



National Library
of Canada

Bibliothèque nationale
du Canada

Canadian Theses Service

Service des thèses canadiennes

Ottawa, Canada
K1A 0N4

NOTICE

The quality of this microform is heavily dependent upon the quality of the original thesis submitted for microfilming. Every effort has been made to ensure the highest quality of reproduction possible.

If pages are missing, contact the university which granted the degree.

Some pages may have indistinct print especially if the original pages were typed with a poor typewriter ribbon or if the university sent us an inferior photocopy.

Reproduction in full or in part of this microform is governed by the Canadian Copyright Act, R.S.C. 1970, c. C-30, and subsequent amendments.

AVIS

La qualité de cette microforme dépend grandement de la qualité de la thèse soumise au microfilmage. Nous avons tout fait pour assurer une qualité supérieure de reproduction.

S'il manque des pages, veuillez communiquer avec l'université qui a conféré le grade.

La qualité d'impression de certaines pages peut laisser à désirer, surtout si les pages originales ont été dactylographiées à l'aide d'un ruban usé ou si l'université nous a fait parvenir une photocopie de qualité inférieure.

La reproduction, même partielle, de cette microforme est soumise à la Loi canadienne sur le droit d'auteur, SRC 1970, c. C-30, et ses amendements subséquents.

L'IDENTIFICATION DES
PARTICULES CHARGÉES ULTRARELATIVISTES
DANS L'ÉMULSION NUCLÉAIRE

Par

Claude Plante

Thèse déposée à
l'École des études supérieures et de la recherche
en vue de l'obtention du doctorat

Département de physique

Université d'Ottawa



National Library
of Canada

Bibliothèque nationale
du Canada

Canadian Theses Service Service des thèses canadiennes

Ottawa, Canada
K1A 0N4

The author has granted an irrevocable non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of his/her thesis by any means and in any form or format, making this thesis available to interested persons.

The author retains ownership of the copyright in his/her thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without his/her permission.

L'auteur a accordé une licence irrévocable et non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de sa thèse de quelque manière et sous quelque forme que ce soit pour mettre des exemplaires de cette thèse à la disposition des personnes intéressées.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège sa thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

ISBN 0-315-62303-9

Canada



UNIVERSITÉ D'OTTAWA
UNIVERSITY OF OTTAWA

Résumé

L'étude présentée ici vise à déterminer la relation fonctionnelle existant entre la densité de grains de la trace d'une particule chargée dans l'émulsion nucléaire et le rapport p/mc de cette particule, où p est la quantité de mouvement, m la masse et c la vitesse de la lumière. L'étude est menée à l'aide des émulsions, de type FUJI ET-7B, exposées dans le cadre de l'expérience E-531 (FNAL), où se trouvaient réunies des émulsions nucléaires et des détecteurs électroniques, les densités de grains provenant des premières et les quantités de mouvement et les masses des seconds.

La relation fonctionnelle observée peut être théoriquement expliquée en termes de deux effets électrodynamiques: la perte d'énergie par ionisation et le rayonnement de transition. Un accord quantitativement satisfaisant ne peut toutefois être obtenu qu'en introduisant dans la modélisation une fonction de résolution pour l'émulsion nucléaire, permettant de tenir compte des caractéristiques du processus photographique. Les modèles de perte d'énergie de Sternheimer (la perte d'énergie restreinte et la perte d'énergie la plus probable), qui ne permettent pas d'inclure une telle fonction, s'avèrent en désaccord, au plan quantitatif, avec les résultats expérimentaux. Un modèle, adapté des travaux de Fano et d'Allison, Bunch et Cobb en particulier, s'accorde avec les résultats expérimentaux si l'on ne tient compte, par le biais de la fonction de résolution, que des transferts d'énergie supérieurs à 90 eV et inférieurs à 1,4 keV. Dans le cas du rayonnement de transition, une fonction de résolution différente est requise, où ne sont retenus que les transferts d'énergie s'étendant d'environ 450 eV jusqu'à 1,4 keV. La différence dans la fonction de résolution pour les deux effets électrodynamiques peut légitimement être expliquée par le fait qu'il s'agit de deux rayonnements actiniques différents.

Énoncé d'originalité

Voici ce qui, dans le jugement de l'auteur, représente un apport original au progrès des connaissances scientifiques sur le sujet présenté dans cette thèse:

1. Le développement d'une méthodologie précise et rigoureuse, appuyée par des tests statistiques déterminés, afin d'évaluer avec fiabilité et précision les densités de grains de traces de particules chargées dans l'émulsion nucléaire.
2. La réfutation des diverses approches proposées par Sternheimer en tant que modèle du processus électrodynamique menant à la formation de traces dans l'émulsion nucléaire (l'une de ces approches ayant jusqu'alors fait l'unanimité parmi les travaux consacrés à la question) et la mise au point d'un modèle plus adéquat, faisant explicitement intervenir les propriétés atomiques et les caractéristiques du détecteur.
3. La réfutation partielle du modèle de régression de l'image latente de Demers et la proposition d'un modèle phénoménologique s'accordant davantage avec les données expérimentales.
4. La mise au point d'un modèle de production de rayonnement de transition dans l'émulsion nucléaire et la réalisation d'observations compatibles avec celui-ci.

En ce qui concerne l'aspect plus proprement technique du travail, l'auteur n'a en aucune façon contribué à la conception du projet E-531, ni à la construction du spectromètre ou à l'exposition des émulsions nucléaires. Il n'a pas été impliqué dans le traitement chimique de ces dernières, ni dans le développement du logiciel de traitement des données du spectromètre. Toute cette partie du travail a en effet été complétée avant que l'auteur ne débute ses études supérieures.

L'auteur a toutefois apporté une modeste contribution à la recherche et à l'étude des interactions de neutrinos dans l'émulsion nucléaire. Il a effectué toutes les mesures de densités de grains utilisées dans cette thèse, ainsi que l'essentiel des mesures géométriques

(pentes, position) qui se sont avérées nécessaires. Il a de plus développé tous les programmes utilisés pour l'analyse des résultats, à l'exception du programme MINUTT FORTRAN. Enfin, l'auteur a, dans un autre cadre, participé à l'exposition d'émulsions nucléaires et en a effectué le traitement chimique.

Remerciements

La réalisation de ce travail doit beaucoup à de nombreuses personnes qui ont su apporter en plusieurs occasions à l'auteur aide, connaissances ou encouragements. Une liste exhaustive est malheureusement impossible et l'auteur tient tout d'abord à remercier ceux (trop nombreux) que l'espace l'empêche de désigner nommément. Leur aide a été un facteur essentiel à la réalisation de ce travail.

L'auteur voudrait remercier le *Conseil de recherches en sciences naturelles et en génie du Canada*, qui lui a octroyé pendant trois ans une bourse d'études supérieures et l'*Ontario Graduate Scholarship Program*, qui l'a soutenu pour une autre année.

Ce travail n'aurait pu être réalisé sans le matériel expérimental accumulé au cours du projet E-531, du *Fermi National Accelerator Laboratory*. L'auteur tient à remercier les physiciens qui y ont participé, particulièrement le Dr. Alain Gauthier (Ohio State University), de sa très généreuse aide dans l'interprétation des renseignements du spectromètre, ainsi que les Pr. G. Fujioka (Kobe Daigaku), O. Kusumoto (Osaka Machi Daigaku) et K. Niu (Nagoya Daigaku) et leurs équipes respectives, qui l'ont accueilli et aidé lors de son séjour au Japon à l'été 1984. Enfin, l'auteur voudrait exprimer toute sa gratitude au Dr. T. Hara (Kobe Daigaku), qui lui a apporté durant ce voyage une aide de tous les instants.

L'auteur tient tout spécialement à remercier le Pr. David Brown et son équipe, du *Ottawa-Carleton Resource Centre for Biological Microscopy*, où ont été prises, développées et tirées les photographies prises au microscope électronique à transmission. Il tient de plus à exprimer sa reconnaissance au Pr. Brian Conway et au Dr. Teresa Wrzesniewska, du département de chimie, pour la réalisation des photographies au microscope électronique à balayage. Enfin, l'auteur voudrait remercier le Pr. Mayer Alvo, du département de mathématiques, de son aide dans l'utilisation de méthodes statistiques.

Du département de physique, l'auteur désire remercier le Pr. Jacques Hébert, qui a dirigé cette thèse et apporté un soutien financier, en particulier pour une visite aux trois groupes japonais déjà mentionnés. Il désire également remercier vivement le Dr. Joan Hébert, dont les enseignements sur la méthode expérimentale et l'usage des statistiques ont été des plus utiles. L'auteur voudrait de plus remercier tout spécialement ses

collègues Søren Frederiksen, François Lamarche et Pierre Côté, pour d'innombrables discussions et suggestions sur tous les aspects de la recherche en physique (incluant l'approche expérimentale, la théorie, les mathématiques, l'informatique et l'électronique). Il tient enfin à remercier mesdemoiselles Isabelle Sauvé et Francine Marleau, étudiantes d'été en 1983 et 1987 respectivement, qui l'ont consciencieusement secondé dans la réalisation de son projet.

Enfin, l'auteur voudrait exprimer toute sa reconnaissance à ses proches (d'Ottawa comme de Montréal), dont les encouragements ne lui ont jamais fait défaut. Et parmi ceux-ci, l'auteur tient tout particulièrement à remercier Jean-François Méthot qui, poursuivant le même genre d'études, a été tout au long de ces années une source d'encouragements et de motivation intellectuelle irremplaçable.

Table des matières

Résumé	ii
Énoncé d'originalité	iii
Remerciements	v
Introduction	1
 I Fondements théoriques	 6
1. L'observation en physique subnucléaire	7
1.1 Le concept d'observation	7
1.2 Les interactions fondamentales	10
1.2.1 L'interaction gravitationnelle	10
1.2.2 L'interaction électromagnétique	12
1.2.3 L'interaction faible	13
1.2.4 L'interaction forte	15
1.3 Les quarks et les leptons	17
1.4 L'observation des particules subnucléaires	19
1.4.1 Les possibilités de l'interaction gravitationnelle	19
1.4.2 Les possibilités de l'interaction électromagnétique	20
1.4.3 Les possibilités de l'interaction faible	21
1.4.4 Les possibilités de l'interaction forte	21
1.5 Le rôle prépondérant de l'interaction électromagnétique	22
 2. L'électrodynamique: théorie et applications	 26
2.1 Les principes de l'électrodynamique	26
2.1.1 L'approche classique	26
2.1.2 L'approche quantique	30

2.1.3	Le lien entre la théorie et l'observation	34
2.2	L'interaction d'une particule chargée avec la matière	38
2.2.1	La perte d'énergie par ionisation	39
2.2.2	Le rayonnement de bremsstrahlung	43
2.2.3	La formation directe de paires particule-antiparticule	47
2.2.4	Le rayonnement de Čerenkov	49
2.2.5	Le rayonnement de transition	52
2.3	L'interaction des photons avec la matière	54
2.3.1	L'effet Compton	55
2.3.2	L'effet photoélectrique	57
2.3.3	La formation de paires particule-antiparticule	59
2.3.4	Le coefficient d'absorption de masse	62
2.3.5	Les effets de canalisation	64
3.	Les concepts et méthodes statistiques	66
3.1	Possibilités et limites de la statistique	66
3.2	Distributions statistiques	67
3.2.1	La distribution binômiale	71
3.2.2	La distribution de Poisson	72
3.2.3	La distribution normale	74
3.2.4	La distribution du chi-carré	78
3.3	L'estimation de paramètres	80
3.3.1	Les propriétés à rechercher dans des estimateurs	81
3.3.2	Les méthodes de détermination	82
3.3.3	L'estimation des moyenne et écart-type	84
3.3.4	La détermination des paramètres de modèles	89
3.4	Les tests d'hypothèse	97
3.4.1	Le test du chi-carré	100
3.4.2	Le test du rapport de vraisemblance	102
3.4.3	Sélection du genre de test d'hypothèse	105
3.4.4	Compatibilité de plusieurs estimés de variance	106
3.4.5	Les tests d'hypothèses sur des modèles	107

II	Démarche expérimentale	110
4.	L'environnement expérimental	111
4.1	Le projet E-531	111
4.1.1	Le principe de la technique hybride	111
4.1.2	L'objectif du projet E-531	112
4.1.3	Le faisceau de particules	113
4.1.4	Le montage	113
4.2	L'émulsion nucléaire FUJI ET-7B	120
4.2.1	La composition de l'émulsion nucléaire	120
4.2.2	Les propriétés de l'émulsion nucléaire	122
4.3	Le processus photographique	137
4.3.1	Les caractéristiques physiques du bromure d'argent	138
4.3.2	Les caractéristiques de l'image latente	139
4.3.3	Les théories de formation de l'image latente	143
4.4	Le traitement chimique	149
4.4.1	Le prélavage	150
4.4.2	Le développement	152
4.4.3	Le bain d'arrêt	154
4.4.4	Le fixage	155
4.4.5	Le lavage	156
4.4.6	Le séchage à l'alcool	157
4.4.7	Le séchage à l'air	158
4.4.8	La conservation des émulsions nucléaires	159
4.5	Les observations dans l'émulsion nucléaire	159
4.5.1	Les effets électrodynamiques dans l'émulsion nucléaire	159
4.5.2	Les mesures quantitatives dans l'émulsion nucléaire	161
5.	La méthode expérimentale	168
5.1	Les facteurs affectant la densité de grains mesurée	169
5.1.1	L'effet de la position dans l'émulsion nucléaire	169
5.1.2	L'orientation des traces	170
5.1.3	La variabilité de l'observateur	172

5.1.4	L'incertitude statistique	173
5.1.5	Le bruit de fond	176
5.2	La reproductibilité	177
5.2.1	Les variables pertinentes	178
5.2.2	La première approche	178
5.2.3	La seconde approche	186
5.3	L'effet de profondeur	198
5.3.1	La méthode d'évaluation	199
5.3.2	La première approche	202
5.3.3	La seconde approche	208
5.3.4	La synthèse des première et seconde approches	219
6.	La perte d'énergie par ionisation	226
6.1	L'aspect théorique	226
6.1.1	La nature statistique de la perte d'énergie par ionisation	227
6.1.2	L'historique des modèles de perte d'énergie	229
6.2	L'aspect expérimental	242
6.2.1	Les paramètres de la perte d'énergie	242
6.2.2	Les calculs numériques	250
6.2.3	Les résultats admis sur la perte d'énergie par ionisation	255
6.3	Les mesures expérimentales	262
6.3.1	La prise des mesures	262
6.3.2	La réduction des données	269
6.3.3	L'analyse statistique	279
6.3.4	Discussion des résultats	288
7.	Le rayonnement de transition	294
7.1	La théorie du rayonnement de transition	294
7.1.1	Considérations générales	294
7.1.2	La description théorique de la situation expérimentale	298
7.2	La situation expérimentale	303
7.2.1	Variables de l'émulsion nucléaire	304
7.2.2	Calculs numériques	306

7.3 L'approche expérimentale	309
7.3.1 La méthodologie expérimentale	310
7.3.2 L'analyse statistique	340
7.3.3 Discussion	345
Conclusion	351
Bibliographie	355
A. Préparation: microscopie électronique	388
A.1 Préparation de la solution de grains de bromure d'argent	388
A.2 L'exposition au microscope électronique à transmission	388
A.3 L'exposition au microscope électronique à balayage	388
B. Mesures de calibration	390
C. Mesures brutes (Perte d'énergie par ionisation)	399
D. Mesures brutes (Rayonnement de transition)	404

Liste des tableaux

1.1	Résumé des caractéristiques des interactions fondamentales.	11
1.2	Nombres quantiques des leptons.	18
1.3	Nombres quantiques des quarks.	19
1.4	Liste des hadrons stables et métastables.	24
1.5	Liste des leptons stables et métastables.	25
4.1	Composition chimique de l'émulsion nucléaire FUJI ET-7B.	121
4.2	Caractéristiques statistiques des différentes photographies.	131
4.3	Traitement chimique des émulsions FUJI ET-7B.	151
4.4	Séchage à l'alcool: solutions, températures et durées.	158
5.1	Évaluation du bruit de fond.	177
5.2	Facteur de reproductibilité—Année 1984.	184
5.3	Facteur de reproductibilité—Année 1985.	184
5.4	Reproductibilité à court terme—Années 1984 et 1985.	185
5.5	Traces utilisées—Reproductibilité—Seconde approche.	188
5.6	Facteur de reproductibilité: période 1.	190
5.7	Facteur de reproductibilité: période 2.	190
5.8	Facteur de reproductibilité: période 3.	191
5.9	Données sur la reproductibilité: période 4.	191
5.10	Facteur de reproductibilité: période 4.	191
5.11	Période 5: Données de reproductibilité.	192
5.12	Facteur de reproductibilité: période 5.	192
5.13	Facteur de reproductibilité: période 6.	193
5.14	Valeurs du facteur interpériodique	197
5.15	Facteurs interpériodiques associés aux années 1984 et 1985.	198
5.16	Trace utilisées—Effet de profondeur—Première approche.	202
5.17	Vérification de la reproductibilité	203
5.18	Densités de grains moyennes pour chaque intervalle et chaque trace (en grains/100 μm).	205

5.19	Densités de grains moyennes pour chaque intervalle de profondeur.	206
5.20	Traces utilisées—Effet de profondeur—Seconde approche.	208
5.21	Etude de l'effet de profondeur: trace 1063 5095-4.	210
5.22	Etude de l'effet de profondeur: trace 1159 4042-1.	213
5.23	Effet de profondeur: trace 1213 2364-1.	215
5.24	Etude de l'effet de profondeur: trace 1255 4789-5	217
5.25	Résumé des mesures de 1985—Effet de profondeur—Seconde approche.	221
5.26	Approche 2: Synthèse des mesures	222
5.27	Comparaison des deux courbes de calibration—Effet de profondeur.	224
6.1	Modèles de perte d'énergie par ionisation: 1913-1933.	230
6.2	Paramètres de Sternheimer du bromure d'argent.	233
6.3	Paramètres de Sternheimer de l'émulsion nucléaire.	233
6.4	Formules numériques de Sternheimer (perte d'énergie restreinte).	234
6.5	Formules numériques de Sternheimer (perte d'énergie la plus probable).	235
6.6	Niveaux d'énergie et populations du brome et de l'argent.	243
6.7	Résumé des travaux sur la densité de grains (1950-1975).	259
6.8	Vérification de la reproductibilité (1986-1988).	266
6.9	Vérification de la reproductibilité (1984-1988).	267
6.10	Vérification de la reproductibilité (1984-1988) (Suite).	268
6.11	Perte d'énergie: données réduites.	277
6.12	Perte d'énergie: données réduites (Suite).	278
6.13	Traces de calibration: intervalle de temps.	281
6.14	Optimisation: Perte d'énergie la plus probable et modèle de Demers.	285
6.15	Optimisation: Perte d'énergie la plus probable et modèle à deux populations.	286
6.16	Optimisation: Perte d'énergie restreinte et modèle de Demers.	286
6.17	Optimisation: Perte d'énergie restreinte et modèle à deux populations.	287
6.18	Optimisation: modèle atomique.	289
7.1	Densités électroniques et énergies de plasma.	305
7.2	Rayonnement de transition: ampleur de l'accroissement logarithmique.	309
7.3	Approche 1: données réduites	315
7.4	Mesures expérimentales: Événement 1069 5986.	318
7.5	Données réduites: Événement 1069 5986.	319
7.6	Données brutes: Événements 1230 5991 et 1209 1536.	320

7.7	Données réduites: Événements 1230 5991 et 1209 1536.	320
7.8	Données finales: Événements 1230 5991 et 1209 1536.	321
7.9	Caractéristiques des traces de muons de calibration: module H-10.	321
7.10	Module H-10: densité de grains en fonction de la profondeur.	322
7.11	Données brutes: module H-10.	323
7.12	Données réduites: module H-10.	323
7.13	Caractéristiques des traces des modules verticaux utilisés.	326
7.14	V-3 1014 0168: moyennes et variances.	327
7.15	V-3 1101 1005: moyennes et variances.	328
7.16	V-3 1373 0915: moyennes et variances.	328
7.17	V-28 0671 8147: moyennes et variances.	329
7.18	Valeur de la variance de la reproductibilité: modules verticaux.	332
7.19	Modules verticaux: Facteur correctif dû à la régression.	334
7.20	Différence de densités de grains: modules verticaux.	335
7.21	Moyennes et variances des traces des modules verticaux	336
7.22	Approche 3: données réduites	338
7.23	Données regroupées des première et seconde approches.	339
7.24	Résultats des différents ajustements possibles.	343
B.1	Données brutes normalisées: année 1984.	390
B.2	Données brutes normalisées: année 1985.	391
B.3	Données brutes normalisées de la période 1.	391
B.4	Données brutes normalisées de la période 2.	392
B.5	Données brutes normalisées de la période 3.	392
B.6	Données brutes normalisées de la période 4.	392
B.7	Données brutes normalisées de la période 5.	393
B.8	Données brutes normalisées de la période 6.	394
B.9	Données réduites: facteur interpériodique.	394
B.10	Mesures réduites sur l'effet de profondeur: trace 1264 5032-1.	395
B.11	Mesures réduites sur l'effet de profondeur: trace 1317 3776-1.	395
B.12	Mesures réduites sur l'effet de profondeur: trace 1217 2228-1.	395
B.13	Mesures réduites sur l'effet de profondeur: trace 1173 5131-4.	396
B.14	Mesures réduites sur l'effet de profondeur: trace 1317 1230-5.	396
B.15	Mesures réduites sur l'effet de profondeur: trace 1068 2822-3.	396

B.16 Mesures réduites sur l'effet de profondeur: trace 1189 4841-4.	397
B.17 Mesures brutes sur l'effet de profondeur: trace 1063 5095-4.	397
B.18 Mesures brutes sur l'effet de profondeur: trace 1159 4042-1.	397
B.19 Mesures brutes sur l'effet de profondeur: trace 1213 2364-1.	398
B.20 Mesures brutes sur l'effet de profondeur: trace 1255 4789-5	398
C.1 Perte d'énergie: données de l'émulsion.	399
C.2 Perte d'énergie: données de l'émulsion (Suite).	400
C.3 Perte d'énergie: données de l'émulsion (Suite).	401
C.4 Perte d'énergie: données du spectromètre.	402
C.5 Perte d'énergie: données du spectromètre (Suite).	403
D.1 Effet de profondeur: module H-10 (I).	404
D.2 Effet de profondeur: module H-10 (II).	405
D.3 Données brutes: Événement V-3 1014 0168.	405
D.4 Données brutes: Événement V-3 1101 1005.	406
D.5 Données brutes: Événement V-13 1373 0915.	406
D.6 Données brutes: Événement V-28 0671 8147.	407

Liste des figures

2.1	Diagrammes de Feynman de l'interaction d'un électron et d'un positron. . .	33
2.2	Diagramme de Feynman de la perte d'énergie par ionisation.	41
2.3	Diagramme de Feynman du rayonnement de bremsstrahlung.	44
2.4	Diagramme de Feynman de la production directe d'une paire particule- antiparticule.	48
2.5	Diagramme de l'origine du rayonnement de Čerenkov	50
2.6	Diagramme de Feynman de la formation d'une paire particule-antiparticule.	59
3.1	Densité de probabilités asymétrique.	70
3.2	Erreurs de types I et II.	99
4.1	Schéma du montage utilisé dans le projet E-531.	114
4.2	Taille des grains de bromure d'argent I (49000 X).	127
4.3	Taille des grains de bromure d'argent II (49000 X).	128
4.4	Taille des grains de bromure d'argent III (50000 X).	129
4.5	Taille des grains de bromure d'argent IV (15100 X).	130
4.6	Distribution des tailles des grains de bromure d'argent (45000 X).	133
4.7	Distribution de la taille des grains de bromure d'argent (15000 X).	134
4.8	Photographies de grains de bromure d'argent obtenues au microscope élec- tronique à balayage.	136
5.1	Système de coordonnées (module horizontal).	171
5.2	Histogramme des densités de grains de la trace 2 de l'événement 1065 0972.	175
5.3	Reproductibilité: année 1984	182
5.4	Reproductibilité: année 1985	183
5.5	Reproductibilité—Seconde approche: période 1.	191
5.6	Reproductibilité—Seconde approche: période 2.	192
5.7	Reproductibilité—Seconde approche: période 3.	193
5.8	Reproductibilité—Seconde approche: période 6.	194
5.9	Effet de profondeur: première approche	207
5.10	Effet de profondeur: trace 1063 5095-4.	212

5.11	Effet de profondeur: trace 1159 4042-1.	214
5.12	Trace 1213 2364-1—Effet de profondeur.	216
5.13	Trace 1255 4789-5—Effet de profondeur.	218
5.14	Ensemble des données recueillies—Effet de profondeur.	224
6.1	Perte d'énergie restreinte dans le modèle de Sternheimer.	251
6.2	Perte d'énergie la plus probable dans le modèle de Sternheimer.	252
6.3	Perte d'énergie restreinte dans le modèle atomique.	256
6.4	Perte d'énergie restreinte dans le modèle atomique.	257
6.5	Perte d'énergie la plus probable de Sternheimer.	285
6.6	Perte d'énergie restreinte de Sternheimer (1956 à 1984).	287
6.7	Perte d'énergie restreinte dans le modèle atomique et dans le modèle de Sternheimer (1952).	288
6.8	Régression de l'image latente.	289
7.1	Production théorique de rayonnement de transition.	308
7.2	Histogramme des variances: Événement V-3 1101 1005.	330
7.3	Différence des densités de grains pour des traces au plateau.	346

Introduction

Le vingtième siècle a été témoin de profonds changements conceptuels et méthodologiques dans le domaine de la physique. La matière, jusqu'alors explorée presque uniquement au niveau macroscopique, a, au cours de ce siècle, révélé toute une série de nouvelles structures, de plus en plus microscopiques. L'étude de ces structures—atomique, nucléaire et subnucléaire—a suivi le même principe, soit le bombardement d'une cible avec un projectile aux caractéristiques appropriées et l'analyse des éventuelles interactions.

L'échelle subnucléaire a été explorée par l'intermédiaire de deux sources de projectiles: les rayons cosmiques et les accélérateurs de particules chargées. Les premières découvertes (le positron et le muon, par exemple) ont été réalisées par l'étude des interactions des rayons cosmiques [1] mais, par la suite, les accélérateurs de particules chargées sont devenus la principale source de projectiles pour les expériences de physique des hautes énergies. Les accélérateurs ont en effet permis le développement de faisceaux de particules (neutres ou chargées) de type et de caractéristiques (intensité, dispersion angulaire, domaine d'énergie en particulier) très variés [2,3], ouvrant ainsi la voie à une exploration étendue du domaine subnucléaire. D'autre part, avec la mise en service des collisionneurs, les accélérateurs ont ouvert l'accès à un domaine d'énergie jusque-là accessible uniquement dans les interactions des rayons cosmiques [1,2,3]. De larges efforts sont investis dans la recherche de nouvelles méthodes permettant d'atteindre des énergies encore plus élevées [2,3,4].

Toutefois, la réalisation d'interactions à de très hautes énergies dans le centre de masse ne représente que la première partie d'une expérience de physique subnucléaire. L'autre partie, au rôle tout aussi important, est la conception et le développement de l'instrumentation permettant l'analyse des interactions. Un changement conceptuel et méthodologique est également intervenu dans le domaine de l'instrumentation, bien que de moindre ampleur: si, avant le vingtième siècle, l'instrumentation pouvait être conçue de façon très empirique, une telle démarche comporte de sérieuses limites dans l'étude des phénomènes microscopiques. Ceux-ci échappent davantage à l'intuition et, en conséquence, l'observation des particules subnucléaires fait beaucoup plus appel aux notions de la théorie qu'il n'est coutume dans les autres sphères de la physique expérimentale.

L'objet de cette thèse est d'étudier quantitativement les processus physiques et surtout, électrodynamiques, qui régissent la formation des traces de particules chargées dans l'émulsion nucléaire. Il s'agit en particulier de déterminer dans quelles conditions (et avec quelle précision) il est possible d'identifier des particules chargées par les caractéristiques de leurs traces dans l'émulsion nucléaire. Empiriquement, l'existence de la relation ne fait pas de doute et on dispose de modèles qui reproduisent qualitativement les observations expérimentales, en ne faisant intervenir que la perte d'énergie. La situation n'est toutefois pas pleinement satisfaisante: l'absence d'un modèle quantitatif précis restreint la possibilité d'identifier les particules chargées au domaine où leur facteur de Lorentz est à peine supérieur à 1. Ce qui exclut tout le domaine ultrarelativiste. De plus, le rôle éventuel d'autres effets électrodynamiques dans cette relation n'a été considéré que dans le cas du rayonnement de Čerenkov. Le sujet gagnerait donc à être étudié davantage.

L'étude des principes de l'instrumentation peut évidemment faire l'objet d'une expérience en soi. Toutefois, en physique des hautes énergies, les contraintes matérielles forcent souvent ce type de recherche à être effectué dans le cadre d'un projet destiné principalement à l'étude des interactions ou des propriétés des particules subnucléaires. À l'image de la plupart des expériences de physique des hautes énergies, le projet E-531 (FNAL) a accumulé une importante quantité de données dont une portion assez modeste s'avérerait intéressante en regard des objectifs de l'expérience. Le travail présenté dans cette thèse a été mené avec l'aide des données recueillies au cours de ce projet.

Cette thèse est divisée en deux parties, la première consacrée purement aux fondements théoriques, la seconde faisant intervenir à la fois notions théoriques et résultats expérimentaux. La première partie, qui comprend les trois premiers chapitres, a un rôle purement conceptuel et ne vise qu'à introduire les notions théoriques fondamentales qui interviendront dans la seconde partie. Il s'agit d'une certaine façon d'une discussion du cadre général dans lequel s'insère le travail expérimental présenté dans la seconde partie. Dans cette dernière, l'insistance est sur l'aspect expérimental et la théorie qui y intervient sert spécifiquement à l'interprétation des résultats expérimentaux.

Le premier chapitre est consacré à un exposé des notions théoriques fondamentales régissant les interactions des particules subnucléaires entre elles et, donc, la conception et l'élaboration de l'instrumentation utilisée en physique subnucléaire. Le niveau de cet exposé est très général et plutôt qualitatif. L'objectif en est de souligner le lien entre les processus subnucléaires fondamentaux et la conception d'instrumentation pour la physique

des hautes énergies (destinée précisément à permettre une élucidation plus profonde de ces mêmes interactions fondamentales) ou, autrement dit, entre l'observation en physique subnucléaire et les interactions fondamentales connues. Cette discussion conduit à la conclusion que les processus électrodynamiques sont indubitablement plus avantageux pour l'observation des particules subnucléaires que les processus où interviennent d'autres interactions.

En conséquence de ce résultat, le chapitre 2 est consacré à un exposé de l'interaction électromagnétique et des effets électrodynamiques les plus notables. On tâche d'aborder à la fois les aspects classiques et quantiques, mais dans une perspective idéale, où les effets surgissent isolément. De plus, la description est présentée sans référence à un système expérimental particulier.

Le troisième chapitre est entièrement consacré à un exposé de statistiques. Il s'agit là d'un domaine très vaste et la présentation sera conséquemment restreinte aux notions directement pertinentes au matériel de cette thèse. La discussion, sans prétendre à un haut niveau de rigueur mathématique, tâchera d'expliquer et de justifier la démarche poursuivie et le matériel présenté. Cette approche vise d'une part à éviter que les conclusions déduites des données expérimentales ne prennent l'allure d'un *deus ex machina*, d'autre part à expliciter certaines notions qui interviennent dans le traitement théorique des effets électrodynamiques, dans le cas où ceux-ci résultent d'un nombre élevé d'interactions microscopiques de nature plus ou moins aléatoire.

Le quatrième chapitre, où débute la seconde partie, prend une tournure moins théorique et surtout, plus spécifique, que les trois premiers. Alors que ceux-ci étaient consacrés à une synthèse des connaissances théoriques préliminaires au développement de techniques expérimentales de physique des hautes énergies, le chapitre 4 présente le spectromètre du projet E-531, dont les données ont joué un rôle essentiel dans l'expérimentation décrite par la suite, puis discute les caractéristiques de l'émulsion nucléaire en tant qu'instrumentation de physique des hautes énergies. On tente particulièrement de faire ressortir le lien entre les processus électrodynamiques, qui constituent le processus primaire de détection, et le processus photographique, par lequel le signal devient macroscopiquement observable. On discute ainsi le traitement chimique que doivent subir les émulsions nucléaires consécutivement à leur irradiation. Enfin, la dernière section du chapitre décrit les types de mesures qui peuvent être effectuées dans l'émulsion nucléaire.

Le chapitre 5 est d'essence méthodologique: on y considère les effets systématiques qui

semblent probants et on y élabore une méthodologie visant à en permettre l'évaluation. Ce chapitre vise spécifiquement à établir un modèle (à la fois aux sens scientifique et statistique du terme) de la procédure d'évaluation de densités de grains dans l'émulsion. Dans cette optique, on attache beaucoup d'importance à la cohérence intrinsèque du modèle proposé, motivant plusieurs études de vérification de celui-ci (ou tests de cohérence). Deux effets apparaissent prépondérants: l'effet de profondeur, soit une variation de la densité de grains d'argent des traces avec la position dans l'émulsion nucléaire, et la reproductibilité, provenant du manque de constance de l'observateur dans la prise des mesures. Dans chacun des deux cas, l'étude est menée à l'aide de deux approches différentes, afin de réduire les possibilités d'erreurs systématiques du modèle proposé.

Le titre de ce travail ne trouve sa justification qu'au chapitre 6, où se retrouve la première des études que nous avons effectuées sur l'identification des particules chargées dans l'émulsion nucléaire. Ce chapitre développe dans le détail (et dans l'optique spécifique de l'émulsion nucléaire) la perte d'énergie par ionisation des particules chargées ultrarelativistes, qui n'avait été qu'esquissée dans le second chapitre. Une revue historique du sujet y apparaît, qui s'accompagne d'une discussion critique des principales approches. Le chapitre se poursuit ensuite par une description de la procédure expérimentale utilisée pour étudier le phénomène dans l'émulsion nucléaire, en insistant particulièrement sur la réduction des données et la vérification de leur cohérence. L'analyse des données tient compte de deux effets: la perte d'énergie par ionisation (un processus électrodynamique) et la régression de l'image latente (un processus d'origine photographique). Différents modèles sont considérés pour l'un et l'autre effets, d'où il ressort que les modèles les plus généralement utilisés pour décrire les deux effets ne sont pas quantitativement très satisfaisants; des modèles plus récents semblent convenir mieux mais se révèlent en contrepartie plus difficiles à utiliser.

Enfin, le septième et dernier chapitre expose de façon assez détaillée la théorie du rayonnement de transition. Celle-ci est ensuite appliquée au cas de l'émulsion nucléaire, indiquant que le rayonnement de transition pourrait intervenir dans la formation des traces mais qu'il ne s'y manifesterait distinctement qu'aux facteurs de Lorentz très élevés, où la perte d'énergie sature (et devient donc identique peu importe le facteur de Lorentz). Une étude expérimentale menée dans ce domaine de facteurs de Lorentz fournit une indication compatible avec cette éventualité, en révélant une dépendance de la densité de grains en fonction du facteur de Lorentz. Une interprétation alternative de ce résultat en termes

des effets systématiques étudiés dans les chapitres précédents n'est pas impossible mais semble improbable.

La conclusion fait ressortir la valeur d'une modélisation des détecteurs reposant sur des modèles théoriques simples des effets électrodynamiques joints à une description empirique éclairée du processus d'enregistrement du signal ou d'amplification de l'interaction primaire. Elle insiste surtout sur la nécessité de tenir compte, dans la conception d'un détecteur, de ces deux aspects complémentaires et indissociables que représentent le processus électrodynamique primaire et la production d'un signal macroscopiquement observable. On y fait enfin ressortir les limites et les faiblesses des modèles utilisés et on y discute les possibilités de les améliorer, le cas échéant.

Partie I

Fondements théoriques

Chapitre 1. L'observation en physique subnucléaire

1.1 Le concept d'observation

Le concept d'observation en physique classique (pré-relativiste et pré-quantique) ne jouait pas de rôle majeur. En effet, la physique classique considérait que les phénomènes physiques pouvaient être observés sans que cela influe sur leur développement. Les lois de la physique classique intervenaient sous deux aspects: elles régissaient le phénomène physique à l'étude et constituaient également la structure théorique de la procédure d'observation. Le déterminisme des processus classiques permettait en principe d'éliminer l'éventuelle influence de la procédure d'observation sur le phénomène physique étudié. Il était donc possible d'assigner des propriétés définies aux objets physiques [5].

L'émergence en 1905 de la théorie de la relativité, suivie moins de vingt ans plus tard par celle de la théorie quantique, entraîna une sérieuse reformulation du concept d'observation, avec d'importantes conséquences à l'échelle subnucléaire, intrinsèquement relativiste et quantique.

Avec l'avènement de la théorie de la relativité, il devenait nécessaire, pour pouvoir interpréter ou comparer des observations, de préciser le référentiel à partir duquel elles étaient effectuées. Il s'avère que le référentiel du centre de masse, où la quantité de mouvement globale est nulle, est un référentiel particulièrement approprié, dans lequel les phénomènes devraient prendre un aspect plus simple que dans un référentiel arbitraire. Dans une interaction de physique subnucléaire, le référentiel dans lequel sont effectuées les observations n'est généralement pas celui du centre de masse¹ et un changement de référentiel est requis.

Le développement de la théorie quantique a eu un impact similaire sur le concept d'observation, mais à un niveau différent. Un des concepts de la théorie quantique, celui portant sur l'incertitude fondamentale des phénomènes physiques, était en contradiction frappante avec le concept classique d'observation. La distinction que faisait la physique classique entre l'observation et l'interaction, ou, en d'autres termes, entre le phénomène

¹Cependant, dans plusieurs anneaux de collisions, les référentiels du laboratoire et du centre de masse coïncident.

physique et la procédure par laquelle il est étudié, a disparu dans le concept quantique d'observation [5]. Cette équivalence que pose la théorie quantique entre observation et interaction rend impossible la détermination précise, au sens classique, de l'état d'une particule subnucléaire. En d'autres mots, du point de vue quantique, il existe une limite à l'exhaustivité avec laquelle on peut caractériser un système, certaines caractéristiques ne pouvant simultanément être déterminées avec précision. Cette difficulté disparaît dans la limite classique mais peut être importante dans l'observation à l'échelle subnucléaire et peut fortement limiter la quantité d'information qu'il est possible d'amasser sur des particules subnucléaires.

En particulier, puisque dans la conception quantique, la notion de propriété d'une particule disparaît au profit de celle de caractéristique d'une interaction, l'étude expérimentale des particules élémentaires devient réellement l'étude des interactions des particules élémentaires. En conséquence, les principes fondamentaux de l'instrumentation sont identiques à ceux qui gouvernent les interactions fondamentales. La conception d'instrumentation revient donc à exploiter une interaction qu'on considère comprise, à un certain niveau de précision, pour en explorer une autre qui nous échappe davantage. Donc, en principe, la conception d'instrumentation se développe en suivant le progrès des connaissances fondamentales, avec la contrainte additionnelle des limites technologiques du moment. Comme les connaissances fondamentales progressent souvent par l'introduction d'une instrumentation de précision supérieure, il n'est pas exagéré de dire que l'instrumentation et les connaissances fondamentales progressent en symbiose. Par abus de langage, on tendra à parler d'une caractéristique d'une particule élémentaire mais il doit être clair que l'on n'observe jamais qu'une caractéristique d'une interaction et que, pour pouvoir déterminer cette caractéristique, l'instrumentation doit être conçue de telle sorte qu'une interaction spécifique domine les autres.

On ne peut recourir à une interaction donnée pour fins d'observation que si elle répond à certaines contraintes:

1. Elle doit être connue avec assez précision, le niveau exact étant déterminé par la précision désirée.
2. Elle doit pouvoir être distinguée des éventuelles autres interactions également susceptibles de se produire, soit par ses caractéristiques intrinsèques, soit par une probabilité beaucoup plus grande (en termes techniques, une section efficace élevée.), en

général, par une combinaison des deux.

3. Elle doit enfin pouvoir être exploitée dans le cadre des limites technologiques du moment.

Le premier point concerne uniquement le niveau de connaissance atteint sur une interaction, donc le niveau théorique, tandis que les deux points suivants ont plutôt à voir avec l'aspect expérimental, soit le montage à réaliser pour observer cette interaction en excluant dans la mesure du possible les autres interactions qui pourraient contaminer l'information recueillie.

Un dernier point mérite mention: la théorie quantique contient comme cas limite la théorie classique et, en conséquence, il existe un domaine où les deux théories produisent les mêmes résultats. Dans cette situation, l'analyse de l'interaction s'en trouve généralement simplifiée et l'observation devient plus limpide. Conformément aux concepts de la physique classique, on peut alors considérer que la particule subnucléaire n'est pas notablement affectée par l'observation. On parle alors d'observation *non destructive*. Par contraste, si l'observation a un fort caractère quantique, elle peut produire un changement suffisamment important entre l'état initial et l'état final pour qu'une observation subséquente s'avère pratiquement sans valeur. Une observation présentant cette caractéristique est appelée *destructive*. En résumé, si les changements dans l'état de la particule subnucléaire sont drastiques, on parle d'observation destructive; c'est en particulier le cas lorsqu'il y a perte d'identité dans une interaction, par exemple, une interaction impliquant un changement de charge électrique. En contrepartie, si, par exemple, l'observation ne provoque que de faibles changements sur des quantités continues, comme l'énergie ou la quantité de mouvement, l'observation sera appelée *non destructive*. Lorsqu'une observation destructive est effectuée sur une particule subnucléaire, il devient impossible de recueillir davantage de renseignements sur cette particule et, en conséquence, il est nécessaire de se restreindre à des observations non destructives lorsque ces observations doivent être suivies d'autres observations, destructives ou non destructives.

La nature d'une observation, destructive ou non destructive, ne représente pas une propriété immuable et inconditionnelle d'un détecteur. Les raisons en sont les suivantes:

1. L'interaction des particules subnucléaires étant un phénomène quantique, il ne peut être affirmé *a priori* que l'interaction se déroulera suivant un processus particulier, à moins qu'il ne s'agisse du seul processus possible. Ce qui entraîne qu'il n'est

généralement pas possible de concevoir un détecteur où un seul type d'interaction pourra avoir lieu. Il existe donc une ambiguïté irréductible entre les deux genres d'observation.

2. Une observation peut s'avérer destructive pour un type de particule et non destructive pour un autre, un résultat à vrai dire fréquent.
3. La conception du détecteur constitue également un élément déterminant. Une interaction originellement non destructive prendra l'aspect d'une observation destructive si les informations recueillies sur l'interaction sont incomplètes.

On peut conclure de ces remarques que la nature d'une observation repose sur la conjonction de plusieurs facteurs: l'interaction fondamentale intervenant entre la particule subnucléaire incidente et les particules subnucléaires présentes dans le détecteur, les caractéristiques cinématiques de l'interaction, le type des particules subnucléaires impliquées et la façon par laquelle l'interaction entre les particules subnucléaires est utilisée pour former une observation.

Il ressort de ces considérations que la conception d'une instrumentation pour la physique des hautes énergies repose sur une connaissance (de toute évidence partielle et fragmentaire) des interactions des particules subnucléaires. La prochaine section décrira la structure conceptuelle des quatre interactions fondamentales connues.

1.2 Les interactions fondamentales

Le cadre conceptuel de la physique actuelle considère qu'il suffit de quatre interactions fondamentales pour rendre compte des phénomènes naturels. Ces interactions, gravitationnelle, électromagnétique, faible et forte, affichent des caractéristiques apparemment très dissemblables, qu'il s'agisse de la portée de l'interaction, de son intensité, ou du type de charges qui y interviennent. Ces caractéristiques, résumées dans le tableau 1.1, seront sommairement exposées dans les prochains paragraphes.

1.2.1 L'interaction gravitationnelle

L'interaction gravitationnelle fut d'abord décrite en 1687 par sir Isaac Newton [8] comme une interaction attractive entre corps massifs et fut reformulée par Albert Einstein [9] plus

Tableau 1.1: Résumé des caractéristiques des interactions fondamentales.

Caractéristiques	gravitationnelle	Interaction électrofaible	forte
Intensité	$\sim 4 \times 10^{-23}$	$\sim \frac{1}{137}$	~ 1
Boson médiateur (spin)	graviton (2) (postulé)	photon (1) W^+ (1) W^- (1) Z^0 (1)	8 gluons (1)
Masse des bosons médiateurs (GeV/c^2)	nulle	photon: nulle W^+ : 81 W^- : 81 Z^0 : 92	nulle
Portée (m)	∞	photon: ∞ W^+ : 10^{-17} W^- : 10^{-17} Z^0 : 10^{-17}	10^{-15}
Variété de charges	énergie	isospin faible hypercharge faible	couleur (3 variétés)
Source: [6,7]			

de 200 ans plus tard, comme une courbure de l'espace-temps due à la présence d'énergie. Cette théorie de la relativité générale s'accorde bien avec les observations expérimentales [10]. L'interaction gravitationnelle est la seule des quatre interactions fondamentales connues à n'avoir jusqu'à présent révélé aucune manifestation quantique.

Un argument d'analyse dimensionnelle en suggère la raison: Une combinaison des trois constantes fondamentales reliées à la gravitation et à la théorie quantique permet d'obtenir une quantité ayant la dimension d'une masse, appelée masse de Planck, M_p :

$$M_p = \left(\frac{\hbar c}{G} \right)^{\frac{1}{2}} = 1,2 \times 10^{19} \text{ GeV}/c^2. \quad (1.1)$$

Une telle masse, ou un tel domaine d'énergie, est à toute fin pratique inaccessible à l'expérimentation actuelle. Ce qui peut expliquer l'absence d'effet gravitationnel quantique.

Il existe néanmoins des approches qui pourraient mener à une théorie quantique de la gravitation: les théories de la supersymétrie et des supercordes [11,12]. Ces théories cherchent à réaliser l'unification des quatre interactions fondamentales en une seule interaction revêtant quatre aspects différents aux énergies peu élevées (quelques dizaines de GeV ou moins) et s'inspirent d'une tentative semblable d'Hermann Weyl visant à unifier l'électromagnétisme et la gravitation [13].

1.2.2 L'interaction électromagnétique

Une remarquable synthèse des nombreux phénomènes électriques et magnétiques fut réalisée par James Clerk Maxwell [14] à partir de 1856. Il devint alors possible de décrire tous les phénomènes électromagnétiques à l'aide de quatre équations différentielles du premier ordre, couplées, linéaires et inhomogènes. La spectroscopie allait toutefois indiquer que cette théorie classique des interactions électromagnétiques devenait inadéquate à l'échelle atomique.

Les cinquante premières années du vingtième siècle permirent de résoudre le problème. L'élaboration de la théorie quantique du champ [15], qui permit d'expliquer les phénomènes atomiques, et le développement de la procédure de renormalisation [16], qui, par une redéfinition de la masse et de la charge électrique, rendit la théorie quantique du champ cohérente, menèrent à une théorie de l'interaction électromagnétique, l'électrodynamique quantique, qui a été vérifiée avec une précision inégalée [17]. Par exemple, la mesure du

moment magnétique du muon [18] a révélé un accord entre la théorie et l'expérience au niveau d'une partie par milliard.

Les caractéristiques principales de l'électrodynamique quantique peuvent se résumer ainsi (voir aussi le tableau 1.1):

1. On peut associer à une particule interagissant électromagnétiquement une charge, la *charge électrique*, qui constitue un de ses nombres quantiques.
2. L'interaction est véhiculée par un boson de spin 1, sans masse et de charge électrique nulle, le *photon*, ce qui donne à l'interaction électromagnétique une portée infinie [19].
3. L'intensité de l'interaction électromagnétique peut être représentée par un nombre sans dimension (dépendant toutefois de l'énergie à laquelle il est mesuré [20]), la *constante de structure fine*, qu'on peut exprimer sous la forme [21]: $\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137}$.

L'électrodynamique quantique a servi de modèle pour le développement de théories quantiques du champ décrivant les interactions faible et forte.

1.2.3 L'interaction faible

La première description de l'interaction faible a été réalisée par Enrico Fermi en 1934 [22]. L'interaction faible y était conçue comme une interaction de contact, ponctuelle, entre deux courants de probabilité. La théorie n'était toutefois pas renormalisable. Cette difficulté persista malgré les améliorations apportées au modèle de Fermi, la plus notable étant l'introduction par Lee et Yang [23] d'une composante violant la conservation de la parité. Il fallut attendre les travaux de Glashow, Weinberg et Salam [24,25] pour qu'une théorie quantique renormalisable de l'interaction faible existe. L'interaction faible y devenait possible soit par *courant chargé*, qui entraîne en général la disparition des fermions initiaux, ou par *courant neutre*, où les fermions initialement présents sont également présents à la fin de l'interaction. Le type de courant, neutre ou chargé, réfère à la charge du boson médiateur qui le véhicule. Cette théorie offrait le bénéfice inattendu d'unifier les interactions faible et électromagnétique. Plusieurs observations expérimentales ont depuis confirmé la validité de cette théorie, en particulier, l'observation des courants neutres [26] et l'observation des bosons médiateurs W^+ , W^- et Z^0 [27].

La théorie électrofaible de Glashow, Weinberg et Salam présente les caractéristiques suivantes (voir aussi tableau 1.1):

1. L'interaction est transmise par l'intermédiaire de quatre bosons (de spin 1), le photon, γ , et les trois bosons W^+ , W^- et Z^0 . Le premier est dépourvu de masse tandis que les trois autres sont largement massifs (environ 90 fois la masse du proton). Cette asymétrie entre les masses des bosons médiateurs peut être expliquée par le mécanisme de brisure de symétrie spontanée, qui fait intervenir une particule dont l'existence demeure à établir, le *boson de Higgs* [28,29].
2. L'intensité de l'interaction électrofaible est du même ordre que celle de l'interaction électromagnétique. Toutefois, l'échange des bosons médiateurs massifs est très improbable aux énergies faibles en comparaison de leur énergie de masse. On peut d'ailleurs considérer cet effet comme une illustration du principe d'incertitude d'Heisenberg. Ceci peut expliquer l'apparente différence de nature et d'intensité entre les composantes électromagnétique et faible de l'interaction électrofaible.
3. L'interaction électrofaible requiert une généralisation du concept de charge. Alors que dans l'électrodynamique quantique, la charge est une quantité scalaire, il en va tout autrement de la charge intervenant dans l'interaction électrofaible: deux nombres quantiques y sont nécessaires pour caractériser la charge électrofaible. Le premier est essentiellement équivalent à la charge électrique et est appelé *hypercharge faible*. Le second est l'*isospin faible* [30,31].
4. Par contraste avec l'électrodynamique, où le photon est électriquement neutre, les bosons médiateurs, à l'exception du photon, portent une charge électrofaible.
5. La théorie électrofaible est une théorie *chirale*, c'est-à-dire qu'il ne peut y avoir échange des médiateurs W^+ , W^- et Z^0 que pour des états de spin précis des particules interagissant faiblement. Spécifiquement, une particule ne peut interagir faiblement que si elle est dans l'état *gauche*, c'est-à-dire si son spin est anti-parallèle à la direction de son mouvement. Dans le cas d'une antiparticule, c'est l'inverse, l'interaction faible ne pourra avoir lieu que si son spin pointe dans la même direction que son mouvement, ce qu'on qualifie de spin *droit* [31].
6. L'échange d'un Z^0 entre deux particules ne peut modifier que certains nombres

quantiques. Ainsi, les énergies des particules interagissantes pourront être modifiées (l'énergie devant toutefois être globalement conservée) et des particules pourront être créées dans l'interaction mais les particules interagissant initialement (quarks ou leptons) devront être présentes dans l'état final. Dans cette optique, l'échange d'un Z^0 est très similaire à celle d'un photon en électrodynamique quantique. Par contraste, l'échange d'un W^+ ou d'un W^- peut modifier le type d'une particule, un cas particulièrement frappant étant l'interaction en courant chargé d'un neutrino où un W^+ virtuel est émis, le neutrino disparaît et un lepton chargé négativement est produit.

