et \bar{y} :

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \int_0^x b \frac{P_\infty c_\infty}{P_0 c_0} dx \\ \bar{y} &= \frac{c_\infty}{c_0} \int_0^y \frac{\rho}{\rho_0} dy \end{aligned} \quad (\text{B.15})$$

Comme d'habitude, c dénote la vitesse du son.

La vitesse en x est aussi transformée:

$$\bar{U} = \frac{c_0}{c_\infty} U \quad (\text{B.16})$$

On pose maintenant une fonction de température adimensionnelle ΔS_0 (aussi appelée différence relative d'enthalpie de stagnation).

$$\begin{aligned} \Delta S_0 &= \frac{C_p T + \frac{1}{2} U^2}{C_p T_0} - 1 \\ &= \frac{h + \frac{1}{2} U^2}{h_0} - 1 \end{aligned} \quad (\text{B.17})$$

Les équations de conservation de masse, de mouvement et d'énergie pour les couches limites peuvent être réécrites en utilisant ces transformations. Respectivement:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{y}} = 0 \quad (\text{B.18})$$

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} = \bar{U}_\infty \frac{\partial \bar{U}_\infty}{\partial \bar{x}} (1 + \Delta S_0) + \frac{\mu_0}{\rho_0} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{y}^2} \quad (\text{B.19})$$

$$\begin{aligned} \bar{u} \frac{\partial \Delta S_0}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \Delta S_0}{\partial \bar{y}} &= \frac{\mu_0}{\rho_0} \left(\frac{1}{Pr} \frac{\partial^2 \Delta S_0}{\partial \bar{y}^2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{Pr - 1}{Pr} \frac{\frac{1}{2} (\gamma - 1) M_\infty^2}{1 + \frac{1}{2} (\gamma - 1) M_\infty^2} \frac{\partial^2}{\partial \bar{y}^2} \left(\frac{\bar{u}}{\bar{U}_\infty} \right)^2 \right) \end{aligned} \quad (\text{B.20})$$

Des solutions de similarité pour certains types d'écoulements simples ont été développées en transformant les équations de conservations en équation différentielles ordinaires (O.D.E.). Celles de C.B. Cohen et E. Reshotko sont exposées par Schlichting [35] pour un nombre de Prandtl $Pr = 1$ et un exposant ω de viscosité égal à 1.

Lorsque le nombre de Prandtl est égal à 1, il peut être démontré que la fonction de température adimensionnelle de température dépend de η .

Afin de simplifier les équations de conservation on peut poser la fonction de courant:

$$\Psi = f \sqrt{\frac{2\mu_0 \bar{U}_\infty \bar{x}}{(\iota + 1)\rho_0}} \quad (\text{B.21})$$

avec

$$\eta = \bar{y} \sqrt{\frac{(\iota + 1)\bar{U}_\infty \rho_0}{2\mu_0 \bar{x}}} \quad (\text{B.22})$$

Où f est une fonction de η :

Les équations de conservation transformées sont:

$$f''' + ff'' = \zeta(f'^2 - 1 - \Delta S_0) \quad (\text{B.23})$$

$$\Delta S_0'' + f\Delta S_0' = 0 \quad (\text{B.24})$$

Où comme dans les cas incompressibles, ζ est relié à l'angle δ de la plaque par $\delta = \pi \cdot \zeta \text{Rad}$.

On pose le terme ι tel que:

$$\zeta = \frac{2\iota}{\iota + 1} \quad (\text{B.25})$$

Encore une fois la dérivée f' représente la forme adimensionnelle de la vitesse longitudinale:

$$f' = \frac{u}{\bar{U}_\infty} \quad (\text{B.26})$$

Pour un écoulement sur paroi adiabatique, $S = 0$ donc les deux équations de conservations peuvent être simplifiées par:

$$f''' + f'' = \zeta(f'^2 - 1) \quad (\text{B.27})$$

L'équation B.27 est équivalente à l'équation A.16 qui définit l'écoulement incompressible sur la même géométrie. Encore une fois dans la région divergente la solution n'est valide que lorsqu'il n'y a pas séparation, donc jusqu'à $\zeta = -0.199$.