Une partie de ces caractéristiques, *a priori* quelque peu surprenantes, se retrouve dans l'interaction forte.

1.2.4 L'interaction forte

Historiquement, la première grande étape dans la compréhension de l'interaction forte est due au physicien japonais Hideki Yukawa [32]. Il proposa le concept d'une interaction forte à courte portée qui était susceptible d'expliquer la cohésion nucléaire. Ce modèle apparut adéquat tant que le nombre de particules élémentaires connues demeura restreint. Cependant, la découverte des particules étranges dans les rayons cosmiques [1] de même que celle des résonances [33] requièrent le développement d'un modèle plus raffiné de l'interaction forte.

La seconde étape s'avéra être le développement du modèle des *quarks*, qui fut conçu principalement par Murray Gell-Mann et George Zweig [34]. Dans ce modèle, les particules interagissant fortement, les *hadrons*, ne sont plus considérées comme des particules élémentaires mais comme des états liés de corps plus fondamentaux, les quarks. Il n'a jusqu'à maintenant pas été possible d'observer directement les quarks. Le pouvoir prédictif du modèle s'est toutefois avéré à ce point impressionnant que le modèle des quarks est universellement accepté.

La chromodynamique quantique représente la troisième étape, étape au demeurant toujours en cours. Tout comme l'interaction électrofaible de Glashow-Weinberg-Salam, la chromodynamique quantique est une théorie de jauge quantique et renormalisable [35]. Les vérifications expérimentales de la chromodynamique quantique sont cependant à la fois moins nombreuses et moins concluantes que celles de la théorie électrofaible. L'existence

des *gluons*, les médiateurs de l'interaction forte, semble établie et on peut légitimement dire que les résultats expérimentaux actuels s'accordent avec les prédictions de la chromodynamique quantique mais il importe de souligner qu'il n'a jusqu'à maintenant pas vraiment été possible de tester minutieusement cette théorie [36,37].

Dans l'état actuel de nos connaissances, il est généralement admis (ou postulé) que la chromodynamique quantique possède les caractéristiques suivantes (voir le tableau 1.1):

1. La charge intervenant dans la chromodynamique quantique existe en trois variétés, dénommées *couleur* par analogie avec les notions théoriques de l'analyse de la lumière visible [38].
2. Une particule libre ne peut porter de charge de couleur nette. Elle doit donc en tout temps porter les trois variétés de charge de couleur ou une variété et son anti-variété [39]. Cet axiome repose entièrement sur l'absence de contre-exemple expérimental; il est suggéré, mais pas conclusivement établi, qu'il s'agisse d'une propriété de la chromodynamique quantique [37].
3. L'interaction chromodynamique est propagée par l'intermédiaire de huit bosons de spin égal à 1 appelés *gluons*. Ces gluons sont eux-mêmes porteurs d'une charge de couleur (et d'une anti-charge) et peuvent donc interagir avec d'autres gluons [34].
4. L'interaction forte, conformément à son nom, présente une intensité supérieure à celle de toutes les autres interactions (aux énergies actuellement accessibles). Le nombre sans dimension (ou constante de couplage) qui la caractérise est de l'ordre de 1. En conséquence, il est très difficile d'extraire des prédictions quantitatives de la chromodynamique quantique étant donné que la procédure de solution la plus courante en théorie quantique du champ, un développement en série de puissance de la constante de couplage, devient inadéquate lorsque cette constante est comparable ou supérieure à 1.

Il reste, afin de compléter le tableau des connaissances actuelles en physique des hautes énergies, à décrire les corps qui interviennent dans ces interactions. C'est l'objet de la prochaine section.

1.3 Les quarks et les leptons

Le paradigme actuel de la physique des hautes énergies, le *modèle standard*, comporte les interactions électrofaible et forte, le boson de Higgs, abordé précédemment (voir section 1.2.3), et douze fermions et antiferions, tous de spin $\frac{1}{2}$, qui apparaissent ponctuels aux énergies actuellement accessibles. Le modèle standard permet de décrire tous les phénomènes naturels où l'interaction gravitationnelle ne joue pas un rôle notable. Les fermions qu'il contient sont divisés en deux groupes: les *quarks*, précédemment abordés, qui peuvent interagir fortement, et les *leptons*, soit tous les autres. On peut effectuer une classification identique pour les antiferions.

Les leptons et les quarks peuvent être caractérisés par un groupe de nombres quantiques, qui peuvent être conçus comme des charges, c'est-à-dire qu'ils sont globalement conservés dans toute interaction. Ainsi, dans le cadre du modèle standard, les quarks et les leptons ont une valeur précise d'hypercharge faible, d'isospin faible et de couleur. La charge de couleur des leptons est identiquement nulle et d'autre part, comme ce nombre quantique n'est pas directement observable, il n'est généralement pas indiqué explicitement pour les quarks non plus. Il suffit de se rappeler que chaque type de quark peut exister en trois variétés de couleur. Il y a en revanche intérêt à indiquer l'hypercharge faible ainsi que l'isospin faible, à la fois pour les quarks et les leptons, puisque la conservation de ces charges mène à des conséquences directement observables.

Le tableau 1.2 présente les nombres quantiques des six leptons du modèle standard. On peut à ce sujet mentionner que l'existence du sixième lepton, le neutrino tau, ν_τ , est moins fermement établie que celle des autres leptons mais son existence fait tout de même peu de doute. En plus des nombres quantiques directement associés à des interactions, il existe trois nombres dont l'explication théorique demeure inconnue: il s'agit des nombres leptonique électronique, ℓ_e , leptonique muonique, ℓ_μ , et leptonique taunique, ℓ_τ . On peut reformuler cette constatation empirique de la façon suivante: le groupe des leptons est subdivisé en trois familles (électron, muon et tau) entre lesquels il n'existe pas de couplage.

Les antileptons peuvent être classés à partir des mêmes nombres quantiques. En fait, les nombres quantiques des antileptons diffèrent de ceux des leptons par une multiplication par -1; seule exception à cette règle, I^3 , l'isospin faible, qui demeure identique pour un lepton et son antilepton.

Tableau 1.2: Nombres quantiques des leptons.

Lepton	Nombre quantique						
	l_e	l_μ	l_τ	I^w	I_z^w	Y^w	Q
e_l^-	1	0	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	-1	-1
e_r^-	1	0	0	0	0	-2	-1
ν^{el}	1	0	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	-1	0
μ_l^-	0	1	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	-1	-1
μ_r^-	0	1	0	0	0	-2	-1
$\nu_{\mu l}$	0	1	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	-1	0
τ_l^-	0	0	1	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	-1	-1
τ_r^-	0	0	1	0	0	-2	-1
$\nu_{\tau l}$	0	0	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	-1	0
Source: [6,31,40]							

Des six quarks que comporte le modèle standard, un seul, le quark t , ne peut être justifié sur des résultats expérimentaux. Pour l'instant, sa justification est théorique. Les quarks possèdent une propriété assez surprenante, du moins à prime abord: leur charge électrique est fractionnaire [34]. Comme les leptons, deux nombres quantiques permettent de décrire leur comportement dans l'interaction électrofaible, l'isospin faible et l'hypercharge faible. Il existe également un autre nombre quantique, qui ne paraît pas être associé à une interaction en particulier: le nombre baryonique, B . Il joue un rôle très similaire à celui des nombres leptoniques à la différence près que puisqu'il n'y a qu'un nombre baryonique, il y a couplage entre les quarks. En d'autres termes, il y a plus d'éventualités dans une interaction entre quarks qu'entre leptons car moins de règles de conservation y interviennent. Ce couplage, qui n'a de conséquence que dans l'interaction faible, est décrit à l'aide d'une matrice unitaire de dimension 3×3 , la matrice de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa [41]. Cette matrice permet d'intégrer au formalisme de l'interaction faible la désintégration d'un quark à un autre quark moins massif par émission d'un boson intermédiaire chargé (W^+ ou W^-) virtuel [42]. Le nombre baryonique est identique pour tous les quarks, $\frac{1}{3}$, et nul pour tous les leptons. Les nombres quantiques qui permettent de distinguer les quarks sont indiqués dans le tableau 1.3. Les nombres quantiques apparaissant dans ce tableau

Tableau 1.3: Nombres quantiques des quarks.

Quark	Nombre quantique									
	I	I_z	S	C	B	T	I^w	I_z^w	Y^w	Q
u_l	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	0	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$
u_r	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	0	0	0	0	$\frac{4}{3}$	$\frac{2}{3}$
d_l	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	0	0	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$
d_r	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	0	0	0	0	0	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$
c_l	0	0	0	1	0	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$
c_r	0	0	0	1	0	0	0	0	$\frac{4}{3}$	$\frac{2}{3}$
s_l	0	0	-1	0	0	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$
s_r	0	0	-1	0	0	0	0	0	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$
t_l	0	0	0	0	0	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$
t_r	0	0	0	0	0	1	0	0	$\frac{4}{3}$	$\frac{2}{3}$
b_l	0	0	0	0	-1	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$
b_r	0	0	0	0	-1	0	0	0	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$

Source: [31,40,43,44,45]

ne sont toutefois pas tous conservés dans l'interaction faible.

Les nombres quantiques des antiquarks peuvent être obtenus de ceux des quarks en multipliant ces derniers par -1. Il y a deux exceptions à cette règle: l'isospin, I , et l'isospin faible, I^w , ont la même valeur pour un quark et son antiquark.

1.4 L'observation des particules subnucléaires

1.4.1 Les possibilités de l'interaction gravitationnelle

L'interaction gravitationnelle ne peut jouer aucun rôle utile dans l'observation des particules subnucléaires individuelles. Son intensité est beaucoup trop faible en comparaison des trois autres interactions fondamentales, comme on peut le voir en formant le nombre sans dimension $\frac{m_e}{M_p}$:

$$\frac{m_e}{M_p} = \frac{0,511 \times 10^{-3}}{1,2 \times 10^{19}} = 4,26 \times 10^{-23}. \quad (1.2)$$

qui est beaucoup plus petit que les nombres sans dimension associés aux trois autres interactions (voir le tableau 1.1).

Toutefois, les théories de la supersymétrie et de supercordes [11] prédisent l'existence de particules massives interagissant très peu avec la matière. Si ces particules avaient été produites avec une certaine abondance dans le *Big Bang*, les effets gravitationnels qu'elles entraîneraient pourraient être la seule indication de l'existence de ces particules. Il a d'ailleurs été suggéré que tel pourrait être l'explication de ce que les astrophysiciens appellent le *problème de la masse invisible* [46].

L'interaction gravitationnelle ne peut donc qu'être très marginalement utile à l'observation des particules subnucléaires.

1.4.2 Les possibilités de l'interaction électromagnétique

L'interaction électromagnétique est indiscutablement la plus utile dans l'observation des particules subnucléaires. Son intensité est à la fois suffisamment large pour qu'une interaction se produise sur une distance raisonnable et suffisamment faible pour qu'il soit possible d'extraire des prédictions fiables du formalisme mathématique qui la supporte. Elle peut alors être avantageusement utilisée dans la conception d'instrumentation.

D'autre part, les nombres quantiques affectés par l'interaction électromagnétique sont l'énergie, la quantité de mouvement et le moment cinétique. Si on excepte l'annihilation matière-antimatière, l'état d'une particule subnucléaire est affecté principalement dans sa partie cinématique, c'est-à-dire que l'interaction électromagnétique mène généralement à une observation non destructive.

Enfin, l'interaction électromagnétique présente l'avantage de ne contenir qu'une variété de charges, ce qui simplifie grandement l'extraction des caractéristiques des particules subnucléaires observées.

Toutes ces raisons font en sorte que la plus grande partie de l'instrumentation en physique des hautes énergies repose sur l'électromagnétisme et, plus spécifiquement, sur l'électrodynamique classique. Toutes les particules pouvant intervenir dans l'interaction électromagnétique peuvent ainsi être observées au moyen de l'interaction électromagnétique, non seulement les particules chargées mais aussi le photon, quoique ce dernier ne puisse être observé que destructivement (encore qu'on pourrait considérer l'effet Compton comme non-destructif).

1.4.3 Les possibilités de l'interaction faible

L'unification des interactions électromagnétique et faible pourrait conduire à penser que l'interaction faible peut jouer un rôle aussi utile que l'interaction électromagnétique dans la conception d'instrumentation de physique des hautes énergies. Ceci n'est exact qu'aux énergies (dans le centre de masse) comparables aux masses des bosons médiateurs W^+ , W^- et Z^0 ; or, de telles énergies dans le centre de masse correspondent à des énergies dans le laboratoire (le détecteur représentant ici la cible) en deçà de ce qui peut être atteint avec la technologie actuelle.

Aux énergies actuellement accessibles, l'interaction faible a une intensité beaucoup trop faible pour qu'elle puisse se révéler utile à l'observation des particules interagissant faiblement. Ainsi, un détecteur permettant l'observation de neutrinos avec une bonne efficacité (c'est-à-dire, capable de détecter une bonne partie des neutrinos qui le traversent) devrait avoir des dimensions d'ordre astronomique.

L'interaction faible ne peut donc être exploitée utilement, à court ou moyen terme, pour la conception de détecteurs de particules subnucléaires.

1.4.4 Les possibilités de l'interaction forte

L'intensité de l'interaction forte est suffisamment élevée pour que soit conçue sur cette base un détecteur de particules subnucléaires. En fait, cette intensité élevée conduit même à un problème puisqu'il est très difficile de tirer de la théorie des prédictions quantitatives.

Un deuxième désavantage que présente le recours à l'interaction forte dans la conception d'un détecteur est le confinement des quarks, l'inobservabilité de la charge de couleur, de sorte qu'on ne peut déduire que des observations très indirectes de la quantité voulue: l'interaction entre quarks même est inobservable, on ne peut détecter que les sous-produits de l'interaction—quelques hadrons— à partir desquels on doit déduire quelle était l'interaction primaire.

En conséquence, l'interaction forte ne permet de faire que des observations destructives, ce qui limite fortement son utilité. Elle est néanmoins utilisée puisque c'est la seule façon de détecter les hadrons neutres mais l'information qu'elle permet de fournir sur une particule subnucléaire est très restreinte, sauf peut-être aux basses énergies où la diffusion élastique a une section efficace plus importante que la diffusion inélastique.

1.5 Le rôle prépondérant de l'interaction électromagnétique

Les arguments présentés jusqu'ici indiquent que seules deux des quatre interactions fondamentales peuvent servir à la conception de détecteurs de particules subnucléaires, soit les interactions forte et électromagnétique.

Comme il a été mentionné précédemment, le rôle de l'interaction forte est limité dans la conception d'instrumentation. Bien que l'interaction forte comporte des processus qui soient raisonnablement non destructifs (par exemple, l'échange d'un méson π^0 d'un hadron à un autre), il n'a pas été possible jusqu'à maintenant de les exploiter dans la conception des détecteurs. Les détecteurs actuels exploitant l'interaction forte ne permettent d'obtenir que des mesures globales [47], dont le lien avec les principes de la chromodynamique quantique est, dans le meilleur des cas, intrusif.

L'interaction électromagnétique est à plusieurs égards plus prometteuse. La plupart des processus électromagnétiques peuvent mener à une observation non destructive, les exceptions les plus notables étant la formation de paires particule-antiparticule et le processus inverse, l'annihilation particule-antiparticule. Par contre, la détection d'un photon est rarement possible de façon non destructive. Ces deux exceptions ne restreignent pas sérieusement le domaine d'application de l'électromagnétisme à la théorie des détecteurs. En fait, ils rendent possible l'exploitation de l'interaction électromagnétique dans un mode destructif, ce qui donne à l'interaction électromagnétique des possibilités très large. Enfin, puisque l'interaction électromagnétique possède un formalisme à la fois extrêmement précis et d'usage relativement simple, l'instrumentation de la physique subnucléaire repose principalement sur cette interaction.

Il importe maintenant de préciser quelles particules peuvent faire l'objet d'observations, destructives ou non destructives. Si, en principe, toutes les particules subnucléaires peuvent être observées, il n'en va pas de même en pratique. Les possibilités de la technologie actuelle limitent les particules directement observables à celles dont le temps de vie est supérieur à 10^{-14} sec. Ce temps de vie mène à des parcours de l'ordre du μm . Les particules subnucléaires pouvant se désintégrer fortement ou électromagnétiquement ont des temps de vie largement inférieurs à cette valeur [6]. En revanche, les particules subnucléaires dont la désintégration s'effectue par l'interaction faible ont des temps de vie comparables ou supérieurs à cet ordre. De plus, quelques autres particules apparaissent

absolument stables, aucune désintégration ne permettant de conserver les nombres quantiques appropriés (par exemple, dans le cas du proton, la charge électrique, le nombre baryonique, l'énergie et la quantité de mouvement).

Il y a avantage à répartir ces particules, stables ou métastables, en quatre catégories, suivant qu'elles participent ou non aux interactions électromagnétique et forte [48]:

1. Les particules interagissant fortement et électromagnétiquement, soit les hadrons chargés (tableau 1.4).
2. Les particules interagissant fortement mais pas électromagnétiquement, soit les hadrons neutres (tableau 1.4).
3. Les particules interagissant électromagnétiquement mais pas fortement, soit le photon et les leptons chargés (tableau 1.5).
4. Les particules n'interagissant ni électromagnétiquement ni fortement, soit les leptons neutres (tableau 1.5).

Les particules de la quatrième catégorie peuvent être considérées comme individuellement indétectables, avec une efficacité acceptable. Celles de la deuxième catégorie peuvent être détectées par les techniques calorimétriques [47] ou par l'observation et la reconstitution de leur désintégration. Plusieurs techniques expérimentales sont disponibles pour détecter les particules des deux autres catégories. Ainsi, les particules de la première catégorie pourront être détectées à l'aide d'un calorimètre hadronique. Les techniques d'origine électromagnétique seront presque toujours plus avantageuses toutefois. Dans cette optique, la discussion sera maintenant centrée autour des techniques expérimentales de la physique subnucléaire reposant sur l'interaction électromagnétique.

Également, comme toutes les particules chargées des tableaux 1.4 et 1.5 ont une charge électrique unitaire, les équations présentées dans les pages subséquentes de cette thèse ne s'appliqueront généralement qu'à des particules unitairement chargées.

Tableau 1.4: Liste des hadrons stables et métastables.

Hadron	Structure	Masse (MeV/c ²)	Charge (e)	$c\tau^a$ (cm)
chargés				
π^+	$u\bar{d}$	140	1	780
K^+	$u\bar{s}$	494	1	371
D^+	$c\bar{d}$	1869	1	0,032
D_s^+	$c\bar{s}$	1969	1	0,013
p	uud	938	1	∞
Σ^+	uus	1189	1	2,40
Σ^-	dds	1197	-1	4,43
Ξ^-	dss	1321	-1	4,91
Ω^-	sss	1672	-1	2,46
Λ_c^+	cud	2285	1	0,005
Ξ_c^+	cus	2460	1	0,013
neutres				
K^0	$d\bar{s}$	498	0	K_S^0 : 2,675 K_L^0 : 1554
D^0	$c\bar{u}$	1864	0	0,013
n	udd	940	0	$2,7 \times 10^{13}$
Λ^0	uds	1116	0	7,89
Ξ^0	uss	1315	0	8,69
^a temps de vie multiplié par la vitesse de la lumière dans le vide. Source: [6]. Notes: Seules les particules à l'existence confirmée sont indiquées. Temps de vie supérieur à 10^{-14} sec. Un tableau pour les antiparticules peut être obtenue en remplaçant les quarks par des antiquarks et en inversant le signe de la charge.				

Tableau 1.5: Liste des leptons stables et métastables.

Particule	Masse (MeV/c ²)	Charge	cτ ^a (cm)
chargés			
e ⁻	0,511	-1	∞
μ ⁻	106	-1	6,59 × 10 ⁴
τ ⁻	1784	-1	0,010
neutres			
ν _e	< 46 eV/c ²	0	∞ ^b
ν _μ	< 0,25	0	∞ ^b
ν _τ	< 70	0	∞ ^b
^a Temps de vie multiplié par la vitesse de la lumière dans le vide. ^b En l'absence d'oscillations de neutrinos. Source: [6]. Notes: Seules les particules à l'existence bien établie sont indiquées. Temps de vie supérieur à 10 ⁻¹⁴ sec. On peut obtenir un tableau semblable pour les antiparticules en inversant le signe de la charge.			

Chapitre 2. L'électrodynamique: théorie et applications

2.1 Les principes de l'électrodynamique

2.1.1 L'approche classique

La description classique des phénomènes électromagnétiques repose sur les quatre équations de Maxwell (présentées ici dans le système d'unités MKSA) [49,50]:

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho \quad (2.1)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (2.2)$$

$$\nabla \times \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0 \quad (2.3)$$

$$\nabla \times \vec{H} - \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \vec{J}. \quad (2.4)$$

Ces équations comprennent deux sources de champ: la densité de charges, ρ , et la densité de courants, $\vec{J}$. Quatre champs interviennent: deux dépendent uniquement de la géométrie des charges et des courants (le champ électrique, $\vec{E}$, et l'induction magnétique, $\vec{B}$) tandis que les deux autres champs (le déplacement, $\vec{D}$, et le champ magnétique, $\vec{H}$) dépendent également du milieu puisqu'ils incluent les effets des densités induites de charges et de courants. La solution de ce système d'équations vectorielles (en particulier, des deux équations différentielles inhomogènes) requiert que soient établies des relations entre les champs. Cet objectif ne peut être rigoureusement rempli qu'à l'aide d'une théorie microscopique de la matière ou, alternativement, en établissant pour chaque matériau les moments multipolaires (macroscopiques) de celui-ci sous l'influence d'un champ électromagnétique; cette dernière approche présente cependant le problème qu'il existe en fait une infinité de moments multipolaires. Néanmoins, il est souvent suffisant et acceptable de s'en tenir aux moments d'ordre peu élevé et, en particulier, uniquement au moment dipolaire, dans lequel cas on obtient les deux relations [49,50]:

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad (2.5)$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H}. \quad (2.6)$$

Les constantes de proportionnalité de ces deux expressions sont la permittivité, ϵ , et la perméabilité, μ . En fait, il ne s'agit de constantes de proportionnalité que pour des milieux homogènes et isotropes. De façon générale, les deux quantités sont des tenseurs et leur forme dépend du modèle physique choisi pour représenter la structure de la matière [49,50]. Les moments d'ordre plus élevé introduisent des dépendances non-linéaires entre les champs et ne deviennent importants que pour des champs intenses, par exemple, ceux qu'on retrouve dans un faisceau laser [51,52].

Comme la théorie électromagnétique de Maxwell unifie les domaines de l'électricité et du magnétisme à l'optique, on peut raisonnablement supposer que la permittivité et la perméabilité interviennent dans les propriétés optiques des matériaux. C'est effectivement le cas: l'une et l'autre peuvent être considérées comme des quantités complexes dont la partie réelle rend compte de la dispersion de la lumière dans un milieu tandis que la partie imaginaire est liée à l'absorption de celle-ci. [53].

L'ensemble des phénomènes électromagnétiques peut être décrit en termes des quatre champs et des deux sources de champs introduits précédemment. Il s'avère toutefois commode de définir, à partir du champ électrique et de l'induction magnétique, deux autres quantités, les potentiels scalaire et vecteur [54,55]:

$$\vec{E} = -\nabla\phi - \frac{\partial\vec{A}}{\partial t} \quad (2.7)$$

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A}. \quad (2.8)$$

Ces quantités peuvent être substituées dans les équations de Maxwell et mèneront à des équations différentielles du second ordre pour les deux potentiels. *A priori*, cela semble un recul mais, en fait, l'approche se révèle globalement avantageuse: d'abord, les équations obtenues sont découplées; ensuite, il ne demeure plus que deux équations différentielles à résoudre, comprenant au total quatre fonctions (V, A_x, A_y et A_z) comparativement à quatre équations différentielles et six fonctions à déterminer si on travaille directement à partir des équations de Maxwell; la simplification vient de ce que les définitions 2.7 et 2.8 transforment deux des équations de Maxwell (celles ne faisant pas intervenir de sources) en des identités [54,55].

Les équations de Maxwell peuvent être réécrites sous forme intégrale par application des théorèmes de Stokes et de la divergence. Sous cette forme, les équations de Maxwell permettent de déduire les conditions-frontière que satisfont les quatre champs à l'interface

de deux milieux dont les permittivités et/ou perméabilités diffèrent [56,57]:

$$\vec{n} \cdot (\vec{D}_2 - \vec{D}_1) = \sigma_i \quad (2.9)$$

$$\vec{n} \cdot (\vec{B}_2 - \vec{B}_1) = 0 \quad (2.10)$$

$$\vec{n} \times (\vec{E}_2 - \vec{E}_1) = 0 \quad (2.11)$$

$$\vec{n} \times (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) = \vec{J}_i. \quad (2.12)$$

Les quantités σ_i et $\vec{J}_i$ sont respectivement les densités de charges et de courants portées par l'interface et $\vec{n}$ est un vecteur unitaire normal à l'interface.

Le mouvement d'une particule chargée dans un champ électromagnétique est régi par la force de Lorentz. On en tire donc l'équation du mouvement suivante:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad (2.13)$$

qui permet de déterminer le mouvement d'une particule chargée dans une configuration arbitraire de champs électromagnétiques. Avec cette équation et les quatre équations de Maxwell, il est en principe possible de résoudre n'importe quel problème d'électrodynamique classique. Les équations de Maxwell permettent en effet de déduire le champ électromagnétique d'une configuration expérimentale donnée et l'équation de Lorentz permet de déterminer le mouvement d'une particule chargée traversant cette configuration.

En électrodynamique classique, la description du rayonnement requiert toutefois une approche différente. Classiquement, le rayonnement est en effet un phénomène purement ondulatoire, dont les caractéristiques seront l'intensité, la fréquence ou la polarisation, ce qu'on ne peut proprement décrire par une équation du mouvement (bien qu'il soit toutefois possible de décrire un champ d'onde en mécanique lagrangienne). Les caractéristiques du rayonnement sont plus avantageusement exprimées par une quantité différentielle, l'intensité rayonnée par élément de fréquence et par élément d'angle solide, que nous désignerons *densité différentielle d'énergie rayonnée*, soit en unités CGS:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial \Omega \partial \omega} = 2|\vec{A}(\omega)|^2 \quad (2.14)$$

où E est la densité d'énergie du rayonnement, Ω l'angle solide et ω la fréquence. Le vecteur $\vec{A}$ est la transformée de Fourier du potentiel vecteur $\vec{A}(t)$, défini plus haut [58].

Les équations présentées jusqu'ici sont très générales: Elles s'appliquent dans tout le domaine de validité de l'électrodynamique classique. La diversité des phénomènes

électromagnétiques tire son origine des caractéristiques des densités de charges et de courants. C'est à ce niveau que les caractéristiques des particules subnucléaires entrent en jeu: celles-ci peuvent être considérées comme ponctuelles¹. Les densités de charges et de courants prennent alors la forme [59]:

$$\rho(\vec{x}, t) = ze \delta(\vec{x} - \vec{r}(t)) \quad (2.15)$$

$$\vec{J}(\vec{x}, t) = ze\vec{v}(t) \delta(\vec{x} - \vec{r}(t)). \quad (2.16)$$

Dans ces expressions, ze représente la charge électrique de la particule subnucléaire, $\vec{x}$ est le vecteur de la position où est évaluée la densité et $\vec{r}(t)$ et $\vec{v}(t)$ sont respectivement les vecteurs position et vitesse de la particule.

L'électrodynamique classique constitue indiscutablement une idéalisation des phénomènes électromagnétiques, une idéalisation dont le domaine de validité est toutefois relativement large: elle ne devient inadéquate à décrire les phénomènes électromagnétiques qu'aux dimensions inférieures ou comparables aux dimensions atomiques. Or, c'est précisément à cette échelle que se produisent les interactions des particules subnucléaires. Il s'ensuit que la théorie de l'électrodynamique classique, lorsqu'utilisée pour prédire le comportement des particules subnucléaires, doit être considérée avec prudence. Néanmoins, il sera généralement possible et avantageux de recourir à l'électrodynamique classique dans la conception d'instrumentation destinée à déterminer les caractéristiques des particules subnucléaires. Un argument justifie le fait que cela soit possible: si le signal détecté par l'instrument provient d'un nombre élevé d'interactions indépendantes, l'électrodynamique classique devrait alors prédire relativement (ou, à tout le moins qualitativement) bien l'allure moyenne du signal. Il appert en effet que les quantités qui apparaissent en électrodynamique classique coïncident généralement avec la valeur moyenne des quantités correspondantes apparaissant en électrodynamique quantique [60].

L'électrodynamique quantique, qui apporte une description très précise des interactions entre deux particules subnucléaires, fait toutefois appel à un formalisme très complexe et présente rapidement des difficultés énormes lorsqu'appliquée à un problème à plusieurs corps. En particulier, lorsqu'un effet électrodynamique constitue davantage un phénomène collectif qu'individuel, il sera souvent plus avantageux de recourir à un traitement classique que quantique. En fait, le traitement classique pourra s'avérer plus précis en pratique

¹Naturellement, ceci cesse d'être vrai pour des énergies très élevées où la structure des hadrons, en particulier, mène à un effet observable.

puisque'il sera possible, quoique phénoménologiquement, de tenir compte de l'influence du milieu, ce qu'un traitement par la théorie quantique du champ ne peut presque jamais réussir, à cause de la très grande complexité des calculs. Deux exceptions notables sont la théorie phénoménologique de la supraconductivité de Landau et Ginzburg et la théorie quantique du laser. Dans les deux cas, l'électrodynamique quantique s'avère utile parce que le problème présente un très haut degré de cohérence, qui fait en sorte que le comportement de l'ensemble du système correspond assez bien au comportement de l'un quelconque de ses éléments.

2.1.2 L'approche quantique

À l'intérieur du cadre conceptuel quantique, il est possible d'avoir recours à deux approches: la théorie quantique du champ est indiscutablement l'approche la plus satisfaisante formellement et conceptuellement mais demeure d'usage difficile. L'approche semi-classique, où le champ électromagnétique n'est pas quantifié, peut cependant souvent suffire. L'approche semi-classique s'avérera généralement suffisante si le champ électromagnétique est spatialement et temporellement peu variable et si son intensité est suffisamment faible pour exclure la présence d'effets non-linéaires. L'approche semi-classique permet de décrire adéquatement l'absorption d'un photon ou l'émission stimulée mais pas l'émission spontanée [61]. L'approche semi-classique requiert en effet qu'un champ électromagnétique soit déjà présent au moment de l'interaction avec l'atome.

Il est relativement simple, à partir de l'équation d'une particule libre, d'obtenir l'équation décrivant le mouvement de cette même particule dans un champ électromagnétique en faisant appel à la règle du *couplage minimal*:

$$\left(\frac{E}{c}, \vec{p}\right) \rightarrow \left(\frac{E}{c} - \frac{e\phi}{c}, \vec{p} - e\vec{A}\right) \quad (2.17)$$

et au *principe de correspondance*:

$$\left(\frac{E}{c}, \vec{p}\right) \rightarrow \left(i\hbar \frac{\partial}{\partial t}, \frac{\hbar}{i} \nabla\right). \quad (2.18)$$

Telle qu'énoncée, la procédure est heuristique. En fait, elle trouve sa justification théorique dans le principe d'*invariance de jauge*, qui regroupe les deux opérations en une seule [62,63].

L'équation dans laquelle cette substitution sera faite dépendra du spin de la particule

impliquée. Il s'agit là d'une autre différence entre l'approche classique et l'approche quantique: dans la première approche, l'interaction d'une particule chargée dans un champ électromagnétique ne dépend que de sa charge tandis que, dans la seconde, il dépend également de son spin. En pratique, des observations directes ne peuvent être effectuées que sur des particules de spin égal à 0 ou $\frac{1}{2}$, avec l'exception du photon (dont le spin est 1). Dans le premier cas, la substitution sera faite dans l'équation de Klein-Gordon [64]:

$$(-\hbar^2 c^2 \nabla^2 + m^2 c^4) \Psi = -\hbar^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \Psi \quad (2.19)$$

et dans le second cas, dans l'équation de Dirac [64]:

$$i\hbar \gamma^\mu \frac{\partial}{\partial x^\mu} \Psi - mc \Psi = 0 \quad (2.20)$$

où une sommation sur l'indice μ est sous-entendue. Les opérateurs γ^μ sont représentés par quatre matrices 4×4 , appelées *matrices de Dirac* [64].

Lorsque le mouvement n'est pas relativiste, on peut plutôt recourir à l'équation de Schrödinger, qui constituera alors une bonne approximation des deux équations précédentes:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi = H \Psi = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V \right) \Psi \quad (2.21)$$

dans laquelle V représente le potentiel du système quantique.

La complexité mathématique de la théorie quantique, évoquée précédemment, a pour conséquence que très peu de problèmes peuvent être résolus analytiquement, en fait seulement ceux possédant un haut degré de symétrie. La grande majorité des situations physiques intéressantes ne peut donc être résolue qu'approximativement. Dans ce contexte, l'approche la plus fréquemment utilisée consiste à considérer la situation à l'étude comme similaire à une situation du même type présentant un degré de symétrie élevé (et qui puisse être résolue analytiquement). La situation réelle est alors traitée comme une perturbation de la situation idéalisée. La solution de la situation réelle peut ainsi être exprimée comme un développement en séries impliquant les fonctions d'onde de la situation idéalisée et dont le paramètre d'expansion est la constante de structure fine. Ce choix de paramètre d'expansion peut sembler arbitraire mais est en fait tout justifié: il a été mentionné au chapitre 1 (voir section 1.2.2) que celle-ci constituait un nombre sans dimension caractérisant naturellement l'interaction électromagnétique. Lorsque le développement en série se limite au premier ordre, on dit de la solution qu'elle est obtenue

dans l'approximation de Born. Le recours à l'approximation de Born entraîne deux conditions [65,66]:

$$\frac{\alpha Z}{\beta_0} \ll 1 \quad (2.22)$$

$$\frac{\alpha Z}{\beta_f} \ll 1 \quad (2.23)$$

Dans ces inégalités, α est la constante de structure fine, Z est le nombre atomique du noyau (ou de la particule-cible), β_0 et β_f sont respectivement les vitesses initiale et finale de celle-ci (relatives à celle de la lumière).

Dans l'optique des diagrammes de Feynman, l'approximation de Born est équivalente à ne tenir compte que du diagramme d'ordre le plus simple (impliquant le moins de composantes possibles). Par exemple, l'interaction d'un électron et d'un positron est représentée au premier ordre par les diagrammes de Feynman apparaissant dans la figure 2.1. Les diagrammes de Feynman fournissent un moyen rapide de déterminer quels processus sont les plus probables: en effet, l'une des règles de Feynman [67,68] implique que la probabilité d'une interaction est d'ordre α^n , où n est le nombre de vertex photon-particule chargée et α est la constante de structure fine. Un processus sera donc, grossièrement, d'autant moins probable que plus de photons, virtuels ou réels, y apparaîtront.

L'approximation de Born se révélera donc peu adéquate pour des éléments lourds ou des particules chargées non relativistes ou encore lorsque la particule chargée incidente perd virtuellement toute son énergie dans l'interaction. Relativement à l'objet de cette thèse, aucun des ces points ne constitue vraiment un problème sérieux: l'émulsion nucléaire ne compte pas d'élément de nombre atomique très élevé, les particules chargées incidentes sont relativistes et le demeurent la plupart du temps après l'interaction; il est comparativement rare qu'une particule chargée cède toute son énergie dans une interaction, ce qui correspond dans l'optique des diagrammes de Feynman à l'échange de plusieurs photons virtuels, un processus notablement plus rare que l'échange d'un seul photon.

La théorie quantique du champ repose également sur cette approche perturbative mais, au niveau proprement physique, fait intervenir davantage le concept d'interaction, étant donné le fait que la fonction d'onde y est réinterprétée et exprime un nombre d'occupation plutôt qu'une mesure d'une densité de probabilités. Elle englobe naturellement la théorie semi-classique du champ. Le formalisme de la théorie quantique du champ exprime la probabilité d'une interaction entre deux particules (strictement, entre deux champs), de

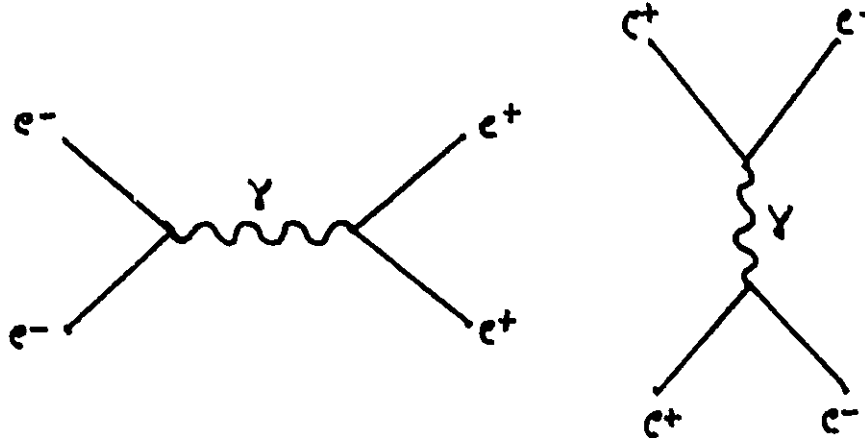


Figure 2.1: Diagrammes de Feynman de l'interaction d'un électron et d'un positron.

la forme $1 + 2 \rightarrow 1' + 2' + \dots + n'$, en termes d'une section efficace différentielle, dont la définition est (avec $\hbar = c = 1$) [67]:

$$d\sigma = \frac{2\pi}{|\vec{v}_1 - \vec{v}_2|} \left(\frac{1}{8\pi^3} \right)^{n-1} S_b \prod_{i=1}^n d^3\vec{p}'_i \delta^4 \left(\sum_{j=1}^n p'_j - p_1 - p_2 \right) |\mathcal{M}|^2. \quad (2.24)$$

Cette expression est valide dans tout système où les vitesses des particules 1 et 2, $\vec{v}_1$ et $\vec{v}_2$, sont colinéaires, soit en particulier les référentiels du centre de masse et du laboratoire. Les variables p_i et p'_i sont les quadrivecteurs énergie-impulsion des particules de l'état initial et de l'état final respectivement: $p_i = (E_i, \vec{p}_i)$.

Le terme $|\mathcal{M}|^2$ est appelé élément de matrice réduit et peut être déduit des règles de Feynman [67,68], à partir des diagrammes de Feynman des processus physiques étudiés. On notera à ce sujet que l'élément de matrice réduit contiendra la somme de tous les processus qui ne peuvent pas être distingués **en principe**. Il y a donc possibilité d'interférence entre ces divers chemins impliquant les mêmes états initial et final. En revanche, lorsque deux processus peuvent en principe être distingués, même si la situation expérimentale particulière ne le permet pas, une section efficace doit être calculée pour chaque processus séparément et c'est la somme de ces diverses sections efficaces qui constitue la section

efficace du processus global. Comme une section efficace est par définition positive, la section efficace associée à un groupe de processus s'accroît nécessairement lorsqu'on y inclut davantage de ceux-ci.

Le terme S_b n'est différent de 1 que pour les diagrammes d'ordre supérieur à 1, correspondant à l'échange de plus d'un photon ou à la formation de paires particule-antiparticule virtuelles. Le traitement adéquat de ces processus requiert l'introduction du concept de renormalisation [67,68]. Or, aux énergies considérées ici et étant donné le niveau de précision requis, il ne s'avère pas impératif de tenir compte des diagrammes de Feynman d'ordre élevé, de sorte qu'on ne discutera pas plus avant cette question.

La situation réelle est plus fréquemment l'interaction d'une particule élémentaire dans un matériau. La probabilité d'une interaction de cette particule, dP , sur un parcours, dx , dans la matière est alors:

$$dP = n_{mat} d\sigma dx \quad (2.25)$$

où n_{mat} est le nombre de particules du milieu par unité de volume, soit généralement la densité d'atomes. Si le milieu comprend plusieurs types d'atomes, l'indépendance de chaque interaction par rapport aux autres (et la possibilité en principe de les distinguer) entraîne que la formule devient plutôt:

$$dP = \sum_i n_i d\sigma_i dx = \sum_i \frac{N_A m_i}{V A_i} d\sigma_i dx = N_A \sum_i \frac{\rho_i}{A_i} d\sigma_i dx \quad (2.26)$$

où $d\sigma_i$ représente la section efficace pour l'interaction avec un type donné d'atomes, dont le nombre par unité de volume (du matériau global) est n_i ; A_i représente la masse atomique et ρ_i la densité massique de cet élément dans ce matériau. Enfin, N_A est le nombre d'Avogadro.

2.1.3 Le lien entre la théorie et l'observation

On a jusqu'ici présenté la théorie électrodynamique de façon purement abstraite, sans faire référence à l'observation. On établira maintenant le lien entre les variables déduites de la théorie et les variables observables expérimentalement.

Dans l'approche quantique, une seule quantité suffit pour caractériser une interaction électrodynamique: sa section efficace différentielle, exprimée par l'équation 2.24. Celle-ci permettra de déduire tout aussi bien le nombre de particules émises dans un certain angle solide que l'énergie moyenne déposée dans une certaine région. En principe, cette variable

contient toute l'information requise sur l'interaction fondamentale à la base du processus d'observation.

Dans l'approche classique, il n'existe pas de distinction de principe entre une quantité physique expérimentalement observable et son pendant théorique (voir section 1.1), de sorte qu'il n'existe pas de variable particulière qui soit plus adéquate qu'une autre (du moins, en général) à décrire un processus physique. Le résultat d'un processus électrodynamique classique sera un certain mouvement d'une particule chargée dans la configuration de champs choisie ou l'émission d'une certaine quantité de rayonnement électromagnétique. La trajectoire obtenue sera la caractéristique du premier processus tandis que le second pourra être caractérisé par l'intensité différentielle de rayonnement émis, qu'on peut déduire par l'équation 2.14.

Il n'est pas vraiment possible de relier les approches classique et quantique en ce qui concerne les interactions de particules chargées, l'optique et la description étant trop différentes dans les deux cas. On peut par contre établir un pont dans le cas de l'émission de rayonnement, où les deux traitements, sans être similaires, offrent plusieurs analogies. En particulier, du point de vue des variables, la section efficace différentielle et l'intensité différentielle rayonnée sont des quantités comparables. Dans une perspective statistique, on peut en effet écrire:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial \omega \partial \Omega} = \hbar \omega \frac{\partial^2 N}{\partial \omega \partial \Omega} \propto \hbar \omega \frac{\partial^2 \sigma}{\partial \omega \partial \Omega} \quad (2.27)$$

où la proportionnalité entre la densité de photons émis dans un phénomène électrodynamique, $\partial^2 N / \partial \omega \partial \Omega$, et la section efficace différentielle, $\partial^2 \sigma / \partial \omega \partial \Omega$, reflète la signification de cette dernière, essentiellement la probabilité d'une interaction (avec émission de photon en l'occurrence).

On a fait remarquer à la section 1.1 qu'une observation n'était possible que si une interaction donnée (et connue) dominait les autres. Une seconde condition est qu'il doit être possible, par le montage expérimental, de détecter quelques-uns des produits de l'interaction: des photons ou des particules chargées dans le cas de l'interaction électromagnétique. Une observation comporte ainsi deux parties: d'une part, une interaction précisément connue, d'autre part, une procédure pour détecter au moins l'un des produits de cette interaction, avec quelque efficacité. La première étape mène au signal primaire et la seconde étape vise à amplifier et/ou à transformer ce signal de façon qu'il soit macroscopiquement observable. La procédure d'amplification et de transformation varie d'un

détecteur à l'autre (et constitue fréquemment l'aspect le plus original d'un détecteur) mais repose toujours sur le principe d'une action exercée sur un milieu métastable, menant à une transformation de celui-ci.

Ce processus de transformation et d'amplification fait généralement intervenir des processus physiques qui n'ont que vaguement rapport à l'électrodynamique: réactions chimiques, transitions de phase, réactions atomiques ne sont que quelques-uns des multiples phénomènes qui peuvent rendre macroscopique un signal initialement microscopique. Ces processus admettent bien entendu des descriptions théoriques, qu'il est important d'élaborer pour optimiser le potentiel d'un détecteur. Toutefois, dans l'optique de la physique des détecteurs, tous ces effets peuvent être regroupés en une *fonction de résolution* du détecteur qui indique la probabilité relative qu'un signal microscopique donné produise un signal macroscopique précis. Cette fonction de résolution sera naturellement une fonction des caractéristiques des produits de l'interaction électrodynamique primaire, par exemple, les quantités de mouvement des particules produites. Elle ne devrait idéalement dépendre que des caractéristiques du signal microscopique produit.

En principe, cette fonction de résolution pourrait être établie théoriquement à partir des caractéristiques du processus d'amplification et/ou de transformation. La plupart du temps, cette approche n'est que partiellement réalisable en pratique et une paramétrisation empirique est nécessaire. On peut toutefois souvent faire intervenir des considérations de symétrie pour simplifier l'expression de la fonction de résolution, par exemple, en postulant (si le milieu est raisonnablement isotrope) que la fonction de résolution ne dépend que de la grandeur des quantités de mouvement (ou, de façon équivalente dans ce cas, de l'énergie). En général, la fonction de résolution d'un détecteur contiendra une certaine dépendance angulaire mais, dans le cadre de cette thèse, il se révélera adéquat de considérer qu'elle ne dépend que de l'énergie déposée dans le détecteur (ou dans une de ses parties).

Lorsque la fonction de résolution a été établie, la réponse d'un détecteur à une interaction permet de déduire certaines caractéristiques de la particule à l'origine de l'interaction électrodynamique primaire. Cependant, étant donné les limites de précision des instruments, le signal macroscopique obtenu représente en général une intégrale sur un certain domaine des variables microscopiques, plutôt que simplement le produit de la fonction de résolution et de la fonction décrivant le phénomène électrodynamique primaire. Le signal

macroscopique est donc en général:

$$S(\vec{z}; \Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_n) = \int_{\Omega_1} dx_1 \int_{\Omega_2} dx_2 \dots \int_{\Omega_n} dx_n R(\vec{z}, \vec{x}) P(\vec{x}) \quad (2.28)$$

où $\vec{z} \equiv z_1, z_2, \dots, z_n$ correspond à la liste des caractéristiques du signal obtenu (ou des paramètres qui l'affectent mais ne proviennent pas directement du signal électrodynamique primaire), $\vec{x} \equiv x_1, x_2, \dots, x_n$, à la liste des quantités physiques qui interviennent dans le processus de transformation et/ou d'amplification de même que dans le processus électrodynamique primaire et où $S(\vec{z})$ est le signal obtenu, $R(\vec{z}, \vec{x})$, la fonction de résolution et $P(\vec{x})$, le signal électrodynamique primaire, microscopique.

L'effet électrodynamique intervenant dans le processus primaire est déterminé par le nombre quantique qu'on désire mesurer (par exemple, la vitesse, le spin ou la quantité de mouvement). Il s'agit là de l'étape significative du point de vue de la physique subnucléaire. La seconde étape ne sert qu'à extraire un signal observable de l'interaction primaire. Elle n'apporte aucune information sur l'interaction fondamentale et, en fait, tend souvent à déteriorer l'information initiale en même temps qu'elle l'amplifie ou la transforme. Aussi, si cette étape ne présente aucun intérêt intrinsèque en regard de la physique subnucléaire, il est en revanche crucial de la connaître aussi bien que possible puisqu'elle constituera la principale limite à la précision et à la résolution d'un détecteur de physique des hautes énergies.

Parmi les nombres quantiques, ceux qu'on doit mesurer le plus fréquemment sont la quantité de mouvement et la masse (ou la vitesse). La connaissance de la quantité de mouvement est importante car elle est requise pour déterminer l'allure de l'interaction dans le centre de masse, qui est le référentiel le plus pratique (voir section 1.1). D'autre part, lorsqu'une interaction a pu être représentée dans le centre de masse, son analyse devient beaucoup plus limpide et convaincante lorsque les identités des particules qui y interviennent sont connues. Ce qui peut être accompli en évaluant leurs masses. Toutefois, en général, cette évaluation ne peut être faite directement dans les interactions de la physique subnucléaire. Si la quantité de mouvement est connue, la masse peut être déduite, en utilisant les équations de la cinématique relativiste, par une évaluation de la vitesse de la particule subnucléaire ou d'une fonction de cette vitesse (en particulier, le facteur de Lorentz). Plusieurs effets électrodynamiques dépendent de la vitesse ou d'une de ses fonctions. Entre plusieurs effets permettant de déduire cette information, le choix s'effectuera sur la base des contraintes technologiques et financières d'une part et sur la

précision requise de l'autre. La connaissance d'autres nombres quantiques est indubitablement utile mais souvent très délicate à obtenir et, de plus, l'ignorance de ceux-ci ne pose la plupart du temps pas de grandes difficultés.

2.2 L'interaction d'une particule chargée avec la matière

Le passage d'une particule chargée à travers la matière provoque plusieurs interactions, surtout de nature électromagnétique, entre cette particule chargée et les atomes du milieu traversé. Les interactions électromagnétiques ainsi produites ont fréquemment pour effet de porter les atomes impliqués dans des états excités ou d'entraîner leur ionisation. Dans le premier cas, l'atome se désexcite généralement par émission de photons (scintillation ou luminescence) mais il ne s'agit pas là de la seule avenue possible. Par exemple, une désexcitation d'Auger produira un résultat similaire à une ionisation.

Il existe toutefois plusieurs processus où la structure de l'atome joue un rôle secondaire. Ainsi, dans l'émission de rayonnement de bremsstrahlung par une particule chargée, l'atome joue un rôle très passif: il se limite à absorber l'énergie cinétique et la quantité de mouvement nécessaires pour que l'interaction soit cinématiquement possible. Il en est de même dans la formation directe d'une paire particule-antiparticule. Il n'est toutefois pas exclu que, dans l'un ou l'autre phénomène, le transfert d'énergie mène à l'excitation de l'atome impliqué. Simplement, les détails de la structure atomique ont peu d'influence sur le phénomène. C'est encore davantage le cas des processus entraînant l'émission de rayonnement de Čerenkov ou de transition. Les deux processus impliquent une réaction cohérente du milieu, contrairement aux processus comme la perte d'énergie par ionisation (ou excitation) qui font davantage intervenir la structure des atomes du milieu traversé.

Puisque l'électrodynamique quantique s'avère trop complexe à utiliser dès qu'une interaction implique plus de deux corps, il est important d'indiquer s'il est possible de recourir à une approche plus simple. En règle générale, les processus où la structure atomique joue peu, tels la formation de paires, pourront être adéquatement décrits par l'électrodynamique quantique en faisant abstraction des processus atomiques, c'est-à-dire en considérant l'atome comme un ensemble de parties statiques. D'autre part, les effets impliquant une réaction cohérente du milieu, tels le rayonnement de Čerenkov ou le rayonnement de transition, peuvent être assez adéquatement décrits en recourant à l'électrodynamique classique relativiste. Enfin, les effets où les interactions avec les atomes

s'avèrent importantes, ce qui est le cas du processus de perte d'énergie par ionisation, peuvent être traités soit par l'électrodynamique classique relativiste, en incorporant un modèle pour la structure atomique (nécessairement approximatif), ou en recourant à la théorie quantique semi-classique. L'une ou l'autre approche peut en principe apporter une solution adéquate au problème.