Lorsqu'il y a transfert de chaleur, il est nécessaire de résoudre les deux équations de conservation transformées. Quand la température T_w à la paroi est prescrite, les

solutions dépendent d'un paramètre \bar{S}_w tel que:

$$\bar{S}_w = \frac{T_w}{T_0} - 1 \quad (\text{B.28})$$

Annexe C

Intégrales de collision

Voici les polynômes issus de valeurs lissées de Kovitya [27].

Pour les collisions entre atomes d'argon et ions Ar^+ et entre eux mêmes:

$$\begin{aligned}\overline{Q_{ArAr^+}}^{22} &= 3.7718153006 \cdot 10^{-18} \cdot T^{-0.30230982812} \\ \overline{Q_{ArAr^+}}^{11} &= 2.6151624161 \cdot 10^{-18} \cdot T^{-0.11237347804} \\ \overline{Q_{ArAr}}^{22} &= 1.2977877459 \cdot 10^{-18} \cdot T^{-0.20715583098} \\ \overline{Q_{Ar^+Ar^+}}^{22} &= \exp(5.2964655961 \cdot 10^{-24} \cdot T^6 - 3.7068097962 \cdot 10^{-19} \cdot T^5 \\ &\quad + 1.0272393705 \cdot 10^{-14} \cdot T^4 - 1.4378246195 \cdot 10^{-10} \cdot T^3 + 1.0894484875 \cdot 10^{-06} \cdot T^2 \\ &\quad - 4.7132481987 \cdot 10^{-03} \cdot T - 2.7666365962 \cdot 10^{+01})\end{aligned}$$

Pour les collisions entre électrons et électrons:

$$\begin{aligned}\overline{Q_{ee}}^{22} &= \exp(5.2964655961 \cdot 10^{-24} \cdot T^6 - 3.7068097962 \cdot 10^{-19} \cdot T^5 \\ &\quad + 1.0272393705 \cdot 10^{-14} \cdot T^4 - 1.4378246195 \cdot 10^{-10} \cdot T^3 + 1.0894484875 \cdot 10^{-06} \cdot T^2 \\ &\quad - 4.7132481987 \cdot 10^{-03} \cdot T - 2.7666365962 \cdot 10^{+01}) \\ \overline{Q_{ee}}^{23} &= \exp(5.1228048952 \cdot 10^{-24} \cdot T^6 - 3.5866195795 \cdot 10^{-19} \cdot T^5 \\ &\quad + 9.9530711848 \cdot 10^{-15} \cdot T^4 - 1.3975556809 \cdot 10^{-10} \cdot T^3 + 1.0649696009 \cdot 10^{-06} \cdot T^2 \\ &\quad - 4.6392120009 \cdot 10^{-03} \cdot T - 2.8384708824 \cdot 10^{+01}) \\ \overline{Q_{ee}}^{24} &= \exp(5.2863140236 \cdot 10^{-24} \cdot T^6 - 3.6946098425 \cdot 10^{-19} \cdot T^5 \\ &\quad + 1.02311783 \cdot 10^{-14} \cdot T^4 - 1.4326345309 \cdot 10^{-10} \cdot T^3 + 1.0865832338 \cdot 10^{-06} \cdot T^2 \\ &\quad - 4.6853668732 \cdot 10^{-03} \cdot T - 2.8875599062 \cdot 10^{+01})\end{aligned}$$

Pour les collisions entre atomes d'argon et électrons:

Si $T \leq 1000K$

$$\begin{aligned}\overline{Q_{eAr}}^{11} &= -3.707877196 \cdot 10^{-29} \cdot T^3 + 1.000651116 \cdot 10^{-25} \cdot T^2 \\ &\quad - 9.2498311432 \cdot 10^{-23} \cdot T + 3.3215909527 \cdot 10^{-20}\end{aligned}$$

Si > 1000K

$$\overline{Q_{e,Ar}}^{11} = 3.5606315095 \cdot 10^{-24} \cdot T - 2.6415833807 \cdot 10^{-22}$$