Il s'agit maintenant d'appliquer ces considérations aux effets électrodynamiques les plus susceptibles d'intervenir dans la détection des particules chargées, c'est-à-dire les phénomènes à la fois probables et distinctifs. La distinctivité d'un processus ne peut être appréhendée que par une connaissance assez approfondie de ce dernier; en revanche, sa probabilité peut être grossièrement déduite à partir des diagrammes de Feynman qui le représentent. Les processus électrodynamiques les plus probables seront ceux contenant le moins de vertex photon-particule chargée (voir section 2.1.2).

2.2.1 La perte d'énergie par ionisation

Le processus le plus simple, donc vraisemblablement le plus probable, sera celui où un seul photon apparaît: le processus de perte d'énergie par ionisation. La perte d'énergie par ionisation est, dans le cas général, un phénomène très complexe puisqu'elle fait intervenir l'interaction d'une particule chargée avec les atomes du milieu. Il est néanmoins possible d'exposer quelques-unes des propriétés de la perte d'énergie par ionisation en recourant à une situation simple, où les électrons sont considérés libres. Le cas peut alors être résolu analytiquement soit par une approche classique, soit par une approche quantique. En particulier, le cas s'avère assez simple pour qu'une solution analytique soit obtenue dans le cadre de l'électrodynamique quantique (ce qui rend superflue une approche par la théorie semi-classique).

Le traitement classique

La perte d'énergie d'une particule chargée rapide traversant un gaz d'électrons est [69,70]:

$$\frac{dE}{dz} = \frac{4\pi n_e e^4}{m_e c^2 \beta^2} \ln \frac{b_{max}}{b_{min}} \quad (2.29)$$

Les paramètres b_{max} et b_{min} sont respectivement les paramètres d'impact maximal et minimal (ou, en d'autres termes, les transferts d'énergie minimal et maximal). L'expression ne prendra une valeur finie que si les deux paramètres ont une valeur finie. La valeur minimale

du paramètre d'impact est directement liée à l'énergie maximale que peut communiquer à l'électron la particule chargée tout en respectant la conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement. Hors, si les principes de la mécanique classique permettent d'évaluer le paramètre d'impact minimal, ils ne fournissent en revanche aucun indice sur la façon de déduire la valeur du paramètre d'impact maximal. L'expression ne semble donc pas théoriquement très satisfaisante. Les deux principales faiblesses de ce modèle sont qu'il repose sur une conception classique des particules et qu'il ne fait pas intervenir la structure atomique.

Du point de vue conceptuel, il apparaît plus facile de pallier la première que la seconde faiblesse. La conception quantique fait intervenir un formalisme plus complexe, certes, mais l'aspect général du problème demeure inchangé. Il peut donc valoir la peine de regarder d'abord si le passage à une approche quantique peut améliorer les choses.

Le traitement quantique

Dans le cadre conceptuel de l'électrodynamique quantique, la perte d'énergie par ionisation est une conséquence de la diffusion élastique d'une particule chargée relativiste sur un électron libre et stationnaire. Le diagramme de Feynman du processus (à l'ordre le plus bas) sera évidemment assez similaire à ceux de la diffusion électron-positron (figure 2.1); il apparaît à la figure 2.2.

À l'ordre le plus bas, la section efficace différentielle du processus ne dépend pas du type de particule, pourvu que l'énergie transférée soit notablement inférieure à l'énergie de la particule chargée et également à la limite cinématique (qui découle de la conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement) [71,72]:

$$\frac{d\sigma}{dE} = \frac{2\pi e^4}{m_e c^2 \beta^2} \frac{1}{E^2}. \quad (2.30)$$

La variable E est l'énergie transférée dans l'interaction. On désigne souvent ce processus *diffusion de Rutherford*.

On peut, à partir de cette section efficace, obtenir la perte d'énergie par unité de parcours:

$$\frac{dE}{dx} = \int_{E_{\min}}^{E_{\max}} E' n_e \frac{d\sigma}{dE'} dE' = \frac{2\pi n_e e^4}{m_e c^2 \beta^2} \ln \frac{E_{\max}}{E_{\min}}. \quad (2.31)$$

Les quantités $E_{\max}$ et $E_{\min}$ sont respectivement les valeurs maximale et minimale d'énergie transférée dans une interaction. L'expression est donc identique à celle qui a été obtenue

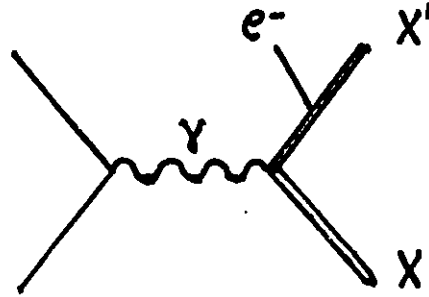


Figure 2.2: Diagramme de Feynman de la perte d'énergie par ionisation.

dans le cas classique (équation 2.29). Et si, comme dans le cas classique, l'énergie maximale transférée peut être égale à la limite cinématique (dans lequel cas l'expression 2.30 ne serait pas des plus adéquates), l'énergie minimale transférée pose des problèmes: il n'apparaît en effet pas possible de sélectionner une valeur légitime de l'énergie minimale transférée sans recourir à des arguments sur la structure atomique (par exemple, que l'énergie minimale transférée corresponde à l'énergie de liaison la plus faible).

On peut soulever une autre objection: l'énergie maximale qui peut être transférée dans une collision avec une particule au repos est essentiellement proportionnelle au carré de l'énergie de la particule incidente. Or, si l'équation précédente est strictement valide, il en résulte qu'une particule incidente très énergétique aura une perte d'énergie très élevée. Expérimentalement, il est bien établi que ce n'est pas le cas; la perte d'énergie sature lorsqu'une particule chargée atteint une énergie suffisamment élevée. Cette région où la perte d'énergie par ionisation est indépendante de l'énergie de la particule incidente est appelée *plateau de Fermi*. Cette saturation est attribuée à la polarisation du milieu par le champ électrique de la particule chargée [72,73], un phénomène dont la description requiert inéluctablement un modèle de structure atomique.

Il ressort de l'une ou l'autre approche à la question que la structure atomique du matériau est le principal facteur à considérer dans le développement d'une approche théorique satisfaisante à la perte d'énergie par ionisation. La nature du traitement, classique ou quantique, ne semble pas avoir un impact aussi prononcé. L'inclusion des détails de la structure atomique complique cependant très fortement le problème.

La situation actuelle

Cette situation a motivé le développement de plusieurs approches dont la principale différence repose sur le modèle utilisé pour rendre compte de la structure atomique. Une discussion plus exhaustive de ce sujet est reportée au chapitre 6. Toutefois, si on s'en tient au point de vue phénoménologique, le *Particle Data Group* recommande la formule suivante [6]:

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{DZ\rho}{A}\frac{1}{\beta^2} \left(\ln \frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2}{I} - \beta^2 - \frac{\delta}{2} - \frac{C}{Z} \right) (1 + \nu) \quad (2.32)$$

$$D = 4\pi N_A r_e^2 m_e c^2 = 0,3071 \text{ MeV cm}^2/\text{g} \quad (2.33)$$

$$r_e = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e c^2} = 2,818 \times 10^{-15} \text{ m}. \quad (2.34)$$

Les différentes variables de ces deux formules sont le nombre atomique du milieu, Z , la masse atomique, A , et la densité, ρ . Les variables liées à la particule chargée incidente sont β , la vitesse (en unités de la vitesse de la lumière dans le vide) et γ , le facteur de Lorentz. Trois constantes interviennent: le nombre d'Avogadro, N_A , le rayon classique de l'électron, r_e , exprimée ici dans le système d'unités MKSA, et la masse au repos de l'électron (en unités d'énergie), $m_e c^2$. Les autres variables I , C , δ et ν sont des paramètres ajustables auxquels on peut donner la signification suivante: I est une mesure de l'énergie de liaison des électrons à l'atome, C est une correction liée aux couches électroniques, δ est une correction tenant compte de la polarisation du milieu par le champ électrique de la particule chargée incidente et ν est une correction tenant compte des processus électrodynamiques non linéaires.

Cette formule phénoménologique fait ressortir à quel point la question nécessite d'éclaircissement: I est une constante mais sa représentation théorique demeure sujette à controverse, et les trois termes correctifs peuvent dépendre des caractéristiques non seulement du milieu mais également de la particule chargée incidente. On ajoutera toutefois que, parmi ces trois corrections, une seule est significative pour des particules ultrarelativistes

unitairement chargées: la correction pour l'effet de densité, δ . Les deux autres ne sont importantes que pour des vitesses non relativistes (C) ou des particules de charge élevée (ν) [6].

2.2.2 Le rayonnement de bremsstrahlung

Après la perte d'énergie par ionisation, le processus le plus probable serait le rayonnement d'un photon au cours du processus de diffusion, qui est d'ordre α plus élevé. Ce processus est désigné *rayonnement de bremsstrahlung* et est représenté par le diagramme de Feynman de la figure 2.3. En termes classiques, on peut le concevoir comme l'émission de rayonnement par une particule chargée subissant une décélération, due à son interaction avec les particules chargées situées au voisinage de son parcours.

S'il est possible de dégager les caractéristiques du rayonnement de bremsstrahlung par une analyse reposant sur l'électrodynamique classique, une telle approche ne produit toutefois pas des résultats quantitatifs satisfaisants, résultats qui d'ailleurs nécessitent le recours à des arguments quantiques (et donc, dans un contexte classique, *ad hoc*) au cours de la dérivation [74,75]. Comme le rayonnement de bremsstrahlung correspond à l'apparition d'un photon, à partir d'un état initial où aucun n'était présent, et qu'en plus la structure atomique ne joue qu'un rôle marginal dans ce contexte, la théorie semi-classique ne s'avérera dans ces circonstances guère plus utile que l'électrodynamique classique. En conséquence, une dérivation plus exacte s'effectuera au moyen de l'électrodynamique quantique, en faisant appel à l'approximation de Born, en d'autres termes, en incluant seulement le diagramme de Feynman du premier ordre, présenté à la figure 2.3.

Lorsque l'approximation de Born n'est pas valide (voir section 2.1.2), il devient nécessaire de tenir compte des diagrammes d'ordre plus élevé. Alternativement, si l'interaction a lieu dans le champ d'un atome, la solution peut être obtenue en utilisant pour la fonction d'onde de la particule chargée les solutions de l'équation de Schrödinger (ou de Dirac) correspondant au continuum, ce qui complique toutefois fortement l'aspect mathématique du problème [76]. Relativement à l'étude présentée dans cette thèse, ce cas se présenterait uniquement si une particule chargée rayonnait virtuellement toute son énergie d'un coup.

Le diagramme de Feynman de la figure 2.3 révèle une caractéristique du bremsstrahlung, à laquelle il a précédemment été fait allusion: l'interaction ne fait intervenir une structure complexe, généralement l'atome, qu'accessoirement, afin de conserver l'énergie et la

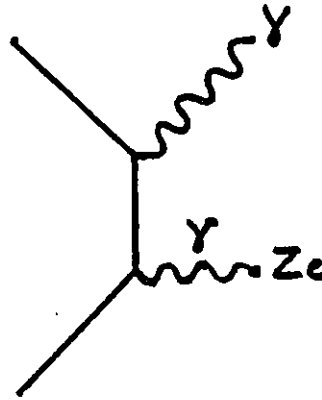


Figure 2.3: Diagramme de Feynman du rayonnement de bremsstrahlung.

quantité de mouvement. L'état de l'atome peut ne pas se trouver modifié par l'interaction, ce qu'on désigne comme du *bremsstrahlung cohérent*, dans lequel cas l'atome complet absorbe le transfert de quantité de mouvement. Les détails de la structure atomique n'ont alors d'impact sur la section efficace différentielle d'émission de rayonnement de bremsstrahlung que dans la mesure où ils affectent le champ électrique dans lequel la particule chargée est défléchie. La structure atomique n'intervient dans le phénomène que par l'effet d'écran. En ce sens, l'effet de la structure atomique peut être représentée à l'aide de facteurs de forme [66,77], c'est-à-dire en termes d'une charge effective. L'atome est alors considéré comme une structure statique, comme une distribution de charge fixe dont l'état n'est aucunement modifié au cours de l'interaction. Il est toutefois nécessaire de recourir à un modèle de structure atomique afin de pouvoir évaluer l'effet d'écran.

Il n'est toutefois pas strictement impossible qu'un atome soit excité ou ionisé au cours d'une interaction menant à l'émission de rayonnement de bremsstrahlung. Ceci se produira lorsque la déflexion s'effectuera dans le champ d'un électron plutôt que dans celui d'un noyau. Le transfert d'énergie portera alors l'atome dans un état excité (ou même ionisé), il s'agira alors de *bremsstrahlung incohérent*. On peut considérer qu'il s'agit

d'un processus physique différent du bremsstrahlung cohérent puisque l'état final diffère, bien que cette distinction soit difficile à mesurer. Que les deux processus puissent être distingués ou non, le bremsstrahlung incohérent n'apporte la plupart du temps qu'une contribution secondaire. En effet, puisque l'électron a une charge unitaire, la section efficace du processus se trouvera réduite par un facteur d'ordre Z^2 comparativement au bremsstrahlung cohérent. Toutefois, comme il y a Z électrons par atome, le rapport des deux sections efficaces sera d'ordre Z . En tout état de cause, cette contribution n'affectera notablement la section efficace que pour des éléments légers [66,78].

Des expressions pour la section efficace d'émission de rayonnement de bremsstrahlung ont été dérivées par Hans Bethe et Walter Heitler couvrant essentiellement tout le spectre de l'effet d'écran [65,78,79,80], évalué à l'aide du modèle atomique de Thomas-Fermi [65,66,80]. L'effet d'écran peut être exprimé à l'aide d'un paramètre, Γ , représentant le rapport du rayon de l'atome (dans le modèle de Thomas-Fermi) sur la portée du photon virtuel échangé avec le noyau [65,66,78,81,82]:

$$\Gamma = 100 \frac{m_e c^2}{E} \frac{v}{(1-v)} Z^{-1/3} \quad (2.35)$$

où v est le rapport de l'énergie du photon, k , à celle de la particule chargée incidente, E : $v = k/E$. L'effet d'écran sera maximal lorsque la portée du photon sera très supérieure au rayon de l'atome, soit lorsque Γ avoisinera 0, ce qui sera généralement le cas pour une particule chargée ultrarelativiste, pour peu que le photon n'emporte pas une trop grande portion de l'énergie de la particule chargée incidente.

La section efficace différentielle sera alors [65,78,82]:

$$\frac{d\sigma}{dk} = \alpha Z(Z+1) \frac{r_e^2}{k} \left(\frac{m_e}{m} \right)^2 F(E, v). \quad (2.36)$$

Cette section efficace représente la somme des sections efficaces pour les deux types de bremsstrahlung (cohérent et incohérent), d'où le facteur $Z(Z+1)$ de l'expression. L'effet d'écran se manifeste uniquement dans la fonction $F(E, v)$ qui, pour des particules de spin $\frac{1}{2}$ et un effet d'écran complet, a pour expression [78,82]:

$$F(E, v) = 4 \left[1 + (1-v)^2 - \frac{2}{3}(1-v) \right] \left[\ln \frac{183}{Z^{1/3}} + \frac{1}{9}(1-v) \right] \quad (2.37)$$

avec la condition implicite que le photon ait une énergie notablement plus faible que la particule chargée incidente, c'est-à-dire que v ne soit pas voisin de 1.

Cette section efficace ne sera pas valide pour des éléments lourds mais il a été empiriquement trouvé que cette difficulté pouvait être contournée en divisant la section efficace indiquée plus haut par le facteur de correction suivant [82]:

$$f = 1 + 0,12 \left(\frac{Z}{82} \right)^2. \quad (2.38)$$

On peut déduire la perte d'énergie par unité de parcours attribuable au rayonnement de bremsstrahlung à l'aide de la section efficace présentée plus haut [65,66,78,81,82]:

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dx} &= \int_0^E n_a k \frac{d\sigma}{dk} dk \\ &= 4\alpha \frac{N_A \rho}{A} Z(Z+1) r_e^2 \left(\frac{m_e}{m} \right)^2 \left[\ln \frac{183}{Z^{1/3}} + \frac{1}{18} \right] \left[1 + 0,12 \left(\frac{Z}{82} \right)^2 \right]^{-1} E \end{aligned} \quad (2.39)$$

en utilisant l'équation 2.25. On remarquera au passage que ce résultat ne sera pas strictement exact puisque l'expression de la section efficace devient invalide lorsque l'énergie du photon émis, k , est presque égale à celle de la particule incidente, E . Ceci n'aura toutefois pas de conséquences drastiques et le résultat demeurera raisonnablement précis. On notera aussi que ce résultat indique que la perte d'énergie par rayonnement de bremsstrahlung est le produit d'une constante et de l'énergie de la particule chargée incidente. On peut alors déduire que l'énergie d'une particule chargée dont la perte d'énergie est uniquement le fait du rayonnement de bremsstrahlung diminuera exponentiellement avec la distance parcourue dans le milieu [65,66,78,81,82,83]:

$$E(x) = E_0 e^{-x/X_0} \quad (2.40)$$

où E est l'énergie (moyenne) de la particule chargée après un parcours de longueur x dans le milieu, quand son énergie initiale était E_0 . La *longueur de rayonnement*, X_0 , ne dépend que des caractéristiques du milieu et est donnée par l'expression²:

$$\frac{1}{X_0} = 4\alpha \frac{N_A \rho}{A} Z(Z+1) r_e^2 \left(\frac{m_e}{m} \right)^2 \ln \frac{183}{Z^{1/3}} \left[1 + 0,12 \left(\frac{Z}{82} \right)^2 \right]^{-1}. \quad (2.41)$$

Cette quantité constitue une unité de longueur naturelle pour paramétriser une gerbe électromagnétique. On notera que cette longueur croît avec le carré de la masse de la

²Cette définition de la longueur de rayonnement est légèrement différente de celle qu'on retrouve généralement dans la littérature, où la densité n'apparaît pas. L'inclusion de celle-ci produit toutefois une quantité qui possède véritablement les dimensions d'une longueur.

particule incidente de sorte que la perte d'énergie par rayonnement est surtout significative pour des électrons ou des positrons.

La longueur de rayonnement d'un milieu composé peut être déduite de l'équation 2.26 [6,79]:

$$\left(\frac{1}{X_0}\right)_{comp} = \sum_i \left(\frac{1}{X_0}\right)_i = \rho_c \sum_i w_i \left(\frac{1}{\rho X_0}\right)_i \quad (2.42)$$

où w_i est la fraction de la masse du composé attribuable à l'élément i . L'avantage de la seconde forme est qu'elle évite d'avoir à calculer les densités des éléments du matériau car ρX_0 ne dépend que du nombre et de la masse atomique d'un élément.

2.2.3 La formation directe de paires particule-antiparticule

La formation directe d'une paire particule-antiparticule et le processus inverse, l'annihilation particule-antiparticule, s'ils ne sont pas incompatibles avec les principes de l'électrodynamique classique, échappent en revanche à son formalisme. Seule une théorie quantique du champ, en l'occurrence l'électrodynamique quantique, permet de décrire de tels phénomènes.

La conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement requiert que la formation directe d'une paire particule-antiparticule se produise au voisinage d'un atome. Le diagramme de Feynman qui représente ce phénomène (à l'ordre le moins élevé) apparaît à la figure 2.4. Ce diagramme de Feynman présente une forte ressemblance avec celui qui intervient dans le rayonnement de bremsstrahlung (voir figure 2.3). Cette ressemblance n'est ni fortuite ni sans conséquence; elle entraîne en effet que:

1. Les mêmes contraintes s'appliquent que pour la solution au premier ordre correspondant au rayonnement de bremsstrahlung, soit les équations 2.22 et 2.23.
2. L'interaction avec l'atome présente les mêmes complications que ce qui est rencontré avec le rayonnement de bremsstrahlung (effet d'écran, interaction avec le noyau ou avec les électrons).
3. La seule différence notable dans la section efficace différentielle des deux processus devrait être le fait du vertex $e^-e^+\gamma$. La présence de ce vertex supplémentaire comparativement au diagramme de Feynman du rayonnement de bremsstrahlung indique d'ailleurs que la formation directe de paires est un processus d'ordre plus élevé que le rayonnement de bremsstrahlung, ce qui a pour conséquence qu'il s'agit d'un

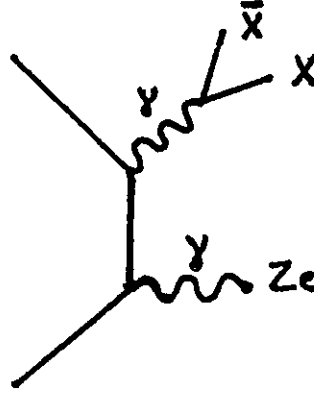


Figure 2.4: Diagramme de Feynman de la production directe d'une paire particule-antiparticule.

processus moins probable que ne l'est l'émission de rayonnement de bremsstrahlung, aux énergies actuellement accessibles.

L'expression quantitative pour la section efficace différentielle de production d'une paire électron-positron par une particule chargée est [84,85,86]:

$$\frac{d\sigma}{dE} = \frac{8}{\pi} \alpha^2 Z^2 r_e^2 L(E_0, v). \quad (2.43)$$

La fonction $L(E_0, v)$ dépend de l'énergie initiale de la particule chargée, E_0 , et du rapport de l'énergie associée à la paire (E) à l'énergie initiale, $v = E/E_0$. Cette fonction représente entre autres l'influence de l'effet d'écran et de ce fait, revêt une forme assez compliquée, qui ne peut être exprimée analytiquement que dans des conditions particulières [84].

Il avait été suggéré, à partir des diagrammes de Feynman, que ce processus électromagnétique serait beaucoup moins probable que le rayonnement de bremsstrahlung. C'est effectivement ce qu'on note puisque la section efficace différentielle est proportionnelle au carré de la constante de structure fine, contrairement au processus de rayonnement de bremsstrahlung, proportionnel à la constante de structure fine.

Le processus étant finalement plutôt marginal, sauf peut-être aux énergies très élevées, et dépendant du type de particule chargée [84], il ne sera pas plus longuement discuté.

2.2.4 Le rayonnement de Čerenkov

Dans le cadre de l'électrodynamique classique, il a été établi qu'un mouvement non-uniforme de charges électriques était nécessaire pour qu'il y ait rayonnement. Cet énoncé apparut incompatible avec les connaissances qui s'accumulaient sur les systèmes atomiques, motivant le développement d'une approche plus générale, la théorie quantique, capable d'expliquer cohéremment l'existence des spectres atomiques. La portée de cet énoncé dut être restreinte à nouveau en 1934 avec la découverte du rayonnement de Čerenkov. L'énoncé devait alors être reformulé de la façon suivante: dans le vide, il est nécessaire qu'il y ait mouvement non-uniforme des charges électriques pour qu'il y ait rayonnement. Dans un milieu, il existe plusieurs situations où on peut observer du rayonnement malgré l'uniformité du mouvement des charges électriques [87,88].

Le rayonnement de Čerenkov³ est de ceux-ci et occupe ainsi une position originale parmi les autres effets électromagnétiques: il résulte non de l'interaction locale d'une source de champ électromagnétique (charge, dipôle, etc.) avec un atome mais plutôt de la réponse collective d'un milieu au passage de cette source de champ [88,89,90,91].

Classiquement, la situation se présente comme suit: si une particule chargée se déplace dans un milieu à une vitesse (v) plus grande que la vitesse de la lumière dans ce milieu ($\frac{c}{n}$), il régnera dans ce milieu un champ électromagnétique qui résultera de la superposition de champs provenant des différents points de la trajectoire de la particule chargée, celle-ci se déplaçant plus rapidement que le champ électromagnétique lui-même. Cette superposition de champs de différentes parties de la trajectoire est représentée à la figure 2.5. En conséquence de cet effet d'interférence, le milieu subira une polarisation dépendant du temps, ce qui en retour provoquera l'émission d'un front d'onde, le rayonnement de Čerenkov [89,90,91,92,93,94].

Le rayonnement de Čerenkov peut se produire dans n'importe quel milieu pourvu que la particule s'y déplace plus vite que la lumière. Dans un milieu isotrope, le front d'onde forme un cône de base circulaire dont l'axe de symétrie est la trajectoire de la particule chargée. Dans un milieu anisotrope, la situation apparaît singulièrement plus complexe

³D'après plusieurs auteurs soviétiques [88,89], il serait plus légitime de désigner l'effet *rayonnement de Vavilov-Čerenkov*.

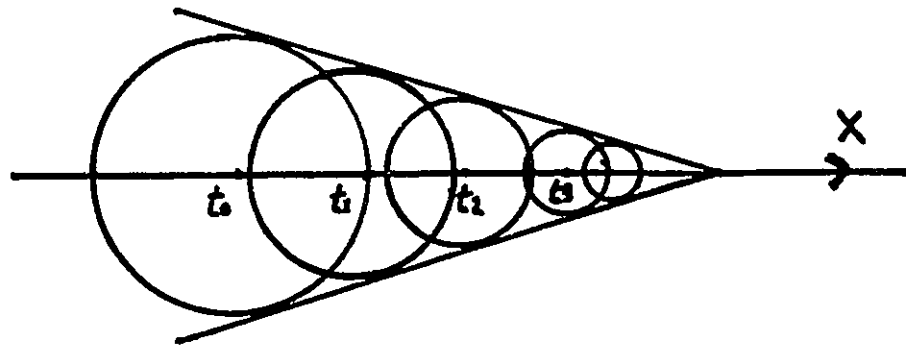


Figure 2.5: Diagramme de l'origine du rayonnement de Čerenkov. La figure représente les trains d'onde produits à différents instants (t_i) par la particule chargée dans sa propagation suivant l'axe horizontal. La superposition de ces trains d'onde produit deux fronts d'onde, menant en trois dimensions à un cône.

[88,95]. En tout état de cause, le rayonnement est essentiellement émis à une valeur d'angle et non pas sur tout l'angle solide. D'autre part, conceptuellement, il est important de noter que le rayonnement de Čerenkov ne résulte pas d'une accélération ou d'une décélération de la particule chargée. Le rayonnement sera émis même si en tout point de la trajectoire, la vitesse est strictement constante. En revanche, de l'énergie doit être fournie à la particule chargée afin de compenser pour l'énergie rayonnée, ce qui peut être accompli au moyen d'une configuration appropriée de champ électromagnétique. En l'absence d'un tel champ, la particule perdra de l'énergie et donc ralentira, mais conséquemment à l'émission du rayonnement, par contraste avec la situation générale en électrodynamique classique où le rayonnement résulte de la décélération.

Pour un milieu homogène, isotrope, non magnétique, dispersif mais non absorbant, une dérivation raisonnablement limpide de l'intensité de rayonnement apparaît dans le livre de Jelley [96]. Il en résulte l'équation suivante [91,96]⁴:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x \partial \omega} = \frac{Z^2 r_e m_e c^2}{c^2} \omega \left(1 - \frac{1}{\beta^2 n^2(\omega)} \right) \quad (2.44)$$

où $n(\omega)$ est l'indice de réfraction du milieu. L'intégrale nécessaire pour obtenir la perte d'énergie par unité de parcours peut être effectuée analytiquement si une expression simple de l'indice de réfraction est adéquate.

Toujours dans le même cas, il existe une relation entre la vitesse de la particule chargée et l'angle que fait le front d'onde avec la trajectoire de celle-ci [87,91,92,93,94,97,98]:

$$\cos \theta = \frac{1}{\beta n(\omega)} \quad (2.45)$$

où θ correspond à l'angle entre le front d'onde et la trajectoire de la particule chargée.

Des cas beaucoup plus complexes peuvent évidemment se présenter, impliquant par exemple des milieux anisotropes ou des matériaux ferromagnétiques. De tels cas sont discutés dans le livre de Jelley [99].

Il existe également une théorie quantique du rayonnement de Čerenkov, développée par Frank et Ginzburg [88,100,101]: les différences avec l'approche classique y apparaissent toutefois négligeables pour peu que l'énergie des photons soit faible en comparaison de l'énergie de masse de la particule.

Le rayonnement de Čerenkov est largement utilisé en physique des hautes énergies: il permet de déterminer la vitesse d'une particule chargée, ce qui, joint à une détermination

⁴La formule donnée dans Fernow comporte une légère erreur.

de la quantité de mouvement, peut suffire à identifier la particule (voir section 2.1.3). La plupart des détecteurs exploitant le rayonnement de Čerenkov visent à déterminer l'angle du front d'onde, à partir duquel on peut extraire la vitesse [47,98,102,103,104,105].

2.2.5 Le rayonnement de transition

Il existe une autre circonstance où un rayonnement peut être émis malgré le fait que la source de champ se déplace à vitesse constante: lorsque cette source traverse l'interface entre deux milieux aux propriétés électriques et/ou magnétiques différentes.

L'existence de ce rayonnement peut être appréhendée de trois façons:

1. On peut argumenter que si une particule chargée rayonne lorsque sa vitesse change le long de sa trajectoire, on pourrait s'attendre également à une émission de rayonnement si la vitesse de la lumière change le long de cette trajectoire, même si la vitesse de la particule chargée demeure rigoureusement constante. Or, la vitesse de la lumière dépend des caractéristiques du milieu environnant et donc, change lorsqu'on passe d'un milieu à un autre. Sur cette base, il est justifiable de prévoir l'émission d'un rayonnement à l'interface de deux milieux [88,106].
2. Dans chaque milieu, la source produit des champs électrique et magnétique dont l'intensité est régie par les propriétés du milieu, soit la permittivité et la perméabilité. Ces champs seront donc en général différents dans l'un et l'autre milieu mais comme ils proviennent d'une seule et même source, le passage d'une intensité à l'autre requiert qu'un champ supplémentaire, et nécessairement éphémère, soit présent. Ce champ tire son origine de la polarisation, variable avec le temps, qui survient au voisinage de l'interface. Comme cette polarisation varie avec le temps, un rayonnement en résulte [88,106,107,108,109].
3. Une autre approche s'appuie sur la méthode des images: l'effet d'une source de champ résidant dans un milieu peut être représentée, dans les milieux environnants, par une image de cette source de champ. Si cette source se déplace vers une interface, son image dans le second milieu fera de même. Ce système se comporte alors comme un multipôle variant avec le temps, c'est-à-dire comme une source de rayonnement. [88,106,107].

Ces trois approches se recoupent notablement, il va sans dire, et s'équivalent dans une certaine mesure.

Le cas le plus simple où il puisse y avoir émission de rayonnement de transition se présente lorsqu'une particule chargée passe du vide à un milieu diélectrique. On trouve alors pour la densité d'énergie rayonnée par unité de fréquence (angulaire) et par unité d'angle solide [110, éq. 1.19]:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial \omega \partial \Omega} = \frac{Z^2 e^2 \beta^2}{\pi^2 c} \left[\frac{n^2 + 1}{n^2 \cos \theta + \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}} \right]^2 \frac{\sin^2 \theta \cos^2 \theta}{(1 - \beta^2 \cos^2 \theta)^2} \quad (2.46)$$

où θ est l'angle d'émission du rayonnement par rapport à la direction de la particule chargée et n est l'indice de réfraction du milieu, égal à la racine carrée de la permittivité, $\epsilon = n^2$. Deux remarques peuvent être faites sur cette formule:

1. L'intensité du rayonnement de transition est proportionnelle à la constante de structure fine.
2. L'intensité croît avec le facteur de Lorentz étant donné que le dénominateur comporte un terme de la forme $1 - \beta^2 \cos^2 \theta$.

On peut donc prévoir que l'intensité du rayonnement de transition ne sera pas très élevée, quoique probablement au moins comparable à celle du rayonnement de Čerenkov. Par contre, elle devrait s'accroître avec le facteur de Lorentz.

À l'exemple de plusieurs effets relativistes, le rayonnement de transition a une intensité maximale pour un angle d'autant plus faible que le facteur de Lorentz est plus élevé [108,111]:

$$\theta \sim \frac{1}{\gamma}. \quad (2.47)$$

De plus, puisque le rayonnement de transition tire son origine des propriétés macroscopiques d'un matériau, son intensité décroît fortement lorsque l'épaisseur d'un matériau devient plus faible qu'une certaine longueur, appelée *longueur de formation* [108,111].

Une théorie à caractère quantique a été formulée pour le rayonnement de transition [112,113]. Il n'y a toutefois pas de situation pratique où il soit nécessaire d'y recourir: les seuls cas où les prédictions des théories classique et quantique diffèrent notablement sont lorsqu'une particule chargée pénètre une région d'une densité comparable à celle d'un noyau atomique ou lorsque l'énergie du photon émis est comparable à celle de la particule chargée incidente, deux situations extrêmement improbables.

Le rayonnement de transition est utilisé en physique des hautes énergies afin de restreindre les identités possibles de particules chargées dont on connaît la quantité de mouvement. Il est en particulier utilisé afin de différencier les électrons et positrons des particules chargées plus lourdes [47,105,108,114].

2.3 L'interaction des photons avec la matière

Parmi les effets électrodynamiques mentionnés précédemment, on notera que plusieurs donnent lieu à l'émission de rayonnement. L'exploitation de l'un de ces effets dans un détecteur dépendra donc de la capacité de ce système à détecter les photons.

Les photons peuvent interagir avec tout système comportant des charges électriques, même si ce système est globalement neutre. En conséquence, un photon peut interagir par une large gamme de façons avec la matière. On peut répartir ces différents effets en trois groupes: les interactions cohérentes, où l'énergie cinétique du système est conservée, les interactions incohérentes, où l'énergie interne (ou la structure) du système est modifiée et les interactions où de nouveaux systèmes sont créés (soit des paires particule-antiparticule).

Dans le premier groupe, on compte tous les phénomènes de diffusion élastique: sur des particules chargées (diffusion de Thomson), des molécules, des atomes ou des noyaux. Les phénomènes du second groupe sont plus diversifiés: on y range les interactions où un système (moléculaire, atomique ou nucléaire) est porté d'un état à un autre, ce qui comprend les phénomènes d'excitation (telle la diffusion Raman) ainsi que les effets photoélectrique et Compton. Le troisième groupe ne comprend que la formation d'une paire particule-antiparticule.

Plusieurs de ces effets s'avèrent toutefois d'importance très secondaire dans le domaine du rayonnement X ou γ , qui est le domaine le plus pertinent au matériel de cette thèse. L'effet photoélectrique prédomine largement aux énergies comparables aux énergies atomiques tandis que la formation d'une paire particule-antiparticule devient dominante à une énergie un peu plus élevée que le seuil cinématique du phénomène (1,022 MeV dans le cas d'une paire électron-positron produite dans le champ d'un noyau). L'effet Compton se révèle important dans la région d'énergie comprise entre les énergies atomiques et l'énergie de seuil de la formation d'une paire.

Les phénomènes d'excitation atomique ou nucléaire ne joueront qu'un rôle marginal puisqu'ils n'ont lieu que pour des énergies très précises du rayonnement X ou γ . Et même

pour ces valeurs d'énergie, ils ne domineront pas nécessairement (en fait, les phénomènes d'excitation nucléaire apportent une contribution négligeable à la section efficace d'interaction des photons avec la matière) [115]. De même, les phénomènes de diffusion cohérente sur des noyaux apparaissent également secondaires dans le domaine des rayons-X et γ , étant donné que la section efficace d'une diffusion Thomson est inversement proportionnelle au carré de la masse de la particule diffusante [115]. Le même argument vaut pour l'effet Compton nucléaire. En fait, parmi les effets nucléaires, seul un effet photoélectrique est susceptible d'apporter une contribution mesurable à la section efficace des photons, et seulement à certaines énergies [115].

En conséquence, seuls les effets photoélectrique et Compton ainsi que la formation de paires feront l'objet d'une discussion plus approfondie.

2.3.1 L'effet Compton

L'effet Compton peut être saisi comme la diffusion d'un photon sur une particule libre, soit en pratique un électron. Lorsque l'énergie n'est pas très élevée, il s'agit d'une diffusion élastique, la *diffusion de Thomson*: la perte d'énergie du photon est négligeable et on peut considérer que seule la direction de la quantité de mouvement change. Aux énergies plus élevées, l'interaction devient inélastique et l'énergie du photon est à la fin moindre qu'au début de l'interaction, dans une proportion qui est déterminée par l'angle de diffusion du photon et qui peut être dérivée à partir de la cinématique classique relativiste [116,117,118,119].

Il est possible de dériver par le biais de l'électrodynamique classique la section efficace de la diffusion de Thomson. En revanche, on ne peut généraliser le résultat et obtenir une expression classique pour la section efficace de l'effet Compton [120]; un traitement quantique s'avère nécessaire. Or, dans ce cas, une dérivation par l'électrodynamique quantique [121] mène à une expression relativement simple pour la section efficace [117,119]:

$$\frac{d\sigma}{d(\hbar\omega)} = \frac{\pi r_e^2}{\epsilon \hbar \omega} \left[1 + \left(\frac{\hbar\omega}{\hbar\omega_0} \right)^2 - \frac{2(\epsilon + 1)}{\epsilon^2} + \frac{1 + 2\epsilon}{\epsilon^2} \frac{\hbar\omega}{\hbar\omega_0} + \frac{1}{\epsilon^2} \frac{\hbar\omega_0}{\hbar\omega} \right] \quad (2.48)$$

$$\epsilon = \frac{\hbar\omega_0}{m_e c^2}. \quad (2.49)$$

Dans ces deux équations, ω_0 est la fréquence angulaire initiale du photon, ω sa fréquence angulaire finale, $m_e c^2$ l'énergie de masse de l'électron, r_e^2 le rayon classique de l'électron (éq. 2.34).

L'équation 2.48 est essentiellement *l'équation de Klein-Nishina* exprimée en fonction des énergies finale et initiale du photon plutôt que de l'angle de diffusion. Comme il a été mentionné plus haut, les trois variables sont liées et ce point demeure vrai dans l'approche quantique. L'équation qui les relie est [117,119]:

$$\omega = \frac{\omega_0}{1 + \epsilon(1 - \cos \theta)} \quad (2.50)$$

où θ est l'angle de diffusion du photon. Ce qui mène à l'inégalité suivante pour l'énergie du photon [117,119]:

$$\frac{1}{1 + 2\epsilon} \leq \frac{\hbar\omega}{\hbar\omega_0} \leq 1 \quad (2.51)$$

comme on le vérifie aisément en prenant les deux valeurs d'angle extrêmes (0 et 180°).

La section efficace totale peut être obtenue en intégrant l'équation 2.48 entre les deux bornes déterminées par l'équation 2.51. Le résultat est [117,119]:

$$\sigma = \frac{\pi r_e^2}{\epsilon} \left(\frac{1}{2} + \frac{4}{\epsilon} - \frac{1}{2(2\epsilon + 1)^2} + \left[1 - \frac{2(\epsilon + 1)}{\epsilon^2} \right] \ln(2\epsilon + 1) \right). \quad (2.52)$$

Lorsque l'énergie du photon est très inférieure à l'énergie de masse de l'électron, on peut obtenir une expression plus simple pour la section efficace en effectuant un développement en série de puissance de la variable ϵ [119]:

$$\sigma = \frac{8}{3} \pi r_e^2 (1 - 2\epsilon + \frac{26}{5} \epsilon^2 + \dots), \quad \epsilon \ll 1 \quad (2.53)$$

Dans cette région d'énergie, l'effet Compton devient une diffusion élastique et est désigné *diffusion de Thomson* ; sa section efficace est:

$$\sigma_T = \frac{8}{3} \pi r_e^2 = 0,665 \text{ barn}. \quad (2.54)$$

Cette section efficace peut être dérivée dans le cadre de l'électrodynamique classique [122]. Elle ne dépend que de constantes fondamentales; l'énergie du photon n'y intervient aucunement. On doit toutefois garder à l'esprit que la dérivation n'est valide que dans la limite où le photon interagit avec un électron libre.

Ce processus joue en physique des hautes énergies un rôle plutôt marginal mais l'expression de sa section efficace est souvent utilisée pour écrire les sections efficaces d'autres processus comme le produit de la section efficace de la diffusion de Thomson et d'un terme sans dimension. Ce qui présente le double avantage de faciliter la comparaison des

probabilités de différents processus et de réduire les problèmes afférents à la coexistence de plusieurs systèmes d'unités.

On peut de même façon déduire une forme asymptotique pour le domaine des très hautes énergies ($\epsilon \gg 1$) [117,119]:

$$\sigma = \pi r_e^2 \frac{1}{\epsilon} \left(\ln 2\epsilon + \frac{1}{2} \right) \quad (2.55)$$

$$= \sigma_T \frac{3}{8\epsilon} \left(\ln 2\epsilon + \frac{1}{2} \right) \quad (2.56)$$

qui diminue de façon presque inversement proportionnelle à l'énergie du photon.

2.3.2 L'effet photoélectrique

L'effet photoélectrique ne peut être adéquatement décrit que dans une approche quantique, la structure atomique devant être prise en compte dans cet effet. Les deux approches quantiques mentionnées à la section 2.1.2 peuvent être utilisées et produisent des résultats semblables.

Indépendamment de l'approche utilisée, la théorie semi-classique ou l'électrodynamique quantique, plusieurs difficultés se présentent en pratique. D'abord, l'état quantique d'un atome ne peut être obtenu analytiquement que pour des atomes hydrogénoïdes. Ensuite, l'état final devrait être l'un des états du continuum; ces états sont cependant assez complexes. De plus, une description rigoureuse devrait être relativiste. Enfin, l'approche perturbative n'est légitime que dans certaines limites: le recours à l'approximation de Born ne se justifie pas si l'électron produit a une très faible vitesse (voir section 2.1.2), correspondant à une énergie du photon incident presque identique à l'énergie d'ionisation de l'une des couches de l'atome, ou si le nombre atomique de l'élément est trop élevé.

Il est peu surprenant, en regard des difficultés mentionnées plus haut, que la situation générale ne puisse être résolue analytiquement. Toutefois, il est évidemment possible de déduire des solutions dans des conditions plus particulières, des solutions qui, à défaut d'être exactes, représenteront de façon assez satisfaisante la situation réelle.

Un cas particulier qui apparaît très adéquat pour l'objet de cette thèse est le suivant: l'effet photoélectrique d'un photon du rayonnement X sur un électron de la couche K d'un atome hydrogénoïde. Dans ce domaine, l'approximation de Born est justifiée (sauf pour les éléments lourds): l'électron produit sera non-relativiste et approximativement libre, donc descriptible par une onde plane. D'autre part, dans ce cas, on connaît sous forme

analytique les fonctions d'onde des électrons atomiques, nécessaires pour décrire l'état initial.

La dérivation de la section efficace du processus [123], $\sigma_K(E)$, mène à la formule suivante [124,125]⁵:

$$\sigma_K(E) = \sigma_T 4\sqrt{2} \alpha^4 Z^5 \left(\frac{m_e c^2}{E} \right)^{7/2}, \quad I \ll E \ll m_e c^2. \quad (2.57)$$

Ici, E est l'énergie du photon incident et I , l'énergie d'ionisation de la couche K . Enfin, σ_T est la section efficace de la diffusion de Thomson.

Il est surtout important de noter deux points: la section efficace est proportionnelle à la cinquième puissance de la charge et inversement proportionnelle à la puissance $\frac{7}{2}$ de l'énergie du photon incident. Le premier point a pour conséquence que, pour un milieu composé, l'effet photoélectrique sera surtout le fait des atomes de nombre atomique élevé (à condition toutefois que l'approximation de Born demeure satisfaite) et le second point implique que la section efficace diminue très fortement à mesure que l'énergie du photon s'accroît.

Les contraintes dans lesquelles le modèle est dérivé réduisent apparemment son utilité mais il s'avère que les deux conclusions énoncées plus haut demeurent qualitativement exactes: la section efficace augmente fortement avec le nombre atomique et décroît rapidement avec l'énergie (quoique la puissance exacte dépende du domaine d'énergie choisi), avec des bonds lorsque l'énergie du photon avoisine l'énergie de liaison d'une couche [125,126]. Malgré le fait que la dérivation ne soit strictement valide que pour un effet photoélectrique avec l'un des électrons de la couche K , les résultats, numériques ou analytiques, pour les couches L et M reflètent les mêmes tendances, avec des divergences—on ne s'en surprendra pas—sur le plan quantitatif [125,126]. D'autre part, si l'atome hydrogénoïde constitue un cas idéalisé, il est en revanche qualitativement satisfaisant dans la mesure où l'effet d'écran peut être pris en compte en définissant une charge effective pour le noyau, ce qui change les résultats quantitatifs mais pas l'aspect qualitatif [126].

Si on compare cette section efficace à celle de l'effet Compton (éq. 2.55), on note qu'à basse énergie, pour $E \ll m_e c^2$, l'effet photoélectrique dominera largement l'effet Compton, qui se réduit, dans cette région, à une diffusion de Thomson. On peut en revanche prévoir que l'effet Compton dominera lorsque l'énergie du photon incident deviendra comparable à

⁵Fényves donne la probabilité plutôt que la section efficace.

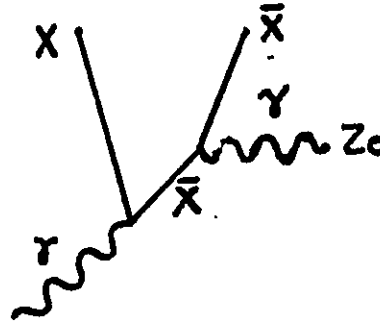


Figure 2.6: Diagramme de Feynman de la formation d'une paire particule-antiparticule.

l'énergie de masse de l'électron, puisque sa section efficace décroît beaucoup plus lentement avec l'énergie du photon que celle de l'effet photoélectrique (en considérant que l'expression 2.57 est qualitativement adéquate dans cette région).

2.3.3 La formation de paires particule-antiparticule

Comme le rayonnement de bremsstrahlung ou la formation directe de paires particule-antiparticule, la formation de paires particule-antiparticule est un phénomène intrinsèquement quantique. Elle présente d'ailleurs plusieurs analogies avec ces deux processus et, comme dans ces deux derniers cas, sa section efficace peut être calculée à l'aide de l'électrodynamique quantique. Le diagramme de Feynman qui décrit le phénomène apparaît à la figure 2.6. On notera la similitude avec les diagrammes de Feynman du rayonnement de bremsstrahlung (figure 2.3) et de la formation directe de paires (figure 2.4).

Le seuil énergétique de cette interaction dépend de la masse de la particule qui absorbe le recul. La masse d'un noyau est suffisamment élevée pour que le transfert de quantité de mouvement au noyau ne modifie que très faiblement son énergie cinétique. Aussi, dans ce cas, le seuil correspond à l'énergie de masse au repos des deux particules créées, soit

une valeur de $2mc^2$. Lorsque l'interaction a lieu avec un électron du milieu, l'énergie communiquée à cet électron ne peut être négligée et le seuil s'accroît: il est par exemple de $4mc^2$ pour la production d'une paire électron-positron, donc deux fois le seuil de la formation d'une paire du même genre sur un noyau [127,128,129]. Comme dans ce dernier processus, l'électron initialement présent reçoit une énergie non-négligeable, le processus prend l'aspect, dans les détecteurs de traces à haute précision, d'un trio de particules, désigné *trident*.

On notera que la formation d'une paire particule-antiparticule, suivant qu'elle se produise sur un noyau ou dans le champ d'un électron, correspond à deux processus physiques différents, c'est-à-dire qu'ils peuvent en principe être distingués. La section efficace pour la production d'une paire par l'un ou l'autre processus est alors la somme des sections efficaces de chaque processus (voir section 2.1.2).

L'interaction avec le champ électrique pose un problème déjà rencontré dans l'étude des deux phénomènes mentionnés précédemment: l'effet d'écran. Le problème se résout essentiellement de la même façon. Ainsi, on définit un paramètre d'écrantage présentant plusieurs similitudes avec celui introduit dans l'analyse du rayonnement de bremsstrahlung [127,128,129,130]:

$$\Gamma' = \frac{m_e c^2}{\alpha Z^{1/3}} \frac{\hbar\omega}{E_+ E_-} \quad (2.58)$$

où E_+ et E_- représentent les énergies des particules positives et négatives respectivement et $\hbar\omega$, l'énergie du photon incident. Lorsque l'effet d'écran est maximal, Γ' tend vers 0 alors qu'il est négligeable si Γ' est beaucoup plus grand que 1. Il en découle que pour des photons très énergiques, de quelques centaines de MeV et une paire électron-positron, l'effet d'écran sera virtuellement complet. Le cas d'autres paires particule-antiparticule n'est pas aussi limpide mais il sera justifié plus bas qu'il ne s'avère pas nécessaire d'en tenir compte aux énergies actuelles.

Pour un effet d'écran maximal, l'énergie de recul deviendra négligeable, de sorte que les énergies du positron et de l'électron seront reliées par l'équation: $E_- = \hbar\omega - E_+$. La section efficace différentielle de formation d'une paire dans un matériau élémentaire comprendra alors une fonction δ et se réduira à l'expression suivante (tenant compte à la fois des noyaux et des électrons) [128,129,130]⁶:

$$\frac{d\sigma}{dE_+} = 4\alpha Z(Z+1) r_e^2 \frac{1}{(\hbar\omega)^3} \left\{ \left(E_+^2 + E_-^2 + \frac{2}{3} E_+ E_- \right) \ln \frac{183}{Z^{1/3}} - \frac{1}{9} E_+ E_- \right\}. \quad (2.59)$$

⁶Fenyves donne la probabilité plutôt que la section efficace.

L'expression n'est strictement valide que si les énergies sont très supérieures à l'énergie de masse au repos, $m_e c^2$. Lorsque ce n'est pas le cas, il faut recourir à une équation beaucoup plus élaborée [131], mais il est rare que la situation en physique des hautes énergies le requiert.

On note que l'expression comporte une symétrie entre le positron et l'électron. Cette symétrie vient de l'idéalisation que représente l'approximation de Born car, à des vitesses faibles, là où l'approximation ne s'applique plus, on doit s'attendre à ce que le positron reçoive davantage d'énergie que l'électron dans une interaction avec le noyau, à cause de la répulsion électrique. Cette situation est généralement traitée par d'autres méthodes que l'approximation de Born [127,132].

Cette expression différerait de deux façons si l'état final consistait en un autre type de paire qu'une paire électron-positron: d'une part, le terme r_e^2 prendrait la forme $r_e^2 (m_e/m)^2$; d'autre part, l'effet d'écran serait moins accentué. Comme l'effet d'écran ne modifie pas substantiellement la section efficace, il en ressort que, globalement, celle-ci s'en trouverait réduite par un facteur correspondant au carré du rapport de la masse de la particule à celle de l'électron. La probabilité de formation d'une paire autre qu'électron-positron est donc excessivement faible.

Ici encore, comme dans le cas du bremsstrahlung, il est souhaitable de diviser cette section efficace différentielle par un facteur correctif puisque l'approximation de Born s'applique mal aux éléments lourds. Ce facteur correctif, empirique, est le même qu'on retrouve dans le traitement du bremsstrahlung (voir éq. 2.38) [130].

La section efficace de formation d'une paire est ainsi [116,128,129,130]:

$$\sigma = 4\alpha Z(Z+1) r_e^2 \left(\frac{7}{9} \ln \frac{183}{Z^{1/3}} - \frac{1}{54} \right) \left(1 + 0,12 \left(\frac{Z}{82} \right)^2 \right)^{-1} \quad (2.60)$$

où on a inclus le facteur de correction. On notera que cette section efficace ne dépend pas de l'énergie du photon. Or, on avait noté que les sections efficaces de l'effet photoélectrique (éq. 2.57) et de l'effet Compton (éq. 2.55) décroissaient toutes deux avec l'énergie du photon, dans le premier cas très rapidement, dans le second cas, un peu moins. Il en découle donc qu'aux hautes énergies, les photons interagissent avec la matière essentiellement par formation de paires particule-antiparticule.