Maintenant pour les collisions entre électrons et ions Ar^+ :

$$\begin{aligned} \overline{Q_{Ar^+e}}^{11} &= \exp(5.2815766427 \cdot 10^{-24} \cdot T^6 - 3.6884184651 \cdot 10^{-19} \cdot T^5 \\ &\quad + 1.0203940322 \cdot 10^{-14} \cdot T^4 - 1.4274796118 \cdot 10^{-10} \cdot T^3 + 1.0832359974 \cdot 10^{-06} \cdot T^2 \\ &\quad - 0.0046996709277 \cdot T - 2.7673973379 \cdot 10^{+01}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{Q_{Ar^+e}}^{12} &= \exp(5.3261023818 \cdot 10^{-24} \cdot T^6 - 3.71603513 \cdot 10^{-19} \cdot T^5 \\ &\quad + 1.0272550556 \cdot 10^{-14} \cdot T^4 - 1.4361322182 \cdot 10^{-10} \cdot T^3 + 1.0877079165 \cdot 10^{-06} \cdot T^2 \\ &\quad - 4.6807127746 \cdot 10^{-03} \cdot T - 2.8771754845 \cdot 10^{+01}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{Q_{Ar^+e}}^{13} &= \exp(5.3114183914 \cdot 10^{-24} \cdot T^6 - 3.7064059806 \cdot 10^{-19} \cdot T^5 \\ &\quad + 1.0250744584 \cdot 10^{-14} \cdot T^4 - 1.4342916838 \cdot 10^{-10} \cdot T^3 + 1.0870586835 \cdot 10^{-06} \cdot T^2 \\ &\quad - 4.6685316299 \cdot 10^{-03} \cdot T - 2.9464513354 \cdot 10^{+01}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{Q_{Ar^+e}}^{14} &= \exp(5.2686659664 \cdot 10^{-24} \cdot T^6 - 3.6883049066 \cdot 10^{-19} \cdot T^5 \\ &\quad + 1.0235292061 \cdot 10^{-14} \cdot T^4 - 1.4367204407 \cdot 10^{-10} \cdot T^3 + 1.090948371 \cdot 10^{-06} \cdot T^2 \\ &\quad - 4.6761764253 \cdot 10^{-03} \cdot T - 2.9963034067 \cdot 10^{+01}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{Q_{Ar^+e}}^{15} &= \exp(5.3298561224 \cdot 10^{-24} \cdot T^6 - 3.7208975378 \cdot 10^{-19} \cdot T^5 \\ &\quad + 1.0295407381 \cdot 10^{-14} \cdot T^4 - 1.4410005044 \cdot 10^{-10} \cdot T^3 + 1.0914673169 \cdot 10^{-06} \cdot T^2 \\ &\quad - 4.6682240828 \cdot 10^{-03} \cdot T - 3.0371040629 \cdot 10^{+01}) \end{aligned}$$

Annexe D

Chaleur massique et enthalpie

Les chaleurs massiques (en $\frac{kJ}{kg \cdot K}$) et enthalpies (en $\frac{kJ}{kg}$) sont issues de polynômes [27]. La forme générale des polynômes pour l'espèce i est:

$$\frac{C_{p,i}}{R_i} = a_1 + a_2 T + a_3 T^2 + a_4 T^3 + a_5 T^4 \quad (D.1)$$

$$\frac{h_{p,i}}{R_i T} = a_1 + \frac{a_2 T}{2} + \frac{a_3 T^2}{3} + \frac{a_4 T^3}{4} + \frac{a_5 T^4}{5} + \frac{a_6}{T} \quad (D.2)$$

Nous utilisons les chaleurs massiques moyennes \overline{C}_{p_i} qui représentent:

$$\overline{C}_{p_i} = \frac{\int_{T_{ref}}^T C_{p,i} dT}{(T - T_{ref})} \quad (D.3)$$

On intègre donc le polynôme D.1:

$$\begin{aligned} \int_{T_{ref}}^T C_{p,i} dT &= \left(a_1 T + \frac{a_2 T^2}{2} + \frac{a_3 T^3}{3} + \frac{a_4 T^4}{4} + \frac{a_5 T^5}{5} + a_6 \right) \cdot R_i \\ &= \left(a_1 + \frac{a_2 T}{2} + \frac{a_3 T^2}{3} + \frac{a_4 T^3}{4} + \frac{a_5 T^4}{5} + \frac{a_6}{T} \right) \cdot T \cdot R_i \\ &= \frac{h_{p,i}}{R_i T} \cdot R_i \cdot T \end{aligned}$$

On obtient alors une expression simple pour la chaleur massique moyenne de l'espèce i :

$$\begin{aligned} \overline{C}_{p_i} &= \frac{\frac{h_{p,i}}{R_i T} \cdot R_i \cdot T}{(T - T_{ref})} \\ &= \frac{\left(a_1 + \frac{a_2 T}{2} + \frac{a_3 T^2}{3} + \frac{a_4 T^3}{4} + \frac{a_5 T^4}{5} + \frac{a_6}{T} \right) \cdot T \cdot R_i}{(T - T_{ref})} \end{aligned}$$

Les coefficients a_1 à a_6 sont spécifiques à chaque espèce, et pour différentes plages de températures. Ils proviennent de [27].

TAB. D.1 – Coefficients pour le calcul des chaleurs massiques

	$T \leq 1000$	$1000 < T \leq 5000$	$5000 < T \leq 15000$	$15000 < T \leq 30000$
<i>Ar</i>				
a_1	2.5	2.5	5.202417	$5.6028278 \cdot 10^2$
a_2	0	0	$-1.4458932 \cdot 10^{-3}$	$-1.1281647 \cdot 10^{-1}$
a_3	0	0	$2.8244899 \cdot 10^{-7}$	$8.2233965 \cdot 10^{-6}$
a_4	0	0	$-2.3975628 \cdot 10^{-11}$	$-2.5401435 \cdot 10^{-10}$
a_5	0	0	$7.4997417 \cdot 10^{-16}$	$2.8269267 \cdot 10^{-15}$
a_6	$-7.4537498 \cdot 10^2$	$-7.4537498 \cdot 10^2$	$-4.6721453 \cdot 10^3$	$-2.1392637 \cdot 10^6$
<i>Ar⁺</i>				
a_1	2.4857001	2.8420672	2.673238	-1.5805101
a_2	$-5.568266 \cdot 10^{-4}$	$-8.7648603 \cdot 10^{-5}$	$-5.436404 \cdot 10^{-5}$	$8.3045874 \cdot 10^{-4}$
a_3	$3.3194849 \cdot 10^{-6}$	$-2.6463209 \cdot 10^{-8}$	$7.1599254 \cdot 10^{-9}$	$-6.0456956 \cdot 10^{-8}$
a_4	$-3.9236795 \cdot 10^{-9}$	$1.2240311 \cdot 10^{-11}$	$-4.4285389 \cdot 10^{-13}$	$1.7928392 \cdot 10^{-12}$
a_5	$1.4143279 \cdot 10^{-12}$	$-1.1885139 \cdot 10^{-15}$	$1.0606488 \cdot 10^{-17}$	$-1.6065307 \cdot 10^{-17}$
a_6	$1.8290215 \cdot 10^5$	$1.8272563 \cdot 10^5$	$1.8223687 \cdot 10^5$	$1.983248 \cdot 10^5$
<i>e</i>				
a_1	2.5	2.5	2.5	2.5
a_2	0	0	0	0
a_3	0	0	0	0
a_4	0	0	0	0
a_5	0	0	0	0
a_6	$-7.4537496 \cdot 10^2$	$-7.4537496 \cdot 10^2$	$-7.4537496 \cdot 10^2$	$-7.4537496 \cdot 10^2$

Annexe E

Graphiques de propriétés supplémentaires

Les figures suivantes représentent la densité (E.1), le rapport des chaleurs massiques (E.2) et la vitesse du son (E.3) en fonction de la température pour trois pressions modélisées. Ainsi que la traînée (E.4) en fonction du nombre de Mach pour certaines pressions et températures modélisées.