Un dernier point mérite d'être discuté relativement à la formation de paires: la distribution angulaire des particules chargées résultantes. Puisque les particules chargées ont

des énergies de masse au repos très inférieures à l'énergie du photon, l'essentiel de leur quantité de mouvement pointera dans la direction de celle du photon initial. En fait, l'angle moyen sera [128,129]:

$$\theta \sim \frac{m_e c^2}{E} \quad (2.61)$$

où θ est l'angle moyen d'émission de l'une ou l'autre particule chargée et E l'énergie de cette particule. On constate donc que l'angle d'émission sera assez faible si l'énergie est relativement répartie entre les deux particules et que le photon initial possède une énergie élevée.

2.3.4 Le coefficient d'absorption de masse

Du point de vue expérimental, une quantité plus commode que la section efficace est le *coefficient d'absorption de masse*. Sa définition est [133,134]:

$$\frac{\mu}{\rho} = \frac{N_A}{A} \sigma \quad (2.62)$$

où μ est le coefficient d'absorption de masse et ρ la densité du matériau. Le quotient $\frac{\mu}{\rho}$ ne dépend que de l'élément atomique et de l'énergie; il est indépendant de la phase du matériau. N_A est le nombre d'Avogadro, A la masse atomique et σ la section efficace pertinente.

Si, dans les conditions expérimentales choisies, plusieurs processus physiques différents ne peuvent être distingués (ou s'il n'est pas jugé nécessaire de les distinguer pour l'application recherchée), la section efficace pertinente est alors la somme des sections efficaces de ces divers processus (voir section 2.1.2). Dans le cas d'un rayon-X ou γ , cette section efficace a donc pour expression:

$$\sigma = \sigma_{ph} + \sigma_{Comp} + \sigma_{paire}, \quad (2.63)$$

c'est-à-dire la somme des sections efficaces des trois processus décrits précédemment: l'effet photoélectrique, l'effet Compton et la formation d'une paire particule-antiparticule.

Pour un matériau homogène, la section efficace totale sera indépendante de la position dans le matériau de sorte qu'on obtiendra une loi d'atténuation exponentielle pour le nombre de photons du faisceau, soit l'intensité, en fonction de la position dans le matériau⁷

⁷Cette loi utilise implicitement l'hypothèse que le faisceau de photons est monochromatique et que la propagation est rectiligne.

[132,133,134,135,136,137,138]:

$$I = I_0 e^{-\mu x} \quad (2.64)$$

où I est l'intensité du faisceau après passage à travers une épaisseur x de matériau, l'intensité initiale étant I_0 . Une interprétation alternative de cette expression est que I/I_0 est la probabilité pour un photon de franchir une distance x sans interagir.

Les choses se compliquent un peu lorsqu'on a affaire à un matériau composé de plusieurs éléments. En effet, la section efficace à laquelle le coefficient d'absorption de masse est relié se calcule en faisant intervenir les fonctions d'onde du système. Or, les fonctions d'onde d'un composé moléculaire (ou celles d'un atome dans un réseau cristallin) ne se factorisent pas strictement en fonctions d'onde atomiques, avec le résultat qu'il n'existe pas de règle générale permettant d'obtenir le coefficient d'absorption de masse d'un matériau composé [138].

Néanmoins, s'il est acceptable de supposer négligeables les modifications introduites par les liens chimiques dans une fonction d'onde atomique, on peut alors établir un coefficient d'absorption global pour ce corps à partir des sections efficaces des divers éléments présents. Par application de l'équation 2.26, on obtient pour le coefficient d'absorption global l'expression suivante [138]:

$$\frac{\mu}{\rho} = \sum_i w_i \frac{\mu_i}{\rho_i} \quad (2.65)$$

où w_i est la fraction en poids de l'élément i . D'après Hubbell [138], cette façon de procéder ne devrait pas mener à une erreur plus grande que quelques pourcents pour des photons d'énergie supérieure à 10 keV mais une erreur beaucoup plus forte doit être envisagée pour des énergies de l'ordre d'une centaine d'eV. Dans ce dernier cas, le recours à des mesures expérimentales ou à des calculs faits spécifiquement pour le matériau en question serait hautement préférable.

Dans le domaine des hautes énergies, pour des photons dont l'énergie est beaucoup plus élevée que quelques masses électroniques, les choses redeviennent simples. La seule section efficace qui contribue alors notablement est celle de la formation d'une paire (sur un noyau ou un électron). Dans cette circonstance, le coefficient d'absorption de masse prend pour valeur [130,139]:

$$\frac{\mu}{\rho} = 4\alpha \frac{N_A}{A} Z(Z+1) r_e^2 \left[\frac{7}{9} \ln \frac{183}{Z^{1/3}} - \frac{1}{54} \right] \left[1 + 0,12 \left(\frac{Z}{82} \right)^2 \right]^{-1} \quad (2.66)$$

$$\simeq \frac{7}{9} \frac{1}{\rho X_0} \quad (2.67)$$

ou λ_0 est la longueur de rayonnement introduite d'abord dans la discussion sur le rayonnement de bremsstrahlung (voir section 2.2.2, éq. 2.41). On a précédemment discuté la grande similitude entre le rayonnement de bremsstrahlung et le processus de formation d'une paire; il n'est donc pas étonnant de rencontrer cette quantité dans la section efficace de formation d'une paire.

2.3.5 Les effets de canalisation

Dans tous les effets décrits jusqu'à maintenant, il ne s'est pas avéré nécessaire de tenir compte de la structure cristalline du milieu dans lequel s'effectuait l'interaction. Pour certains effets, un milieu ne représente qu'une somme d'atomes et l'effet global observé dans ce milieu est simplement proportionnel à l'effet résultant de l'interaction avec un seul atome. Cette catégorie d'effets comprend en particulier la formation de paires particule-antiparticule, le rayonnement de bremsstrahlung ou l'effet Compton. Dans une seconde catégorie, comprenant par exemple la perte d'énergie par ionisation ou le rayonnement de Čerenkov, le comportement collectif du milieu est essentiel à une description adéquate de l'effet. Toutefois, le milieu est toujours considéré comme isotrope, c'est-à-dire que le comportement est identique peu importe l'axe suivant lequel le milieu est traversé. Or, on peut soupçonner, à juste titre, que ce ne doive pas toujours être le cas: la cohérence physique d'un milieu est susceptible d'induire une cohérence dans certains effets électrodynamiques. De toute évidence, un tel effet ne se manifesterait clairement que dans un milieu anisotrope. L'endroit tout indiqué pour observer un tel effet serait donc un cristal.

Il a été suggéré dès le début du siècle, par Stark et Wendt [140], que des particules chargées voyageant à un angle faible par rapport à un axe cristallin devraient être *canalisées*, c'est-à-dire que leur mouvement devrait s'effectuer entre des plans cristallins. Cet effet a été observé dans un système non-relativiste [141,142] en 1963 et une première description quantitative en a été proposée peu après par Lindhard [143].

Plusieurs auteurs ont rédigé des synthèses présentant l'évolution historique et conceptuelle du sujet. On peut citer en particulier Ahlen [144], Bazylev et Zhevago [145], Akhiezer et Shul'ga [146] et Andersen, Bonderup et Pantell [147]. On peut également trouver une courte discussion du sujet dans le livre de Fernow [148].

Le calcul quantitatif des modifications attribuables à la canalisation de particules ultrarelativistes dans un cristal fait intervenir le potentiel décrivant le réseau cristallin, soit

une fonction très complexe dans la plupart des cas (et *a fortiori* dans le cas général). En revanche, la description théorique de la canalisation indique nettement que ces modifications ne deviennent notables que lorsque l'angle entre la direction de la particule chargée et l'axe (ou le plan) cristallin est inférieur à un angle critique⁸, ψ_c , [144,147,149]:

$$\psi_c = 2\sqrt{\frac{Z_1 Z_2 e^2}{p_1 v_1 d}} = 2\sqrt{Z_1 Z_2 \frac{r_e}{d} \frac{1}{\gamma_1 \beta_1^2}} = 2\alpha \sqrt{Z_1 Z_2 \frac{a_0}{d} \frac{1}{\gamma_1 \beta_1^2}} \quad (2.68)$$

en utilisant la définition (CGS) du rayon classique de l'électron, $r_e = e^2/(m_e c^2)$, et la relation entre ce dernier et le rayon de Bohr, $r_0 = r_e \alpha^{-2}$ [6]. Les variables Z_1, p_1, v_1, γ_1 et β_1 ont trait à la particule chargée ultrarelativiste et représentent respectivement sa charge, sa quantité de mouvement, sa vitesse, son facteur de Lorentz et sa vitesse (en unités de la vitesse de la lumière). Les deux autres variables sont liés au réseau: Z_2 est le nombre atomique de l'élément constituant le réseau tandis que d est la distance interatomique, soit la constante du réseau. À partir de cette formule, on peut estimer que l'angle critique devrait être inférieur à 10 mrad pour des particules chargées ultrarelativistes.

Expérimentalement, il est assez bien établi que la canalisation des particules chargées n'a effectivement lieu que pour des angles très faibles par rapport aux axes ou plans cristallins [147,150,151,152,153,154]. À l'intérieur de ce cône toutefois, le comportement peut se démarquer très spectaculairement de ce que laisserait prévoir l'électrodynamique d'un milieu amorphe. On peut en effet observer un excès de rayonnement (en sus du bremsstrahlung) lorsqu'un faisceau de particules est canalisé [150,152,153,155,156] de même qu'une production accrue de paires particule-antiparticule [151,154].

La canalisation des particules chargées a jusqu'à maintenant surtout fait l'objet d'études à caractère fondamental. Certaines applications de cet effet ont toutefois été mises en pratique ou envisagées: il a ainsi été suggéré qu'on pourrait y recourir pour produire des calorimètres électromagnétiques très compacts [154]; d'autre part, une équipe du Fermi National Accelerator Laboratory l'a utilisé pour défléchir un faisceau de protons (et également en réduire l'intensité) dans le cadre d'une expérience où de faibles flux étaient requis [157]; enfin, plusieurs applications possibles sont discutées dans l'article de Carrigan [158].

⁸En fait, l'angle critique diffère suivant que l'on traite de canalisation axiale ou planaire; la différence peut toutefois être négligée pour l'objet de cette discussion.

Chapitre 3. Les concepts et méthodes statistiques

3.1 Possibilités et limites de la statistique

La statistique comprend deux parties: la *statistique descriptive* ou *déductive*, qui ne vise qu'à compiler ou présenter sous forme succincte l'information contenue dans un ensemble de données, et la *statistique inductive*, dont l'objet est de tirer des conclusions à caractère général à partir d'un ensemble particulier de données expérimentales. L'interprétation de résultats relève indiscutablement de cette seconde approche, de sorte que la statistique descriptive présente comparativement peu d'intérêt en sciences physiques. En revanche, les deux parties ne sont pas strictement disjointes: dans plusieurs cas, les méthodes de l'une et l'autre parties apparaîtront très semblables, malgré les contextes différents dans lesquels elles sont dérivées [159,160]

Du point de vue opérationnel ou pratique, la distinction la plus importante entre les deux parties est que les méthodes de la statistique descriptive ne requièrent aucune hypothèse sur les données (puisque'il ne s'agit que d'en résumer les caractéristiques) tandis que celles de la statistique inductive requièrent inévitablement certaines connaissances, voire un modèle, autant de la procédure expérimentale que du phénomène étudié. L'élaboration d'un tel modèle, en ce qui a trait à la procédure expérimentale, est du ressort de la théorie des probabilités; la première étape d'une démarche de nature statistique est de déterminer quelle distribution de probabilités est la plus susceptible de s'appliquer au cas à l'étude [161,162,163].

Dans le domaine de la statistique, il ne suffit plus d'une variable pour décrire une quantité: une quantité n'est complètement décrite que lorsqu'on spécifie sa distribution. En principe, lorsque celle-ci est connue, il devient possible de résoudre quelque problème que ce soit où cette quantité intervient¹. Si la situation qu'on cherche à décrire comporte plusieurs variables, la distribution de chacune doit être connue.

On se doutera que la situation idéale où les distributions de chaque quantité sont connues représente bien plutôt l'exception que la règle. Dans cette perspective, beaucoup

¹Naturellement, en pratique, la solution sera très souvent difficile, sinon presque impossible, à déduire analytiquement.

de travail a été effectué en statistiques sur des méthodes non-paramétriques, également qualifiées de *robustes*, où le résultat obtenu dépend peu de la forme de la distribution (voir, par exemple, [164]). Il importe toutefois de saisir qu'en règle générale, si ces méthodes produisent un résultat peu dépendant d'une distribution précise, elles n'y arrivent qu'en octroyant au résultat obtenu une plus grande marge d'incertitude ou, ce qui est peu différent, en imposant au cas traité des contraintes strictes. Ces méthodes utilisent de toute manière, quoique implicitement, la notion de distribution.

3.2 Distributions statistiques

Une distribution de probabilités est une fonction d'une ou de plusieurs variables, aléatoires, et, en général, de quelques paramètres qui dépendent de la situation particulière. On parlera de *distribution de probabilités discrète* lorsque les variables aléatoires d'une distribution n'admettent que certaines valeurs et de *distribution de probabilités continue* si ces mêmes variables couvrent un intervalle continu de valeurs. Par exemple, une distribution dont la variable aléatoire ne prendrait que des valeurs entières serait discrète tandis qu'une autre dont la variable aléatoire prendrait plutôt des valeurs réelles serait continue. La seule contrainte sur cette fonction est qu'elle soit toujours supérieure ou égale à zéro (puisque une distribution de probabilités correspond à un nombre d'événements). On requiert en général aussi que la distribution soit normalisée, de sorte que toute probabilité se situe entre zéro et un [165,166,167].

Une distribution de probabilités, qu'elle soit discrète ou continue, se caractérise par l'ensemble de ses moments, dans la mesure où ceux-ci existent². Il existe plusieurs types de moments [168,170]; nous n'en discuterons que deux: les moments algébrique et centré. On doit auparavant introduire la définition de *l'espérance*, E , qui est:

$$E(g(x)) = \begin{cases} \int_{\Omega} g(x)f(x) dx & \text{si } f(x) \text{ est continu} \\ \sum_{i \in \Omega} g(x_i)f(x_i) & \text{si } f(x) \text{ est discret} \end{cases} \quad (3.1)$$

qu'on peut concevoir comme l'intégrale (ou la sommation) de $g(x)$ sur toutes les valeurs admissibles (l'ensemble Ω) pondérée par la distribution de probabilités $f(x)$, soit grossièrement une moyenne pondérée de la fonction $g(x)$. Le *moment algébrique d'ordre n* ,

²Par exemple, pour la distribution de Cauchy, dénommée également distribution de Lorentz ou de Breit-Wigner, aucun des moments n'existe, sauf sur un intervalle doublement borné [168,169].

dénoté μ'_n , est défini comme :

$$\mu'_n \equiv E(x^n) \quad (3.2)$$

tandis que le *moment centré d'ordre n*, μ_n , a pour définition:

$$\mu_n \equiv E((x - E(x))^n). \quad (3.3)$$

Trois propriétés découlent de la définition de l'espérance:

$$E(x + c) = E(x) + c \quad (3.4)$$

$$E(cx) = cE(x) \quad (3.5)$$

$$E\left(\sum_{i=1}^n c_i f_i(x)\right) = \sum_{i=1}^n c_i E(f_i(x)). \quad (3.6)$$

On résumera l'ensemble des trois propriétés (par abus de langage) en disant que l'opérateur $E(x)$ est *linéaire* [165,166,168,171,172,173,174,175].

Les définitions que nous venons de présenter ne s'appliquent qu'à des distributions d'une seule variable aléatoire. On peut toutefois aisément généraliser ces définitions au cas d'une distribution de plusieurs variables aléatoires. L'espérance se présente alors sous la forme d'une intégrale multiple:

$$E(g(\vec{x})) = \int_{\Omega_1} dx_1 \int_{\Omega_2} dx_2 \dots \int_{\Omega_n} dx_n g(\vec{x}) f(\vec{x}) \quad (3.7)$$

où $l(\vec{x}) \equiv l(x_1, x_2, \dots, x_n)$. Par exemple, la covariance, et donc, à un facteur multiplicatif près, le coefficient de corrélation, constituent le moment centré d'ordre 1 (pour les deux variables) d'une distribution de deux variables aléatoires, $E((x - \mu_x)(y - \mu_y))$. Lorsque les variables aléatoires sont indépendantes, la densité de probabilités, $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ se factorise en fonctions d'une seule variable, $h_i(x_i)$ de sorte que, si la fonction intervenant dans le moment, $g(x_1, x_2, \dots, x_n)$, est aussi factorisable (ce qui est généralement le cas), ce moment devient un produit de moments d'une seule variable:

$$E(g_1(x_1), g_2(x_2), \dots, g_n(x_n)) = E(g_1(x_1))E(g_2(x_2)) \dots E(g_n(x_n)). \quad (3.8)$$

D'autre part, ce moment multidimensionnel est également linéaire:

$$E\left(\sum_{i=1}^n a_i x_i\right) = \sum_{i=1}^n a_i E(x_i). \quad (3.9)$$

Les deux propriétés découlent directement de la définition du moment multidimensionnel [168,174,176,177].

Deux moments sont plus particulièrement intéressants: la *moyenne*, le moment algébrique d'ordre 1, et la *variance*, le moment centré d'ordre 2. En effet, bien qu'une distribution ne soit en principe complètement déterminée que si on connaît tous ses moments, la moyenne et la variance sont les plus importants. D'abord, pour la plupart des distributions de deux paramètres ou moins, il suffira de ces deux moments pour pouvoir déterminer les paramètres; ensuite, ces deux moments constituent une mesure des deux caractéristiques les plus importantes d'une distribution: la moyenne caractérise la tendance centrale d'une distribution tandis que la variance indique la dispersion des données. Dans un contexte général, c'est la seule signification de ces deux quantités mais, dans le contexte d'une distribution particulière, on peut octroyer à chacune une signification beaucoup plus précise. Les autres moments présenteront moins d'intérêt, soit parce qu'ils seront associés à des caractéristiques moins cruciales, comme le degré d'asymétrie d'une distribution (dans le cas du moment centré d'ordre 3), soit parce qu'ils ne renfermeront aucune information, comme c'est par exemple le cas du moment centré d'ordre 1, qui est identiquement nul. Vu leur importance, on dénote la moyenne et la variance par des symboles particuliers: le symbole μ (ou, quelquefois, $E(x)$) dénote la moyenne tandis que la variance est représentée par σ^2 (ou $V(x) \equiv E((x - \mu)^2)$). Enfin, on dénomme la racine carrée de la variance *l'écart-type* et on le représente par le symbole σ . L'intérêt de cette quantité est qu'elle possède la même dimension que la moyenne et peut donc être plus facilement mise en relation avec celle-ci que la variance [165,166,168,172,173,174,175].

Les propriétés mentionnées plus haut pour l'espérance s'appliquent directement à la moyenne. Pour la variance, un peu d'algèbre est nécessaire pour déduire de telles propriétés:

$$\begin{aligned} V(x + c) &= E((x + c - \mu)^2) \\ &= E((x - \mu)^2) + 2cE(x - \mu) + c^2E(1) \\ &= \sigma^2 + c^2 \end{aligned} \tag{3.10}$$

$$\begin{aligned} V(cx) &= E((cx - \mu)^2) \\ &= E((cx - c\mu + (c - 1)\mu)^2) \\ &= c^2\sigma^2 + (c - 1)^2\mu^2. \end{aligned} \tag{3.11}$$

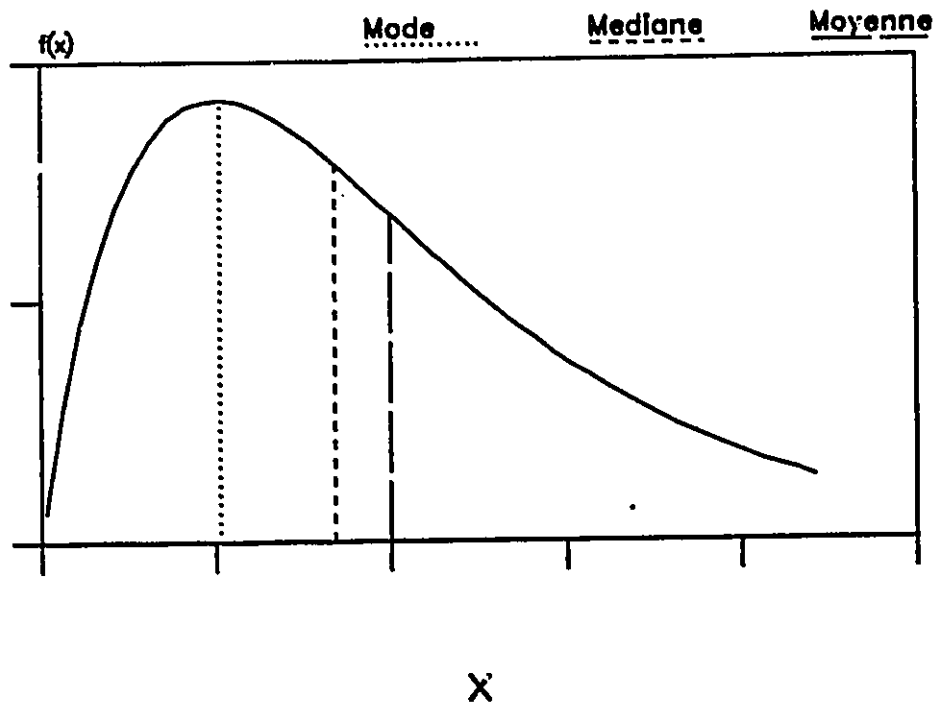


Figure 3.1: Densité de probabilités asymétrique. La moyenne, la médiane et le mode y sont indiqués.

Mis à part la moyenne, une mesure de tendance centrale fréquemment utilisée est la *médiane*, définie comme la valeur divisant la densité de probabilités en deux portions égales. Elle coïncidera avec la moyenne pour une distribution unimodale symétrique, c'est-à-dire ne comportant qu'un maximum et possédant une symétrie par rapport à ce maximum. Une différence entre moyenne et médiane constitue un indice de l'asymétrie d'une distribution [173,178,179,180,181].

Enfin, la tendance centrale pourrait également être caractérisée par le *mode*, qui est la valeur la plus probable (en termes plus mathématiques, le maximum) de la densité de probabilités. Là encore, si la distribution est unimodale symétrique, le mode coïncidera avec la moyenne [178,179,181]. La figure 3.1 illustre pour une distribution unimodale asymétrique où se situent la moyenne, la médiane et le mode.

Ces différents indicateurs de tendance centrale n'en constituent pas une énumération exhaustive, il va sans dire. Ils sont toutefois d'applicabilité assez générale, contrairement à des indicateurs comme la *moyenne harmonique* ou la *moyenne géométrique*, qui ne présentent d'intérêt que dans des circonstances très particulières [178,181].

Dans le cas de la dispersion, deux estimateurs sont principalement utilisés: la variance et *l'étendue*, cette dernière étant l'écart entre la plus petite et la plus grande valeurs [178,181,182].

Une distribution peut être construite, au moyen de la théorie des probabilités, à partir de postulats sur les circonstances expérimentales. Cependant, en pratique, on tente rarement d'établir à partir de postulats la distribution appropriée; on peut la plupart du temps trouver une distribution adéquate parmi un groupe d'une dizaine de distributions assez classiques et assez générales. C'est à une discussion de quelques-unes d'entre elles, d'intérêt particulier pour notre analyse, que seront consacrées les prochaines pages.

3.2.1 La distribution binômiale

La distribution binômiale est une fonction d'une variable aléatoire discrète, x , et comporte deux paramètres, N et p . Elle s'applique à une situation où seulement deux éventualités (mutuellement exclusives) sont possibles, l'une d'elle ayant une probabilité p de se produire. Le second paramètre est le nombre d'essais effectués, N . La variable aléatoire représente le nombre d'occasions (parmi les N essais) où l'éventualité de probabilité p s'est réalisée. La dérivation de cette distribution suppose en plus que la probabilité p soit constante d'un essai à l'autre et que ces essais soient indépendants [183,184,185,186,187,188,189,190,191,192].

Les caractéristiques les plus importantes de la distribution binômiale sont les suivantes [184,188,189,190,191]:

Fonction de probabilités:
$$P(x) = \binom{N}{x} p^x (1-p)^{N-x}.$$

Moyenne: $\mu = Np.$

Variance: $\sigma^2 = Np(1-p).$

On ajoutera en plus que la distribution binômiale est asymétrique pour des valeurs de p voisines de 0 ou 1 et symétrique si p est aux alentours de $\frac{1}{2}$ [183,184,187].

En physique des hautes énergies, la distribution binômiale s'appliquerait par exemple à une étude de l'asymétrie avant-arrière d'une réaction [190]. Un autre exemple serait le calcul de la probabilité qu'un bruit de fond d'une probabilité donnée atteigne une certaine ampleur. Cependant, on se servira en général peu de la distribution binômiale, malgré que

sa dérivation ne repose sur aucune approximation. Le recours à cette distribution implique en effet l'utilisation d'une variable aléatoire discrète et la manipulation de sommes. Lorsque cela est possible, on trouvera souvent plus avantageux d'approximer la distribution binômiale par une distribution normale (décrite plus loin), celle-ci offrant l'avantage d'être une distribution continue. Dans les conditions où l'approximation est satisfaisante, cette distribution normale possède les mêmes valeurs de moyenne et de variance que la distribution binômiale originale, à une correction de continuité près, permettant ainsi un passage aisé de l'une à l'autre [189,191,193,194].

Plusieurs autres distributions discrètes présentent des analogies, à tout le moins dans la dérivation, avec la distribution binômiale. Ainsi, la *distribution binômiale négative* représente en quelque sorte l'inverse de la distribution binômiale: la variable aléatoire est ici le nombre d'essais nécessaires pour observer N réalisations d'une éventualité dont la probabilité est p . Un cas particulier de cette distribution, soit lorsque $N = 1$, est la *distribution géométrique*, qui correspond à la probabilité de devoir effectuer un certain nombre d'essais avant d'observer la première réalisation de l'éventualité de probabilité p [184,195,196,197].

Enfin, on peut généraliser au cas de plusieurs éventualités possibles la distribution binômiale: on obtient alors la *distribution multinômiale*. L'intérêt de cette distribution (relativement à la physique des hautes énergies) est qu'elle décrit la distribution des événements parmi les différents groupes d'un histogramme [198,199,200].

3.2.2 La distribution de Poisson

La distribution de Poisson joue un rôle particulièrement important en physique subatomique. Comme pour la distribution binômiale, il s'agit d'une distribution d'une variable aléatoire discrète, x ; elle ne comporte toutefois qu'un seul paramètre (réel), qu'on désignera μ puisqu'il s'avèrera que ce paramètre correspond à la moyenne de la distribution.

Cette distribution peut être perçue comme un cas limite de la distribution binômiale lorsque les paramètres de celle-ci obéissent aux trois contraintes suivantes:

$$\begin{aligned}p &\rightarrow 0 \\N &\rightarrow \infty \\Np &= \mu\end{aligned}$$

où μ représente un nombre fini positif. Par application de ces contraintes à la distribution binômiale, on déduit la distribution de Poisson. D'un point de vue axiomatique, celle-ci repose donc sur un ensemble de cinq contraintes [201,202,203,204,205,206,207,208,209].

La distribution de Poisson peut aussi être dérivée d'une autre façon, qui fait ressortir davantage son rôle en physique et l'étendue de ses applications possibles. Dans cette seconde approche, on vise à déduire la distribution de probabilités du nombre d'événements (indépendants), x , qui tombent dans un certain intervalle lorsqu'un événement a une probabilité définie et constante de se produire, de telle sorte qu'on prévoierait en moyenne μ événements sur cet intervalle. Cette probabilité doit être suffisamment faible pour que, sur un intervalle infinitésimal, la probabilité d'observer deux événements soit tout à fait négligeable. On peut dans ce cas construire une équation différentielle dont la solution est la distribution de Poisson. On remarquera la similitude entre ces contraintes et celles qui interviennent à la fois dans la distribution binômiale et dans le passage à la limite qui mène à la distribution de Poisson, la contrainte $N \rightarrow \infty$ étant implicite dans l'usage du calcul infinitésimal [201,205,206,209,210].

La distribution de Poisson a pour caractéristiques:

Fonction de probabilités: $P(x) = \frac{\mu^x e^{-\mu}}{x!}$.

Moyenne: μ .

Variance: $\sigma^2 = \mu$.

Elle est asymétrique lorsque μ est faible mais cette asymétrie décroît rapidement lorsque μ augmente. De plus, la somme de deux variables, x_1 et x_2 , obéissant toutes deux à une distribution de Poisson, avec comme paramètre μ_1 et μ_2 respectivement, obéit aussi à une distribution de Poisson, dont le paramètre est $\mu_1 + \mu_2$. Par application répétée de ce résultat, on peut déduire qu'il s'applique en fait à une somme d'un nombre arbitraire de variables aléatoires obéissant à une distribution de Poisson [201,202,203,204,205,206,207,210]. En revanche, la différence de deux variables suivant toutes deux une distribution de Poisson ne peut elle-même obéir à une telle distribution, puisqu'une distribution de Poisson ne peut prendre de valeurs négatives [211].

La distribution de Poisson étant discrète, elle présente les mêmes inconvénients d'utilisation que la distribution binômiale. Comme elle représente un cas limite de cette dernière, elle peut en certaines circonstances être assez précisément approximée par une distribution

normale. Intuitivement, on se doutera que la qualité de l'approximation dépendra de la moyenne: plus celle-ci sera élevée, plus la distribution deviendra symétrique et plus l'approximation par une normale sera satisfaisante. La variance de cette distribution normale sera identique à celle de la distribution de Poisson tandis que la moyenne différera par un facteur de $\frac{1}{2}$, la correction de continuité, facteur qui sera négligeable pour peu que la moyenne soit relativement élevée (l'approximation normale ne peut de toute façon être très satisfaisante si ce n'est pas le cas, l'asymétrie étant alors trop grande) [194,201,207,210].

Les applications de la distribution de Poisson ne manquent pas puisqu'elle décrit la quantité d'événements qu'on peut prévoir dans un certain intervalle lorsque leur moyenne reste constante. Dans le domaine de la physique subatomique, la distribution de Poisson décrit en particulier la distribution du nombre de désintégrations par unité de temps d'un corps radioactif [201,202,205,206,210], comme l'ont fait ressortir Rutherford, Geiger et Bateman [212].

Si, au lieu de déterminer le nombre d'événements qui se produisent dans un intervalle de temps donné, on détermine plutôt la taille de l'intervalle entre deux événements, il en résulte une *distribution exponentielle*. Celle-ci ne comporte également qu'un paramètre. C'est par exemple la distribution qui s'applique à la probabilité qu'une désintégration radioactive survienne après un certain temps [213,214,215,216,217]. Dans le cadre de ce travail, la pertinence de la distribution exponentielle résulte de ce que, si une variable aléatoire admet une distribution de Poisson, il découle que la distribution des intervalles entre deux événements donnés obéit à une distribution exponentielle [208,213,214,215].

En plus de présenter des liens avec les distributions binômiale, normale et exponentielle, la distribution de Poisson affiche quelques similitudes avec une autre distribution, continue, la *distribution gamma*, la distribution exponentielle constituant en fait un cas particulier de cette dernière [218,219,220,221,222]. Enfin, lorsque la moyenne d'une distribution de Poisson devient elle-même une variable aléatoire, la distribution résultante est appelée *distribution de Poisson composée* [207,223,224].

3.2.3 La distribution normale

La distribution la plus fondamentale en statistique est la distribution normale, d'abord à cause de sa large applicabilité, ensuite parce qu'elle est souvent la distribution résultante d'une moyenne de plusieurs valeurs, peu importe leur distribution originale (on discutera

ce théorème plus loin). Elle constitue certainement la distribution la plus étudiée et, d'un point de vue pratique, la plus utilisée de la statistique. Il s'agit d'une distribution continue d'une variable aléatoire, x , et de deux paramètres, μ et σ , qui correspondent précisément à la moyenne et à l'écart-type de la distribution. Les deux paramètres sont des quantités réelles mais l'écart-type, σ , doit en plus être supérieur à 0. Dans le cas particulier où la moyenne est nulle et l'écart-type égal à 1, on parle de *distribution normale centrée réduite* [225,226,227,228,229,230,231,232,233,234].

La distribution normale peut être dérivée comme un cas limite de la distribution binômiale, lorsque:

$$N \rightarrow \infty,$$

ce qui en fait donc un cas plus général que la distribution de Poisson (ce qu'on peut intuitivement saisir par le fait que les distributions binômiale et normale dépendent toutes deux de deux paramètres tandis que la distribution de Poisson ne dépend que d'un) [191,206].

Elle peut aussi être dérivée comme la distribution d'une variable aléatoire résultant d'un nombre élevé d'effets indépendants et tous assez faibles comparativement au résultat. Dans la formulation moderne, cette seconde approche a plutôt été élevée au rang de théorème, le *théorème de la limite centrale*: pour un ensemble de n valeurs aléatoires indépendantes, x_1 à x_n , provenant d'une distribution dont la moyenne et l'écart-type sont tous deux finis, la moyenne de ces valeurs:

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i - n\mu}{\sqrt{n}\sigma} \quad (3.12)$$

est normalement distribuée avec une moyenne nulle et un écart-type de valeur 1 lorsque n tend vers l'infini ($n \rightarrow \infty$), c'est-à-dire qu'elle est décrite par une distribution normale centrée réduite [235,236].

Les caractéristiques plus particulièrement intéressantes de la distribution normale sont:

densité de probabilités: $p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$.

Moyenne: μ .

Variance: σ^2 .

Fonction de probabilités: $P(z \equiv \frac{x-\mu}{\sigma}) = \int_{z_1}^{z_2} p(z) dz$.

Intervalle de confiance:

$$\begin{aligned}
 P(-1 \leq z \leq 1) &= 0,683 \\
 P(-1,64 \leq z \leq 1,64) &= 0,90 \\
 P(-1,96 \leq z \leq 1,96) &= 0,950 \\
 P(-2 \leq z \leq 2) &= 0,954 \\
 P(-2,58 \leq z \leq 2,58) &= 0,99 \\
 P(-3 \leq z \leq 3) &= 0,9974.
 \end{aligned}$$

La fonction de probabilités ne peut être donnée sous forme réduite mais tous les ouvrages de statistiques comportent des tables de la distribution normale centrée réduite, desquelles on peut déduire la valeur de la fonction de probabilités pour une normale arbitraire. On mentionnera enfin de la distribution normale qu'elle est unimodale et symétrique par rapport à la moyenne [225,226,227,228,229,230,231,232,233,234].

La distribution normale possède une propriété d'additivité: la somme de plusieurs variables aléatoires normales (ne possédant pas nécessairement la même moyenne ou la même variance) est aussi une normale. Mathématiquement, si $x_1, x_2, \dots, x_n$ sont des variables aléatoires normales, dont les distributions ont pour moyennes et variances $(\mu_1, \sigma_1^2), (\mu_2, \sigma_2^2), \dots, (\mu_n, \sigma_n^2)$ respectivement, alors, la distribution de l'expression linéaire $a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n$ est une normale dont la moyenne est $a_1\mu_1 + a_2\mu_2 + \dots + a_n\mu_n$ et la variance $a_1^2\sigma_1^2 + a_2^2\sigma_2^2 + \dots + a_n^2\sigma_n^2$ [226,237].

En revanche, la distribution d'une fonction de plusieurs variables aléatoires indépendantes n'est en général pas normale; il n'y a que dans le cas où une fonction est linéaire en termes des variables aléatoires qu'elle sera normale lorsque celles-ci seront normalement distribuées. Par exemple, le rapport de deux variables aléatoires normales est une distribution assez complexe ressemblant quelque peu à une distribution de Cauchy [238]. Il est cependant possible, par un développement en série de Taylor de la fonction, de déduire une valeur approximative de la variance. En fait, l'idée est de s'en tenir au premier ordre, lorsque ceci suffit à donner une approximation raisonnable de la fonction, menant ainsi à une forme linéaire:

$$f(\vec{x}) = f(\vec{\mu}) + \nabla_x f(\vec{\mu}) \cdot (\vec{x} - \vec{\mu}) \quad (3.13)$$

où le vecteur $\vec{x}$ représente les différentes variables aléatoires $(x_1, x_2, \dots, x_n)$, le vecteur

$\vec{\mu} \equiv (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n)$, le vecteur des valeurs moyennes associées aux différentes variables aléatoires et $\nabla_x \equiv (\frac{\partial}{\partial x_1}, \frac{\partial}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial}{\partial x_n})$, l'opérateur de dérivées partielles.

La variance de $f(\vec{x})$ prendra alors pour valeur, par la propriété d'additivité des normales mentionnée plus haut:

$$\sigma_f^2 = \left(\frac{\partial f(\vec{\mu})}{\partial x_1} \right)^2 \sigma_1^2 + \left(\frac{\partial f(\vec{\mu})}{\partial x_2} \right)^2 \sigma_2^2 + \dots + \left(\frac{\partial f(\vec{\mu})}{\partial x_n} \right)^2 \sigma_n^2 \quad (3.14)$$

où σ_i^2 est la variance de x_i (ou de la fonction globale). Le résultat est dérivé ici dans le cas particulier de la distribution normale mais a en fait une portée beaucoup plus générale, si les variables aléatoires sont indépendantes [175,238]. La validité du résultat, dans le cas général comme dans le cas particulier, est tributaire de la validité du développement au premier ordre dans l'intervalle où la densité de probabilités est importante. Pour une distribution normale, cette validité peut être approximativement exprimée par l'inégalité suivante:

$$\sigma_{x_i} \frac{\partial^2 f(\vec{\mu})}{\partial x_i^2} \ll \frac{\partial f(\vec{\mu})}{\partial x_i} \quad (3.15)$$

obtenue en exigeant que, pour chaque variable aléatoire, le terme du second ordre soit négligeable face à celui du premier ordre. (En principe, on devrait en plus vérifier que les dérivées mixtes du second ordre sont également négligeables.)

La distribution normale illustre de façon particulièrement claire l'affirmation précédemment faite qu'il est avantageux de spécifier la forme de la distribution statistique des données. En effet, des intervalles de confiance comme ceux indiqués plus haut pourraient être déduits sans spécifier une distribution particulière, à condition simplement de connaître la moyenne et l'écart-type, en ayant recours au *théorème de Chebyshev*³; en revanche, les intervalles ainsi déduits sont notablement plus larges que ceux qui découlent d'une connaissance de la distribution [239,240,241,242].

Dans le domaine de la physique, et en fait dans la plupart des domaines, la distribution normale est la distribution présumée pour une variable aléatoire. À moins d'avoir des raisons de la considérer inadéquate, c'est la distribution implicite des variables statistiques. Même lorsqu'une autre distribution apparaît plus appropriée, comme c'est le cas, par exemple, dans un processus de désintégration radioactive, où les fondements théoriques de la distribution de Poisson semblent correspondre davantage à la situation, une distribution normale pourra représenter une bonne approximation. Il est ainsi plus

³L'orthographe latine de ce nom ne fait pas l'unanimité.

simple d'indiquer dans quel cas on ne devrait pas recourir à une distribution normale, soit lorsqu'il y a des indications, théoriques ou expérimentales, que les données sont distribuées très asymétriquement. Ce qui sera en particulier le cas d'une variable aléatoire prenant uniquement des valeurs positives et dont le maximum de la distribution se situe très près de 0; d'autres distributions qu'une normale devraient alors être envisagées.

Plusieurs des distributions abordées précédemment peuvent prendre une allure asymétrique; elles peuvent ainsi jouer un rôle en quelque sorte complémentaire à la distribution normale. Pour une variable aléatoire discrète, les distributions binomiale, binomiale négative, multinomiale ainsi que la distribution de Poisson (simple ou composée) pourront s'appliquer, suivant la situation, à l'aide d'un choix judicieux de paramètres.

Dans le cas continu, les distributions mentionnées jusqu'à maintenant, exponentielle et gamma, pourront aussi, avec un choix approprié de paramètres, reproduire une asymétrie. Bien d'autres distributions offrent également cette possibilité; nous n'en mentionnerons qu'une seule, la *distribution log-normale*, qui est essentiellement une distribution normale où la variable aléatoire, x , est remplacée par son logarithme, $\ln x$. Dans ce cas, la variable aléatoire ne peut prendre que des valeurs positives. Cette distribution comporte aussi deux paramètres, en général aussi dénotés μ et σ ; ils représentent la moyenne et l'écart-type du logarithme de la variable aléatoire. En terme de la variable aléatoire elle-même, le paramètre μ correspond à la médiane. Le paramètre σ caractérise dans une certaine mesure la dispersion des valeurs de la variable aléatoire mais surtout, il détermine le degré d'asymétrie de la distribution (et ainsi la différence entre la moyenne et la médiane): plus σ est élevé et plus la distribution offre d'asymétrie. La distribution log-normale d'une variable aléatoire peut résulter d'un processus où les erreurs jouent de façon multiplicative (tandis qu'on obtiendra une distribution normale si elles se composent de façon additive) [243,244,245,246].

La distribution normale peut évidemment être généralisée au cas de plusieurs variables aléatoires et est alors appelée *distribution normale multi-dimensionnelle* ou simplement *multinormale*. Elle comporte N variables et $\frac{N(N+1)}{2} + N$ paramètres [247,248,249,250].

3.2.4 La distribution du chi-carré

La distribution du chi-carré, χ^2 , ne compte qu'un paramètre, N , qu'on appelle le nombre de degrés de liberté; il prend uniquement des valeurs entières et positives. La variable

prend, elle, des valeurs réelles mais positives ou nulles.

La distribution du chi-carré (χ^2) est rarement utilisée pour décrire une variable aléatoire primaire, soit le genre de données que produit une expérience; elle constitue plutôt la distribution de certaines quantités statistiques obtenues par combinaison de variables aléatoires. En particulier, une variable aléatoire, x , représentant la somme des carrés de N variables indépendantes obéissant toutes à une distribution normale centrée réduite (voir section précédente), qui est donc par voie de conséquence une variable positive et réelle, a pour distribution de probabilités la distribution du χ^2 avec N degrés de liberté. En particulier, si une variable aléatoire, x , est normalement distribuée avec moyenne μ et écart-type σ , la variable aléatoire $(\frac{x-\mu}{\sigma})^2$ suit une distribution du χ^2 avec 1 degré de liberté. La distribution du χ^2 joue de plus un rôle fondamental dans la théorie des tests d'hypothèse. C'est dans ce contexte que nous en ferons le plus grandement usage [180,251,252,253,254,255,256,257,258].

Quelques caractéristiques intéressantes de la distribution du χ^2 sont:

densité de probabilités: $f(x) = \frac{1}{2^{\frac{N}{2}} \Gamma(\frac{N}{2})} (\frac{x}{2})^{\frac{N}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}}$.

Moyenne: $\mu = N$.

Variance: $\sigma^2 = 2N$.

Fonction de probabilités: $P(x') = \int_0^{x'} f(x) dx$.

La distribution du χ^2 est asymétrique et n'a qu'un seul mode, celui-ci étant par ailleurs absent si N est inférieur ou égal à 2. Elle converge vers la distribution normale lorsque N s'accroît, comme on peut le déduire à l'aide du théorème de la limite centrale et de la définition de la distribution du χ^2 : une somme de carrés de variables normales. L'approximation normale est adéquate lorsque N est supérieur à 30. Cependant, étant donné la grande importance de la distribution du χ^2 en statistiques, et particulièrement pour des valeurs de N inférieures à 30, la fonction de probabilités du χ^2 a fait l'objet d'évaluations numériques spécifiques et est disponible sous forme de tables, pour un large éventail de valeurs de x' et N , dans la plupart des ouvrages de statistiques, dont ceux auxquels nous avons eu recours [180,251,252,253,254,255,256,257,258,259].

Comme dans les cas de variables aléatoires obéissant à une distribution de Poisson ou une distribution normale, un groupe de variables aléatoires dont la distribution est de type χ^2 possède une propriété d'additivité: si on a une série de variables aléatoires

indépendantes, $x_1, x_2, \dots, x_j$, obéissant à des distributions du χ^2 avec respectivement $N_1, N_2, \dots, N_j$ degrés de liberté, la variable aléatoire $x_1 + x_2 + \dots + x_j$ obéit aussi à une distribution du χ^2 , avec un nombre de degrés de liberté égal à $N_1 + N_2 + \dots + N_j$ [180,251,252,254,255,258].

D'un point de vue mathématique, la distribution du χ^2 est un cas particulier de la distribution gamma, tout comme la distribution exponentielle (voir section 3.2.2).

3.3 L'estimation de paramètres

L'objectif général de la statistique se résume à déterminer, connaissant une série de variables statistiques et, idéalement, leurs distributions, les distributions d'un autre ensemble de variables statistiques composées à partir des premières. La définition de ces variables statistiques formées à partir d'autres variables statistiques dépend de l'information recherchée. Or, souvent, celle-ci se limite à deux caractéristiques de l'ensemble de données ou, idéalement, de la distribution: la tendance centrale et la dispersion, soit l'information véhiculée par la moyenne et la variance (ou l'écart-type). Quelquefois, il sera avantageux de recourir à la médiane ou au mode plutôt qu'à la moyenne. Par exemple, pour une distribution de Cauchy, la moyenne ne vaut rien comme indicateur de tendance centrale; il est alors beaucoup plus avantageux de recourir à la médiane. En tout état de cause, indépendamment de la variable statistique choisie, on peut considérer que l'objectif est d'évaluer un paramètre d'une distribution (ou une combinaison de ceux-ci) [260,261].

Les moments d'ordre élevé, bien qu'en principe utiles, sont en pratique trop difficiles à évaluer précisément: ils tendent à amplifier la moindre déviation dans les données (par exemple, une légère déviation systématique) et sont particulièrement affectés par la taille finie de l'échantillonnage (on rappellera que la définition de principe des moments implique un échantillonnage de taille infinie) [262].

Cette section sera consacrée au choix de variables statistiques permettant d'estimer optimalement (ou, à tout le moins, de façon satisfaisante) les paramètres d'une distribution à partir d'un ensemble de données. On discutera tout d'abord les critères à utiliser pour sélectionner une variable statistique plutôt qu'une autre dans la détermination d'un paramètre. On discutera ensuite de méthodes qui permettent de déduire des variables statistiques appropriées et on les appliquera enfin aux cas qui seront plus particulièrement utiles à notre analyse. La notion de variable statistique est d'application plutôt

générale; pour la discussion de l'estimation de paramètres, on parlera plus spécifiquement d'*estimateur*, étant bien entendu qu'un estimateur est un cas spécial de variable statistique. D'autre part, s'il y a possibilité de confusion entre l'estimateur et le paramètre à estimer, on désignera l'estimateur par le même symbole que le paramètre à estimer, surmonté toutefois d'un accent circonflexe(^). Dans des cas particuliers, on aura plutôt recours à des symboles différents.

Il n'y a pas d'estimateur qui soit toujours supérieur aux autres possibles. La prochaine section abordera les propriétés qui permettront de préférer un estimateur aux autres.

3.3.1 Les propriétés à rechercher dans des estimateurs

On peut énoncer trois critères qui déterminent des propriétés particulièrement commodes pour un estimateur [261,263,264,265,266,267,268,269]:

Consistance: Lorsque la quantité de données tend vers l'infini ($n \rightarrow \infty$), la différence entre l'estimateur et le paramètre devient asymptotiquement nulle:

$$P(|\theta - \hat{\theta}| < \epsilon) \rightarrow 1 \text{ lorsque } n \rightarrow \infty.$$

Il n'en découle pas que la convergence soit monotone. En recourant à l'inégalité de Chebyshev (voir section 3.2.3), il en résulte qu'un estimateur est consistant si sa variance tend vers 0 lorsque le nombre de données tend vers l'infini.

Absence de biais: La valeur moyenne de l'estimateur est égale au paramètre estimé. En termes plus mathématiques, l'espérance de l'estimateur doit être égale à la valeur du paramètre estimé: $E(\hat{\theta}) = \theta$.

Exhaustivité: Un estimateur est *exhaustif* (*sufficient*) lorsqu'il exploite toute l'information contenue dans l'ensemble de données. Un estimateur exhaustif résume tout à fait, relativement au paramètre estimé, l'information contenue dans la série de données. Une définition formelle de cette propriété est que: l'estimateur $\hat{\theta}$ est exhaustif si et seulement si la densité de probabilités globale, appelée également la *vraisemblance*, $f(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta)$, est factorisable en une densité de probabilités de l'estimateur, $g(\hat{\theta}, \theta)$, et une fonction indépendante de θ :

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta) = g(\hat{\theta}, \theta) \cdot h(x_1, x_2, \dots, x_n).$$

On mentionnera finalement qu'un estimateur exhaustif d'un paramètre possédera la plus petite variance possible parmi les estimateurs de ce paramètre. Il est possible de s'assurer par *l'inégalité de Cramér-Rao* [264,270,271] qu'un estimateur soit ou non exhaustif, pourvu qu'on en connaisse la variance.

Il va sans dire qu'il y a fortement avantage à utiliser un estimateur exhaustif lorsque celui-ci existe, puisque asymptotiquement, ce sera le plus précisément déterminé, pourvu qu'il soit également non-biaisé et consistant. Il appert toutefois que la première propriété est beaucoup plus difficile à réaliser que les deux suivantes.

3.3.2 Les méthodes de détermination

Il existe trois méthodes générales pour déterminer des paramètres de distribution à partir de données: la méthode des moments, celle des moindres carrés et celle du maximum de vraisemblance.

La méthode des moments

La méthode des moments consiste à évaluer, à partir des données, autant de moments qu'il y a de paramètres à déterminer, à condition que les moments évalués (en général, des sommes de puissances des observations) soient linéairement indépendants. On pose ensuite une égalité entre ces moments empiriques et les moments théoriques correspondants de la distribution.

Du point de vue statistique, cette méthode peut mener à des estimateurs consistants et non-biaisés mais est beaucoup moins susceptible de conduire à un estimateur exhaustif. Une autre difficulté provient de ce que l'évaluation de moments empiriques d'ordre élevé est notoirement imprécise, comme on l'a déjà souligné. Cette méthode risque donc de donner des résultats discutables si le nombre de paramètres à évaluer n'est pas restreint. Son plus grand avantage est qu'elle mène à des estimateurs relativement simples (du point de vue algorithmique). Avec les progrès de l'informatique, cette méthode a été reléguée à un rôle secondaire [262,272,273,274,275,276].

La méthode des moindres carrés

Dans le cas de la méthode des moindres carrés, le principe est de minimiser la différence entre les observations et le modèle supposé. On utilise pour ce faire une fonction définie

comme la somme des carrés de termes exprimant la différence entre une valeur observée et la valeur correspondante prédite par le modèle choisi. Il s'agit dès lors de déterminer les valeurs des paramètres du modèle qui minimiseront cette fonction; ce qui, pour plusieurs paramètres, revient à trouver le minimum d'une fonction de plusieurs variables.

La méthode des moindres carrés possède plus d'un avantage: elle ne requiert pas la spécification d'une distribution de probabilités pour les variables aléatoires, ne faisant intervenir que des moments tels la moyenne ou la variance⁴; elle mène automatiquement à des estimateurs non-biaisés et, relativement souvent, à des estimateurs consistants et exhaustifs; enfin, le recours à une somme de carrés plutôt qu'à une somme de valeurs absolues, tout aussi justifiable intuitivement, simplifie énormément la résolution du problème.

On doit toutefois souligner que la forme fonctionnelle du terme élevé au carré comporte implicitement des hypothèses statistiques, par exemple que la variance de toutes les observations est identique ou, au contraire, qu'elle est particulière à chaque observation. On mentionnera également que la forme fonctionnelle du terme quadratique est plus ou moins heuristique et, en conséquence, quelque peu arbitraire. Pour cette raison, il n'est pas garanti que l'approche puisse être utilisée pour déterminer un paramètre: par exemple, la forme quadratique $\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 / \sigma^2$ ne fournit qu'une solution triviale comme valeur de variance ($\sigma^2 \rightarrow \infty$). La méthode des moindres carrés apparaît satisfaisante à la fois du point de vue algorithmique et du point de vue statistique [273,277,278,279,280,281,282].

La méthode du maximum de vraisemblance

La troisième méthode, celle du maximum de vraisemblance, fait intervenir explicitement la densité de probabilités des variables aléatoires ou, dans le cas de variables aléatoires discrètes, la fonction de probabilités. Le principe en est que, pour des variables indépendantes, on choisira l'estimateur pour lequel la densité de probabilités d'observer l'ensemble de données trouvées est maximale. Si les variables sont indépendantes, la densité de probabilités globale de l'ensemble de données obtenu est le produit des densités individuelles. Il s'agit dès lors de déterminer quelle expression du paramètre maximisera cette fonction: ce sera l'estimateur du paramètre. Comme dans le cas de la méthode des moindres carrés, le problème en devient un d'analyse classique. On signalera d'ailleurs que, lorsque la densité de probabilités des diverses variables aléatoires est normale (mais pas nécessairement la

⁴Il est toutefois nécessaire de spécifier une distribution si on désire déterminer également des intervalles de confiance pour les paramètres ou effectuer des tests d'hypothèses sur le modèle.

même pour toutes les variables), les méthodes du maximum de vraisemblance et des moindres carrés mènent aux mêmes expressions pour les estimateurs, la méthode du maximum de vraisemblance ayant toutefois une portée plus générale.

La méthode du maximum de vraisemblance est du point de vue statistique la meilleure: lorsqu'un estimateur exhaustif existe, elle y mènera asymptotiquement; d'autre part, les estimateurs qui en découlent sont consistants; enfin, elle mène à des estimateurs asymptotiquement non-biaisés (c'est-à-dire non-biaisés lorsque la quantité de données est grande) et, assez fréquemment, à des estimateurs rigoureusement non-biaisés; qui plus est, un estimateur obtenu de cette façon est invariant, c'est-à-dire qu'une fonction de cet estimateur sera l'estimé de maximum de vraisemblance de la fonction, une propriété qui ne se vérifie pas généralement pour les deux méthodes précédemment traitées.

Une conséquence de cette dernière propriété est que l'estimateur de maximum de vraisemblance d'un paramètre n'est pas unique et, en conséquence, il ne peut être affirmé qu'il soit strictement non-biaisé sans vérification (mais c'est toutefois un résultat général qu'il le soit asymptotiquement). En revanche, puisqu'une simple transformation génère également un estimateur de maximum de vraisemblance, il est souvent possible, à partir d'un estimateur biaisé, d'aboutir à un estimateur non-biaisé. On notera que la méthode a ses limites: il existe des cas de distributions parfaitement régulières, par exemple, la somme de deux normales de moyennes différentes, où la méthode semble ne pas pouvoir s'appliquer [283]. D'autre part, la méthode du maximum de vraisemblance présente le défaut de mener en général à des algorithmes complexes. Cette difficulté peut être atténuée quelquefois en maximisant plutôt le logarithme de la fonction de vraisemblance, ce qui n'affecte pas la validité de la méthode [261,273,275,283,284,285,286,287,288].

3.3.3 L'estimation des moyenne et écart-type

On discutera d'abord l'estimation des paramètres d'une distribution (de Poisson ou normale) dans l'hypothèse où seul le type de cette distribution est connu.

La distribution de Poisson

On cherche à estimer la moyenne d'un ensemble de données dont on sait seulement qu'il se conforme à la distribution de Poisson. La fonction de vraisemblance, ℓ , s'écrit:

$$\ell(x_1, x_2, \dots, x_n; \mu) = \frac{e^{-n\mu} \mu^{x_1+x_2+\dots+x_n}}{x_1! x_2! \dots x_n!} \quad (3.16)$$

avec la condition pour un extremum:

$$\frac{\partial \ln \ell}{\partial \mu} = -n + \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\mu} = 0 \quad (3.17)$$

menant à:

$$\hat{\mu} \equiv \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i. \quad (3.18)$$

On peut vérifier qu'il s'agit bien d'un maximum en prenant la dérivée seconde (qui doit être négative pour un maximum):

$$\frac{\partial^2 \ln \ell}{\partial \mu^2} = -\frac{1}{\mu^2} \sum_{i=1}^n x_i$$

qui prend nécessairement une valeur négative puisque le numérateur et le dénominateur du membre de droite sont tous deux positifs.

Comme la distribution de Poisson possède une propriété d'additivité (voir section 3.2.2), la variable aléatoire $\bar{x}$ se conforme également à une distribution de Poisson, avec moyenne $\frac{1}{n}n\mu$, soit μ , de sorte que cet estimateur (éq. 3.18) est strictement non-biaisé (et non pas seulement asymptotiquement) et sa variance est:

$$E((\bar{x} - \mu)^2) = \frac{1}{n^2} E \left(\left(\sum_{i=1}^n x_i - n\mu \right)^2 \right) = \frac{1}{n^2} n\mu = \frac{\mu}{n} \quad (3.19)$$

où on a exploité le fait que $E((\sum_{i=1}^n x_i - n\mu)^2)$ est identiquement la variance de la distribution de Poisson de la sommation, qui vaut $n\mu$.

Enfin, d'après la forme de la fonction de vraisemblance, il s'agit d'un estimateur exhaustif.

La distribution normale

On peut appliquer la même procédure pour déterminer la moyenne et l'écart-type de données normalement distribuées [261,275,283,284,286,287,289,290].

Ici encore, il s'avère mathématiquement plus simple de maximiser le logarithme de la fonction de vraisemblance, qui est:

$$\ln \ell = -\frac{n}{2} \ln(2\pi\sigma^2) - \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \mu)^2}{2\sigma^2} \quad (3.20)$$

et qu'on maximise simultanément par rapport à μ et σ^2 :

$$\frac{\partial \ln \ell}{\partial \mu} = \sum_{i=1}^n \frac{x_i - \mu}{\sigma^2} = 0 \quad (3.21)$$

$$\frac{\partial \ln \ell}{\partial \sigma^2} = -\frac{n}{2\sigma^2} + \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \mu)^2}{2\sigma^4} = 0 \quad (3.22)$$

menant aux estimateurs:

$$\hat{\mu} \equiv \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (3.23)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (3.24)$$

où, dans l'estimateur de σ^2 , on a remplacé μ par son estimateur, $\bar{x}$.

On peut démontrer que ces solutions correspondent effectivement à un maximum; la démonstration en est toutefois fastidieuse.

L'estimateur de la moyenne, $\bar{x}$, a pour moyenne μ et pour variance $\frac{\sigma^2}{n}$: ceci découle ici encore de la propriété d'additivité des variables aléatoires normales, qui mène à une autre normale avec une moyenne et une variance dépendant des moyenne et variance des distributions des variables initiales (voir section 3.2.3).

On peut également le déduire opérationnellement:

$$E(\bar{x}) = E\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i\right) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n E(x_i) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mu = \mu \quad (3.25)$$

en utilisant la linéarité de l'espérance et le fait que les variables aléatoires sont par hypothèse normales (avec la même moyenne). De même façon, la variance de l'estimateur $\bar{x}$ est donnée par:

$$\begin{aligned} \sigma_{\bar{x}}^2 &= E((\bar{x} - \mu)^2) \\ &= E\left(\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)\right)^2\right) \\ &= \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n E((x_i - \mu)(x_j - \mu)); \end{aligned}$$

on utilise maintenant la propriété (voir section 3.2) que, pour des variables aléatoires indépendantes, comme le sont les différents x_i , le résultat suivant s'applique:

$$E((x - \mu_x)(y - \mu_y)) = E(x - \mu_x)E(y - \mu_y) = 0, \quad (3.26)$$

ce qui ne laisse subsister que les termes où i et j sont égaux. Dans ce cas, l'espérance représente $E((x_i - \mu)^2)$, qui est, par définition, la variance de x_i , soit dans la situation présente, σ^2 , indépendamment de i . On obtient donc:

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \sigma^2 = \frac{\sigma^2}{n}, \quad (3.27)$$

une relation qui est bien connue. On notera que cette dérivation n'a pas fait intervenir explicitement le caractère normal de la distribution. Les seules hypothèses qui interviennent sont que les différentes valeurs de la variable aléatoire sont indépendantes et que la moyenne et l'écart-type de la distribution existent.

La même démarche appliquée à l'estimateur de la variance révèle qu'il est biaisé, ce qu'on peut vérifier en réécrivant l'estimateur sous une autre forme:

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}^2 &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n ((x_i - \mu) - (\bar{x} - \mu))^2 \\ &= \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 - 2n(\bar{x} - \mu)^2 + n(\bar{x} - \mu)^2 \right) \\ &= \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 \right) - (\bar{x} - \mu)^2 \end{aligned}$$

puis en en prenant l'espérance. L'espérance du premier terme de droite est une somme sur la variance (identique pour tous les x_i): $E((x - \mu)^2) \equiv V(x) = \sigma^2$. Celle du second est la variance de l'estimateur $\bar{x}$, dont on a précédemment trouvé qu'elle valait $\frac{\sigma^2}{n}$. Le résultat est donc:

$$E(\hat{\sigma}^2) = n \frac{\sigma^2}{n} - \frac{\sigma^2}{n} = \frac{n-1}{n} \sigma^2 \quad (3.28)$$

qui n'est qu'asymptotiquement un estimateur non-biaisé (lorsque $n \rightarrow \infty$). En revanche, il est dans ce cas facile d'en déduire un estimateur non-biaisé, puisque le biais provient uniquement d'un facteur multiplicatif indépendant des variables aléatoires. L'estimateur s^2 , défini comme:

$$s^2 \equiv \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (3.29)$$

sera non-biaisé. Une interprétation intuitive du facteur $\frac{n}{n-1}$ est que, puisque les données sont déjà utilisées pour déduire un paramètre de la distribution, $\bar{x}$, la variance, qui en dépend, s'en trouvera améliorée illégitimement. Le facteur $\frac{n}{n-1}$, qui est toujours supérieur à 1, rectifie ce problème [261,269,275,287,291].

On peut évaluer de même façon la variance de l'estimateur s^2 , $E((s^2 - \sigma^2)^2)$. Le calcul, fastidieux car impliquant le calcul de moments d'ordre 4, mène au résultat (dans le cas spécifique d'une distribution normale) [289,292]:

$$\sigma_{s^2}^2 = \frac{2\sigma^4}{n-1} \quad (3.30)$$

d'où découle une erreur relative sur s^2 de valeur:

$$\frac{\sigma_{s^2}}{s^2} = \sqrt{\frac{2}{n-1}} \quad (3.31)$$

qui correspond approximativement à l'écart-type de $\sqrt{s^2}$ et qui indique d'autre part que l'estimateur est consistant, ce qui n'a pas lieu de surprendre puisqu'il s'agit d'un estimateur de maximum de vraisemblance.

Une première remarque intéressante à faire sur ces estimateurs est l'accroissement de l'imprécision qui semble se manifester lorsqu'on calcule des moments d'ordre élevé (et on parle d'estimateurs optimaux): deux estimateurs ne suffisent pas à déterminer une tendance mais on note tout de même que l'estimateur de la variance est $\sqrt{2}$ fois plus imprécis que celui de la moyenne. Il y a donc là une indication qu'à moins de disposer d'un grand nombre de données, la précision de moments d'ordre élevé sera tellement mauvaise que leur connaissance est sans intérêt.

Une seconde remarque a trait au fait que, sauf pour la variance de la variance (équ. 3.30), les espérances établies ici (équ. 3.25, 3.27 et 3.29) ne font pas référence à une distribution particulière; ils sont valides pour n'importe quelle distribution des variables x_i . En revanche, pour une distribution autre que la distribution normale, ces estimateurs ne correspondront pas nécessairement à des estimés des paramètres de la distribution; ce seront des estimés des moments.

La dernière remarque porte sur les estimés de moyenne et de variance. Lorsque la distribution des données est normale, ces deux estimés sont indépendants; il s'agit de la seule distribution où ce soit le cas [226,293,294].

L'estimation de paramètres et le choix de la distribution

On remarque que les deux distributions étudiées, les distributions normale et de Poisson, possèdent le même estimateur de maximum de vraisemblance de la moyenne. Cet estimateur n'est certainement pas optimal pour toutes les distributions mais il indique assez

adéquatement la tendance centrale d'une distribution. Sans l'utiliser aveuglément, il devrait toutefois mener à des résultats satisfaisants pour une distribution qui s'apparente à la normale. On soulignera à ce sujet que l'approximation par la normale n'a pas à être excellente puisque la tendance centrale n'est pas hautement dépendante de la forme de la distribution, un fait qui ressort du théorème de la limite centrale (voir section 3.2.3).

3.3.4 La détermination des paramètres de modèles

L'approche présentée dans la section précédente s'applique à une situation où on dispose d'un certain nombre de mesures prises dans des conditions identiques, dont on désire extraire la moyenne et la variance. Elle présente de l'intérêt lorsqu'on traite des données brutes pour lesquelles on ne connaît pas la valeur de la variance mais est beaucoup moins pertinente lorsque celle-ci est connue (soit par un modèle théorique de la méthodologie de mesure, soit par calibration) ou encore lorsque les mesures sont associées à des conditions expérimentales différentes, dans lequel cas chaque mesure est susceptible de posséder une moyenne et une variance différentes de celles des autres. D'autre part, pour être précise, cette approche peut requérir un nombre très élevé de mesures, recueillies dans des conditions rigoureusement identiques, dans la limite où ce soit possible.

Cette situation n'est heureusement pas inévitable. Des méthodes statistiques permettent en effet d'estimer un paramètre statistique à partir de mesures provenant de distributions différentes, pourvu que ce paramètre statistique soit commun à toutes les distributions, c'est-à-dire que les distributions possèdent toutes la même variance ou toutes la même moyenne (en s'en tenant au cas de la distribution normale). De même, on dispose de méthodes statistiques pour déduire la valeur de paramètres dans un modèle faisant intervenir plus d'une variable expérimentale.

L'estimation d'une moyenne

On déterminera ici la moyenne d'un groupe de mesures, x_i , distribués normalement et possédant la même valeur pour la moyenne, μ , mais possiblement des valeurs différentes de variance, σ_i . La méthode du maximum de vraisemblance est encore ici l'approche la plus attrayante. La fonction de vraisemblance, ℓ , sera [295]:

$$\ell = \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_i} \exp -\frac{(x_i - \mu)^2}{2\sigma_i^2} \quad (3.32)$$

avec, pour logarithme:

$$\ln \ell = \sum_{i=1}^n \left(-\frac{1}{2} \ln(2\pi) - \ln \sigma_i - \frac{(x_i - \mu)^2}{2\sigma_i^2} \right), \quad (3.33)$$

ce qui sera un maximum pour:

$$\sum_{i=1}^n \frac{x_i - \mu}{\sigma_i^2} = 0 \quad (3.34)$$

menant à l'estimateur de la moyenne:

$$\hat{\mu} \equiv \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i / \sigma_i^2}{\sum_{i=1}^n 1 / \sigma_i^2} \quad (3.35)$$

dont on peut voir qu'il se réduit à une moyenne simple si toutes les variances sont égales. On peut vérifier assez facilement que la dérivée seconde de l'expression 3.33 est nécessairement négative; il doit donc s'agir d'un maximum. On peut vérifier que cet estimateur a pour moyenne μ en faisant appel à la propriété d'additivité des variables normalement distribuées, puisque cet estimateur est linéaire relativement aux variables aléatoires x_i (voir section 3.2.3). La même propriété conduit à la variance de l'estimateur:

$$\sigma_{\hat{\mu}}^2 = \frac{1}{\sum_{i=1}^n 1 / \sigma_i^2} \quad (3.36)$$

qui se réduit, si toutes les variances sont égales (ou supposées égales) à la formule bien connue pour la variance d'une moyenne simple: $\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{1}{n} \sigma^2$ [296,297]⁵.

Cet estimé de maximum de vraisemblance possède une propriété intéressante: sa valeur ne dépend pas de la démarche exacte utilisée pour le déduire. Plus précisément, si, à partir d'un groupe de données, on décide de calculer les estimés de maximum de vraisemblance de sous-groupes distincts de ces données puis de déduire l'estimé de maximum de vraisemblance des estimés de ces sous-groupes, on obtient le même résultat que si on calcule l'estimé de maximum de vraisemblance directement avec le groupe complet de données. Cette propriété découle directement de l'expression de l'estimé de maximum de vraisemblance.

La situation exposée ici présuppose qu'on connaisse précisément les variances des différentes variables aléatoires. Si ces variances sont elles-mêmes des variables aléatoires, cette dérivation n'est pas exacte. En conséquence, on ne devrait utiliser des variances différentes que si celles-ci sont incompatibles avec une variance commune. Il est en effet

⁵Ces auteurs dérivent plutôt cet estimé en requérant que la variance soit minimale.

de beaucoup préférable, si les estimés des variances sont plus ou moins imprécis (c'est-à-dire, ont une variance importante), de ne travailler qu'avec une variance moyenne, dont la plus grande précision (par le théorème de la limite centrale) correspondra davantage aux hypothèses sous-jacentes à la dérivation présentée. En revanche, si les variances sont connues avec précision, on devrait recourir aux valeurs individuelles puisqu'elles renferment plus d'information qu'une valeur moyenne.

On traitera plus loin (section 3.4.4) d'une façon de tester la compatibilité de plusieurs variances entre elles. Pour l'instant, on discutera plutôt de la façon de déduire un estimé de variance moyen à partir de plusieurs estimés.

L'estimation d'une variance moyenne

On cherche à déduire une valeur moyenne de variance dans la situation où on a plusieurs estimés de variances provenant de populations dont les moyennes peuvent différer mais qui, par hypothèse, doivent posséder la même variance; ce qui est l'inverse du cas précédent. La variance ne peut pas strictement être une variable normalement distribuée (puisqu'elle ne peut prendre que des valeurs positives); la première étape est donc de déduire la distribution suivie par les variances.

On s'appuiera sur le résultat suivant: *Si s^2 est un estimé de variance établi à partir de n valeurs indépendantes provenant d'une distribution normale dont la variance est σ^2 , le rapport $(n-1)s^2/\sigma^2$ se conforme à une distribution du χ^2 avec $n-1$ degrés de liberté [180,257,258,294,298,299].* La dérivation de ce théorème s'effectue par déduction, à partir des densités de probabilités des variables initiales (x_i), de la densité de probabilités de l'estimateur (s^2). La preuve, qui représente essentiellement l'évaluation d'une intégrale multiple, est assez fastidieuse et ne sera pas exposée ici mais peut être consultée dans certains ouvrages de la bibliographie [298,299]; une dérivation quelque peu différente est fournie par Hald [180].

Ce résultat étant admis, chaque estimé indépendant de la variance, s_i^2 , établi à partir de n_i valeurs de la variable aléatoire, mènera à une variable $(n_i-1)s_i^2/\sigma^2$ admettant une distribution du χ^2 avec (n_i-1) degrés de liberté. On fait maintenant appel à la loi d'additivité des χ^2 , introduite à la section 3.2.4, qui formule qu'une somme de variables, toutes associées à une distribution du χ^2 , admet aussi une distribution du χ^2 dont le nombre de degrés de liberté est égal à la somme des nombres de degrés de liberté qui

apparaissent dans les distributions des variables intervenant dans la somme. Il en résulte:

$$\sum_{i=1}^k \frac{(n_i - 1)s_i^2}{\sigma^2} = \left(\sum_{i=1}^k (n_i - 1) \right) \frac{\bar{s}^2}{\sigma^2} \quad (3.37)$$

qui mène à:

$$\bar{s}^2 = \frac{\sum_{i=1}^k (n_i - 1)s_i^2}{\sum_{i=1}^k (n_i - 1)} \quad (3.38)$$

qui est le résultat cherché. Intuitivement, la raison pour laquelle on retrouve un terme de la forme $(n_i - 1)$ plutôt que n_i dans l'expression est que l'évaluation de la moyenne a éliminé 1 degré de liberté pour chaque estimé de variance [300]. La méthode de vraisemblance maximale conduit au même estimé lorsqu'on exige qu'il soit non-biaisé.

Il reste maintenant à s'assurer que l'écart-type peut être directement déduit de la variance. C'est le cas de l'estimé de vraisemblance maximale puisqu'il vérifie l'équation:

$$\frac{\partial f(x)}{\partial \sigma} = \frac{\partial \sigma^2}{\partial \sigma} \frac{\partial f(x)}{\partial \sigma^2} = 2\sigma \frac{\partial f(x)}{\partial \sigma^2} = 0 \quad (3.39)$$

qui représente la même équation que celle obtenue pour l'estimé de vraisemblance maximale de la variance. On peut donc prendre comme estimateur de l'écart-type $\sqrt{\bar{s}^2}$, qu'on désignera $\bar{s}$. On aurait pu atteindre cette même conclusion en invoquant le fait que l'estimé de vraisemblance maximale d'une fonction d'un paramètre de distribution est égal à la fonction de l'estimé de vraisemblance maximale du paramètre (voir section 3.3.2). On doit toutefois souligner que ce n'est qu'asymptotiquement que cet estimateur sera non-biaisé; en règle générale, $\bar{s}$ n'est pas un estimateur non-biaisé de σ [301]. Toutefois, comme l'écart-type ne joue qu'un rôle marginal dans l'analyse statistique (il n'intervient que lorsqu'on veut comparer directement la dispersion et la moyenne, par exemple, dans une estimation d'erreur relative), il n'y a pas vraiment lieu de s'inquiéter de cette situation.

L'estimation des paramètres d'un modèle linéaire

La situation discutée jusqu'ici est purement statistique: il ne s'est agi que de déterminer les paramètres d'une distribution. Toutefois, les caractéristiques de la distribution statistique des données ne nous intéressent que dans la mesure où ils sont requis pour permettre une analyse statistique de la situation physique à l'étude. En particulier, on cherche, par le recours aux statistiques, à trancher entre différents modèles physiques. La distribution des données, qu'on considérera être une normale dans la discussion qui suivra, ne présente

alors qu'un intérêt secondaire. On s'intéresse plutôt spécifiquement à la façon dont l'un des paramètres de la distribution (ou éventuellement les deux) varie lorsqu'on modifie les conditions expérimentales.

Quelquefois, c'est la variance d'une quantité physique qui s'associe le plus directement au modèle physique et la moyenne ne joue alors qu'un rôle accessoire; ce sera le cas lorsque le modèle physique porte sur les fluctuations de quantités physiques, comme par exemple dans l'étude du mouvement brownien. Toutefois, plus fréquemment, les fluctuations dans les données ne sont qu'un artefact de l'étude et on s'intéresse plutôt au comportement moyen (et même, au comportement idéal, lorsque ces fluctuations deviennent négligeables) du système physique. Dans ce cas, la variance ne sert qu'à caractériser la précision de la démarche expérimentale et, par voie de conséquence, la précision avec laquelle les modèles sont testés; elle ne présente aucun intérêt intrinsèque (sauf dans une perspective méthodologique). Dans ce cas, tout l'intérêt du point de vue physique se porte sur la moyenne.

Il faut noter ici que, du point de vue statistique, il n'existe aucune façon de déduire l'existence d'une relation fonctionnelle entre deux variables. Ce qu'on dénote corrélation dans le langage de la statistique doit être plutôt saisi comme covariation et celle-ci peut résulter non d'une relation de causalité entre deux variables mais de la relation causale indépendante de ces deux variables avec une troisième. Ce sera ainsi le cas entre deux conséquences d'une même cause. Un autre exemple est le cas de deux variables tout à fait indépendantes mais toutes deux normalisées à l'aide d'une même troisième variable: elle peuvent afficher une corrélation qui semblerait hautement significative. En ce sens, toute induction d'une relation causale entre deux (ou plusieurs) variables devrait s'appuyer davantage sur les concepts théoriques d'un domaine que sur des considérations statistiques. Un corollaire de cet énoncé est qu'entre plusieurs relations fonctionnelles décrivant, d'un point de vue statistique, adéquatement les données, on devrait vraiment s'en tenir aux relations qui découlent assez naturellement des idées théoriques du domaine considéré. La physique occupe probablement une position privilégiée sur ce point, sa structure théorique étant beaucoup plus fermement établie que celle de la plupart des autres sciences [302,303,304,305,306,307].

En gardant à l'esprit cette réserve, on peut développer des procédures pour extraire d'un ensemble de données multiples (c'est-à-dire, que chaque donnée renferme plus d'une mesure) les paramètres ou coefficients de la relation entre variables. On répartit ce type

de problème en deux groupes, suivant que les variables indépendantes sont ou non des variables aléatoires. Lorsqu'elles le sont, il s'agit d'*analyse de corrélation*. Si, au contraire, les variables indépendantes peuvent être considérées précisément déterminées de sorte que seules les variables dépendantes soient aléatoires, on qualifie cette analyse de *régression*. L'une et l'autre approche sont traitées exhaustivement (dans les cas les plus simples) dans la plupart des ouvrages de statistiques [278,281,308,309,310,311,312,313,314,315,316,317].

La première approche conviendrait indiscutablement mieux à la plupart des situations physiques mais sa plus grande complexité la rend moins attrayante. D'autre part, il apparaît assez évident que l'effet principal du caractère aléatoire des variables indépendantes sera d'accroître l'incertitude (ou, en d'autres termes, la variance) des paramètres estimés. On ne s'attend pas à ce que les valeurs de ces estimés soient notablement affectées par cette caractéristique sauf si quelques points ont des incertitudes notablement plus faibles (en rapport avec les variables indépendantes) que les autres, une situation où les données devraient être traitées séparément (ou par analyse de corrélation). Enfin, on peut s'attendre à ce que les deux approches convergent vers les mêmes résultats si, de façon générale, la variance est beaucoup plus faible que la distance moyenne entre deux valeurs d'une variable indépendante. Disons, pour donner une valeur numérique, que, si les points sont en règle générale séparés par plus de 3 écarts-type (toujours relativement à une variable indépendante), le caractère aléatoire de la variable devrait être sans importance. Pour ces trois raisons, on s'en tient généralement à une analyse par régression.

La démarche générale utilisée pour une régression s'appuie sur la méthode du maximum de vraisemblance. On considère que seule la variable indépendante, y , est aléatoire et, de plus, qu'elle est normalement distribuée. On considérera que les différentes valeurs de y , soit les y_i , peuvent posséder des variances différentes: on les dénotera σ_i . On ne traitera que le cas d'une seule variable indépendante (et non-aléatoire), dont les valeurs seront représentées par x_i . Les paramètres de la fonction $f(x_i)$, lorsque celle-ci sera donnée explicitement, seront représentés par les symboles a_k . Ce sont ces paramètres qu'on étudiera plus explicitement dans cette section. La densité de probabilités prend la forme:

$$\ell = \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_i} \exp - \left(\frac{(y_i - f(a_k; x_i))^2}{2\sigma_i^2} \right) \quad (3.40)$$

et, puisqu'on cherche à déduire des valeurs de a_k qui maximisent cette fonction, le problème se réduit à la forme suivante (en maximisant le logarithme de ℓ plutôt que la fonction

même):

$$\frac{\partial}{\partial a_k} \sum_{i=1}^n \frac{(y_i - f(a_k; x_i))^2}{2\sigma_i^2} = 0 \quad (3.41)$$

qui se réduit à un problème de moindres carrés, comme on l'avait fait remarquer à la section 3.3.2, dans le cas particulier de distributions normales [316].

À partir de ce point, la dérivation dépend de la forme fonctionnelle supposée pour la fonction $f(a_k; x_i)$. Lorsque la fonction est *linéaire relativement au paramètre a_k* , on peut déduire une expression explicite pour a_k en termes des x_i, y_i et σ_i . Si ce n'est pas le cas, on ne peut généralement pas résoudre explicitement. Il est cependant quelquefois possible, par un changement de variable sur x , de transformer une situation non-linéaire en un problème linéaire [309,312,317].

Nous ne traiterons que le cas d'une relation linéaire ($f(x) = a_0 + a_1 x$), qui est le seul pertinent à notre étude. L'extension au cas d'un polynôme arbitraire ($f(x) = \sum_{k=1}^n a_k x^k$) ne requiert que plus d'algèbre. Nous prendrons toutefois une forme un peu inhabituelle pour la relation linéaire, pour des raisons d'origine statistique que nous discuterons plus tard. La forme utilisée sera:

$$f(x) = a_0 + a_1(x - \bar{x}), \quad (3.42)$$

a_1 représentant la pente et a_0 représentant ici la valeur de l'ordonnée lorsque l'abscisse prend pour valeur la moyenne pondérée des valeurs de la variable indépendante, $\bar{x}$:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i / \sigma_i^2}{\sum_{i=1}^n 1 / \sigma_i^2}. \quad (3.43)$$

On notera que la moyenne pondérée des x_i n'est pas un paramètre du modèle car la variable indépendante n'est pas aléatoire, ce qui implique que $\bar{x}$ est en principe déterminé avec une précision arbitraire.

On peut alors déduire les expressions analytiques suivantes pour a_0 et a_1 :

$$a_0 = \frac{\sum_{i=1}^n y_i / \sigma_i^2}{\sum_{i=1}^n 1 / \sigma_i^2} \quad (3.44)$$

et:

$$a_1 = \frac{\sum_{i=1}^n y_i (x_i - \bar{x}) / \sigma_i^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 / \sigma_i^2} \quad (3.45)$$

qui est une forme relativement simple pour les paramètres. Si on avait plutôt utilisé une relation de la forme $a'_0 + a'_1 x$, on aurait obtenu, pour les deux expressions, des numérateurs

et dénominateurs plus complexes [277,278,280,281,308,310,316]⁶.

On peut montrer assez facilement que ces estimateurs sont non-biaisés:

$$E(a_0) = \frac{\sum_{i=1}^n E(y_i)/\sigma_i^2}{\sum_{i=1}^n 1/\sigma_i^2} = \frac{\sum_{i=1}^n [a_0 + a_1(x_i - \bar{x})]/\sigma_i^2}{\sum_{i=1}^n 1/\sigma_i^2} = a_0 \quad (3.46)$$

et:

$$E(a_1) = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})E(y_i)/\sigma_i^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2/\sigma_i^2} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(a_0 + a_1(x_i - \bar{x}))/\sigma_i^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2/\sigma_i^2} = a_1 \quad (3.47)$$

et on peut d'autre part déduire leurs variances assez simplement en notant que les deux estimateurs sont linéaires relativement à la variable aléatoire, y_i ; ce qui implique, par la propriété d'additivité des normales (voir section 3.2.3) que les deux estimateurs sont normalement distribués et possèdent pour variances:

$$\sigma_{a_0}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2/\sigma_i^4}{(\sum_{i=1}^n 1/\sigma_i^2)^2} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n 1/\sigma_i^2} \quad (3.48)$$

et:

$$\sigma_{a_1}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sigma_i^2/\sigma_i^4}{(\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2/\sigma_i^2)^2} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2/\sigma_i^2} \quad (3.49)$$

qui indique que les estimateurs sont consistants (mais ceci découle de toute façon directement de ce qu'ils sont obtenus par méthode de maximum de vraisemblance) [308].

Du point de vue statistique, ces estimateurs présentent toutefois une propriété encore plus intéressante: ils sont indépendants. La preuve en fait intervenir la distribution du χ^2 et est plutôt complexe; elle ne sera pas discutée davantage ici mais apparaît dans les livres de Hald et Brownlee [278,308]. La variance d'une valeur de y est donc la somme des variances des deux termes, soit:

$$\sigma_y^2 = \sigma_{a_0}^2 + (x - \bar{x})^2 \sigma_{a_1}^2 \quad (3.50)$$

qui est d'autant plus faible que x est voisin de la moyenne pondérée, $\bar{x}$. Ce qui n'a pas lieu de surprendre car on peut s'attendre à ce qu'une droite de régression linéaire soit optimalement précise près de la moyenne puisque dans cette région, tout changement, même peu prononcé, aurait des répercussions notables aux extrémités (et ruinerait probablement l'accord avec les données).

⁶ Les auteurs cités traitent en fait un cas particulier de ce résultat, soit lorsque toutes les variances sont égales, $\sigma_i = \sigma$.

On peut interpréter d'une autre façon cette forme de droite (éq. 3.42): dans une vision mécaniste, le point de gyration de la droite se situe au centre de gravité de ses points alors qu'avec l'équation habituelle, $y = b_0 + b_1x$, le point de gyration est plutôt l'ordonnée à l'origine. D'autre part, dans ce dernier cas, les variances de b_0 et b_1 sont corrélées [310].

La forme utilisée pour la relation linéaire est un cas particulier de *polynôme orthogonal*, généralisable à des régressions linéaires polynômiales. Ces polynômes orthogonaux sont avantageux à la fois du point de vue de l'analyse numérique (puisque'ils mènent à des formules plus simples pour les estimateurs) et du point de vue statistique (puisque'ils conduisent à des estimateurs statistiquement indépendants). Leur utilisation dans un cadre statistique est discutée dans quelques-uns des ouvrages déjà cités [312,318].

3.4 Les tests d'hypothèse

Une seconde partie de la statistique que nous aborderons porte sur les tests d'hypothèse. Il s'agit ici de déterminer la vraisemblance d'une hypothèse en rapport avec des données expérimentales. On soulignera ici que, bien qu'on fasse référence à une hypothèse, on teste toujours les données relativement à deux hypothèses: l'hypothèse nulle et l'alternative. Toutefois, l'alternative peut être très générale. Par exemple, on pourrait vouloir tester la possibilité qu'un paramètre ait une certaine valeur (l'hypothèse nulle) comparativement à la possibilité qu'il ne prenne pas cette valeur (l'alternative).

Par ailleurs, une hypothèse peut être *simple* ou *composée*. Dans le premier cas, tous les paramètres intervenant dans l'hypothèse sont spécifiés (sans référence aux données à partir desquelles se fait le test); dans le second, une ou plusieurs valeurs doivent être évaluées. Alternativement, on peut dire qu'une hypothèse est simple si et seulement si la densité de probabilités globale de l'ensemble de données est complètement spécifiée. Par exemple, si les données servent à l'évaluation de paramètres ou si l'alternative est du type $H \neq H_0$, l'hypothèse est composée. La procédure pour tester des hypothèses simples repose sur des principes bien établis, contrairement à ce qui est le cas pour une hypothèse composée. Cependant, en pratique, on cherche beaucoup plus souvent à tester des hypothèses composées que simples [319,320,321,322,323,324,325,326].

En principe, le test d'une hypothèse se résumerait à déterminer la distribution de la quantité testée et à en déduire la probabilité que la valeur de cette quantité se situe dans un certain intervalle de valeurs admissibles. Par exemple, on peut ainsi tester l'hypothèse

qu'un estimateur, s^2 , soit compatible avec une variance, σ^2 , lorsque les variables qui y interviennent sont normalement distribuées. On connaît dans ce cas la distribution de la quantité $(n-1)s^2/\sigma^2$: il s'agit d'une distribution du χ^2 avec $(n-1)$ degrés de liberté (voir section 3.3.4). On peut alors tester l'hypothèse que les données sont compatibles avec la valeur théorique (ou précédemment admise) de la variance, σ^2 [258,320,327,328].

Tout test statistique est un compromis entre deux types d'erreur: d'une part, rejeter l'hypothèse nulle lorsqu'elle est vraie, ce qu'on appelle *erreur de type I*; d'autre part, accepter l'hypothèse nulle lorsqu'elle est fausse, ce qu'on désigne par *erreur de type II*. Contrairement à ce qu'on pourrait croire, les deux types d'erreur sont différents puisqu'une erreur de type I porte sur la proportion des événements dont l'origine est l'hypothèse nulle mais qui sont rejetés parce qu'improbables dans le cadre de celle-ci (mais pas impossibles); par contraste, une erreur de type II porte sur l'alternative, dont une occurrence improbable tombe dans la région où l'hypothèse nulle est comparativement probable. Il n'est possible de réduire l'une des erreurs qu'en augmentant l'autre [319,320,321,322,323,324,325,326].

Le compromis intervient en choisissant un *niveau de confiance* pour l'hypothèse nulle, c'est-à-dire en fixant une probabilité maximale à l'erreur de type I, et en sélectionnant (dans la mesure du possible) un test statistique qui minimise l'erreur de type II. La figure 3.2 illustre ces deux types d'erreur.

Puisque, dans cette façon de procéder, le choix du niveau de confiance se fait à partir de l'hypothèse nulle, on peut suggérer que celle-ci bénéficie en quelque sorte d'un préjugé favorable. En effet, l'attitude habituelle est de s'en tenir au cadre théorique représenté par l'hypothèse nulle à moins que celle-ci n'apparaisse très improbable (c'est-à-dire qu'elle tombe sous le niveau de confiance). Pour cette raison, l'hypothèse nulle devrait être choisie comme celle des deux alternatives qui apparaît la plus probable *a priori*, sur la base des connaissances du domaine considéré. Ce choix ne peut être fait sur des bases strictement statistiques [319,320,321,322,323,324,325,326,329].

Il importe de souligner la signification et les limites d'un test statistique: il ne permet pas de confirmer ou de réfuter une hypothèse, il ne fait que déterminer sa probabilité. De plus, à cause de la position privilégiée qu'occupe l'hypothèse nulle dans un test statistique, s'il est possible de la rejeter lorsque sa probabilité est faible, on ne peut en revanche affirmer, si sa probabilité est grande, qu'elle soit statistiquement supérieure à l'alternative. La signification du test est qu'il n'existe pas de justification statistique de rejeter l'hypothèse nulle; statistiquement, ceci n'implique même pas que l'alternative soit

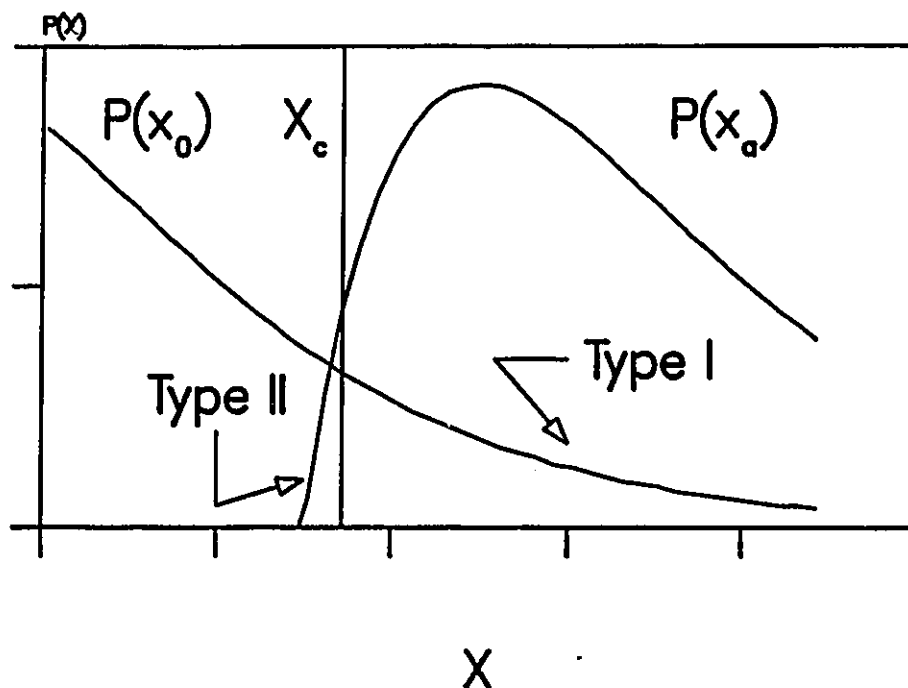


Figure 3.2: Erreurs de types I et II. L'erreur de type I est la région de la densité de probabilités de l'hypothèse nulle, $P(X_0)$, située à la droite de X_c tandis que l'erreur de type II est la région de l'alternative, $P(X_a)$, située à gauche de X_c .

moins probable que l'hypothèse nulle.

Le choix du niveau de confiance, comme celui de l'hypothèse nulle, échappe complètement au domaine de la statistique et relève purement d'une décision de l'expérimentateur (ou de l'analyste de données) basée sur les conséquences des deux types d'erreur. S'il ressort qu'une erreur de type I aurait des conséquences beaucoup plus néfastes sur les conclusions dégagées qu'une erreur de type II, on choisira un niveau de confiance très élevé, soit une probabilité très faible que l'hypothèse nulle soit rejetée à tort, quitte à continuer à l'utiliser alors que l'alternative pourrait sembler meilleure ou encore en risquant ainsi de contaminer plus ou moins fortement l'ensemble des données avec des événements ne correspondant pas à l'hypothèse nulle. Il est devenu courant de sélectionner pour le niveau de confiance les valeurs 0,99 ou 0,95. Ces choix sont indiscutablement satisfaisants de manière générale puisqu'ils ne poussent à rejeter faussement l'hypothèse nulle que dans une proportion de 1 % ou 5 % des événements respectivement. Il est toutefois essentiel de garder à l'esprit que ces choix sont tout à fait arbitraires et que, dans des circonstances

particulières, il peut être entièrement légitime de porter le choix sur une autre valeur, plus faible ou plus élevée [319,320,321,322,323,324,325,326,330].

Le choix du test statistique peut, lui, s'effectuer sur la base de concepts statistiques. Spécifiquement, on vise à recourir à un test d'hypothèse qui soit le plus efficace possible, parmi les multiples tests qui permettent de tester une hypothèse comparativement à une autre. Le critère de sélection devient dès lors de choisir, pour une valeur fixée du niveau de confiance, celui des tests présentant la plus faible probabilité d'erreur du type II. Si l'hypothèse nulle et l'alternative sont simples, le lemme de Neyman-Pearson permet de choisir ce test rigoureusement; autrement, la sélection se limite à deux tests qui possèdent le mérite d'être intuitivement justifiables, d'avoir été largement étudiés et surtout, dans une perspective heuristique, de s'être révélés satisfaisants en pratique: les tests du χ^2 et du *rapport de vraisemblance*. On notera d'ailleurs que le test du rapport de vraisemblance est le test auquel mène le lemme de Neyman-Pearson lorsque les hypothèses sont simples et que le test du χ^2 peut être déduit par une approche reposant sur le rapport de vraisemblance [319,320,321,322,323,324,325,326,331,332].

Les tests d'hypothèse tombent dans deux catégories: ceux qui font explicitement usage d'une distribution et ceux où on évite le plus possible de s'y appuyer. Le premier groupe mènera naturellement à des tests plus précis, puisque davantage d'information est considérée, mais pourra mener à des conclusions trompeuses si les hypothèses sous-jacentes ne s'appliquent pas. Par contraste, les tests du second groupe, désignés *robustes*, s'avéreront moins tranchants mais reposeront sur comparativement peu d'hypothèses, hypothèses à caractère assez général au demeurant.

Nous ne décrivons que deux de ces tests, qui sont ceux auxquels nous avons fait allusion précédemment: le test du χ^2 et le test du rapport de vraisemblance. Le premier peut être considéré comme robuste (bien que, dans le cours de son utilisation, on doive spécifier certaines probabilités) tandis que le second appartient manifestement au premier groupe, faisant impérativement usage d'une distribution.

3.4.1 Le test du chi-carré

L'un des tests d'hypothèse les plus utilisés est le test du χ^2 , formulé originalement par Karl Pearson au début du siècle [333] à partir de la distribution multinômiale (voir section 3.2.1). Il s'applique particulièrement bien à des données groupées et peut donc être assez

utile dans un test d'hypothèse portant sur les données d'un histogramme.

Le théorème, dans sa forme moderne, est que la quantité:

$$\sum_{i=1}^k \frac{(n_i - NP_i)^2}{NP_i} \quad (3.51)$$

suit asymptotiquement une distribution du χ^2 avec $k - t - 1$ degrés de liberté. Les symboles ont la signification suivante: k est le nombre de groupes de données (qui doivent être mutuellement exclusifs), n_i , le nombre de valeurs observées dans le groupe i , P_i , la probabilité d'un événement du groupe i , N , le nombre total des valeurs réparties dans les divers groupes (soit, mathématiquement, $\sum_{i=1}^k n_i$) et t le nombre de paramètres qui doivent être estimés à partir des données pour déterminer P_i . Toutefois, si, à partir d'autres séries de données, on a déterminé quelques-uns de ces paramètres, on ne doit pas en tenir compte dans la valeur de t ; celle-ci ne compte que les paramètres déterminés à partir des données même avec lesquelles on teste une hypothèse [332,334,335,336,337,338,339].

On peut formuler quelques remarques sur ce test statistique:

1. Dans le cadre de ce test, l'hypothèse nulle est que les données sont adéquatement représentées par une distribution dont les probabilités des groupes sont P_i . L'alternative est que ces probabilités sont inadéquates.
2. La quantité NP_i représente le nombre d'événements qui, théoriquement, tomberaient dans le groupe i . La somme représente donc une mesure de la différence entre le nombre d'événements observés expérimentalement comparativement à ce que prédit la théorie.
3. Lorsque la distribution de probabilités dépend de paramètres qui sont estimés à partir des mêmes données qui entrent dans le test du χ^2 , il est recommandé, afin de conserver au test sa précision, de déterminer ces paramètres par la méthode du maximum de vraisemblance [332,336], dans lequel cas, comme on l'a précédemment mentionné, le nombre de degrés de liberté est réduit de 1 pour chaque paramètre estimé. On notera que le nombre de degrés de liberté ainsi obtenu constitue une limite inférieure; l'estimation de paramètres peut avoir moins d'effet sur le nombre de degrés de liberté [336].
4. La démonstration de ce théorème fait intervenir à un certain point un développement en série dont on ne retient que le premier terme, ce qui requiert que NP_i ne

soit pas trop faible [332,337]. Un critère satisfaisant est que NP_i soit, pour chaque groupe, supérieur ou égal à 5 [332,335,336,337,338,339]. On notera toutefois qu'il ne s'agit pas là d'un critère inflexible: il appert que le test demeure fiable pourvu qu'il n'y ait qu'une faible proportion des groupes, disons moins de 20 %, pour lesquels la quantité NP_i soit inférieure à 5, à condition cependant d'être dans tous les cas supérieure à 1 ou 2 [335,336,337].

5. La détermination du nombre de groupes est relativement arbitraire. Il s'agit d'abord d'éviter que le nombre prévisible d'événements d'un groupe ne soit inférieur à 5, au moins pour la plupart des groupes. D'ailleurs, il n'est pas requis que les groupes s'étendent sur le même intervalle de sorte qu'il est recommandé de fusionner des groupes de façon à atteindre une valeur satisfaisante de NP_i , particulièrement dans le cas de groupes dont la probabilité et, en conséquence, le nombre d'événements prévisible, est faible. En revanche, cette contrainte satisfaite, on devrait tâcher d'avoir le plus de groupes possibles afin que le nombre de degrés de liberté ne soit pas trop faible, puisque alors le test n'excluerait rien [332,336,339].

3.4.2 Le test du rapport de vraisemblance

Le test du rapport de vraisemblance requiert la connaissance de la densité de probabilités globale de l'ensemble de points, puisqu'il s'appuie sur la vraisemblance, ℓ , déjà introduite dans la discussion sur les estimateurs (voir section 3.3.1), contrairement au test du χ^2 où il n'est pas strictement nécessaire de connaître cette densité de probabilités. En revanche, il présente l'avantage qu'il n'est pas requis de regrouper les données, comme on doit le faire dans le test du χ^2 , de sorte qu'on utilise davantage d'information par ce test que par celui du χ^2 (des données groupées contiennent moins d'information car la position d'une valeur dans un intervalle donné est perdue).

Dans le cas où l'une des deux hypothèses est composée, le rapport de vraisemblance, λ , a pour définition:

$$\lambda = \frac{\ell(\Omega_0)}{\ell(\Omega)} \quad (3.52)$$

où ℓ est la densité de probabilités globale, $\ell(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)$, comprenant à la fois les variables statistiques, x_i , et les paramètres, θ_i et où Ω et Ω_0 sont respectivement l'ensemble des valeurs possibles des paramètres θ_i et l'ensemble des valeurs possibles de ces paramètres dans l'hypothèse nulle. Le premier ensemble contient donc le

second. Dans cette situation, l'alternative se trouve être le complément de l'hypothèse nulle. Par exemple, si l'hypothèse nulle est que $\theta_1 = \mu$, l'alternative sera que $\theta_1 \neq \mu$ [319,320,321,322,323,324,325,331].

Jusqu'ici, on reste dans la foulée du lemme de Neyman-Pearson, à la différence près que, lorsque celui-ci s'applique, soit lorsque l'hypothèse nulle et l'alternative sont simples, le rapport de vraisemblance représente le rapport de la densité de probabilités de l'alternative sur celle de l'hypothèse nulle, tandis qu'ici, ce rapport est plutôt celui de la densité de probabilités de l'hypothèse nulle sur celle de l'ensemble des hypothèses possibles. C'est à ce point qu'il est nécessaire de procéder différemment: en effet, le rapport de vraisemblance dans le cas de deux hypothèses simples, est complètement déterminé puisque les paramètres sont fixés; les densités de probabilités prennent donc des valeurs définies; ce n'est en revanche pas le cas si l'une des hypothèses (ou les deux) est composée. Il est donc nécessaire de fixer des valeurs aux paramètres. Le choix des valeurs des paramètres se porte, à la fois pour le numérateur et le dénominateur, sur les estimés de maximum de vraisemblance pour tous les paramètres dont la valeur n'est pas spécifiée dans le cadre de l'hypothèse. Ces estimés pourront être identiques au numérateur et au dénominateur (ce qui mènerait à une valeur de 1 pour λ) mais seront en général différents puisque le domaine des paramètres ne sera pas identique pour les deux hypothèses. Quelquefois, on parle plutôt de *rapport de maximum de vraisemblance* pour distinguer la situation où les hypothèses sont simples et celle où au moins l'une des hypothèses est composée [319,320,321,322,323,324,325,331].

La quantité λ est une variable statistique, puisqu'elle ne dépend que des valeurs des observations; (on rappellera qu'un estimé de maximum de vraisemblance s'exprime uniquement en termes de variables statistiques, d'observations). Elle ne peut prendre de valeurs négatives puisqu'elle est le rapport de deux quantités nécessairement positives, deux densités de probabilités. Sa valeur maximale sera 1 et sera atteinte lorsque les estimés de maximum de vraisemblance seront les mêmes dans le sous-ensemble des valeurs correspondant à l'hypothèse nulle et dans l'ensemble de toutes les valeurs possibles des paramètres. Mathématiquement, λ obéit donc à la double inégalité suivante:

$$0 \leq \lambda \leq 1. \quad (3.53)$$

Intuitivement, on saisit qu'une valeur de λ proche de 0 correspondra à une configuration

improbable de l'hypothèse nulle comparativement à l'ensemble des autres hypothèses possibles, suggérant donc de rejeter l'hypothèse nulle; à l'inverse, une valeur de λ voisine de 1 indiquera que l'hypothèse nulle décrit aussi adéquatement les données que n'importe quelle autre hypothèse admissible, suggérant donc d'accepter dans cette circonstance l'hypothèse nulle [319,320,321,322,323,324,325].

Le fondement intuitif du test du rapport de vraisemblance est de voir dans quelle mesure un sous-ensemble des valeurs possibles des paramètres se compare à l'ensemble global. On considère le modèle adéquat lorsque le fait d'élargir significativement l'ensemble des valeurs admissibles produit peu de différence dans la vraisemblance de l'ensemble de données. Dans ce cas, l'hypothèse nulle est tout aussi apte à représenter l'ensemble de données que l'alternative et cette dernière, présentant plus de paramètres ajustables, est alors peu justifiée. Une conséquence de cela est que l'hypothèse nulle doit absolument être un sous-ensemble de l'alternative. Ainsi, il s'avérerait fallacieux de tester la validité à représenter des données d'estimés obtenus par maximum de vraisemblance: l'accord semblerait excellent mais simplement parce que l'hypothèse nulle et l'alternative sont dans ce cas-ci identiques. On ne peut tester la validité d'un modèle que comparativement à un modèle plus général ou, à tout le moins, différent. En ce sens, il est très important, en utilisant le test du rapport de vraisemblance, de formuler explicitement les termes de la comparaison.