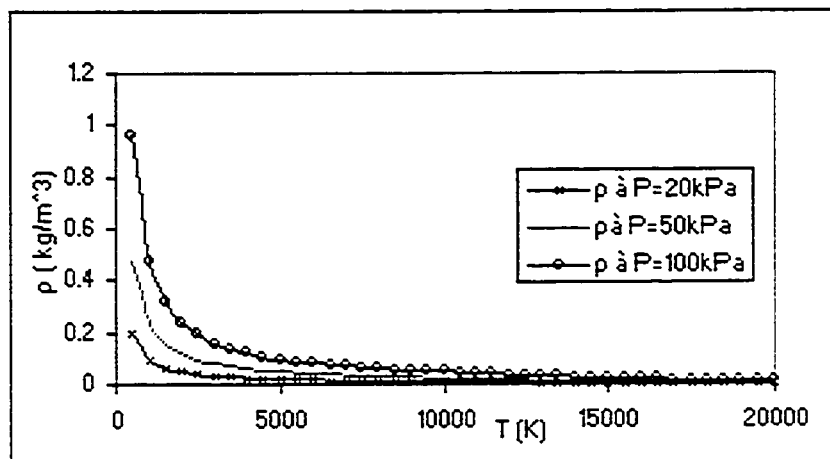


FIG. E.1 – Densité en fonction de la température et de la pression

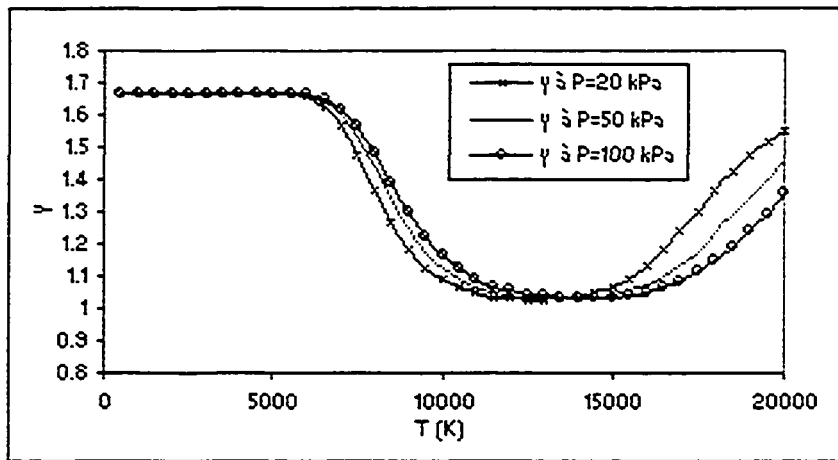


FIG. E.2 – Rapport des chaleurs massiques en fonction de la température et de la pression