Le test du rapport de vraisemblance avec hypothèse composée (ou test du rapport de maximum de vraisemblance) possède des propriétés asymptotiques assez attrayantes:

Consistance: Asymptotiquement, λ est consistant, c'est-à-dire que l'erreur de type II du test décroît lorsque la taille de l'ensemble de données s'accroît. (Sans être identique à la définition de la consistance qui intervient dans l'estimation des paramètres, cette consistance véhicule essentiellement la même signification.)

Absence de biais: La consistance de λ implique que le test est asymptotiquement non-biaisé, ce qui signifie, dans le contexte des tests d'hypothèse, qu'il ne sera pas plus probable d'accepter l'hypothèse nulle lorsqu'elle est fausse que lorsqu'elle est vraie, pour un ensemble de données important.

Distribution: Lorsque la taille de l'ensemble de données tend vers l'infini, $n \rightarrow \infty$, la quantité $-2 \ln \lambda = -2(\ln \ell(\Omega_0) - \ln \ell(\Omega))$ tend vers une distribution du χ^2 avec r degrés de liberté, où r est le nombre de paramètres dont la valeur est fixée dans

le cadre de l'hypothèse nulle ou, en d'autres termes, la différence entre le nombre de paramètres évalués dans l'hypothèse générale (Ω) et le nombre évalués dans l'hypothèse nulle (Ω_0).

Cette dernière propriété est particulièrement importante puisqu'elle permet de déduire un niveau de confiance pour une hypothèse presque indépendamment des distributions des variables aléatoires, qui interviennent dans le rapport de vraisemblance mais pas dans la distribution de celui-ci. La propriété n'est malheureusement qu'asymptotique. Il est cependant possible d'introduire un facteur correctif qui améliore la qualité de l'approximation pour des ensembles de données de faible taille; il est par contre fastidieux à évaluer [319,320,322,323,325].

Bien entendu, lorsque les hypothèses sont simples, cette approche s'avère équivalente au lemme de Neyman-Pearson. Non seulement les propriétés asymptotiques décrites plus haut s'appliquent-elles mais des propriétés encore plus satisfaisantes se vérifient alors: le rapport de vraisemblance constitue alors le test le plus efficace (indépendamment de la taille de l'ensemble de données et du niveau de confiance choisi) entre les deux hypothèses [320,321,322,323,324,325].

3.4.3 Sélection du genre de test d'hypothèse

En principe, le test du rapport de vraisemblance est plus général que celui du χ^2 et possède de plus l'avantage qu'il n'est pas nécessaire de regrouper les données, de sorte qu'il n'y a pas perte d'information. En revanche, les propriétés les plus attrayantes du rapport de vraisemblance ne sont qu'asymptotiques alors que le test du χ^2 se révèle fiable même pour une faible quantité de données. *A priori*, on ne peut affirmer lequel des deux tests est le plus performant; il est d'ailleurs fort probable que cela dépende de la situation particulière et de la taille de l'ensemble de données.

On adoptera donc le *modus vivendi* suivant:

- On aura recours au test du χ^2 lorsqu'un test portera sur une distribution minimalement spécifiée, c'est-à-dire qu'on ne teste que le type de la distribution, l'hypothèse nulle étant que les données proviennent d'un type de distribution (dont les paramètres sont estimés par méthode de maximum de vraisemblance) et l'alternative qu'ils proviennent de n'importe quelle autre distribution. Dans cette circonstance, il s'avérerait très difficile de construire un rapport de vraisemblance valable,

car le dénominateur serait difficilement spécifiable. Par contraste, dans le cas du test du χ^2 , son utilisation ne requiert que le nombre d'événements prévu dans chaque groupe dans le cadre de l'hypothèse nulle, une information qu'on peut déduire sans difficulté.

- Dès que l'alternative sera relativement précise, on fera plutôt usage du test du rapport de vraisemblance. En particulier, si le type de distribution est spécifié à la fois pour l'hypothèse nulle et l'alternative, le test du rapport de vraisemblance devrait s'appliquer sans ambiguïté. *A fortiori*, si des paramètres sont spécifiés à la fois pour les distributions de l'hypothèse nulle et de l'alternative, le test du rapport de vraisemblance ne devrait pas présenter de difficulté d'application.

Les deux tests ne devraient de toute façon pas mener à des conclusions divergentes, sans nécessairement mener aux mêmes évaluations pour les probabilités de l'hypothèse nulle comparativement à l'alternative.

On présentera en terminant quelques applications particulières du test du rapport de vraisemblance auxquelles nous aurons recours dans l'analyse des données qui apparaissent dans cette thèse.

3.4.4 Compatibilité de plusieurs estimés de variance

On veut déterminer, à partir d'une série de k estimés de variance, évalués à partir de données normalement distribuées, s'ils sont compatibles avec une unique valeur de variance ou non. L'hypothèse nulle est alors que tous les estimés ont pour source la même variance tandis que l'alternative est que chaque estimé est associé à une variance différente.

Il a été mentionné à la section 3.3.4 que la quantité $(n-1)s^2/\sigma^2$ admet une distribution du χ^2 avec $(n-1)$ degrés de liberté. La vraisemblance de l'hypothèse nulle est donc:

$$\ell_0 = \prod_{i=1}^k \frac{1}{2\Gamma(\frac{n_i-1}{2})} \left(\frac{(n_i-1)s_i^2}{2\sigma^2} \right)^{\frac{n_i-3}{2}} e^{-\frac{(n_i-1)s_i^2}{2\sigma^2}} \quad (3.54)$$

et elle est, pour l'alternative:

$$\ell = \prod_{i=1}^k \frac{1}{2\Gamma(\frac{n_i-1}{2})} \left(\frac{(n_i-1)s_i^2}{2\sigma_i^2} \right)^{\frac{n_i-3}{2}} e^{-\frac{(n_i-1)s_i^2}{2\sigma_i^2}} \quad (3.55)$$

d'où on déduit, pour la quantité $-2 \ln \lambda$, après substitution des estimés de maximum de vraisemblance pour σ^2 et σ_i^2 , respectivement s^2 et s_i^2 , et un peu d'algèbre:

$$-2 \ln \lambda = \sum_{i=1}^k (n_i - 1) \left(\frac{s_i^2}{s^2} - 1 \right) - (n_i - 3) \ln \frac{s_i^2}{s^2} \quad (3.56)$$

qui peut être simplifiée en introduisant la définition de s^2 (voir section 3.3.4), ce qui entraîne que le premier terme est identiquement nul et l'expression devient:

$$-2 \ln \lambda = \sum_{i=1}^k (n_i - 3) \ln \frac{\sum_{j=1}^k (n_j - 1) s_j^2}{s_i^2 \sum_{j=1}^k (n_j - 1)} \quad (3.57)$$

qui se conforme à une distribution du χ^2 avec $k - 1$ degrés de liberté.

On note aisément que cette formule risque de donner des résultats discutables si quelques-uns des n_i prennent des valeurs inférieures ou égales à 3, soit lorsque les variances sont estimées à partir de petits ensembles de données. Dans cette circonstance, Bartlett a proposé une forme légèrement différente qui tient compte des tailles réduites des ensembles de données:

$$\frac{1}{C} \sum_{i=1}^k (n_i - 1) \ln \frac{s^2}{s_i^2} \quad (3.58)$$

le facteur C étant donné par:

$$C = 1 + \frac{1}{3(k-1)} \left(\sum_{i=1}^k \frac{1}{n_i - 1} - \frac{1}{\sum_{i=1}^k (n_i - 1)} \right) \quad (3.59)$$

où les symboles gardent la même signification. Ce facteur constitue une correction pour la taille finie de l'ensemble de données. Ici encore, la quantité résultante suit une distribution du χ^2 avec $(k - 1)$ degrés de liberté [328,340,341,342].

3.4.5 Les tests d'hypothèses sur des modèles

On aborde maintenant le cas de tests d'hypothèse sur des modèles.

Les variables aléatoires, y_i , seront choisies normalement distribuées mais les variances, σ_i^2 , pourront différer d'une variable à l'autre et, d'autre part, la moyenne sera une fonction d'une variable x , fonction qui sera toutefois la même pour toutes les variables aléatoires (le modèle étant en fait cette fonction, $y = f(x)$); si des paramètres doivent être estimés à partir des données, ils appartiendront à cette fonction (c'est-à-dire que le modèle porte sur la valeur moyenne de la variable aléatoire). L'hypothèse nulle sera que la fonction

faisant office de moyenne est $f_0(x)$ tandis que, dans l'hypothèse alternative, cette fonction sera $f_a(x)$.

La vraisemblance de l'hypothèse nulle est:

$$\ell = \prod_{i=1}^k \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_i^2}} \exp - \frac{(y_i - f_0(x_i))^2}{2\sigma_i^2} \quad (3.60)$$

et celle de l'hypothèse alternative est:

$$\ell = \prod_{i=1}^k \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_i^2}} \exp - \frac{(y_i - f_a(x_i))^2}{2\sigma_i^2} \quad (3.61)$$

qui mène à la quantité:

$$-2 \ln \lambda = \sum_{i=1}^k \frac{(y_i - f_0(x))^2}{\sigma_i^2} - \frac{(y_i - f_a(x))^2}{\sigma_i^2} \quad (3.62)$$

qui admettra une distribution du χ^2 avec $(l - m)$ degrés de liberté, où l est le nombre de paramètres de la fonction $f_a(x)$ estimés à partir des données (même si, en pratique, il ne s'avère pas nécessaire de le faire) et m représente la même quantité pour la fonction $f_0(x)$.

Un test d'hypothèse d'une moyenne commune

Si l'hypothèse nulle est que la série de valeurs de la variable aléatoire possède la même moyenne tandis que l'alternative est que chaque variable aléatoire provient d'une distribution dont la moyenne diffère de celle des autres, les fonctions $f_0(x)$ et $f_a(x)$ peuvent être représentées:

$$f_0(x) = \mu \quad (3.63)$$

$$f_a(x) = \mu_i \quad (3.64)$$

où μ et μ_i sont les estimés de vraisemblance maximale des variables aléatoires, y_i , soit dans le premier cas la moyenne pondérée des y_i , $\bar{y}$, (voir section 3.3.4), dans le second, y_i lui-même.

L'équation 3.62 se réduit donc à:

$$-2 \ln \lambda = \sum_{i=1}^k \frac{(y_i - \bar{y})^2}{\sigma_i^2} \quad (3.65)$$

et la variable λ suivra une distribution du χ^2 avec $(k - 1)$ degrés de liberté.

Un test d'hypothèse où l'alternative est une interpolation

On discutera maintenant le cas où l'hypothèse nulle porte sur une certaine fonction, dont le nombre de paramètres à évaluer est cependant inférieur au nombre de points expérimentaux, et l'alternative est un polynôme dont l'ordre est égal au nombre de points, de sorte qu'il traversera nécessairement les coordonnées, ce qu'il est convenu d'appeler une interpolation.

Dans cette circonstance, la fonction $f_a(x_i)$ est toujours égale à y_i et le second terme de l'équation 3.62 est identiquement nul. Le test du rapport de vraisemblance mène donc à la quantité:

$$-2 \ln \lambda = \sum_{i=1}^k \frac{(y_i - f_0(x_i))^2}{\sigma_i^2} \quad (3.66)$$

qui se conforme à une distribution du χ^2 avec $(k - l)$ degrés de liberté, puisque $f_a(x)$ comprend théoriquement au moins k paramètres (qu'il ne s'avère pas nécessaire d'évaluer) et $f_0(x)$, l . Si l'hypothèse nulle est que la relation entre y et x est linéaire et que les paramètres sont évalués à partir des données, la valeur de l est alors 2.

Partie II

Démarche expérimentale

Chapitre 4. L'environnement expérimental

4.1 Le projet E-531

4.1.1 Le principe de la technique hybride

La technique hybride cherche à allier dans une expérience la très bonne résolution spatiale d'un détecteur de traces (l'émulsion ou la chambre à bulles, la plupart du temps) à la grande résolution temporelle, aux bonnes capacités de sélection et à la grande spécificité des compteurs électroniques. Il s'agit de la façon la plus pragmatique d'exploiter les avantages de l'une et l'autre approches tout en palliant autant que faire se peut leurs inconvénients.

En effet, les émulsions nucléaires offrent une très bonne résolution spatiale et permettent également d'estimer la quantité de mouvement et la vitesse d'une particule chargée, pour peu que celle-ci parcoure une distance suffisamment grande dans l'émulsion nucléaire. En revanche, ces mesures sont laborieuses à effectuer et difficilement automatisables. De plus, l'utilisation exclusive d'une émulsion nucléaire rend très difficile une sélection rapide des événements intéressants et, en conséquence, l'accumulation d'une large quantité de données.

Les compteurs électroniques présentent l'avantage que leurs signaux peuvent aisément faire l'objet d'une analyse informatique. L'avantage en est double: d'abord, l'analyse peut être faite rapidement; ensuite, il est possible de sélectionner aisément, et à toutes les étapes (durant l'exposition même ou durant l'analyse subséquente), les événements intéressants en regard des objectifs de l'expérience. En contrepartie, les compteurs électroniques possèdent une résolution spatiale (et surtout une discrimination spatiale) peu satisfaisante en comparaison de celle de l'émulsion. L'ensemble des compteurs électroniques d'une expérience est désigné *spectromètre*, le terme de *détecteur* étant utilisé ici pour désigner les différentes parties d'un spectromètre. Un spectromètre de qualité¹ permet de déduire les renseignements suivants:

¹Un spectromètre idéal permettrait de déterminer tous les nombres quantiques de toutes les particules d'une interaction, chargées ou neutres.

1. La quantité de mouvement, l'énergie et la vitesse des particules chargées.
2. L'énergie et la direction des particules neutres (autres que les particules neutres interagissant très faiblement).
3. Une identification, à tout le moins partielle, du type de particule, par les caractéristiques de son interaction avec les éléments du spectromètre.

Dans la réalité, il est plutôt rare qu'on puisse obtenir toutes ces quantités avec une bonne précision mais il est généralement possible d'en obtenir assez pour mener une analyse à partir d'hypothèses justifiables.

La configuration du détecteur de traces n'offre pas tellement de flexibilité. Le choix se limite essentiellement à celui du détecteur de traces utilisé et à sa structure géométrique. Dans le cas d'une chambre à bulles, il est également possible de choisir la substance dans laquelle les interactions auront lieu et où les bulles se formeront.

Le spectromètre peut être conçu de façon beaucoup plus spécifique à l'expérience envisagée, étant donné qu'il repose sur un assemblage de détecteurs relativement indépendants les uns des autres. Cela permet entre autre d'adapter le spectromètre aux objectifs de l'expérience, de le concevoir de telle façon qu'il permette de mesurer optimalement les quantités les plus importantes en regard des objectifs du projet.

Il apparaît donc nécessaire, avant de procéder à une description du montage du projet E-531, d'en présenter précisément l'objectif.

4.1.2 L'objectif du projet E-531

Le projet E-531 du Fermi National Accelerator Laboratory a été conçu avec l'objectif de déterminer les temps de vie des particules charmées les plus abondamment produites, soit le baryon charmé Λ_c^+ et les mésons D^0 , $\overline{D}^0$, $D^\pm$ et $D_\pm^\pm$ (précédemment $F^\pm$) [343]. Les connaissances accumulées sur le quark charme et les particules charmées au moment de la conception de ce projet indiquaient que les temps de vie des particules charmées étaient courts et que l'émulsion nucléaire était le détecteur le plus approprié pour observer directement la désintégration (par l'interaction faible) de particules charmées [344].

4.1.3 Le faisceau de particules

Le choix du faisceau de particules auquel les émulsions devaient être exposées s'avérait moins tranchant. Il fut décidé de recourir à un faisceau de neutrinos muoniques. Ce choix présentait un double avantage: d'abord, la production de particules charmées dans des interactions de neutrinos de haute énergie était estimée relativement élevée, de l'ordre de quelques pourcents [343,345]; ensuite, les neutrinos, étant neutres, ne laissent de traces dans l'émulsion que s'ils interagissent [343].

Les faisceaux de neutrinos ne peuvent être aussi précisément réalisés que les faisceaux de particules chargées puisque les neutrinos n'interagissent pas électromagnétiquement. Les faisceaux de neutrinos ont donc une dispersion spatiale importante (ce qui requiert une cible d'assez grande surface) et le spectre d'énergie couvre généralement un large domaine. Qui plus est, il n'est pas possible de fixer la pureté du faisceau: un faisceau de neutrinos comporte généralement à la fois des neutrinos et des antineutrinos de différents types. Le faisceau utilisé dans le projet E-531 a été celui du Fermi National Accelerator Laboratory. Il s'agit d'un faisceau principalement de neutrinos muoniques dont l'énergie s'étend sur un très large spectre, de 0 à 400 GeV (l'énergie du faisceau de protons primaires), avec un nombre maximal de neutrinos aux alentours de 30 GeV. Il compte une faible proportion d'antineutrinos muoniques (environ 10 %) et des proportions encore plus faibles de neutrinos et d'antineutrinos électroniques [3,343,346].

Une conséquence du recours à un faisceau de neutrinos muoniques dans le cadre du projet E-531 est que les interactions observées dans l'émulsion devraient la plupart du temps contenir un muon négatif, par conservation du nombre muonique (voir section 1.3) et parce que les interactions faibles en courant chargé sont notablement plus fréquentes que celles en courant neutre (en raison de la masse plus élevée du Z^0). Il est bien entendu que les autres particules stables ou métastables seront également produites, avec une abondance plus ou moins élevée, les pions étant susceptibles d'apparaître très fréquemment, les kaons plus rarement, pour ne citer que ces deux types. Les particules charmées seront vraisemblablement produites plus rarement que la plupart des autres types de particules.

4.1.4 Le montage

On peut considérer que le montage expérimental du projet E-531, représenté à la figure 4.1, comporte cinq parties: en suivant le faisceau, on rencontre d'abord le VETO, qui

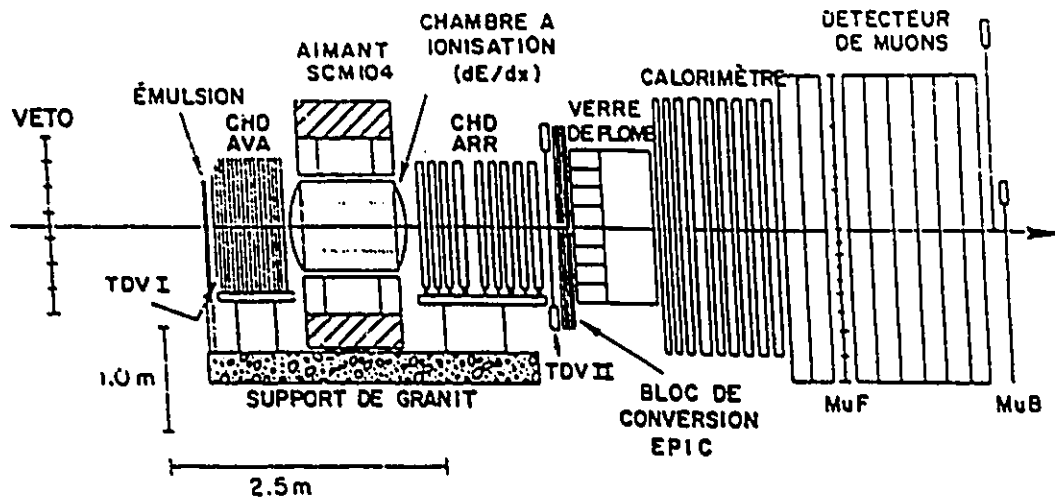


Figure 4.1: Schéma du montage utilisé dans le projet E-531.

sert à rejeter les interactions qui seraient dues à des particules chargées incidentes. Il se compose d'une rangée de lattes de scintillateurs [343] qui produisent un signal lorsqu'une particule chargée est incidente sur le montage, signal qui permet de rejeter l'interaction. La seconde partie permet d'obtenir les caractéristiques cinématiques de l'interaction, soit la topologie de l'interaction et les trajectoires, les vitesses et les quantités de mouvement des particules chargées associées à l'interaction. La partie suivante est un calorimètre électromagnétique qui permet d'évaluer l'énergie des électrons, positrons et photons. La quatrième partie, un calorimètre hadronique, apporte un estimé de l'énergie des hadrons, chargés ou neutres. Enfin, la dernière partie est un détecteur de muons.

Les prochaines sections décriront plus amplement ce montage, joignant les possibilités de l'émulsion et d'un spectromètre électronique.

La reconstruction des traces de particules chargées

La partie la plus importante du montage expérimental du projet E-531 est composée de la cible d'émulsion nucléaire, de deux ensembles de chambres à dérive séparés par un aimant et du système de mesure du temps de vol des particules chargées.

En suivant le sens du faisceau, on rencontre d'abord l'émulsion qui joue le double rôle de cible et de détecteur de traces. La cible d'émulsion occupe une surface de 1 m^2 environ et est constituée de 27 *modules verticaux* et 12 *modules horizontaux*. Chaque module vertical se compose de 97 plaques de dimensions $12 \text{ cm} \times 9,5 \text{ cm} \times 0,730 \text{ mm}$. Les émulsions sont réalisées en recouvrant les deux cotés d'une mince feuille de polystyrène ($70 \mu\text{m}$) d'une couche d'émulsion de $330 \mu\text{m}$ d'épaisseur. Les plaques sont empilées suivant cette dimension de façon à former un paquet d'une épaisseur de quelques cm et ce paquet est orienté de telle sorte que le faisceau de neutrinos traverse successivement ces plaques [343].

Par contraste, un module horizontal consiste en 174 pellicules d'émulsion, toutes de dimensions $14 \text{ cm} \times 7 \text{ cm} \times 0,625 \mu\text{m}$, là encore, assemblées de façon à former un paquet d'une épaisseur de quelques cm. Toutefois, à la différence des modules verticaux, les modules horizontaux sont placés dans le faisceau de telle sorte que le faisceau de neutrinos se propage parallèlement à la surface des plaques ou, en d'autres termes, ne traverse qu'un petit nombre de plaques en traversant l'émulsion [343].

Directement après l'émulsion se trouve le premier élément du système de mesure du temps de vol: il s'agit d'une feuille de matériau scintillateur fournissant le temps initial de passage des particules chargées [343].

Le faisceau traverse ensuite un premier groupe de 15 chambres à dérive, l'aimant et un second groupe comprenant 9 chambres à dérive. Les chambres à dérive du premier groupe sont alternativement disposées à des angles de -60° , 60° et 0° par rapport à la verticale (suivant le sens horaire). Dans le cas des chambres à dérive du second groupe, l'alternance n'est pas stricte: 2 chambres sont disposées suivant chacun des deux axes inclinés par rapport à la verticale et les 5 autres chambres sont orientées verticalement [343]. Cette disposition est nécessaire pour deux raisons: d'abord, au moins deux plans sont requis pour pouvoir reconstruire une trajectoire tridimensionnelle, les chambres à dérive ne pouvant fournir précisément que deux coordonnées. Ensuite, lorsque plusieurs traces sont présentes, il est très utile pour leur reconstruction que plusieurs projections soient disponibles.

Le second élément du système de mesure du temps de vol complète cette partie du spectromètre. Il s'agit d'un mur formé de lattes de matériau scintillateur. Ces lattes fournissent le temps de passage des particules qui les traversent [343].

L'émulsion peut en principe fournir toutes les données nécessaires à l'analyse des interactions de neutrinos. L'information est extraite par observation au microscope optique. Il y a toutefois avantage à utiliser les possibilités des détecteurs électroniques au maximum, les observations dans l'émulsion étant notoirement fastidieuses. L'ensemble formé par les chambres à dérive et l'aimant peut fournir avec une bonne précision les trajectoires et les quantités de mouvement des particules chargées, la courbure des trajectoires dans le champ magnétique étant une fonction de la quantité de mouvement (voir éq. 2.13). La précision de la quantité de mouvement (en GeV/c) pour une trace traversant les deux groupes de chambres à dérive est:

$$\sigma_P = [(0,014P)^2 + (0,004P^2)^2]^{\frac{1}{2}}. \quad (4.1)$$

Le premier terme de cette équation provient de l'incertitude introduite par la diffusion multiple tandis que le second a pour origine l'incertitude dans la mesure des coordonnées au moyen des chambres à dérive. Si le second groupe de chambres à dérive n'était pas traversé, il demeurerait possible d'évaluer la quantité de mouvement à partir du champ magnétique présent au niveau des chambres mais la précision s'en trouvait fortement amoindrie:

$$\sigma_P = 0,08P^2 \quad (4.2)$$

où P est là encore en GeV/c [343].

Enfin, lorsque la trajectoire d'une particule chargée est connue, on peut déterminer sa vitesse si on connaît les temps de passage en deux points de la trajectoire. Les données du système de temps de vol utilisées conjointement avec celles des chambres à dérive permettent de déduire les vitesses des particules chargées et cette information, jointe à une connaissance de la quantité de mouvement, permet en retour d'identifier la particule chargée, c'est-à-dire de déterminer sa masse.

La localisation et l'analyse des interactions de neutrinos

La méthodologie de recherche des interactions de neutrinos dans l'émulsion nucléaire suit le même principe que la technique hybride: limiter en autant que possible les mesures dans l'émulsion aux interactions intéressantes en regard des objectifs de l'expérience et tirer de celles-ci les informations précises nécessaires à l'étude des particules charmées.

En conséquence, la localisation des interactions dans l'émulsion nucléaire suit la méthodologie suivante: les informations des détecteurs électroniques sont analysées une première

fois afin d'en extraire les trajectoires des particules chargées produites dans une interaction de neutrinos et ces trajectoires sont utilisées pour prédire la position de l'interaction dans l'émulsion nucléaire. L'interaction est alors cherchée dans l'émulsion nucléaire, soit en examinant l'émulsion au voisinage de la position prédite (*volume scanning*), soit en retrouvant à la sortie de l'émulsion l'une des traces reconstruites par les éléments électroniques et en la remontant jusqu'au point d'interaction (*follow-back*).

Si cette recherche s'avère fructueuse et si l'interaction semble comporter une particule charmée, les données du spectromètre font alors l'objet d'une analyse approfondie où les informations obtenues de l'émulsion et du spectromètre sont combinées afin de fournir une image précise et cohérente de l'interaction du neutrino et de la production (et désintégration subséquente) de l'éventuelle particule charmée [343].

Le calorimètre électromagnétique

Le calorimètre électromagnétique comprend trois parties: une feuille de plomb, suivie de compteurs proportionnels et d'un mur de blocs de verre-plomb.

La feuille de plomb sert à déclencher le développement d'une cascade électromagnétique pour des électrons, positrons ou photons. Cette cascade résulte de plusieurs processus électrodynamiques, en particulier, le rayonnement de bremsstrahlung et la formation de paires particule-antiparticule (voir les sections 2.2.2 et 2.3.3). La feuille de plomb possédait une épaisseur de 1,59 cm, correspondant à environ 3 longueurs de rayonnement (X_0), de sorte qu'un électron ou un positron devrait rayonner environ 95 % de son énergie en la franchissant (voir éq. 2.40). Quant aux photons, leur probabilité d'y interagir en formant une paire électron-positron est de 90 % (voir éq. 2.67).

Les compteurs proportionnels, de type EPIC (*Extruded Proportional Ionisation Counter*), formés de tubes d'aluminium de dimensions 1,56 cm $\times$ 2,54 cm $\times$ 203 cm, permettent de localiser le centre d'une cascade électromagnétique. Ces compteurs étaient disposés en 3 plans, le premier orienté verticalement, le second incliné de -60° (relativement au sens horaire) et le troisième orienté à 60° . Les compteurs proportionnels jouaient également un autre rôle: l'ionisation d'une cascade étant beaucoup plus large que celle d'une particule individuelle, le signal mesuré dans les compteurs proportionnels indiquait si une cascade s'était développée et, en conséquence, si la particule incidente pouvait être identifiée à un électron, un positron ou un photon.

Le mur de blocs de verre-plomb, composé de 68 blocs de surface $19,3 \times 19,3 \text{ cm}^2$ et d'épaisseur 11 ou 14 longueurs de rayonnement (X_0), dépendant du bloc, produit un signal essentiellement proportionnel à l'énergie des électrons, positrons ou photons incidents, le signal provenant du rayonnement de Čerenkov (voir section 2.2.4) des électrons et positrons de la cascade électromagnétique.

Bien qu'une cascade hadronique dans les blocs de verre-plomb ne soit pas impossible, ceux-ci représentant entre $\frac{2}{3}$ et 1 longueur d'interaction (hadronique), l'existence d'un important signal dans les blocs de verre-plomb et également d'un signal élevé dans les compteurs proportionnels constituait un fort indice que la particule incidente était un positron, un électron ou un photon. Inversement, l'absence d'un signal significatif dans ces éléments était interprétée comme une forte présomption à l'encontre de cette hypothèse. La résolution en énergie des blocs de verre-plomb était estimée à:

$$\sigma_E = 0,17\sqrt{E} \quad (4.3)$$

où l'énergie, E , doit être donnée en GeV; la résolution obtenue est également en GeV [343].

Le calorimètre hadronique

Le calorimètre hadronique se compose de panneaux d'acier et de détecteurs de particules chargées: les trois premiers panneaux sont suivis de rangées de compteurs proportionnels, tous orientés horizontalement, et les deux derniers panneaux sont suivis de rangées de scintillateurs orientés verticalement.

Le principe du calorimètre hadronique est très similaire à celui du calorimètre électromagnétique excepté que la cascade est hadronique plutôt qu'électromagnétique, c'est-à-dire que l'interaction forte plutôt que l'interaction électromagnétique est à l'origine de la cascade. La longueur importante est alors la longueur d'interaction hadronique. On pourrait penser que cette longueur devrait être plus courte que la longueur de rayonnement, associée à l'interaction électromagnétique, à cause de la plus grande intensité de l'interaction forte. Il faut toutefois tenir également compte de la portée de l'interaction (voir section 1.2) et ce second aspect se révèle crucial: dans les faits, la longueur d'interaction s'avère notablement supérieure à la longueur de rayonnement sauf pour les éléments les plus légers du tableau périodique [6].

La formation d'une cascade hadronique peut comporter de fortes fluctuations, en particulier parce que les processus qui y interviennent sont beaucoup plus variés que ceux qui ont lieu dans une cascade électromagnétique: plusieurs types de hadrons peuvent être produits, la désintégration de ceux-ci peut produire des photons ou des leptons, l'interaction peut entraîner l'évaporation du noyau et ainsi de suite. Pour cette raison, les caractéristiques d'une cascade hadronique ne permettent pas d'extraire avec précision l'énergie de la particule qui la déclenche [47,105]. Dans cette circonstance, on ne s'étonnera pas de la relative imprécision du calorimètre:

$$\sigma_E = 1,1\sqrt{E} \quad (4.4)$$

où l'énergie est fournie en GeV et l'écart-type, σ_E , est également en GeV [343].

La faible résolution du calorimètre hadronique rend son utilisation délicate. Il n'est pas recommandable d'attacher une confiance démesurée dans l'énergie déduite par ce moyen. En fait, pour les besoins du travail décrit dans ce document, le calorimètre hadronique a surtout été utilisé de façon qualitative; en d'autres termes, si les renseignements provenant de tous les autres détecteurs étaient compatibles avec le signal d'un hadron et si le calorimètre hadronique donnait une valeur d'énergie du même ordre de grandeur que la quantité de mouvement déterminée dans les chambres à dérives, une particule était considérée comme un hadron. Dans tous les autres cas, aucune conclusion n'était tirée sur la nature de la particule chargée.

Le détecteur de muons

Le dernier élément du montage du projet E-531 était le détecteur de muons. Il était constitué d'acier (1,2 m en tenant compte de l'acier du calorimètre hadronique), suivi de lattes de scintillateurs, puis de 1,1 m d'acier et enfin de scintillateurs.

Le principe du détecteur est qu'à l'exception des muons et des neutrinos, aucune particule ne devrait être en mesure d'atteindre la première rangée de scintillateurs et, *a fortiori* la seconde. La quantité d'acier est déterminée par cet objectif. En fait, même des muons devraient s'arrêter avant la première rangée de scintillateurs s'ils n'ont pas une quantité de mouvement de 1,9 GeV/c ou plus et ils ne devraient pas atteindre la seconde rangée si leur quantité de mouvement n'est pas au moins égale à 3,4 GeV/c.

Trois possibilités de signal existent pour le détecteur de muons. Il peut être associé à une particule un signal dans chacune des deux rangées de scintillateurs (MUFB), un signal

seulement dans la première rangée (MUF) ou un signal seulement dans la dernière rangée (MUB). En général, une particule à laquelle l'un ou l'autre de ces signaux était jumelé se voyait considérée comme un muon. Il y a toutefois eu certains cas où cette identification a été rejetée, en particulier si plusieurs particules traversaient la même région du détecteur [343]. Dans le cas d'un signal MUFB, il y avait peu de doutes possibles que la particule en question était un muon; dans l'un des deux autres cas, il était préférable d'étudier l'événement plus en détail avant de se prononcer.

4.2 L'émulsion nucléaire FUJI ET-7B

L'émulsion n'a jusqu'ici qu'éte sommairement décrite: ses lacunes ont été soulignées afin de justifier l'emploi de la technique hybride et son rôle dans l'expérience a été précisé. Il est maintenant temps d'en discuter plus profondément les caractéristiques.

4.2.1 La composition de l'émulsion nucléaire

L'émulsion nucléaire se compose de deux milieux, aux caractéristiques et aux rôles radicalement différents: le bromure d'argent et la gélatine [347,348].

Le bromure d'argent est l'agent sensible, le milieu dans lequel des changements sont produits par le processus photographique et le traitement chimique subséquent. Il est constitué par des cristaux microscopiques de bromure d'argent approximativement sphériques, dont le diamètre dépend du type d'émulsion [349,350,351]. On les dénomme généralement *grains*. Les cristaux de bromure d'argent sont du type cubique à faces centrées, avec une arête de 5,7748 Å [352,353]. Ces cristaux peuvent évidemment présenter des défauts de structure (c'est-à-dire qu'il existe des sites où la périodicité du réseau est brisée) et peuvent également contenir une faible proportion d'impuretés, par exemple la substitution en un site d'un atome de brome par un atome d'iode [351].

La gélatine joue un rôle essentiellement structural. Sa fonction consiste à maintenir en place les grains. Elle doit toutefois être transparente, afin que les émulsions puissent être examinées au microscope optique, et doit également permettre le passage des produits chimiques utilisés dans le traitement chimique. Il existe des gélatines synthétiques mais la gélatine des émulsions nucléaires tire plus généralement son origine de l'hydrolyse du collagène, une protéine présente dans les tissus animaux, en particulier l'ossature [348,352]. La gélatine joue aussi un rôle dans le processus photographique mais il demeure quelque

Tableau 4.1: Composition chimique de l'émulsion nucléaire FUJI ET-7B.

Élément chimique	Nombre atomique	Masse atomique	Proportion de la masse (%)
I	53	127	0,3
Ag	47	108	45,4
Br	35	80	33,4
S	16	32	0,2
O	8	16,0	6,8
N	7	14,0	3,1
C	6	12,0	9,3
H	1	1,01	1,5

Densité: $\rho_{em} = 3,73$ g/ml (à une humidité relative de 68 %).
Longueur de rayonnement: $X_0 = 3,18$ cm (éq. 2.42)

peu accessoire (et mal compris) [354,355,356].

Les émulsions utilisées dans le projet E-531 sont du type FUJI ET-7B. Leur composition chimique est présentée dans le tableau 4.1 [343]. On constate que le bromure d'argent constitue l'essentiel de la masse. L'iode apparaît en petite proportion dans les grains de bromure d'argent et il en est possiblement de même du soufre mais tous les autres éléments sont associés à la gélatine.

Si le bromure d'argent constitue l'essentiel de la masse de l'émulsion nucléaire, il n'en va pas ainsi en ce qui a trait au volume. En effet, environ la moitié du volume de l'émulsion nucléaire est occupée par la gélatine [347]. Il est possible d'estimer ce nombre à partir de la densité de l'émulsion, de celle du bromure d'argent² et de la proportion des différents éléments chimiques:

$$M_i = V_{em} \rho_{em} X_i \quad (4.5)$$

$$M_{AgBr} = V_{em} \rho_{em} (X_{Ag} + X_{Br})$$

$$V_{AgBr} = \frac{M_{AgBr}}{\rho_{AgBr}}$$

$$f_V \equiv \frac{V_{AgBr}}{V_{em}} \quad (4.6)$$

où V représente un volume, M une masse, ρ une densité et X une proportion relative de

²Il est à noter que, les cristaux de bromure d'argent de l'émulsion nucléaire étant microscopiques, la densité du bromure d'argent telle qu'établie à l'aide d'échantillons macroscopiques peut être inadéquate [347].

la masse. Ce qui mène à la formule:

$$f_V = \frac{\rho_{em}}{\rho_{AgBr}}(X_{Ag} + X_{Br}). \quad (4.7)$$

Les variables ρ_{em} , X_{Ag} et X_{Br} sont fournies dans le tableau 4.1 tandis que ρ_{AgBr} vaut 6,473 g/cm³ [357]. Le résultat est:

$$f_V = 0,454. \quad (4.8)$$

On a négligé dans ce calcul la présence dans les cristaux d'une faible proportion d'iodure d'argent. Cette omission devrait être virtuellement sans conséquence et, d'autre part, en tenir compte compliquerait sérieusement le calcul: l'iodure d'argent comporte deux phases de densités différentes [357] et, qui plus est, il est hautement improbable que l'iodure des cristaux forme un état cristallin homogène. Le même commentaire s'applique pour la présence d'éventuels atomes de soufre dans les cristaux de bromures d'argent.

4.2.2 Les propriétés de l'émulsion nucléaire

Les caractéristiques photographiques d'une émulsion nucléaire dépendent surtout des caractéristiques des grains de bromure d'argent³ mais les caractéristiques macroscopiques de l'émulsion sont essentiellement déterminées par la gélatine.

Plusieurs propriétés de la gélatine en font une substance attrayante comme support des grains de bromure d'argent [355]:

1. Il s'agit d'un milieu stable; les émulsions peuvent donc être conservées et utilisées pendant de nombreuses années.
2. La gélatine possède une bonne élasticité, une propriété qui est essentielle puisqu'au cours du traitement chimique, le volume de l'émulsion diminue presque de moitié.
3. Elle permet le passage des substances qui interviennent dans le traitement chimique. Cette pénétration des produits chimiques est facilitée par une autre propriété de la gélatine: son volume dépend fortement de son contenu en eau et, en particulier, augmente considérablement lorsque une émulsion est immergée dans une solution aqueuse. Une conséquence de cette propriété est que le volume d'une émulsion

³Il importe toutefois de souligner que la composition de la gélatine joue aussi un rôle [354,355,356], comme mentionné précédemment.

nucléaire, même après traitement chimique, dépend de l'humidité environnante, ce qui peut représenter un désavantage: les observations dans l'émulsion nucléaire pourront dépendre des conditions d'humidité au moment où ont été réalisées les mesures.

4. Il s'agit d'un milieu transparent qu'on peut réaliser de façon à obtenir un indice de réfraction très proche de celui du verre, ce qui est des plus avantageux pour l'observation au microscope.

La gélatine ne comporte pas que des avantages, on s'en doutera. Il s'agit d'un milieu relativement fragile, surtout lorsqu'imprégné d'eau et il s'avère donc nécessaire d'éviter en autant que faire se peut les fortes variations d'humidité. D'autre part, le traitement chimique doit, pour cette raison, être mené avec beaucoup de précautions.

Enfin, bien que la gélatine soit transparente à la lumière et perméable aux produits chimiques utilisés dans le traitement chimique, il existe une épaisseur maximale de l'émulsion nucléaire au delà de laquelle elle ne constitue plus un instrument de recherche pratique, pour la physique des hautes énergies du moins: il s'avère délicat et difficile de travailler avec des émulsions d'épaisseur supérieure à 2 mm [358].

La taille des grains de bromure d'argent

Une des caractéristiques importantes d'une émulsion nucléaire est la taille des cristaux de bromure d'argent. Les cristaux sont toujours microscopiques, d'un diamètre inférieur au μm mais leur taille et, le cas échéant, leur distribution varie d'une émulsion à l'autre [348,349,358,359]. Une démarche théorique basée sur le processus de synthèse suggère que les microcristaux devraient être distribués suivant une distribution log-normale [360,361]. En pratique, la distribution des tailles des grains peut souvent être approximée par une distribution normale [350,362], l'asymétrie étant en général assez faible. Il est néanmoins mieux de s'en assurer. Les prochains paragraphes décriront la méthode utilisée pour déterminer cette distribution dans le cas de l'émulsion nucléaire FUJI ET-7B.

La taille des grains de bromure d'argent d'une émulsion peut être déterminée par microscopie. La microscopie optique n'est toutefois pas idéale pour ce genre d'études, la résolution étant du même ordre que la taille des objets qu'on désire mesurer. Il est possible d'y recourir [363,364] mais les observations sont délicates à effectuer. La microscopie électronique se prête mieux à ce type de mesures [362,363] et peut être exploitée de deux

façons à cette fin: il est possible de recourir soit à un microscope électronique à transmission, soit à un microscope électronique à balayage. Les deux instruments fonctionnent de façon tout à fait différente. Le microscope électronique à transmission repose sur le même principe que le microscope optique mais exploite l'effet ondulatoire d'électrons rapides plutôt que celui de photons. Le microscope électronique à balayage utilise un mince faisceau d'électrons qui est dirigé sur l'échantillon et qui y éjecte des électrons secondaires. L'image de l'échantillon est produite à partir de ceux-ci.

L'étude au microscope électronique à transmission produit des images comportant très peu de profondeur de champ mais dont la résolution, dans ce domaine de longueur, est excellente, simplifiant évidemment l'interprétation des résultats. Le microscope électronique à balayage, par contraste, fournit une meilleure image en ce qui a trait à la profondeur de champ et permet l'étude d'échantillons opaques au microscope électronique mais s'avère généralement moins précis. D'autre part, la qualité de l'image produite par microscopie électronique à balayage dépend du type de matériau, en particulier de sa conductivité. Enfin, tandis que le microscope électronique à transmission possède une résolution potentiellement très supérieure à celle d'un microscope optique, le microscope électronique à balayage offre une résolution qui n'est pas notablement supérieure. L'étude au microscope électronique à transmission joue donc un rôle plus important étant donné notre objectif mais le recours au microscope électronique à balayage n'en est pas pour autant dénué d'intérêt.

L'échantillon à étudier a été préparé de façon assez similaire dans les deux cas: quelques gouttes d'une solution contenant les grains de bromure d'argent ont été déposées sur un support approprié (pour le microscope électronique à transmission, une mince grille, pour le microscope électronique à balayage, un disque métallique). La préparation de la solution est décrite dans l'appendice A. Quelques échantillons ont été préparés et des photographies ont été prises de régions distinctes de ceux-ci, de façon à fournir un échantillonnage statistique significatif.

L'étude au microscope électronique à transmission comporte naturellement des limites et des incertitudes: la plus importante intervenant dans une étude d'une distribution de tailles a trait à la précision de l'agrandissement. Celui-ci est sujet à des

variations (par exemple, dues aux fluctuations de tension du secteur) qui peuvent se manifester de façon aléatoire ou systématique. Ainsi, pour une épreuve donnée, une fluctuation dans l'agrandissement mènera à une erreur systématique car toutes les parties de la photographie résulteront de l'interférence d'électrons accélérés par le même potentiel, potentiel qui pourra toutefois différer en réalité de la valeur choisie. En revanche, pour un échantillonnage provenant de plusieurs épreuves et si la fluctuation tire son origine des variations du secteur, on peut s'attendre à ce qu'elle se manifeste plutôt comme une incertitude statistique sur l'ensemble des épreuves. L'incertitude sur la valeur de l'agrandissement est estimée à 10 % [365].

Une série de 9 expositions, provenant de 2 échantillons, a été effectuée, 8 correspondant à un agrandissement sur le négatif de 15000 X et 1 de 4500 X. Des photographies, correspondant à un agrandissement supplémentaire par un facteur 3,00 ont été réalisées. Cependant, les photographies présentées dans cette thèse ont été réalisées à partir des mêmes négatifs mais avec un agrandissement différent, soit 3,25 ou 3,35 plutôt que 3,00.

À partir de ces photographies, on peut tout d'abord formuler quelques observations générales. Les figures 4.2, 4.3, 4.4 et 4.5, correspondant à des agrandissements de 49000 X dans les deux premiers cas, de 50000 X dans le troisième et de 15100 X dans le dernier, illustrent bien les caractéristiques qualitatives qui ressortent de la série de photographies:

1. Les grains de bromure d'argent apparaissent raisonnablement sphériques sur les photographies à fort agrandissement. On ne manque pas de noter des irrégularités dans la structure mais cela ne devrait pas rendre l'hypothèse de grains sphériques inadéquate.
2. Les taches noires sur les grains (ou en émergeant) peuvent être interprétées comme des dépôts d'argent, résultant du processus photographique [362,363,366]: le passage du faisceau d'électrons à travers les grains produit un effet photographique.
3. Les tailles des grains varient notablement (sur une même photographie), ce qui est plus particulièrement frappant sur les photographies 4.3, 4.4 et 4.5.

Les photographies 4.2 à 4.4 suggèrent qu'il ne devrait pas être trop difficile d'effectuer des mesures quantitatives directement sur les photographies correspondant à un agrandissement de 45000 X. En revanche, la photographie 4.5 conduit à la conclusion que, pour un

agrandissement de 15000 X, ce type de mesures n'est pas idéal, les dépôts d'argent gênant plus notablement la perception des grains à cette échelle.

La taille des grains sera donc évaluée de la façon suivante: pour les photographies représentant des agrandissements de 45000 X, les mesures seront faites directement sur la photographie à l'aide d'une règle précise à 0,5 mm (donnant donc une précision d'ordre 5 %); pour la photographie correspondant à un agrandissement de 13500 X, on effectuera plutôt les mesures directement sur le négatif (agrandissement de 4500 X), à l'aide d'un microscope Bausch & Lomb StereoZoom 7, offrant une précision de mesure de 0,1 mm sur le négatif⁴. Toutefois, pour fins de vérification de consistance, on effectuera également quelques mesures sur la photographie même.

Il y a avantage à utiliser toute la série de photographies. On peut en effet tirer des deux groupes de photographies, à 13500 X et à 45000 X, des informations complémentaires sur la distribution des tailles des grains. L'unique photographie à un agrandissement de 13500 X contient un échantillonnage statistique aussi complet que l'ensemble des photographies correspondant à un agrandissement de 45000 X: pour une densité (de surface) constante, le nombre de grains sur une épreuve sera inversement proportionnel au carré du facteur d'agrandissement. On a donc d'un côté une photographie sur laquelle l'erreur systématique peut être importante, avec des conséquences potentiellement néfastes sur la moyenne obtenue, mais dont l'erreur aléatoire sera faible (de sorte que la dispersion dans la taille des grains, soit en particulier l'écart-type, correspondra assez précisément à la dispersion intrinsèque de la distribution).

Quant aux photographies à fort agrandissement, elles comportent individuellement une erreur statistique assez large, dominant très probablement l'erreur systématique. Or, lorsqu'on regroupe les mesures des différentes photographies, cette erreur systématique devient aléatoire: la variation du secteur qui affecte l'agrandissement d'une photographie donnée n'a aucune raison d'être identique sur les autres. Globalement, le résultat est que l'erreur systématique sur l'ensemble des 8 photographies devrait être négligeable; seule une erreur aléatoire devrait se manifester. On devrait donc pouvoir déterminer plus précisément la moyenne de cette façon, puisque l'erreur systématique devrait être beaucoup moins importante. En revanche, l'écart-type qu'on déduira par cette approche

⁴Il s'agit de la précision obtenue à agrandissement minimal. Une précision notablement plus élevée peut être atteinte mais ne se justifie pas dans ce contexte, étant donné que les grains ne sont pas strictement sphériques, ce qui introduit une incertitude intrinsèque dans la mesure des diamètres.

Figure 4.2: Photographie au microscope électronique à transmission de grains de bromure d'argent; premier échantillon (agrandissement 49000 X).



Figure 4.3: Photographie au microscope électronique à transmission de grains de bromure d'argent; second échantillon (agrandissement 49000 X).



Figure 4.4: Photographie au microscope électronique à transmission de grains de bromure d'argent; troisième échantillon (agrandissement 50000 X).



Figure 4.5: Photographie au microscope électronique à transmission de grains de bromure d'argent; quatrième échantillon (agrandissement 15100 X).

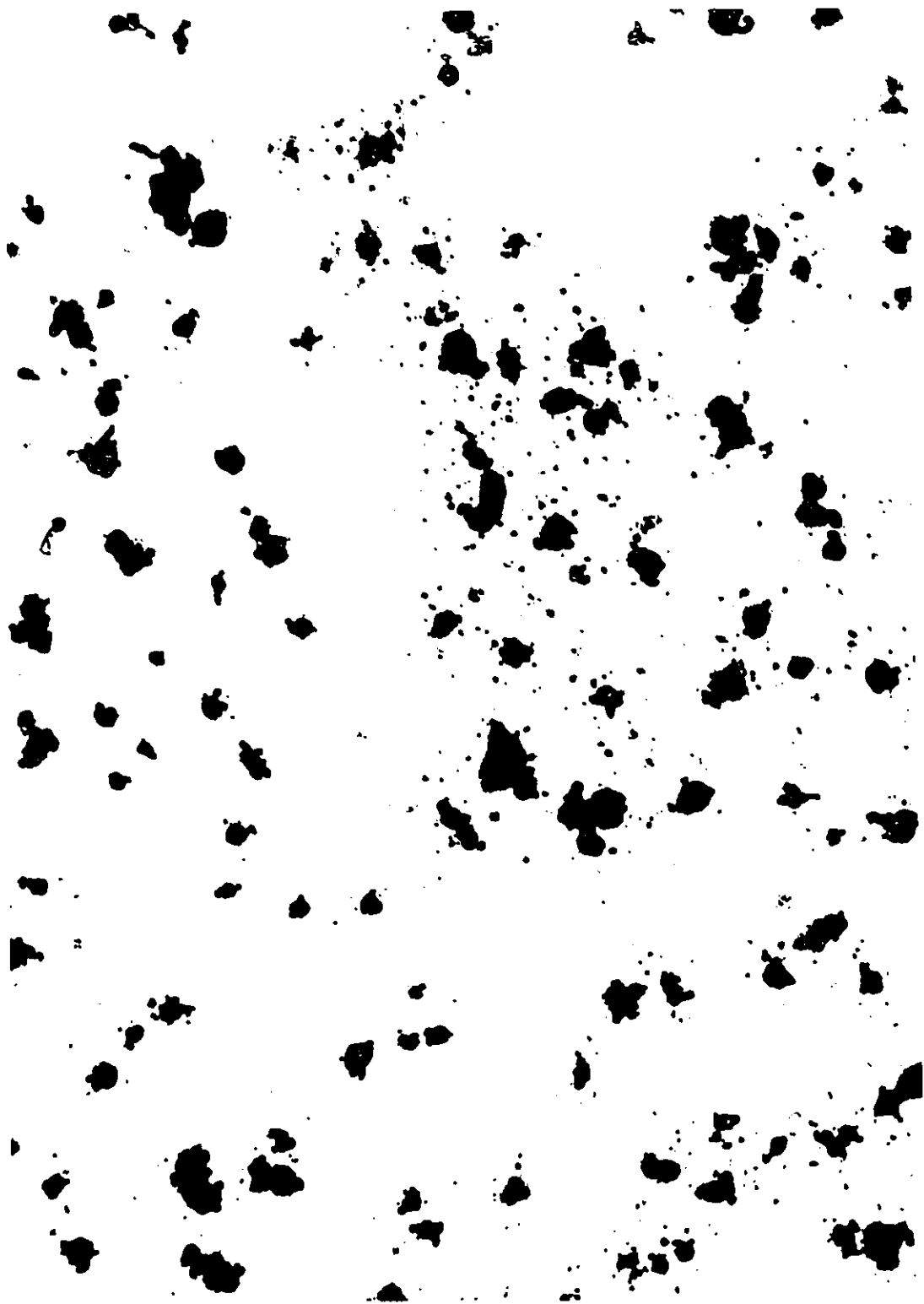


Tableau 4.2: Caractéristiques statistiques des différentes photographies.

Photographie	Nombre de mesures	médiane (μm)	moyenne (μm)	écart-type (μm)
0-1-45	3	0,20	$0,18 \pm 0,04$	0,06
0-2-45	4	0,18	$0,18 \pm 0,03$	0,06
0-3-45	22	0,15	$0,16 \pm 0,01$	0,04
0-4-45	11	0,16	$0,16 \pm 0,01$	0,04
0-5-45	10	0,19	$0,19 \pm 0,02$	0,07
0-6-45	23	0,18	$0,19 \pm 0,01$	0,06
0-7-45	9	0,20	$0,22 \pm 0,04$	0,12
0-8-65	16	0,18	$0,18 \pm 0,02$	0,06

comprendra la composante intrinsèque de la distribution de la taille des grains et, très probablement, une composante provenant de la variation de l'agrandissement d'une photographie à l'autre. Or, il n'existe pas de façon d'isoler ces deux contributions seulement à partir du second groupe de photographies, de sorte que la valeur de l'écart-type déduite par cette approche risque d'être surestimée.

L'analyse des 8 photographies représentant un agrandissement de 45000 X s'est effectuée en deux étapes. Dans un premier temps, il a été vérifié que l'information des différentes photographies était concordante. Comme la plupart des photographies renfermaient un échantillonnage statistique restreint, il y avait peu de justification à tenter de comparer les distributions obtenues de chaque photographie. On a plutôt opté pour une comparaison de la moyenne et de la médiane (voir section 3.2) déduite de chaque photographie. Ces deux estimateurs de la tendance centrale devraient à la fois être peu sensibles aux fluctuations inhérentes aux faibles échantillonnages statistiques et résumer assez pertinemment les caractéristiques de la distribution. L'écart-type a aussi été calculé pour chaque photographie mais est trop affecté par la taille des échantillonnages pour permettre une comparaison précise entre les différentes photographies. La médiane peut être établie par simple application de sa définition tandis que pour la moyenne et l'écart-type, on a utilisé les estimateurs de maximum de vraisemblance déduits à la section 3.3.3 (éq. 3.23 et 3.29). Le tableau 4.2 présente les valeurs déduites pour chaque photographie.

On note tout d'abord que les moyennes et les médianes diffèrent très peu, ce qui suggère que la distribution de la taille des grains est très peu asymétrique, et donc probablement descriptible par une distribution normale. De plus, les observations des 8 photographies

sont concordantes, elles sont compatibles avec l'hypothèse qu'elles proviennent d'une population unique: ceci ressort à la fois des moyennes et des écarts-type. On peut en effet déduire une valeur de $0,173 \pm 0,005 \mu\text{m}$ pour la moyenne pondérée (voir section 3.3.4, éq. 3.35 et 3.36).

Lorsqu'on effectue un test du rapport de vraisemblance (éq. 3.65), à l'aide de cette moyenne, sur les données du tableau 4.2, on trouve une valeur de χ^2 égale à 8,57, pour 7 degrés de liberté, correspondant à une probabilité d'environ 30 %, indiquant qu'il est tout à fait acceptable de considérer que les données appartiennent à la même population statistique.

La situation est moins satisfaisante pour les variances. L'estimé de maximum de vraisemblance (éq. 3.38) a pour valeur: $\bar{s} = 0,06 \mu\text{m}$ et le rapport de maximum de vraisemblance (éq. 3.58) qui en découle vaut: $\chi^2 = 19,55$ pour 7 degrés de liberté. La probabilité correspondante est inférieure à 1 %. En fait, le problème provient de la photographie 0-7-45, où l'un des grains mesurés, de taille $0,48 \mu\text{m}$, semble appartenir à une population différente. La moyenne n'est pas tellement influencée mais l'impact est plus fort sur la variance. Dans ces circonstances, on évaluera la variance moyenne sans tenir compte de l'estimé de variance de cette photographie. La valeur moyenne de variance est alors: $\bar{s} = 0,06 \mu\text{m}$ et le rapport de vraisemblance vaut: $\chi^2 = 6,61$, avec 6 degrés de liberté, pour une probabilité d'environ 35 %, également tout à fait en accord avec l'hypothèse que les données proviennent de la même distribution.

Puisqu'il en est ainsi, on peut regrouper les données recueillies sur ces huit photographies et en déduire l'histogramme apparaissant à la figure 4.6. On note que la valeur anormalement élevée mesurée sur la photographie 0-7-45 se démarque nettement des autres. On considérera simplement qu'il s'agit d'une donnée aberrante. Elle pourrait évidemment indiquer l'existence d'une seconde population de grains de grande taille mais cette population serait alors proportionnellement peu importante. Cet histogramme corrobore les conclusions inspirées des tests statistiques: la distribution comporte une faible asymétrie, due à des diamètres élevés, dont l'explication est probablement que la distribution théoriquement prévisible est la distribution log-normale plutôt que la normale; toutefois, une distribution normale apparaît tout à fait appropriée.

Une étude effectuée plutôt à l'aide de l'unique photographie prise avec agrandissement de 13500 X conduit à des résultats similaires. Les mesures prises directement sur le négatif de la photographie (agrandissement 4500 X) mènent à l'histogramme de la figure 4.7.

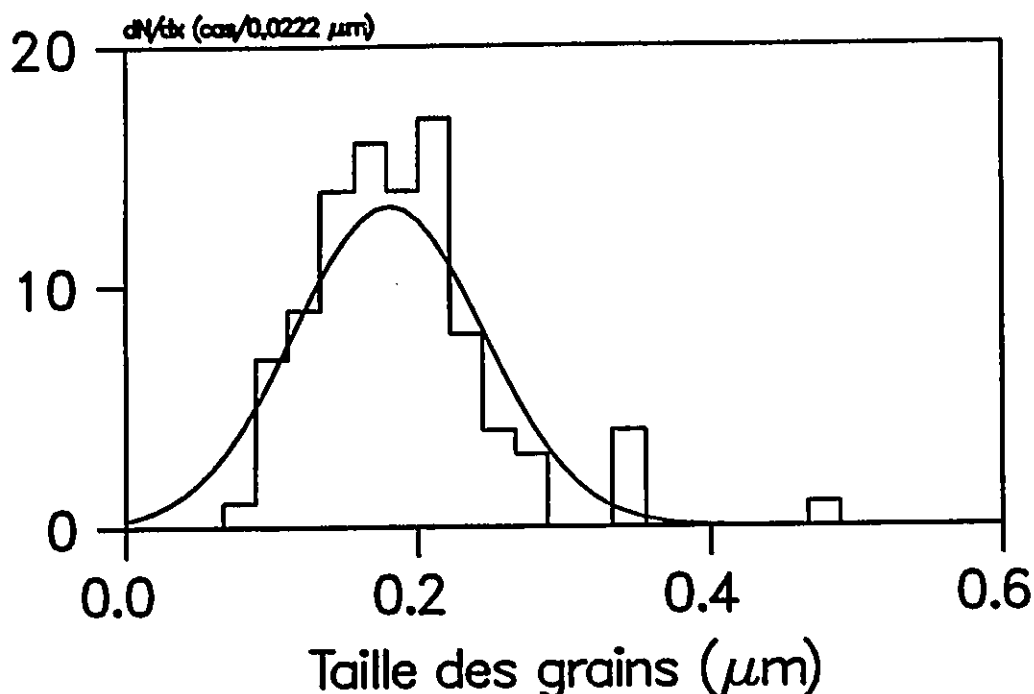


Figure 4.6: Distribution des tailles des grains de bromure d'argent (45 000 X). Une distribution normale de moyenne 0,17 μm et d'écart-type 0,06 μm apparaît en superposition.

L'asymétrie apparaît plus prononcée que dans l'étude précédente mais pas incompatible. La moyenne de la distribution est alors 0,190 μm et l'écart-type 0,049 μm , ce qui apparaît compatible avec les résultats précédents, quoiqu'à la limite. Il ne faut toutefois pas oublier que cette unique photographie peut aisément présenter une erreur systématique de 10 %. Les écarts-type des deux distributions ne diffèrent pas pour la peine.

On peut en conséquence, et en tenant compte des risques d'erreurs systématiques énoncés au début de la section, conclure que les grains de bromure d'argent de l'émulsion nucléaire peuvent être raisonnablement décrits par une distribution normale de moyenne 0,173 μm et d'écart-type 0,060 μm . Il y a toutefois apparence que la distribution normale n'est qu'une approximation, par l'asymétrie de l'histogramme, particulièrement la carence de tailles faibles.

La technique de microscopie électronique à balayage n'offre pas d'aussi bonnes conditions pour étudier la taille des grains de bromure d'argent que ce que permet la microscopie électronique à transmission. En effet, la résolution du microscope électronique

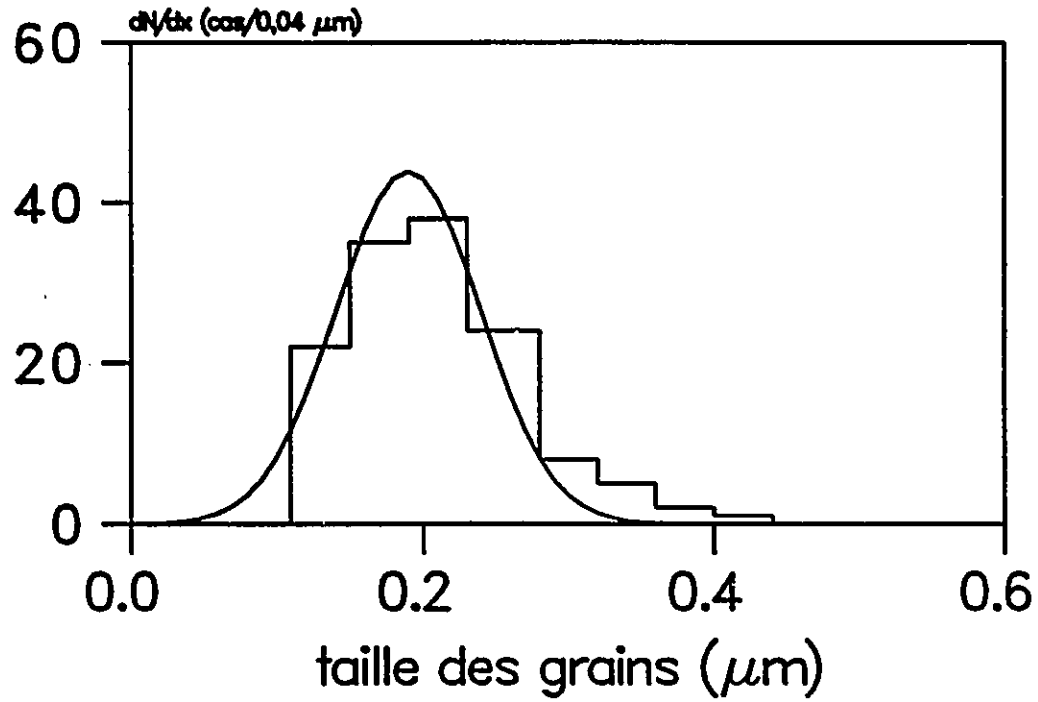


Figure 4.7: Histogramme de la distribution des tailles de grains telles que déduites du négatif (4500X). Une distribution normale de moyenne 0,19 μm et d'écart-type 0,05 μm y apparaît également.

à balayage est comparable à la taille des grains; les images apparaissent donc beaucoup plus floues. Néanmoins, l'étude présente un certain intérêt, ne serait-ce que pour éliminer la possibilité d'une forte erreur systématique dans les mesures effectuées au microscope électronique à transmission.

Deux photographies effectuées au microscope électronique à balayage sont présentées à la figure 4.8. Les grains de bromure d'argent apparaissent beaucoup moins précisément définis, au point où on ne peut poser aucun jugement sur leur sphéricité. Dans ces conditions, il s'avère difficile, sinon impossible, de différencier l'image d'un grain de grande taille de celle de deux (ou plusieurs) grains contigus de plus faible taille. On peut alors s'attendre à un biais vers les grandes tailles.

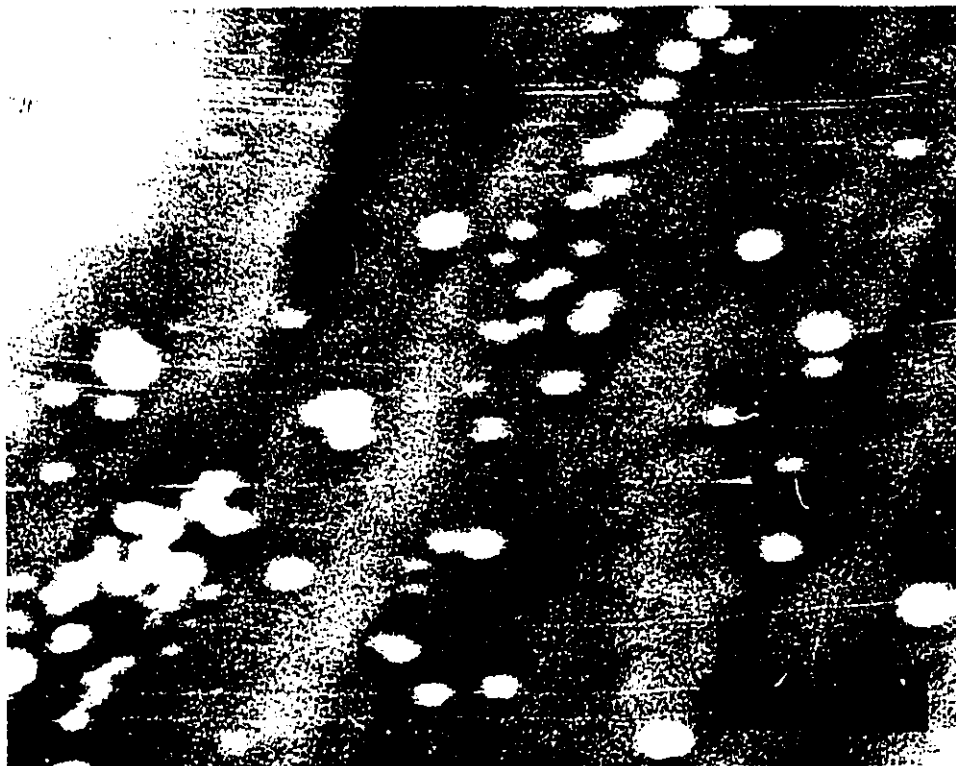
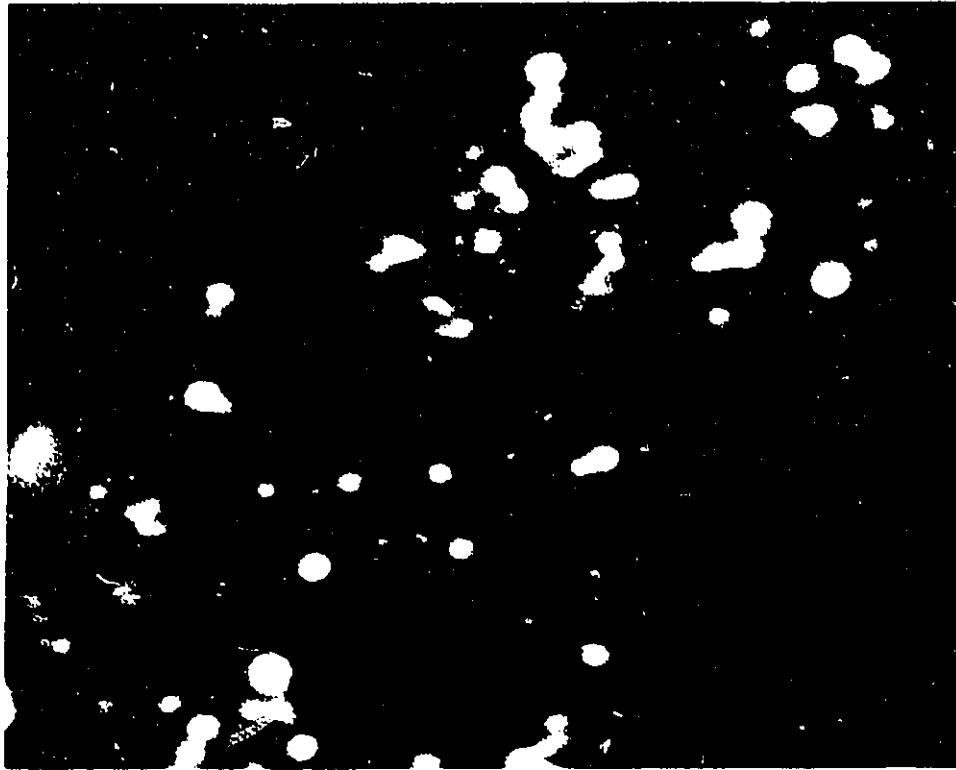
Ce problème de résolution est à l'origine d'une autre difficulté: la présence d'un effet de seuil. Il s'avère en effet difficile de résoudre une structure d'une taille inférieure à 2 mm (sur la photographie même). Or, pour une échelle d'agrandissement de $0,33 \mu\text{m}/\text{mm}$, cela mène à un seuil de $0,66 \mu\text{m}$. Dans le meilleur des cas, pour une échelle de $0,066 \mu\text{m}/\text{mm}$, on pourra résoudre des grains de taille $0,13 \mu\text{m}$. On constate donc aisément que cette technique ne peut au mieux être utilisée que pour appuyer les mesures obtenues par microscopie électronique à transmission.

Dans ces conditions, on se contentera de tirer des conclusions semi-quantitatives, à savoir que la taille des grains de bromure d'argent est à peu près de $0,2$ à $0,4 \mu\text{m}$, ce qui s'accorde approximativement avec la valeur obtenue par microscopie électronique à transmission. L'approche ne permet pas de tirer des conclusions précises mais apporte une certaine confirmation aux observations effectuées au microscope électronique à transmission, encore qu'il faille noter que les deux approches sont corrélées par un point: la préparation de la solution de grains de bromure d'argent a été identique pour les deux techniques, de sorte qu'une démarche fautive à ce niveau fausserait les résultats sans pourtant que se manifestent des différences entre les deux techniques de microscopie.

Le nombre de grains de bromure d'argent par unité de longueur

Une caractéristique relativement importante de l'émulsion nucléaire est le nombre de grains de bromure d'argent par unité de longueur. Ceci représente le nombre de grains de bromure d'argent qu'une particule chargée traversera sur une certaine longueur de son parcours. Cette quantité est plutôt malaisée à déterminer expérimentalement mais, à partir d'un

Figure 4.8: Photographies de grains de bromure d'argent obtenues au microscope électronique à balayage.



modèle simple développé par Barkas [367], on peut l'estimer avec une certaine précision.

Dans ce modèle, l'émulsion est décrite comme composée de grains de bromure d'argent sphériques et distribués de façon homogène. Les cristaux de bromure d'argent sont séparés par des distances aléatoires, peuvent être en contact mais ne peuvent s'interpénétrer. Ces hypothèses sont tout à fait compatibles avec les faits disponibles, par exemple les observations effectuées au microscope électronique présentées dans les pages précédentes.

Le modèle développé par Barkas mène à la formule suivante [367]:

$$n \approx \frac{3f_V}{2\langle D \rangle} \left(1 - \frac{2\sigma^2}{\langle D \rangle^2} \right) \quad (4.9)$$

où n représente le nombre de grains par unité de longueur, f_V la fraction du volume occupée par le bromure d'argent, $\langle D \rangle$ le diamètre moyen des grains et σ l'écart-type de la distribution des grains. Les deux dernières quantités proviennent des observations au microscope électronique discutées plus tôt. On a trouvé un diamètre moyen de $0,173 \mu\text{m}$ et un écart-type de $0,06 \mu\text{m}$. La fraction du volume occupée par le bromure d'argent a été calculée à la section 4.2.1 et est de 0,454. On en tire donc le nombre de grains par unité de longueur: $n \approx 3,0 \text{ grains}/\mu\text{m}$.

4.3 Le processus photographique

Il a jusqu'à maintenant été question des aspects structuraux de l'émulsion; il ne s'agit toutefois que de propriétés accessoires. L'émulsion tire son importance en physique sub-nucléaire, non de ces propriétés, mais de sa capacité à enregistrer, de façon plus ou moins permanente, le passage des particules chargées. La transformation des microcristaux de bromure d'argent qui en est le résultat est désignée *image latente*; elle constitue la conséquence de l'interaction électromagnétique de la particule chargée avec les atomes du bromure d'argent. Elle ne constitue toutefois pas un signal macroscopiquement observable. Une seconde étape, le traitement chimique, est nécessaire pour qu'on en arrive à ce point. Cette seconde étape, qui compte d'ailleurs d'autres buts, sera discutée plus loin, à la section 4.4. Pour l'instant, nous limiterons la discussion à l'image latente.

Quelques auteurs préfèrent désigner différemment le processus menant à une image latente suivant qu'il tire son origine de l'action de photons, dénommé alors *processus photographique*, ou de celle de particules chargées, désigné plutôt *processus ionographique*. La distinction n'est pas vraiment importante en regard des visées de ce travail, aussi nous

contenterons-nous de désigner les deux variantes sous la même dénomination de processus photographique.

L'image latente et sa formation, bien qu'elles constituent les fondements du processus photographique, ne peuvent actuellement être considérées exhaustivement, ni même précisément, expliquées. L'étude du phénomène se heurte à des difficultés tout autant dans l'aspect théorique qu'expérimental.

Du point de vue expérimental, la plus grande difficulté vient de ce que le milieu photographique est inhéremment complexe et que les progrès s'y sont surtout accomplis de façon empirique. Ainsi, il n'a pas jusqu'à maintenant été possible de réaliser un système qui, à la fois, reproduise assez bien les conditions qui prévalent dans une émulsion nucléaire et puisse être soumis à des études dynamiques directes. En revanche, une vaste moisson de résultats expérimentaux est disponible sur le phénomène et, bien que l'interprétation de ceux-ci puisse porter à discussion, cet ensemble d'observations devrait cerner une partie des caractéristiques du phénomène.

Du point de vue théorique, étant donné la complexité du système et la difficulté de tirer des enseignements précis des résultats expérimentaux, le mieux qui puisse être proposé est un mécanisme qualitatif, certainement raisonnable mais comportant tout de même des points obscurs et des hypothèses controversées. On peut en revanche arguer que si le mécanisme détaillé du processus ne peut pour l'instant être considéré établi, il existe tout de même une image générale acceptable du phénomène.

4.3.1 Les caractéristiques physiques du bromure d'argent

Le bromure d'argent, dans son aspect cristallin, peut être assez précisément décrit dans le contexte de la physique de l'état solide. Ses caractéristiques cristallines ont été mentionnées à la section 4.2.1.

Du point de vue chimique, le bromure d'argent se comporte sous plusieurs aspects comme un cristal ionique, à l'exemple des halogénures alcalins, mais présente également quelques caractéristiques d'un cristal covalent. Ainsi, l'arête du réseau et l'énergie de cohésion sont similaires à celles des halogénures alcalins mais on observe de notables différences pour d'autres caractéristiques telles que le point de fusion, la compressibilité, la permittivité ou la somme des rayons atomiques. En particulier, cette dernière observation indique l'existence d'une composante covalente dans le cristal [351,368,369,370].

Ce ne sont toutefois pas les propriétés les plus pertinentes en regard de l'effet photographique: les propriétés optiques et électriques présentent à ce sujet bien davantage d'intérêt. Le bromure d'argent est en tant que tel un isolant, dont la bande interdite (la différence d'énergie entre la bande de conduction et celle de valence) a une valeur de 2,7 eV. Le cristal peut toutefois devenir conducteur sous illumination, dépendant de la fréquence et de l'intensité. La dépendance sur la fréquence s'explique aisément en termes d'un effet photoélectrique mais une explication plus subtile est nécessaire pour expliquer la dépendance sur l'intensité. Comme le flux d'électrons, pour une intensité fixe, s'accroît d'abord avec le champ électrique appliqué pour rapidement saturer, on peut avancer que certains des électrons libérés par l'effet photoélectrique sont capturés dans des puits de potentiel peu profonds. Comme il peut être établi que la bande de conduction de l'argent métallique se situe environ 1 eV en dessous de celle du bromure d'argent, une interprétation élégante de cette observation est que les photoélectrons peuvent être piégés par des agrégats d'atomes d'argent, à supposer que de tels agrégats soient présents dans le cristal de bromure d'argent [356,371,372,373]

Une autre propriété intéressante du bromure d'argent est sa conductivité ionique. Elle est étonnamment élevée, très supérieure à celle des halogénures alcalins et ce, autant aux hautes qu'aux basses températures. En fait, excepté sous illumination, la conductivité du bromure d'argent est purement ionique, sans contribution électronique. Qui plus est, il est établi que la conductivité attribuable aux anions est beaucoup plus faible que celle résultant des cations (les ions argent). On en conclut donc que la conductivité du bromure d'argent résulte des défauts dans la disposition des cations, ce qu'on dénomme *défauts de Frenkel*: il s'agit soit de cations interstitiels, reposant entre des sites du réseau, ou de lacunes, c'est-à-dire de l'absence d'un cation en un site du réseau. Ce sujet est discuté plus à fond dans quelques-uns des articles de la bibliographie [351,369,370,373,374,375].

4.3.2 Les caractéristiques de l'image latente

L'étude de la structure de l'image latente suggère qu'elle est composée d'un agrégat d'atomes d'argent, soit à la surface du grain de bromure d'argent, et on parle alors d'une *image latente superficielle*, soit à l'intérieur, dans lequel cas on la dénomme *image latente interne*. Cette conclusion provient d'observations de plusieurs types dont, en

particulier, la diffraction aux rayons-X de grains fortement impressionnés et la disparition de l'image latente de grains impressionnés en présence de composés oxydant l'argent métallique [371,376]. L'existence des deux types d'image latente est corroborée par des expériences où l'image latente superficielle est détruite par un agent chimique; un traitement chimique ne révèle alors pas d'effet photographique sauf si les cristaux de bromure d'argent ont, avant le traitement, été partiellement dissous. Une interprétation de ce résultat est qu'une image latente peut résider à la surface ou à l'intérieur d'un grain de bromure d'argent [371,376,377]. C'est aussi ce qu'indiquent des études effectuées sur des grains de bromure d'argent par la technique de résonance de spin électronique [378].

Une image latente peut se former en plusieurs sites dans un cristal. Ces sites sont associés à des défauts de la structure cristalline. Leur nombre ainsi que leur nature précise dépend de la morphologie des grains, par exemple, aplatis ou cubiques. En fait, il apparaît que la nature d'un site dépend fortement de la surface cristalline sur laquelle il repose, ce qui expliquerait grossièrement le fait précédent. Le rôle des divers types de défauts dans le processus photographique est une question très complexe et demeure débattue mais on s'accorde pour reconnaître l'importance des surfaces cristallines dans la formation de l'image latente [351,379,380].

Une image latente peut avoir différentes origines: lumière visible, pression (via l'effet piézo-électrique), rayons-X ou γ , passage d'une particule chargée, etc. [352]. Chaque façon de générer l'effet photographique présente évidemment ses particularités mais l'image latente qui en résulte est de même nature. Relativement à ce travail, trois caractéristiques présentent un intérêt particulier: la réciprocité, la structure de l'image latente et la régression.

La réciprocité

La formation d'une image latente dans un grain de bromure d'argent peut ou non dépendre des détails de l'exposition, c'est-à-dire du nombre d'expositions, de leur durée et de leur intensité. On dit qu'il y a *réciprocité* lorsque l'image latente ne dépend que de l'énergie déposée, soit de la somme, pour chaque période d'exposition, du produit de l'intensité et du temps d'exposition. Si la formation de l'image latente était un processus purement photochimique, la réciprocité ne serait alors qu'une conséquence de la loi de Bunsen-Roscoe, suivant laquelle la masse d'un composé formé lors d'une réaction photochimique ne dépend

pas du taux d'absorption d'énergie mais uniquement de la quantité d'énergie absorbée [381,382]. Or, seule la première étape de la formation de l'image latente, lorsqu'un électron passe de la bande de valence à la bande de conduction, est purement photochimique. En d'autres mots, l'aggrégat d'argent d'une image latente n'est pas une conséquence directe et inévitable du processus photochimique. Pour cette raison, la réciprocité ne s'applique que dans un domaine restreint d'intensités et de temps d'exposition [371,381,382].

Le passage d'une particule chargée rapide à travers un grain de bromure d'argent se déroule en un temps très court, de l'ordre de la dimension du grain divisé par la vitesse de la lumière, soit environ 10^{-15} s. D'autre part, l'énergie déposée dans le grain durant cet intervalle, soit quelques dizaines d'eV (voir éq. 2.33), est notablement plus élevée que ce qu'y déposerait un photon de lumière visible et le phénomène correspond donc à une forte intensité. La situation est donc extrême: l'exposition dure un temps très court et son intensité est comparativement élevée. La réciprocité ne se réalise pas dans de telles circonstances [371,381,382].

Cela signifie que l'énergie déposée dans un grain de bromure d'argent n'est pas optimalement utilisée pour produire une image latente. Les particules chargées sont donc beaucoup moins efficaces que les photons pour générer une image latente [371,381,382]. Cette caractéristique constitue un double désavantage: d'abord, l'absence d'optimalité de la réponse au passage d'une particule chargée limite le potentiel du détecteur, particulièrement son seuil de détectabilité; ensuite, l'importance ou la taille de l'image latente dépendra à la fois de l'intensité, donc de l'énergie déposée au cours du passage, et du temps de passage. Cependant, comme cette dernière quantité est virtuellement identique pour toutes les particules chargées relativistes, seule l'intensité varie d'une particule à l'autre et l'effet photographique ne dépend donc essentiellement que de l'énergie déposée dans le grain (en négligeant l'effet des variables globales telles la température, l'environnement chimique, etc.).

L'image latente résultant de rayons-X présente une certaine réciprocité, en ce sens qu'il suffit de l'absorption d'un seul photon pour produire une image latente relativement stable, et donc, menant éventuellement à un grain d'argent. En revanche, et comme dans le cas d'une image latente provenant du passage d'une particule chargée, il n'y a pas utilisation optimale de l'énergie déposée dans le grain, même si chaque photon absorbé mène à un grain développé. L'image latente provenant de rayons-X présente plusieurs similitudes avec celle résultant de l'action de particules chargées car l'absorption du photon produit un

photoélectron relativement énergétique, qui, fort probablement, dissipe son énergie cinétique dans le grain en produisant d'autres électrons d'ionisation [383].

La structure de l'image latente

La structure de l'image latente est déterminée par le nombre, la taille et la position dans le cristal des agrégats d'argent (ou centres). Ces caractéristiques dépendent à la fois des défauts présents dans le cristal et des conditions de l'exposition. L'interprétation des observations expérimentales ne fait pas l'unanimité mais on peut tout de même dégager une image relativement cohérente de la question.

Pour des photons de lumière visible, la répartition, le nombre et la taille des sites de l'image latente dépendent de l'intensité: une faible intensité mènera surtout à un petit nombre de sites de grande taille situés à la surface du cristal, soit une image latente superficielle; une intensité élevée conduira plutôt à un grand nombre de sites de petite taille dispersés autant à l'intérieur qu'à la surface du cristal, soit une image latente à la fois interne et superficielle [381,382].

Dans le cas des rayons-X, l'image latente apparaît généralement dispersée à travers tout le cristal; elle est à la fois interne et superficielle. Les sites seront surtout de petite taille [381,383].

Il a été précédemment suggéré que le passage d'une particule chargée à travers un grain de bromure d'argent se comparait à une exposition en lumière visible de très courte durée et d'intensité élevée. L'image latente provenant du passage d'une particule chargée présenterait alors les caractéristiques suivantes: elle serait à la fois superficielle et interne et serait composée d'un grand nombre de centres de petite taille. C'est globalement ce qui ressort des observations expérimentales [366,381,382,384].

La régression de l'image latente

La formation d'une image latente ne constitue pas un processus irréversible: elle peut être décomposée par plusieurs agents, chimiques ou physiques. Ces agents peuvent agir en détruisant l'image latente, comme le font les oxydants de l'argent, mais aussi dans certains cas en la redistribuant à l'intérieur même du cristal, un effet qui se produit en particulier lorsque l'émulsion est conservée dans un environnement humide [381,385,386,387]. On désigne *régression de l'image latente* ce phénomène. Il peut être exploité afin

d'éliminer, avant une exposition, le fonds parasite (attribuable en particulier aux rayons cosmiques) qui s'accumule dans l'émulsion dès que celle-ci est préparée sous forme de pellicules [385,386,388,389,390].

La régression augmente avec le temps écoulé entre l'exposition et le traitement de l'émulsion, où l'image latente est rendue permanente (ce qui sera discuté un peu plus loin). Elle est accentuée par l'humidité, par la température et par la présence de substances chimiques susceptibles d'oxyder l'argent, telles l'acide chromique ou le peroxyde d'hydrogène. Son étude est d'autant plus difficile que le taux de régression dépend non seulement de l'émulsion (en particulier, de la taille des grains de bromure d'argent) mais de l'image latente même: la régression affectera davantage les images latentes de plus faible taille [385,387,389,390].

Les études effectuées jusqu'à maintenant sur la régression gardent un caractère purement phénoménologique et ne couvrent que des cas très particuliers. Dans l'émulsion nucléaire, la régression conduira à une diminution de la densité de grains des traces les plus anciennes par rapport aux plus récentes. Il ne se dégage pas des études menées sur la régression un modèle quantitatif précis de la dépendance temporelle; une loi exponentielle a été proposée mais demeure à corroborer [390]:

$$g = g_0 e^{-(t/\tau)^n} \quad (4.10)$$

où g_0 est la densité de grains initiale, g la densité après un temps t et τ et n sont des paramètres dépendants du type d'émulsion, du traitement utilisé pour rendre l'image latente permanente, de la température et de l'humidité, etc., mais pas de la densité de grains initiale ou du temps écoulé. Il a été observé que, dans certaines conditions expérimentales (faisant intervenir de forts champs magnétiques), cette loi ne semble pas convenir [391]⁵.

4.3.3 Les théories de formation de l'image latente

Il existe deux classes de théories de formation de l'image latente, plutôt complémentaires que concurrentes: la première classe comprend les théories atomistes alors que la seconde renferme les théories thermodynamiques. Granzer [380] contraste les deux approches en ces termes:

⁵Cet article envisage la possibilité que deux temps de vie ne soient nécessaires à décrire adéquatement la régression de l'image latente; ce qui s'accorderait avec les observations expérimentales qui y sont rapportés. Toutefois, l'article qui y est cité à l'appui de cette suggestion ne semble pas exister.

In the atomistic models the latent image is considered as the final result of a chain of successive well defined reactions or interactions of photoliberated electrons and holes with the thermal and structural disorder of the silver halide crystal.

In the thermodynamic or phase-separation models the formation of the latent image is interpreted as the precipitation of a new phase (silver) in a parent phase (silver halide) which has been supersaturated with electrons during exposure.

Les prochaines lignes discuteront plus profondément les caractéristiques de ces deux approches.

Les théories atomistes

Chronologiquement, et contrairement à ce qu'on pourrait penser, c'est l'approche atomiste qui a d'abord été poursuivie, dès 1938 avec les travaux de Gurney et Mott [392], dont on peut trouver d'excellentes présentations dans la documentation scientifique [393,394,395]. Dans les théories atomistes, il s'agit de comprendre la formation de l'image latente à partir des modifications que produit dans le cristal le rayonnement actinique, qu'il s'agisse de photons ou de particules chargées. L'approche atomiste moderne conçoit la formation de l'image latente en deux étapes.

Dans un premier temps, le processus est purement électronique: le rayonnement actinique envoie un électron du cristal de bromure d'argent de la bande de valence à la bande de conduction et cet électron erre dans le cristal jusqu'à ce qu'il soit capturé dans un puits de potentiel (piège). La nature de ces puits de potentiel n'est pas claire: il a été proposé qu'il pouvait s'agir d'ions argent interstitiels (défauts de Frenkel) [368,396], ceux-là même qui sont responsables de la conductivité (voir section 4.3.1), ou encore d'impuretés⁶ [351,392,397] (voir aussi [393,394,395]) ou même, après le début du processus photographique, des aggrégats d'argent [393,395]; on ne sait laquelle (ou lesquelles) de ces possibilités, s'il s'agit même de l'une d'elles, s'applique.

La deuxième étape du processus est ionique et apparaît (qualitativement) plus certaine. Après la capture de l'électron, un ion argent interstitiel, dont on rappellera qu'ils sont très

⁶Les grains de bromure d'argent d'une émulsion contiennent, à dessein, des traces de sulfure d'argent, Ag_2S [397].

mobiles (voir section 4.3.1), est attiré au puits de potentiel sous l'effet de l'interaction électrostatique, où il est réduit en argent métallique par l'électron. Le puits de potentiel est alors libéré et un second électron peut y être capturé. Si tel est le cas, un agrégat de deux atomes d'argent métallique se développe et, éventuellement, par itération du processus, un noyau d'argent métallique de plus ou moins grande taille se forme en ce site [351,368,378,393,394,395,398]. Ce noyau d'argent métallique gagne en stabilité à mesure qu'il croît [351,398] et devient une image latente. Il n'existe aucun consensus sur la taille que doit atteindre un agrégat pour que le traitement chimique le transforme en un grain d'argent [351,356,368,378,398], même pour des conditions de traitement fixes. Il a même été suggéré que la question n'avait que peu de pertinence scientifique sous une forme générale, qu'elle n'en acquerrait que pour des circonstances déterminées et spécifiques (en particulier, le type de révélateur utilisé pour le développement) [396].

Une difficulté qu'on retrouve dans la plupart des théories atomistes porte sur la prédominance du processus photographique sur une simple recombinaison radiative: en effet, le trou laissé dans la bande de valence lorsque le rayonnement actinique en éjecte un électron se comporte comme un très efficace piège à électrons; on peut alors loiblement se demander pour quelle raison ce processus compétitif ne nuit pas (ou peu) au processus photographique⁷. L'hypothèse classique sur le sujet est que le rayonnement actinique réagit surtout avec des ions bromure, que ceux-ci devenus neutres dans l'interaction, diffusent hors du cristal ou se combinent pour former des molécules de brome et qu'ils évitent ainsi d'interférer avec le processus photographique [378,393,394,395]. Plus récemment, il a été suggéré que l'explication provenait plutôt des propriétés physiques du bromure d'argent: une recombinaison radiative directe n'est pas possible à cause de la structure de bande et il appert que la mobilité des trous est largement inférieure à celle des électrons, avec le résultat qu'il est également improbable qu'un trou diffuse au site d'un électron piégé et qu'une recombinaison y ait lieu [373,375]. Hamilton discute cette question en détail [351].

Les théories thermodynamiques

Les théories atomistes se heurtent dans leur développement à deux obstacles: d'abord, le manque de résultats précis sur les processus microscopiques qui interviennent dans

⁷L'objection est attribuée à J. W. Mitchell [393,394,395].

la formation de l'image latente, ensuite la difficulté mathématique (ou informatique) du problème [380]. Bien que ces deux obstacles soient maintenant moins sérieux que par le passé, ils doivent encore être pris en considération. Une solution élégante à l'un et l'autre obstacles consiste à travailler au niveau thermodynamique: on travaille alors à un niveau plus macroscopique, donc plus facilement comparable aux observations les plus immédiates qu'on puisse recueillir sur le processus photographique.

Les théories thermodynamiques, proposées en particulier par Galashin [395], Moisar et Malinowski [380], décrivent le processus photographique comme une transition de phase. On y interprète la formation de l'image latente comme une précipitation d'argent dans du bromure d'argent résultant de la sursaturation de ce dernier sous l'influx d'électrons libérés par le rayonnement actinique [380,395,399].

Dans cette approche, on considère qu'une faible quantité d'argent se comporte comme un soluté dans une solution de bromure d'argent: ce soluté peut être identifié aux ions d'argent interstitiels, qui, étant des défauts du réseau, s'en distinguent. Dans ce cadre conceptuel, le bromure d'argent contient de l'argent dissocié en ions argent et en électrons. Apparemment, de tels effets ont été observés dans quelques systèmes métalliques [399]. La concentration d'électrons libres doit également être en équilibre avec la concentration de trous. Si l'un, l'autre ou les deux sont modifiés par suite de l'action d'un rayonnement actinique, on peut s'attendre à un réajustement de la concentration des ions d'argent par le biais d'une transition de phase locale menant à la formation d'argent métallique [399].

Dans un cadre thermodynamique, la quantité importante à étudier est l'énergie libre du système; c'est elle qui détermine quelle est l'évolution la plus probable d'un système. Or, le changement d'énergie libre entre un état où l'argent est dispersé ou dissous dans du bromure d'argent et celui où l'argent forme une phase distincte dépend de deux effets antagonistes: d'une part, le changement d'énergie libre est accru proportionnellement à la surface de la phase argentique par le phénomène de tension de surface et diminué proportionnellement au nombre d'atomes d'argent par le changement du potentiel chimique qui résulte du passage à la phase argentique. Comme la surface de la phase argentique est fonction du nombre d'atomes d'argent, on aura une valeur optimale du nombre d'atomes d'argent au delà de laquelle l'évolution se fera vers la phase argentique alors qu'en deçà, elle se fera plutôt vers la dissolution de l'argent dans le bromure d'argent. Il s'agit d'une caractéristique des plus intéressantes de l'approche thermodynamique: elle suggère que le rayonnement actinique fait croître des centres ayant déjà une certaine taille alors que ceux

de taille inférieure évoluent vers une dissociation. Cette taille n'est pas fixe mais dépend des conditions qui règnent dans le cristal, en particulier de la concentration d'électrons.

Cette explication pourrait constituer la solution au problème (théorique) de l'oxydation de l'argent par les trous (essentiellement le phénomène inverse de la photodécomposition du bromure d'argent): les trous décomposeraient les centres de petite taille alors que les centres de grande taille continueraient de croître par l'apport d'électrons; on pourrait ainsi expliquer pourquoi l'image latente est composée de centres, plus ou moins gros et plus ou moins nombreux mais distinctement séparés les uns des autres. Cette explication n'en demeure pas moins une conjecture pour l'instant. L'approche thermodynamique ne peut toutefois expliquer l'existence de ces centres avant toute exposition, nécessaire puisque la croissance doit se faire à partir d'aggrégats ayant déjà une certaine taille critique, et doit supposer qu'il s'agit d'impuretés ou de défauts du réseau [399]. Il pourrait en particulier s'agir de sulfure d'argent (Ag_2S), tel que proposé dans l'approche atomiste de Mitchell. En ce sens, si l'approche est compatible avec les connaissances expérimentales sur le processus photographique, elle comporte tout de même sa part de conjectures.

On peut enfin se demander s'il est raisonnable d'utiliser une approche thermodynamique lorsqu'on cherche à décrire un système de quelques atomes. Particulièrement, pour un système microscopique, peut-on définir clairement la surface d'un aggrégat de quelques atomes? Peut-on parler de quantités moyennes lorsqu'un ensemble de processus fait intervenir plusieurs échelles de temps? objecte Hamilton [351]. On retrouve des situations analogues dans d'autres domaines de la physique, en particulier la physique nucléaire; la question n'est jusqu'à maintenant pas tranchée.

La comparaison des deux approches

L'approche thermodynamique peut en fait être considérée davantage complémentaire que concurrente à l'approche atomiste. Cette dernière est évidemment plus fondamentale puisque une approche thermodynamique ne tient pas compte de l'existence d'entités microscopiques et, en ce sens, se limite à tirer des conclusions d'inspiration très générale de résultats empiriques. En revanche, en l'absence de données précises sur les phénomènes microscopiques du processus photographique, et étant donné la complexité intrinsèque du processus, une approche thermodynamique peut se révéler féconde pour le caractériser dans ses grandes lignes [395,399].

Les deux approches permettent d'expliquer partiellement, mais surtout de façon qualitative, les observations empiriques accumulées sur le processus photographique. Il est en particulier possible d'interpréter à la lumière de ces théories les résultats phénoménologiques ayant trait à la réciprocité.

Dans les approches atomistes, la réciprocité ne se réalisera pas si l'une ou l'autre des étapes électronique ou ionique est inhibée au moment de l'exposition. C'est ce qui se produira si les électrons résultant de l'action du rayonnement actinique sont soit trop nombreux ou produits trop rapidement pour qu'ils puissent tous être piégés, les ions argent interstitiels réquérant un certain temps pour capturer les électrons piégés (et ainsi libérer les pièges pour d'autres électrons). Ceci peut expliquer le défaut de réciprocité observé aux intensités élevées ou aux expositions très courtes. Alors, une partie plus ou moins importante des électrons se recombine avec les trous, réduisant plus ou moins fortement l'efficacité du processus photographique. Aux expositions longues ou peu intenses, la réciprocité fera défaut pour une autre raison: le temps de croissance des aggrégats d'argent sera comparable ou plus long que le temps de décomposition d'un aggrégat de sorte qu'un noyau d'argent métallique ne se réalisera pas [381].

Dans les approches thermodynamiques, c'est la taille critique qui sera le facteur déterminant; celle-ci est d'autant plus faible que la concentration d'électrons est plus élevée. On peut ainsi expliquer le défaut de réciprocité aux faibles intensités mais plus difficilement celui qui se produit aux hautes intensités [399].

Les approches atomistes et thermodynamiques sont également compatibles avec les résultats recueillis sur la structure de l'image latente. Il faut toutefois faire ressortir que cet accord émerge surtout de ce qu'aucune théorie ne permet de formuler des arguments très précis sur ce point. Spécifiquement, les approches thermodynamiques ne peuvent traiter adéquatement la question, qui relève plutôt d'une théorie microscopique tandis que les théories atomistes ne sont pas suffisamment précises pour que cette caractéristique constitue un test sérieux de ces modèles.

Enfin, les deux approches n'apportent que peu d'éclairage sur le phénomène de régression de l'image latente. Le phénomène peut évidemment se dérouler à l'inverse du processus photographique mais ce n'est que l'une des nombreuses voies possibles. Il a d'ailleurs été mentionné précédemment (voir section 4.3.2) que de nombreux effets d'origine très variée intervenaient. Pour cette raison, le phénomène de régression de l'image latente, sans être incompatible avec l'un ou l'autre groupe d'approches, échappe à une description

en ces termes et ne peut être considéré décrit qu'en termes phénoménologiques.

4.4 Le traitement chimique

La formation d'une image latente ne constitue toutefois que la première étape de l'obtention d'un signal macroscopique; afin de pouvoir exploiter au mieux le potentiel de l'émulsion nucléaire, il est en effet nécessaire:

1. D'amplifier la très légère modification d'un cristal que représente ordinairement la formation de l'image latente, de façon à rendre observable la trace de la particule chargée, tout en ayant le minimum d'impact sur les grains non-impressionnés (sans image latente).
2. De désensibiliser l'émulsion nucléaire, de sorte qu'il ne puisse plus s'y former d'autre image latente. Autrement, l'émulsion continuerait d'enregistrer le rayonnement actinique et deviendrait rapidement surchargée d'information parasite, sans rapport avec l'objet de l'étude.
3. De rendre l'émulsion nucléaire aussi permanente que possible, afin que des mesures fiables puissent y être faites sur un intervalle de temps de quelques mois à quelques années.

Ces trois conditions peuvent être satisfaites en soumettant l'émulsion nucléaire à une série de processus physico-chimiques par lesquels il est possible de rendre observables les grains de bromure d'argent possédant une image latente et d'éliminer par la même occasion les grains non-impressionnés. L'émulsion devient dès lors non plus un détecteur (puisque'elle sort de ces processus complètement désensibilisée) mais un enregistrement photographique.

Le traitement chimique d'une émulsion nucléaire ressemble à celui d'une émulsion photographique conventionnelle dans ses principales étapes mais s'en distingue par des étapes additionnelles rendues nécessaires par l'épaisseur plus grande des émulsions nucléaires, qui augmente notablement le temps de diffusion d'un réactif au travers de l'émulsion, ainsi que par leur concentration plus élevée en bromure d'argent. D'autre part, la précision requise des mesures dans l'émulsion nucléaire exige un traitement chimique très minutieux afin d'éviter la formation d'artefacts tels qu'un développement non-uniforme ou la présence de distorsions [400].

De nombreuses procédures permettent d'obtenir ce résultat; elles diffèrent par le genre de réactifs, le nombre exact d'étapes, les températures maintenues mais elles comportent toutes sous une forme ou sous une autre les étapes suivantes: le développement, où il y a croissance des grains de bromure d'argent impressionnés, le fixage, où s'effectue l'élimination des grains de bromure d'argent non-impressionnés (désensibilisant donc irrémédiablement l'émulsion) et le séchage, qui a pour objectif de rendre l'émulsion (dès lors un simple enregistrement photographique) aussi invariable et aussi permanente que possible.

Les prochaines pages seront consacrées à une description plus exhaustive du traitement chimique, mais dans le contexte spécifique du procédé utilisé pour le traitement des pellicules d'émulsion FUJI ET-7B (d'une épaisseur de 628 μm) exposées dans le projet E-531 (FNAL) [343,401]. Les étapes de ce procédé sont résumées dans le tableau 4.3. Il est recommandé de réaliser les solutions des différentes étapes avec de l'eau distillée mais si des quantités importantes sont requises, il peut être suffisant (et beaucoup plus pratique et économique) de s'en tenir à de l'eau filtrée et désionisée [400,401].

Dans le cas de pellicules, il faut tout d'abord les fixer sur un support, généralement de verre ou de plastique, avant de les soumettre au traitement chimique. Il existe différentes façons de procéder, qui visent toutes à obtenir une bonne adhésion de l'émulsion au support; une émulsion adhérant mal à son support peut être sérieusement endommagée durant le traitement chimique et s'avère délicate à examiner. Même si l'adhésion n'est mauvaise que sur une très petite région, des conséquences néfastes peuvent en résulter au cours du traitement chimique, en particulier la formation de bulles au cours du fixage, qui endommagent irrémédiablement la région où elles se forment. Barkas énumère plusieurs des facteurs susceptibles d'entraîner cette difficulté [400].

4.4.1 Le prélavage

Le traitement chimique peut débuter par un prélavage. Il s'agit d'un bain d'eau distillée, maintenu à une température de 7°C, dans lequel l'émulsion est plongée pour 2 heures. Aucune réaction chimique ne s'y déroule, le but est simplement d'entraîner un gonflement de l'émulsion par un facteur d'environ 2, le volume de la gélatine changeant fortement avec l'humidité [400,401]. La température est choisie de façon à coïncider avec celle qui doit régner au moment du développement, afin d'éviter toute différence de température

Tableau 4.3: Traitement chimique des émulsions FUJI ET-7B.

Étape	Durée	Température (°C)
Prélavage	2 h	7
Développement	12 h	7
Bain d'arrêt	2 h	7
Fixage $\frac{1}{4}$	2 h	7
Fixage $\frac{1}{2}$	2 h	7
Fixage $\frac{1}{1}$	~ 4 j	7
Fixage $\frac{1}{2}$	2 h	7
Fixage $\frac{1}{4}$	2 h	7
Lavage	5 à 6 j	≤ 10
Séchage I	2 h	~ 9
Séchage II	2 h	$9 \rightarrow 17$
Séchage III	2 h	~ 20
Séchage IV	6 h	~ 20
Séchage air	1 à 2 j	~ 20

lorsque l'émulsion est passée d'un bain à l'autre.