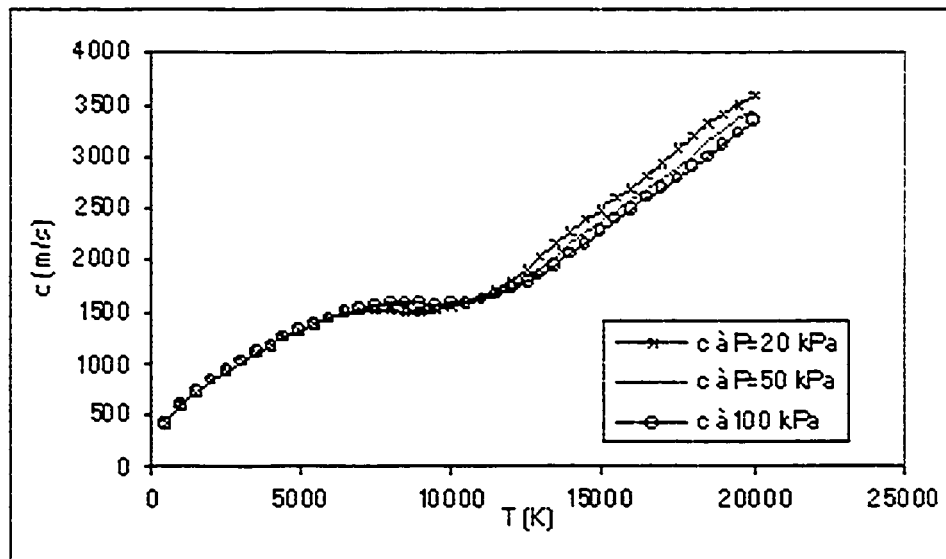


FIG. E.3 – Vitesse du son en fonction de la température et de la pression

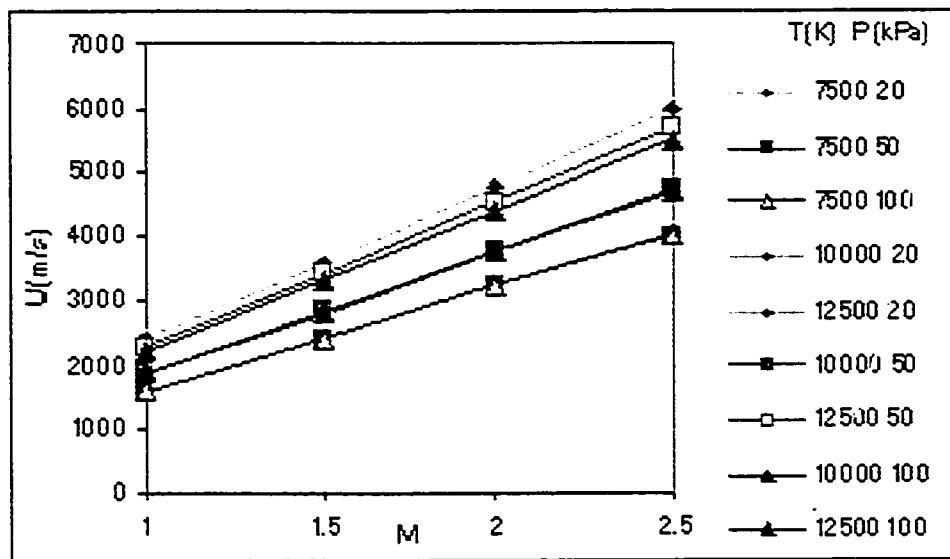


FIG. E.4 - *Trainée en fonction de la température, de la pression et du nombre de Mach*

Bibliographie

- [1] École polytechnique Fédérale de Lausanne Centre de Recherche en Physique des Plasmas.
- [2] D. J. Carlson R. F. Hoglund. Particle drag and heat transfer in rocket nozzles. *AIAA journal*, 2(11), 1964.
- [3] R.A. Millikan. The general law of fall of a small spherical body through a gas, and it's bearing upon the nature of molecular reflection from surfaces. *The Physical Review*, 22(1), 1923.
- [4] S. F. Hoerner. *Fluid-Dynamic Drag*. publié par l'auteur, 1958.
- [5] C.T. Crowe. Drag coefficient of particles in a rocket nozzle. *AIAA journal Technical Notes*, 5(5), 1967.
- [6] C. B. Henderson. Drag coefficients of spheres in continuum and rarefied flows. *AIAA journal*, 14(6), June 1976.
- [7] X. Chen E. Pfender. Behavior of small particles in a thermal plasma flow. *Plasma Chemistry and Plasma Processing*, 3(3), 1983.
- [8] X. Chen. The drag force acting on a spherical non-evaporating or evaporating particle immersed into a rarefied plasma flow. *Journal of Physics, D. Applied Physics*, 29, 1996.
- [9] X. Chen. The drag force on a spherical particle in a rarefied plasma flow with combined specular and diffuse reflection at the particle surface. *Journal of Physics, D. Applied Physics*, 30, 1997.
- [10] J.O. Hirschfelder R.B. Bird, C.F. Curtis. *Molecular Theory of Gases and Liquids*, 4th edition. John Wiley and Sons, 1967.
- [11] J.N. Butler R.S. Brokaw. Thermal conductivity of gas mixtures in chemical equilibrium. *The Journal of Chemical Physics*, 26(6), June 1957.
- [12] E. A. Mason I. Amdur. Properties of gases at very high temperatures. *The Physics of Fluids*, 1(5), 1958.
- [13] L. Monchick. Collision integrals for the exponential repulsive potential. *The Physics of Fluids*, 2(6), 1959.
- [14] T. Kihara J. O. Hirschfelder, M. H. Taylor. Transport properties of gases assuming inverse power intermolecular potentials. *The Physics of Fluids*, 3(5), 1960.

- [15] R. S. Devoto. Transport properties of ionized monoatomic gases. *The Physics of Fluids*, 9(6), 1966.
- [16] R. S. Devoto. Transport coefficients of partially ionized argon. *The Physics of Fluids*, 10(5), 1967.
- [17] R. S. Devoto. Simplified expressions for the transport properties of ionized monoatomic gases. *The Physics of Fluids*, 10(10), 1967.
- [18] R. S. Devoto. Transport coefficients of ionized argon. *The Physics of Fluids*, 16(5), 1973.
- [19] R. M. Chmielewski J. H. Ferziger. Transport properties of a nonequilibrium partially ionized gas. *The Physics of Fluids*, 10(2), 1967.
- [20] M. I. Hoffert H. Lien. Quasi-one-dimensional, nonequilibrium gas dynamics of partially ionized two-temperature argon. *The Physics of Fluids*, 10(8), August 1967.
- [21] J. E. A. John. *Gas Dynamics Second Edition*. Prentice Hall, 1984.
- [22] R. W. Fox A. T. McDonald. *Introduction to Fluid Mechanics, 4th edition*. John Wiley and Sons, inc, 1992.
- [23] B. Jodoin. *Étude théorique du jet de plasma supersonique à courant continu*. thèse de Doctorat, Université de Sherbrooke, faculté des sciences appliquées, département de génie chimique, 1998.
- [24] M. I. Boulos E. Pfender, P. Fauchais. *Thermal plasmas Fundamentals and applications, Volume 1*. Plenum Press, 1994.
- [25] J.D. Anderson Jr. *Modern Compressible Flow With historical Perspective, 2nd edition*. McGraw Hill, 1990.
- [26] R. J. Van Wylene P. Desrochers, R. E. Sonntag. *Thermodynamique appliquée*. Éditions du renouveau pédagogique, 1992.
- [27] P. Kovitya. Theoretical determination of material functions of plasmas formed from ablated ptfе, alumina, pvc, and perspex for the temperature range of 5000 to 30000k. CSIRO Division of Applied Physics, P.O. Box 218, Lindfield, NSW, Australia 2070, 1982.
- [28] R. B. Bird E. N. Lightfoot, W. E. Stewart. *Transport Phenomena*. John Wiley and Sons, Inc, 1960.
- [29] R. J. Munn et F. J. Smith E. A. Mason. Transport coefficients of ionized argon. *The Physics of Fluids*, 10(8), 1967.
- [30] J. Aubreton P. Fauchais. Influence des potentiels d'interaction sur les propriétés de transport des plasmas thermiques. *Revue de Physique Appliquée*, 18, janvier 1983.
- [31] M. Capitelli C. Gorse, R. Celiberto. Transport properties of high temperature air components: A review. *Plasma Chemistry and Plasma Processing*, 16(1), 1996. supplement.
- [32] J. I. Hochstein P. M. Gerhart, R. J. Gross. *Fundamentals of Fluid Mechanics, 2nd edition*. Addison Wesley, 1992.

- [33] A. Blais. *Modélisation tridimensionnelle stationnaire d'un arc transféré influencé par un champ magnétique externe*. mémoire de Maîtrise, Université de Sherbrooke, faculté des sciences appliquées, département de génie chimique, 2001.
- [34] R. L. Borrelli C. S. Coleman. *Differential Equations, A Modeling Perspective, Preliminary edition*. John Wiley and Sons, Inc, 1996.
- [35] H. Schlichting. *Boundary Layer Theory*. McGraw Hill, 1951.
- [36] T. H. Okiishi B. R. Munson, D. F. Young. *Fundamentals of Fluid Mechanics, 3rd edition*. John Wiley and Sons, Inc, 1998.
- [37] A. Alexandrou. *Principles of Fluid Mechanics*. Prentice Hall, 2001.
- [38] F. M. White. *Fluid Mechanics, 3rd edition*. McGraw Hill, 1994.