Cette étape a pour but de faire évoluer l'émulsion vers un état où le révélateur peut y diffuser rapidement. Par un prélavage, il est possible de réduire de moitié, lors du développement, le temps de diffusion du révélateur à travers l'émulsion [400,402].

Le temps de prélavage ne doit pas être prolongé inutilement car les conditions régnant durant cette étape sont propices à la régression de l'image latente (voir section 4.3.2).

4.4.2 Le développement

Le premier objectif du traitement chimique vise à transformer les grains de bromure d'argent recélant une image latente en grains d'argent métallique, en laissant au passage les grains non-impressionnés intacts. Cette étape est désignée *développement* et constitue une réaction d'oxydo-réduction où l'image latente agit comme catalyseur (au sens large du mot); un grain de bromure d'argent impressionné, sous l'action du révélateur, se transforme en argent métallique [351,356,376,396].

Au niveau atomique, le processus a lieu par transfert d'électrons des niveaux occupés des molécules du révélateur aux niveaux inoccupés du cristal de bromure d'argent (soit les pièges pour s'en tenir à la terminologie adoptée précédemment). Ce qui mène à la formation d'argent métallique. Si l'aggrégat d'argent est de taille suffisante, c'est-à-dire si une image latente existait déjà dans le grain, ce processus évoluera jusqu'à réduction complète du bromure d'argent en argent métallique. (La taille critique de l'aggrégat pourrait dépendre du révélateur utilisé [396].) Autrement, l'aggrégat formé n'aura qu'une faible probabilité de croître. Il arrivera toutefois, par les principes de la mécanique statistique, qu'occasionnellement, en l'absence d'une image latente, un grain se développera tout de même, ce qu'on appelle du *voile* [403]. L'importance du voile dépendra des conditions de développement, en particulier de l'électronégativité du révélateur [396].

Dans une approche thermodynamique, l'interprétation sera différente. Le rôle du révélateur est dans ce cas de créer une sursaturation en électrons du cristal de bromure d'argent, et de ce fait, d'entraîner une transition de phase du bromure d'argent vers l'argent. Ce type d'approche faisant explicitement intervenir une taille critique déterminée par le potentiel chimique, on peut assez facilement y concevoir que le développement se fasse préférentiellement sur les grains impressionnés; on peut également s'y représenter assez facilement comment le choix d'un révélateur peut affecter notablement l'importance

du voile résultant dans les émulsions développées [399].

Dans le cadre du projet E-531, le développement s'effectuait à 7°C pendant 12 heures. Ces deux variables ne sont pas indépendantes: pour un révélateur donné, plus la température du développement est basse et plus la durée doit être longue. L'activité chimique du révélateur diminue exponentiellement avec la température. Pour cette raison, il est impératif d'éviter au maximum les fluctuations de température durant le développement; on recommande que les fluctuations pendant le développement soient maintenues en deçà de 0,5°C de la température moyenne (lorsque celle-ci est fraîche) [401].

Comme il est nécessaire de minimiser la formation de distorsion et d'obtenir un développement aussi uniforme que possible, il est avantageux de travailler à une température fraîche: une émulsion imbibée d'eau devient particulièrement fragile à la température de la pièce et, d'autre part, si la température est élevée, le développement et la diffusion s'effectueront en des temps comparables [400]. À une température plus fraîche, l'émulsion est plus dure et gonfle moins, ce qui réduit les risques de distorsion. La diffusion s'en trouve également quelque peu réduite. La durée est choisie de façon à mener à un développement satisfaisant des grains impressionnés tout en évitant en autant que faire se peut la formation de voile. Elle doit également être notablement supérieure au temps requis pour la diffusion; on notera que dans ce cas précis, comme le temps de diffusion devrait être un peu moins de 2 heures, un développement d'une durée de 12 heures satisfait cette condition.

La composition précise du révélateur utilisé était:

Sulfite de sodium (Na_2SO_3)	7,2 g/l
Métabisulfite de sodium ($Na_2S_2O_5$)	0,91 g/l
Bromure de potassium (KBr)	0,87 g/l
Amidol ($(NH_2)_2C_6H_3OH \cdot 2HCl$)	3,25 g/l

L'agent actif, réducteur, du révélateur était l'amidol (2,4-diaminophénol dihydrochloré). L'amidol est un réducteur avantageux pour deux raisons: il agit à un pH relativement faible, ce qui permet d'éviter un gonflement excessif de l'émulsion (un cas qui favoriserait l'apparition de distorsions), et il diffuse plus rapidement à travers l'émulsion que la plupart des autres agents, soit 2,5 heures à 5°C pour une émulsion de 600 μm , sans prélavage au préalable. En contrepartie, comme il s'agit d'un réducteur puissant, il est aisément oxydé [400,401].

Le sulfite de sodium et le métabisulfite de sodium ont pour principal rôle d'agir comme

tampon, maintenant le pH autour de 6,6. Il est important que, durant le développement, le pH demeure à cette valeur car l'action de l'amidol varie beaucoup avec le pH. On rappellera qu'un tampon consiste en une solution d'un acide faible et de son sel. Dans ce cas-ci, l'acide faible provient du métabisulfite de sodium, celui-ci formant en solution aqueuse du sulfite de sodium hydrogéné ($NaHSO_3$); le sel est le sulfite de sodium. Celui-ci a également un autre rôle: il élimine l'oxygène dissous dans l'eau. Avec un réducteur aussi puissant que l'amidol, il est en effet essentiel d'éliminer tout oxydant de l'eau avant de l'y dissoudre. Pour cette raison, l'amidol est toujours ajouté en dernier dans la solution, à la dernière minute [400,401].

Le bromure de potassium est un modérateur, il ralentit le développement. Il est en particulier utile pour contrecarrer la formation du voile.

On notera que les conditions régnant durant cette étape ne visent pas du tout à atteindre une réactivité optimale. Le temps de développement est indiscutablement un facteur secondaire en regard de l'uniformité du développement et de l'absence de distorsion. Cette étape est d'ailleurs notablement plus courte que celles du fixage et du lavage [401].

4.4.3 Le bain d'arrêt

Le bain d'arrêt a pour objectif d'interrompre le développement. Une façon particulièrement simple d'y arriver est de réduire le pH puisque l'activité de l'amidol décroît fortement avec celui-ci, comme il a été mentionné à la section précédente.

Le bain d'arrêt est maintenu à la même température que le révélateur afin d'éviter un choc thermique. La durée du bain d'arrêt est choisie de façon à ce que la solution puisse diffuser à travers toute l'émulsion, soit 2 heures. Il n'y a pas intérêt à prolonger au-delà de cette durée le bain d'arrêt puisque la corrosion des grains d'argent peut survenir [400,401].

La composition du bain d'arrêt comprend évidemment un acide puisqu'il s'agit d'abaisser le pH mais celui-ci ne doit toutefois pas descendre trop bas car les conditions deviendraient alors propices à une corrosion des grains d'argent; il y a donc avantage à utiliser un acide faible. En conséquence, on a recours à une solution d'acide acétique (CH_3COOH) 0,5 %, soit 5 g d'acide acétique par litre d'eau [401].

4.4.4 Le fixage

Le fixage permet d'éliminer le bromure d'argent non-impressionné de l'émulsion, ce qui la désensibilise irrémédiablement. On peut, quoique par abus de langage, dire que, lors du fixage, il y a dissolution du bromure d'argent [400,401].

Le procédé de fixage utilisé dans le projet E-531 se composait de 5 parties, se déroulant toutes à la même température, soit 7°C. La stabilité de la température est moins critique qu'au cours du développement et il s'avère suffisant de maintenir les variations à l'intérieur de 1,0°C de la valeur moyenne [401]. La même solution est utilisée dans les 5 parties, mais dans des concentrations différentes. De plus, la durée des 5 parties diffère. Évidemment, le but précis de chaque partie diffère aussi.

À une température aussi fraîche que 7°C, le fixage requiert un temps important. Il est cependant avantageux, sinon nécessaire, de travailler à cette température car l'émulsion y est beaucoup plus rigide, le gonflement moins important et le risque de formation de bulles plus faible [401].

La composition chimique du fixateur est:

Thiosulfate de sodium (pentahydraté)	400 g/l
($Na_2S_2O_3 \cdot 5H_2O$)	
Métabisulfite de sodium ($Na_2S_2O_5$)	27,3 g/l

Le thiosulfate de sodium y joue le rôle principal: sa réaction avec le bromure d'argent permet d'extraire ce dernier de l'émulsion. Le métabisulfite de sodium joue un rôle plus passif: il forme avec le thiosulfate de sodium un tampon, stabilisant le pH à une valeur de $4,5 \pm 0,1$, une valeur de pH à laquelle le gonflement n'est pas excessif; ce qui est particulièrement important puisque les distorsions sont le plus susceptibles de se produire durant le fixage et le lavage, où le volume de l'émulsion chute de moitié en vertu de l'élimination du bromure d'argent. (La proportion d'argent métallique dans une émulsion normalement exposée demeure la plupart du temps très faible.) Enfin, le métabisulfite de sodium permet d'éviter la décomposition de l'ion thiosulfate [400,401].

Les première et deuxième parties, qui s'effectuent respectivement avec une solution de fixateur diluée au quart et à la moitié, visent à créer dans l'émulsion une certaine concentration d'argent, de sorte que la corrosion soit minimisée. En effet, le réactif qui dissout le bromure d'argent est également susceptible d'attaquer l'argent métallique et

ces deux premières étapes visent à prévenir ce problème en constituant dans l'émulsion une certaine concentration d'ions argent, provenant essentiellement du bromure d'argent puisque le fixateur est initialement trop dilué pour que la corrosion soit importante. Les deux étapes durent le temps nécessaire pour que le fixateur diffuse à travers l'émulsion, soit 2 heures pour des émulsions de 600 μm [400,401].

La troisième partie s'effectue avec une solution de fixateur non-diluée; elle dure environ 4 jours⁸. C'est à ce stade que l'essentiel du bromure d'argent est éliminé de l'émulsion, avec la conséquence que l'émulsion devient transparente. Ici encore, la durée de cette partie est surtout déterminée par le temps requis pour la diffusion des réactifs et des produits à travers l'émulsion. Comme la molécule formée dans l'élimination du bromure d'argent est comparativement large, comprenant deux radicaux thiosulfate, la diffusion hors de l'émulsion est beaucoup plus lente que la diffusion à l'intérieur de l'émulsion de l'ion thiosulfate lui-même; ce qui explique pourquoi le fixage est considérablement plus long que la plupart des autres étapes [401].

Les quatrième et cinquième partie sont respectivement identiques à la deuxième et à la première parties. Elles visent à abaisser d'une façon relativement progressive la concentration de la solution dans l'émulsion afin d'éviter un choc osmotique lorsque l'émulsion est transférée dans le bain de lavage. Ce qui permet de réduire l'apparition de distorsions [401].

Comme le taux de fixage est limité par la diffusion, il peut y avoir avantage à maintenir une certaine agitation dans la solution [400,401].

4.4.5 Le lavage

Le lavage permet d'extraire de l'émulsion toute trace de fixateur; (même en faible quantité, le fixateur peut détériorer sensiblement la transparence de l'émulsion lorsqu'oxydé par l'air.) Pour ce faire, à sa sortie du fixateur (dilué au quart), l'émulsion est plongée dans de l'eau pure. L'osmose fait le reste: les différents types d'ions sont entraînés hors de l'émulsion par le gradient de concentration. Aucune réaction chimique en tant que telle n'a lieu durant le lavage [400,401].

Cette étape se déroule à moins de 10°C; il est en effet impératif d'éviter tout choc

⁸Le temps exact est déterminé empiriquement: il s'agit du temps nécessaire pour que l'émulsion devienne transparente sur toute son étendue, qu'on prolonge par les deux tiers, soit 1,66 fois le temps nécessaire à l'éclaircissement des plaques [401].

thermique (et, de façon générale, tout traitement violent de l'émulsion) car, après le fixage, l'émulsion est fortement gonflée et extrêmement fragile. Une température aussi fraîche présente un autre avantage, déjà souligné dans la discussion sur le fixage: à cette température, l'émulsion et, plus spécifiquement, la gélatine conservent une plus grande rigidité [400,401]. Le prix à payer est une durée de plusieurs jours pour cette étape.

Le lavage est une autre étape dont le taux est principalement déterminé par le processus de diffusion. Son temps doit donc être comparable à celui du fixage. Empiriquement, un temps de lavage de 6 jours s'avère satisfaisant [401].

Idéalement, le lavage requiert de l'eau distillée. Toutefois, si la quantité requise devient trop importante, il est suffisant d'utiliser une eau assez bien filtrée [401].

Il est très important alors de tenir l'émulsion à l'oeil puisque c'est une période particulièrement critique pour la formation de bulles [400].

4.4.6 Le séchage à l'alcool

Le lavage laisse l'émulsion fortement imbibée d'eau; le but du séchage à l'alcool consiste à réduire la quantité d'eau présente dans l'émulsion. L'effet le plus notable de cette étape est que le volume de l'émulsion chute drastiquement: le volume qui, à la fin de l'étape de lavage, est de plusieurs fois la valeur originale (valeur ayant cours au moment de l'exposition), chute de moitié. Le séchage à l'alcool se subdivise en quatre parties, qui diffèrent entre elles par la durée, la solution utilisée et la température. Ici encore, le recours à plusieurs parties vise à minimiser les chocs osmotique et thermique, qui pourraient entraîner des distorsions [400,401].

La différence entre les solutions utilisées dans les quatre parties réside au niveau de la concentration en alcool éthylique (C_2H_5OH). Le rôle de l'alcool est principalement d'extraire l'eau de l'émulsion mais également d'agir comme bactéricide, une émulsion imbibée d'eau constituant un milieu propice à la croissance de microorganismes. L'autre produit utilisé est la glycérine. Elle agit comme agent plastifiant, afin de réduire la fragilité de l'émulsion. Comme la glycérine est hygroscopique, elle affecte le taux d'affaissement de l'émulsion, en maintenant une plus ou moins grande rétention d'eau dans l'émulsion. Plus la quantité de glycérine dans l'émulsion est importante, moins l'affaissement est grand; on peut ainsi obtenir à la fin du séchage un volume presque identique au volume original, avec le bon choix de concentration de la glycérine [400]. En pratique, il s'agit toutefois

Tableau 4.4: Séchage à l'alcool: solutions, températures et durées.

Partie	Température (°C)	Durée (heures)	Solution (% de la masse)		
			eau	alcool	glycérine
I	~ 9	2	80	10	10
II	9 → 17	2	60	30	10
III	~ 20	2	40	50	10
IV	~ 20	6	15	75	10

d'un objectif secondaire: l'affaissement n'est pas à ce point gênant qu'il faille choisir la concentration de glycérine de façon à retrouver le volume original. La composition de chacune des solutions de séchage apparaît au tableau 4.4.

Le séchage à l'alcool débute à la température du bain de lavage, comme l'indique le tableau 4.4, toujours dans le but d'éviter un choc thermique. Ce n'est qu'au cours de la deuxième partie, que l'émulsion est amenée à la température de la pièce. Les risques de distorsion sont alors faibles puisque l'émulsion a fortement diminué de volume, retrouvant à peu près son volume original, en raison de la forte concentration d'alcool de la solution, et a acquis une plus grande résistance, due à la présence de glycérine. Les deux dernières parties se déroulent à la température de la pièce [401].

La durée des trois premières parties est une fois de plus déterminée par le taux de diffusion des produits dans l'émulsion, spécifiquement 2 heures. La dernière partie, qui s'effectue dans la solution la plus concentrée en alcool, dure plus longtemps puisqu'elle constitue le coeur de l'étape, la réduction de la concentration d'eau à sa valeur d'équilibre.

Il n'y a pas à proprement dit de réactions chimiques qui aient lieu lors du séchage.

4.4.7 Le séchage à l'air

Après le séchage à l'alcool, une dernière étape attend l'émulsion. Celle-ci a alors environ son volume original; elle contient encore un certain excès d'eau et une importante proportion d'alcool. Les deux peuvent être éliminées en faisant séjourner l'émulsion dans une atmosphère d'air dont l'humidité se compare à la valeur d'équilibre (68 % dans le cas des émulsions FUJI ET-7B). Aucune réaction chimique ne se déroule à cette étape.

L'émulsion est maintenue dans ces conditions pour 1,5 à 2 jours, à la température de la pièce. Elle atteint alors son volume final, environ la moitié du volume original, et acquiert une résistance suffisante pour l'examen au microscope.

4.4.8 La conservation des émulsions nucléaires

L'émulsion est par la suite maintenue en autant que possible, incluant durant l'examen au microscope, dans des conditions d'humidité constante, le plus près possible de sa valeur d'équilibre, 68 % (pour des émulsions FUJI ET-7B). En effet, il demeure toujours une certaine concentration d'eau dans l'émulsion, même après le séchage, et cette concentration variera avec l'humidité environnante, ce qui en retour fera varier l'épaisseur de l'émulsion (ou, plus généralement, son volume). Ces variations sont indiscutablement beaucoup moins fortes que celles qui ont lieu durant le séchage, à l'air et à l'alcool, mais peuvent tout de même être assez nuisibles dans le cas de certaines mesures de précision.

4.5 Les observations dans l'émulsion nucléaire

Le processus photographique, qui a lieu durant l'exposition, ainsi que le traitement chimique subséquent ont pour résultat des microcristaux d'argent qui jalonnent le parcours des particules chargées à travers l'émulsion. La trace d'une particule chargée dans l'émulsion nucléaire prend donc l'aspect d'une succession de grains d'argent, qui forment une trajectoire globalement rectiligne (en l'absence d'un champ électromagnétique). Ces grains d'argent demeurent de taille microscopique (soit environ $1\ \mu\text{m}$) et ne sont donc visibles qu'au microscope optique.

Cette section abordera deux questions: on discutera d'une part comment les différents effets électrodynamiques énumérés au chapitre 2 se manifesteront dans l'émulsion nucléaire puis on exposera les différentes techniques de mesures qui peuvent y être employées afin d'extraire des informations sur les particules chargées à l'origine des traces.

4.5.1 Les effets électrodynamiques dans l'émulsion nucléaire

On peut naturellement prévoir que le processus photographique attribuable aux particules chargées résultera surtout de l'effet électrodynamique le plus important, soit la diffusion de la particule chargée incidente sur un électron d'un atome du milieu (voir section 2.2.1). Le résultat de ce processus est un électron dont l'énergie cinétique peut s'étendre sur une assez large gamme de valeurs mais qui devrait, la plupart du temps, être de beaucoup inférieure à celle de la particule chargée incidente, puisqu'il s'agit d'une diffusion de Rutherford, dont la probabilité décroît avec le carré de l'énergie transférée (voir éq. 2.30). Cet électron

interagira en retour avec d'autres électrons du cristal, générant des électrons de plus faible énergie et le processus mènera éventuellement à un large nombre d'électrons de basse énergie qui seront capturés dans les pièges du bromure d'argent (voir section 4.3.3). L'amplification consiste ici, en partant d'un électron d'énergie comparativement élevée, à obtenir au bout du compte un nombre élevé d'électrons de basse énergie, qui peuvent induire la formation d'une image latente dans le grain où ils sont produits. Pour peu que l'électron résultant de la diffusion initiale ait une énergie cinétique relativement modeste, il ne quittera pas le cristal où il a été produit (et il en sera de même *a fortiori* des électrons subséquents) de sorte que l'énergie initialement transférée sera entièrement déposée dans le grain de bromure d'argent.

Le rayonnement de bremsstrahlung, décrit à la section 2.2.2, ne laisse pas de traces comme tel dans l'émulsion. En revanche, il peut engendrer une trace s'il y a interaction du photon avec l'un des atomes de l'émulsion. Un effet photoélectrique (voir section 2.3.2) ou un effet Compton (voir section 2.3.1) mèneront, comme la diffusion de Rutherford, à un électron de plus ou moins basse énergie et pourraient ainsi engendrer une image latente. La formation d'une paire particule-antiparticule (voir section 2.3.3) produira un signal très distinctif: deux traces de particules chargées n'émergeant d'aucune interaction visible. Ces deux traces sont clairement distinctes de celle de la particule chargée à l'origine du rayonnement; il s'agit réellement de phénomènes qu'on peut distinguer, non seulement en principe, mais aussi en pratique. Pour cette raison, dans la région des hautes énergies, le rayonnement de bremsstrahlung ne participe pas en tant que tel à la formation de la trace de la particule chargée qui l'émet mais engendre des traces distinctes.

La formation directe d'une paire particule-antiparticule (section 2.2.3) laissera dans l'émulsion une signature à peu près identique à celle de la matérialisation d'un photon énergétique, à la différence que les deux traces des particules produites débiteront directement sur la trace de la particule incidente. Il s'agira bien de traces distinctes mais il pourra en pratique être difficile de distinguer parmi les trois traces celle de la particule incidente et celles des deux particules résultant du processus de production directe. Ici encore, le phénomène ne participe pas en tant que tel à la formation de la trace de la particule incidente puisqu'il engendre des traces distinctes.

Quant au rayonnement de Čerenkov (section 2.2.4), qui est principalement émis dans le visible et l'ultra-violet, il possède tout juste l'énergie suffisante pour induire un processus photographique. Le principal problème provient de la faible quantité d'énergie qu'il

apporte: un calcul grossier indique que moins d'un photon par μm est rayonné, résultant en bien moins d'un photon par grain de bromure d'argent. Or, comme un seul photon ne suffit pas à déclencher la formation d'une image latente, la contribution du rayonnement de Čerenkov à celle-ci peut être négligée.

Le rayonnement de transition, décrit à la section 2.2.5, n'est à tout prendre pas produit beaucoup plus abondamment que le rayonnement de Čerenkov: les deux sont proportionnels à $Z^2\alpha$. En revanche, le rayonnement de transition s'accroît avec le nombre d'interfaces et, d'autre part, contrairement au rayonnement de Čerenkov, qui sature pour des particules chargées relativistes, il croît avec le facteur de Lorentz. Enfin, son spectre dans le domaine des rayons-X n'est pas négligeable. Le résultat est que le rayonnement de transition est susceptible de contribuer à la formation de l'image latente dans l'émulsion nucléaire.

Finalement, d'éventuels effets attribuables à la canalisation des particules chargées (section) ne sont pas à redouter. Les effets de canalisation requièrent en effet que les particules chargées présentent un très faible angle d'incidence par rapport aux axes ou plans cristallins, d'environ 10 mrad. Or, les microcristaux de bromure d'argent ne sont pas des monocristaux; qui plus est, leur orientation dans l'émulsion est aléatoire. En conséquence, la possibilité pour une particule chargée d'être canalisée en traversant un grain de bromure d'argent devrait être très faible et le phénomène devrait donc être de peu d'importance parmi les effets électrodynamiques qui participent à la formation des traces de particules chargées dans l'émulsion nucléaire.

En résumé, pour des particules chargées ultrarelativistes, on peut avoir à tenir compte de trois effets: la perte d'énergie par ionisation, le rayonnement de bremsstrahlung et le rayonnement de transition. De ces trois phénomènes, les deux derniers ne sont susceptibles d'être importants que pour des facteurs de Lorentz très élevés, soit en pratique, pour des électrons et des positrons. Ainsi, pour des particules plus massives que l'électron, il devrait suffire de ne considérer que la perte d'énergie par ionisation.

4.5.2 Les mesures quantitatives dans l'émulsion nucléaire

La détermination des trajectoires

Il a été mentionné à plusieurs reprises que, de tous les détecteurs conçus jusqu'à maintenant, l'émulsion nucléaire offrait la meilleure résolution spatiale. L'émulsion offre de plus

l'avantage de fournir une information tridimensionnelle, à l'opposé de la plupart des autres détecteurs de la physique des hautes énergies, où on n'obtient qu'une information bidimensionnelle (ce qui est en particulier le cas des chambres à dérive ou des chambres à fils). On comprend dès lors que l'émulsion puisse jouer un rôle précieux dans la reconstruction de la trajectoire d'une particule chargée.

En l'absence d'un champ magnétique intense, la trajectoire d'une particule chargée dans l'émulsion nucléaire sera, à une bonne approximation près, un parcours en ligne droite, débutant à une interaction ou au début de l'émulsion et se terminant à une autre interaction ou à la fin de l'émulsion. La trajectoire peut être univoquement définie en fournissant un point de la trajectoire (pratiquement, soit l'origine ou la fin) et deux pentes (ou deux angles) indiquant l'orientation de la trajectoire dans l'espace.

La mesure des positions dans l'émulsion nucléaire requiert l'utilisation d'un système de coordonnées, interne ou externe. Dans l'un ou l'autre cas, on met l'émulsion en correspondance avec une grille de référence étalonnée. On peut imprimer, avant le développement, une grille à la surface de l'émulsion, et le système de référence sera alors interne, ou on peut simplement fixer l'émulsion à une grille au moment d'effectuer des mesures, ce qui constituera un système de référence externe.

Le même type de grille peut être utilisée pour l'une et l'autre approche (quoique, si on veut obtenir une grille imprimée, on recourt plutôt à un négatif): il s'agit d'une surface de plusieurs centimètres carrés composée de cases carrées d'arête 0,5 ou 1 mm portant chacune deux coordonnées [404].

Il est difficile d'estimer la précision des mesures faites avec une grille de ce type. L'incertitude est généralement évaluée par répétition des mesures. On notera que la présence d'erreurs systématiques (résultant par exemple d'un mauvais alignement de la grille sur l'émulsion) est très probable mais comme généralement, on ne s'intéresse qu'aux coordonnées relatives d'un groupe de traces se situant dans la même pellicule, ces erreurs s'éliminent.

Les pentes sont le plus souvent estimées en prenant plusieurs séries de coordonnées. L'incertitude dérive alors de celle des positions. Il peut quelquefois être plus rapide de mesurer plutôt des angles; ce sera aussi une façon plus pratique d'identifier les traces (si elles sont assez nombreuses) au point même d'une interaction. Les mesures d'angle sont généralement moins précises que les mesures de pente.

Si un champ magnétique assez intense règne dans la région où se trouve l'émulsion,

les trajectoires deviendront alors courbes (voir section 2.1.1). Il devient alors plus difficile de décrire précisément la trajectoire puisque plus de paramètres sont requis et, conséquemment, plus de mesures doivent être prises. En revanche, si l'intensité du champ magnétique est connue (et raisonnablement uniforme sur l'étendue de la région étudiée dans l'émulsion), la courbure de cette trajectoire fournit alors une mesure de la quantité de mouvement de la particule chargée et permet également d'extraire le signe de la charge. Cette question sera discutée plus en détail dans la prochaine section.

L'évaluation des quantités de mouvement

La quantité de mouvement d'une particule chargée s'évalue essentiellement de deux façons: si la particule chargée subit une diffusion élastique sur une autre particule (de masse connue), une mesure des angles de diffusion et de l'énergie permettra de déterminer la quantité de mouvement; autrement, on peut déterminer celle-ci par la trajectoire de la particule chargée dans une région où règne un champ électromagnétique de grandeur connue (voir section 2.1.1). Les deux méthodes peuvent être employées dans l'émulsion nucléaire, dépendant des conditions expérimentales.

On peut ainsi disposer les émulsions nucléaires dans une région où existe un champ magnétique dont on connaît l'intensité en fonction de la position. La quantité de mouvement pourra alors être déduite en résolvant l'équation de la force de Lorentz (éq. 2.13). Cette méthode présente toutefois des difficultés en pratique: pour une détermination précise de la quantité de mouvement, la trajectoire doit être connue très précisément, ce qui requiert en retour un assez long parcours ou un champ magnétique élevé. Le champ magnétique doit être intense pour une autre raison: puisque l'émulsion nucléaire constitue un milieu relativement dense et compte des espèces atomiques assez massives, une particule chargée subit plusieurs déflexions durant son trajet de sorte que sa trajectoire subit des fluctuations aléatoires mais non négligeables, qui ont pour effet d'augmenter notablement l'incertitude de la détermination de la quantité de mouvement [405,406,407].

On peut également évaluer la quantité de mouvement en exploitant les multiples déflexions que subit une particule chargée en traversant l'émulsion, soit précisément l'effet qui détériore la précision de la trajectoire dans un champ magnétique. Ces déflexions résultent de diffusions élastiques peu importantes (la plupart du temps) que subit la particule chargée dans ses interactions avec les atomes de l'émulsion. Ceux-ci étant beaucoup

plus massifs que la particule chargée incidente, elle se trouve défléchie, et d'autant plus que les espèces atomiques sont plus massives. Ces multiples diffusions sont toutefois indépendantes et aléatoires: la trajectoire moyenne ne s'en trouve pas trop affectée. La quantité de mouvement est alors vraiment une fonction des fluctuations dans la trajectoire moyenne, soit de la variance pour parler en termes statistiques. Toujours pour s'en tenir à une façon de voir statistique, on peut considérer que le déplacement relativement à la trajectoire moyenne est décrit par une distribution normale (voir section 3.2.3): c'est en effet la distribution qui résulte, d'après le théorème de la limite centrale, de la moyenne d'un grand nombre d'effets indépendants, comme le sont les interactions de la particule chargée avec les atomes environnants de l'émulsion, peu importe leur distribution originale. Une description du phénomène a été proposée par Molière et Williams; la dérivation en est reproduite dans plusieurs ouvrages [408,409,410]. Il s'en dégage que la quantité de mouvement est essentiellement inversement proportionnelle à la racine carrée de la variance prise par rapport à la trajectoire moyenne [408,410,411,412].

Cette méthode présente malheureusement le désavantage que la quantité de mouvement est déterminée à partir d'une variance. Cela a deux conséquences défavorables: d'une part, les fluctuations dans la trajectoire proviennent de plusieurs sources et les perturbations dues aux collisions avec les atomes n'en sont qu'une; d'autre part, une variance étant nécessairement positive, l'erreur déterminée sur la quantité de mouvement sera asymétrique. Les deux effets se conjuguent pour rendre la détermination de la quantité de mouvement très imprécise aux hautes énergies puisque, d'une part, la contribution à la variance provenant des collisions atomiques peut être complètement dominée par les contributions à la variance d'autre origine (distortion, erreur de lecture, bruit de la platine, etc.) et, d'autre part, la distribution d'un estimé de variance de données normalement distribuées suit une distribution du χ^2 , pour laquelle une forte proportion des mesures tombe aux valeurs élevées de la variable (voir sections 3.2.4 et 3.3.4). Il est naturellement possible de réduire quelques-unes des contributions à la variance mais il n'en demeure pas moins qu'il est difficile d'obtenir ainsi une valeur précise de quantité de mouvement lorsque celle-ci est supérieure à quelques GeV [408,409,410,412].

L'évaluation de la vitesse

Les deux sections précédentes référaient à la trajectoire d'une particule chargée dans l'émulsion, une information qui est nécessaire en elle-même pour l'analyse des interactions mais qui peut également servir à déterminer avec plus ou moins de précision la quantité de mouvement. La discussion portera maintenant sur la relation entre la structure d'une trace et la vitesse (ou le facteur de Lorentz) de la particule qui la produit.

Sans entrer dans les détails du rapport entre la perte d'énergie d'une particule chargée et l'image latente qui en résulte, on peut concevoir qu'une valeur élevée de perte d'énergie induira la formation d'une image latente dans un grain plus fréquemment qu'une perte d'énergie plus faible. En effet, la perte d'énergie d'une particule chargée a pour conséquence l'ionisation d'atomes du cristal et plus il y aura d'électrons libérés, plus grande devrait être la transformation induite dans le bromure d'argent. Il apparaît donc que la densité de grains d'argent d'une trace représente une fonction de la perte d'énergie de la particule chargée incidente, dont on peut voir, par les équations 2.29 et 2.31, qu'elle est une fonction de la vitesse de celle-ci.

En principe, l'évaluation de la densité de grains est remarquablement simple: il suffit de dénombrer le nombre de grains d'argent que comporte un segment de la trace de longueur connue. La méthode est rapide et la distribution statistique du nombre de grains est précisément connue (et sera discutée plus loin). Pratiquement, la situation est plus complexe: il n'est en effet pas rare que les grains d'argent forment des aggrégats et, puisque leur taille est d'environ $1\ \mu\text{m}$, ils avoisinent la limite de résolution d'un microscope optique [413]. Le résultat est qu'il peut être difficile d'évaluer objectivement (et de façon reproductible) le nombre de grains d'argent d'un segment de traces. Non seulement différents observateurs déduiront-ils souvent des valeurs différentes de densités de grains mais un même observateur pourra trouver des résultats différents en reprenant ses mesures après un certain intervalle de temps [414,415,416,417].

Cette difficulté a conduit au développement de plusieurs méthodes potentiellement moins subjectives. Ainsi, une méthode consiste à dénombrer les amas mêmes, comme une seule unité, qu'ils contiennent un grain ou davantage. Cette méthode est équivalente à dénombrer les lacunes entre les amas. Une autre méthode est de mesurer les longueurs des lacunes. Aucune de ces méthodes n'est toujours supérieure aux autres ou à l'évaluation de la densité de grains même [414,415,416,417].

La détermination de la densité d'amas se révèle peu subjective et assez bien reproductible par différents observateurs, de sorte qu'elle présente moins de possibilités pour une erreur systématique. Elle présente toutefois un désavantage sérieux: sa distribution statistique est plus ou moins bien définie. La raison en est que ce qu'on définit comme un amas comporte en fait plusieurs grains représentant des événements indépendants. La distribution de ceux-ci peut être bien définie, si tous les grains sont vraiment observés, mais la distribution statistique des amas sera différente et dépendra en fait de la densité de grains (puisque les amas deviennent plus probables lorsque la densité devient plus élevée) [418]. Cela ne signifie pas que l'évaluation de la densité d'amas soit à proscrire mais il demeure que, dans ces conditions, il devient difficile d'y avoir recours s'il est nécessaire d'avoir un estimé fiable des incertitudes, comme c'est le cas lorsqu'on entend tester un modèle. D'autre part, d'un point de vue théorique, la densité d'amas produit moins d'information que la densité de grains puisque des événements indépendants y sont regroupés [416,417,418].

La méthode utilisant les longueurs des lacunes présente l'avantage d'être statistiquement très bien déterminée. On peut toutefois reprocher à la méthode où sont évaluées les longueurs des lacunes d'être également quelque peu subjective puisqu'elle requiert un critère de taille minimale entre les lacunes; on ne peut en effet mesurer une lacune lorsque deux grains sont très rapprochés ou, à plus forte raison, s'ils sont fusionnés et il y a donc possibilité d'une surestimation de la taille des lacunes. Ce n'est là qu'un des problèmes de cette méthode, qui devient d'emploi particulièrement délicat lorsque la densité de grain est élevée puisque le nombre et la taille des lacunes est alors faible. Enfin, il ne fait pas de doute que cette méthode est extrêmement fastidieuse [414,415,416].

L'évaluation des énergies

Comme on l'a déjà indiqué précédemment (voir section 2.1.3), les deux quantités les plus nécessaires dans l'analyse d'une interaction entre particules subnucléaires sont la quantité de mouvement et la vitesse de chaque particule. On peut toutefois mesurer plutôt l'énergie de celles-ci si on dispose également de leurs trajectoires. Lorsqu'une particule est produite dans l'émulsion et s'y immobilise, on peut déduire son énergie plus précisément que sa quantité de mouvement en déterminant la longueur de son parcours.

Le principe est que, si la trajectoire d'une particule se situe entièrement dans l'émulsion, son parcours peut être évalué très précisément et cela correspondra à la distance nécessaire pour que la particule perde toute son énergie. Théoriquement, le parcours représente une intégrale sur l'énergie de l'inverse de la perte d'énergie par unité de parcours. On notera toutefois qu'il n'est pas nécessaire en tant que tel de connaître l'expression précise de la perte d'énergie (bien que cela soit utile): une démarche empirique fonctionne très bien. Dans ce cas, la relation qu'on établit dépend à la fois du milieu et du type de particule chargée. Il est assez facile de contourner le second problème puisque la perte d'énergie est en réalité une fonction du facteur de Lorentz et non de l'énergie, de sorte qu'une relation entre le parcours et la quantité E/mc^2 vaut pour tous les types de particules. Le premier problème requiert toutefois une expression différente pour chaque nouveau milieu. Par ailleurs, puisque la mesure du parcours requiert que la trajectoire complète de la particule se trouve dans l'émulsion, la méthode n'est généralement d'aucune utilité pour des particules ultrarelativistes [419,420,421,422,423].

Chapitre 5. La méthode expérimentale

La discussion de la section 4.5.2 a fait ressortir que, pour des particules chargées ultra-relativistes, la vitesse (ou le facteur de Lorentz) détermine la densité de grains de leurs traces. L'évaluation de cette densité de grains peut toutefois présenter des difficultés, qui ont motivé la conception de plusieurs méthodes d'évaluation. Nous en avons mentionné trois: l'évaluation directe, l'évaluation de la densité d'amas et l'évaluation des tailles des lacunes.

Il s'agit maintenant de sélectionner l'une d'elle. Nous avons choisi d'utiliser l'évaluation directe de la densité de grains, pour les raisons suivantes:

1. La méthode d'évaluation des tailles des lacunes est extrêmement fastidieuse sans être en contrepartie hautement supérieure aux deux autres méthodes (voir section 4.5.2). Il a donc été jugé que l'approche n'était pas assez pratique.
2. L'évaluation de la densité d'amas s'effectue certainement aussi rapidement (sinon plus) que l'évaluation directe de la densité de grains. En revanche, la distribution statistique en est mal connue, ce qui force à recourir à des méthodes statistiques robustes, dont on a déjà indiqué qu'elles étaient moins puissantes que les méthodes s'appuyant spécifiquement sur une distribution (voir section 3.1). Une autre raison pour laquelle nous avons rejeté cette méthode est son caractère grossier: on peut craindre qu'une procédure qui donne le même poids à un événement indépendant ou à trois ou quatre agglomérés ensemble ne possède que peu de pouvoir discriminatoire, c'est-à-dire, de possibilité de révéler la supériorité d'un modèle sur un autre.

L'évaluation directe de la densité de grains n'est évidemment pas exempte de faiblesses; on estime toutefois pouvoir les surmonter plus facilement que celles des deux autres méthodes. Ce chapitre est entièrement consacré à la discussion de ces faiblesses et aux procédures par lesquelles on peut les éviter ou en corriger les données de façon à obtenir des résultats qu'on puisse directement comparer aux modèles théoriques.

5.1 Les facteurs affectant la densité de grains mesurée

5.1.1 L'effet de la position dans l'émulsion nucléaire

L'émulsion constitue un milieu en principe isotrope et relativement homogène, mais tout de même susceptible de présenter des fluctuations de composition ou de structure d'une région à l'autre. Qui plus est, le développement chimique peut s'exercer différemment dans une région ou une autre de l'émulsion, étant donné qu'il dépend fortement de la concentration de l'agent réducteur, une quantité qui pourra varier avec la région de l'émulsion si les effets de diffusion sont notables. La densité de grains d'une trace donnée pourrait donc varier, en sus des fluctuations intrinsèques à la perte d'énergie, d'une région à l'autre. Il a été signalé que cette variation s'accroissait avec la densité de grains d'une trace, c'est à dire que la calibration pourrait en principe dépendre de la perte d'énergie [424]. Ce qui pourrait compliquer singulièrement l'analyse des résultats en requérant un traitement couplé de toutes les variables. Cependant, si on n'a recours qu'à des particules au voisinage du minimum d'ionisation, ce genre de variation d'une trace à l'autre devrait constituer une correction négligeable.

Dans des conditions de développement favorables, on peut s'attendre à ce que le développement se soit effectué de façon raisonnablement uniforme sur l'essentiel de la surface de l'émulsion (parallèlement aux surfaces-air ou -verre). En effet, il apparaît raisonnable de considérer que la concentration de révélateur lors du développement ait été identique sur l'ensemble de l'émulsion, avec l'exception de la bordure de celle-ci, plus directement exposée à la solution même. Par contre, on peut soupçonner qu'il n'en a pas été de même perpendiculairement à cette surface, la région de la surface-air étant exposée à une plus forte concentration d'agent réducteur (et plus rapidement) que celle de la surface-verre. Il apparaît donc que la densité de grains devrait être relativement constante à une distance donnée de la surface-verre, peu importe la position suivant cette surface, mais que cette densité pourrait croître notablement lorsqu'on se rapproche de la surface-air, le développement y ayant été potentiellement plus prononcé.

Enfin, les mesures au microscope elles-mêmes peuvent introduire des variations: en effet, puisque l'émulsion est un milieu tout de même un peu dispersif, bien que raisonnablement transparent, on peut prévoir que la qualité de l'image visible au microscope dépendra de la position suivant l'axe optique où est effectué la mesure. Ainsi, on peut supposer que l'image visible près de la surface-verre sera moins bien définie que celle observée près de la

surface-air, les rayons lumineux subissant davantage de diffusion dans le premier cas que dans le second [424,425].

5.1.2 L'orientation des traces

L'évaluation de la densité de grains dans l'émulsion nucléaire peut être notablement affectée par l'orientation de la trace par rapport au plan de l'image (le plan perpendiculaire à l'axe optique du microscope). Cet effet a en général une double origine, géométrique et psychologique.

La composante géométrique découle de ce que la longueur mesurée dans le plan optique représente en réalité une projection dans ce plan d'une trajectoire dans l'espace. La longueur mesurée est donc inférieure (ou égale) à la véritable longueur du segment de trace dont la densité de grains a été mesurée. On peut établir une relation géométrique entre la longueur réelle, d , la longueur apparente, l , et les pentes suivant X et Y, $\Delta X/\Delta Z \equiv X'$ et $\Delta Y/\Delta Z \equiv Y'$. En se référant à la figure 5.1, on a que:

$$\Delta d = (\Delta X^2 + \Delta Y^2 + \Delta Z^2)^{\frac{1}{2}} \quad (5.1)$$

$$= \Delta l \left(1 + \frac{\Delta X^2}{\Delta l^2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (5.2)$$

$$= \Delta l \left(1 + \frac{(X')^2}{1 + (Y')^2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (5.3)$$

où on a fait intervenir la relation: $\Delta l^2 = \Delta Y^2 + \Delta Z^2$. On peut éliminer cet effet systématique des densités de grains en les divisant par le rapport $\Delta d/\Delta l$.

Il existe d'autre part une difficulté d'origine psychologique en ce sens que la fiabilité et la précision de l'évaluation d'une densité de grains se détériorent lorsque l'angle que fait la trace de la particule chargée avec le plan de l'image s'accroît. On désignera nommément deux cas limites: on parlera de trace *plane* lorsque la trace reposera presque dans le plan de l'image et de trace *plongeante* lorsqu'elle en sera presque normale.

Il y a plusieurs raisons pour lesquelles la densité de grains d'une trace plane peut être évaluée plus précisément, et avec davantage de fiabilité, que celle d'une trace plongeante:

1. Sur une trace plane, la plupart des grains se trouvent au point simultanément tandis que l'évaluation de la densité de grains d'une trace plongeante requiert une mise

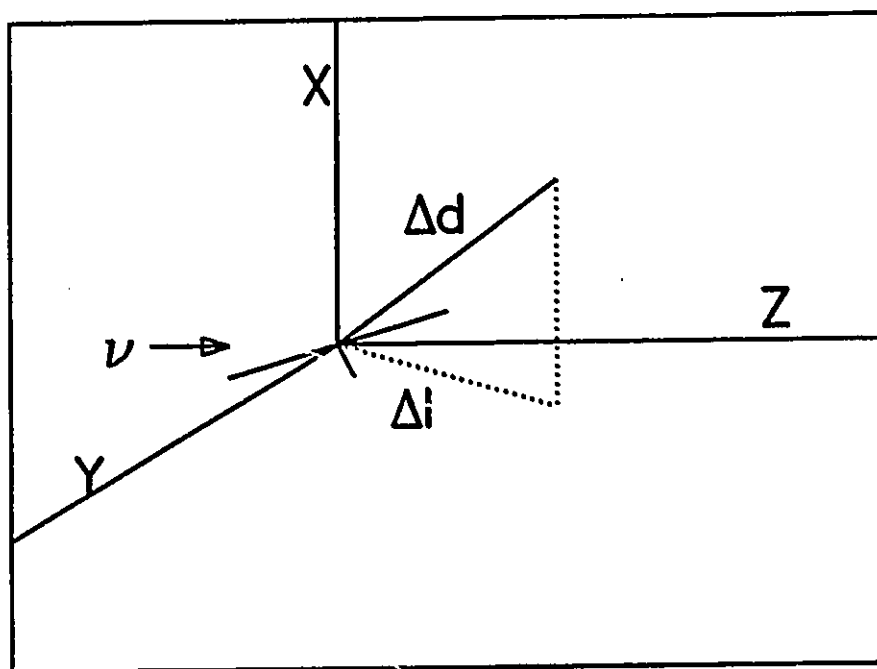


Figure 5.1: Système de coordonnées (module horizontal).

au point continue. Ce qui a deux conséquences: la colinéarité des grains (et donc, dans une certaine mesure, leur appartenance à la trace) est beaucoup plus évidente sur une trace plane que sur une trace plongeante et, d'autre part, l'évaluation de la densité de grains d'une trace plane s'effectue dans un champ de vue presque statique tandis que le champ de vue change constamment durant l'évaluation de la densité de grains d'une trace plongeante, rendant cette dernière mesure beaucoup plus sujette à erreur que la première.

2. La plupart des grains d'une trace plane apparaissent isolés de leurs voisins. Inversement, la géométrie d'une trace plongeante fait en sorte qu'il est difficile de distinguer un grain de ses voisins, avec des conséquences néfastes sur la fiabilité et la précision de l'évaluation de la densité de grains.
3. Le développement chimique accentue le problème précédent dans le cas de traces plongeantes puisque au cours du développement, le volume de l'émulsion est réduit de 50 % et ce, presque uniquement suivant sa dimension la plus mince, c'est-à-dire l'axe optique (voir section 4.4). La possibilité de distinguer deux grains adjacents s'en trouve donc d'autant détériorée.

Il est suggéré, lorsque cela est possible, d'éviter les traces dont l'angle par rapport au plan de l'image est supérieur à 30° [426]. Dans le système de coordonnées de l'émulsion, ceci correspond à la pente suivante:

$$X' \equiv \frac{\Delta X}{\Delta Z} = \tan 30^\circ = 0,577. \quad (5.4)$$

Ce critère suggère que des mesures effectuées sur une trace présentant une pente inférieure à 0,577 seraient fiables; il n'indique toutefois pas l'incertitude qui résulterait de cette inclinaison de la trace. Afin de minimiser cette incertitude, il y a avantage à imposer un critère de sélection plus contraignant mais choisi de façon à laisser subsister un nombre raisonnable de traces. Le critère suivant, qui devrait constituer un compromis satisfaisant, a été adopté: une trace n'est utilisée que si sa pente, $\Delta X/\Delta Z$, a, en valeur absolue, une valeur inférieure ou égale à 0,250.

5.1.3 La variabilité de l'observateur

L'un des problèmes les plus sérieux que présente l'évaluation de densités de grains dans l'émulsion nucléaire a trait au manque de reproductibilité des résultats. Comme on l'a

indiqué à la section 4.5.2, c'est la raison qui a motivé la conception d'autres méthodes d'évaluation de la perte d'énergie. En termes formels, une cause d'erreur importante du recours à l'évaluation directe de la densité de grains est une variabilité spécifiquement liée à l'observateur, et qui se manifeste non seulement pour différents observateurs mais pour un même observateur reprenant ses mesures après un certain intervalle de temps.

Ce genre de variation est généralement négligeable dans les expériences de physique mais le fait que ce ne soit pas le cas ici ne rend pas la procédure expérimentale moins valable ou moins rigoureuse. Cette variabilité ne diffère pas fondamentalement de celle d'un quelconque autre moyen d'observation et peut être évaluée par les mêmes méthodes auxquelles on a recours dans la calibration d'instruments. On peut d'ailleurs se rappeler que, dans l'Interprétation de Copenhague de la mécanique quantique, l'observateur joue le rôle d'un instrument et doit être perçu comme tel (voir section 1.1). Cette variabilité ne remet donc pas du tout en cause la valeur scientifique de la méthode, pourvu qu'elle soit adéquatement évaluée.

5.1.4 L'incertitude statistique

En principe, il est possible de réduire à un niveau arbitrairement faible la plupart des incertitudes aléatoires. L'une d'elles échappe toutefois à cette règle: l'incertitude statistique sur le nombre de grains formés dans le processus photographique, déjà effleurée à la section 4.5.2.

Le passage d'une particule chargée dans un grain de bromure d'argent entraîne bien la formation d'une image latente mais ceci n'implique pas que le développement chimique de ce grain mènera inévitablement à un grain d'argent clairement perceptible au microscope optique. La formation d'un grain d'argent à la suite du développement chimique d'un grain de bromure d'argent impressionné est régie par une distribution de probabilité. La probabilité de développement d'un grain, pour une particule unitairement chargée, est plutôt faible, comme en fait foi l'observation que le nombre de grains d'argent d'une trace n'est que d'environ 10 % du nombre de grains traversés par la particule chargée. En revanche, vu le grand nombre de grains traversés, le produit du nombre d'occasions et de la probabilité qu'elles mènent à un grain développé donne un nombre fini [415]. Dans ces conditions, la distribution binômiale (voir section 3.2.1), qui constitue l'une des assises de la théorie des probabilités, peut être précisément approximée par la distribution de

Poisson (voir section 3.2.2).

La distribution de Poisson n'a qu'un paramètre: la moyenne. L'écart-type en est la racine carrée (voir section 3.2.2). Il en résulte que l'erreur relative sur la moyenne diminue suivant l'inverse de la racine carrée du nombre de grains comptés sur une trace. Ainsi, il est en pratique difficile de réduire cette incertitude à moins de 2 %.

Notre argumentation suivant laquelle le nombre de grains par unité de longueur suit une distribution de Poisson a jusqu'ici reposé sur des considérations théoriques. Les faits expérimentaux s'accordent toutefois très bien avec celles-ci.

Ainsi, il a été établi par O'Ceallaigh [414,415,427] que les tailles des lacunes entre grains (ou, plus précisément, entre amas de grains) obéissent à une distribution exponentielle. Or, si une quantité correspondant au nombre d'éléments d'un certain type présents sur un certain intervalle est décrite par une distribution de Poisson, il découle mathématiquement qu'une seconde quantité définie comme l'intervalle entre deux de ses éléments obéira à une distribution exponentielle (voir section 3.2.2). L'observation d'O'Ceallaigh suggère donc (sans l'impliquer au sens strict) que la densité de grains dans l'émulsion nucléaire se conforme à une distribution de Poisson.

Par ailleurs, on peut, à partir de nos données, vérifier la distribution statistique des densités de grains. En sélectionnant une trace de très faible pente suivant X, de sorte qu'un éventuel effet de profondeur n'intervienne pas, on peut établir un histogramme des densités de grains pour cette trace. On peut alors en établir la moyenne et, par un test du χ^2 (voir section 3.4.1), tester l'accord entre le modèle théorique, la distribution de Poisson, et les données expérimentales.

Dans ce but, on a tracé l'histogramme (figure 5.2) des densités de grains de la trace 2 (dans la numération de l'émulsion) de l'événement 1065 0972, dont la pente suivant X est 0,001 et celle suivant Y, -0,039. Sa quantité de mouvement est de $7,5 \pm 0,2$ GeV/c. Son évaluation a été effectuée le 16 juin 1986. La trace a été évaluée sur 70 longueurs, conduisant à une densité de grains moyenne de $28,3 \pm 0,6$ grains/100 μm .

L'histogramme révèle d'abord que la distribution est très symétrique. Ce n'est pas surprenant: on sait en effet que la distribution de Poisson converge vers la distribution normale lorsque la moyenne de la première devient suffisamment élevée (voir section 3.2.2). On constate que la distribution de Poisson, déterminée à partir de la moyenne des données et du nombre d'événements, décrit très adéquatement les données expérimentales. On a

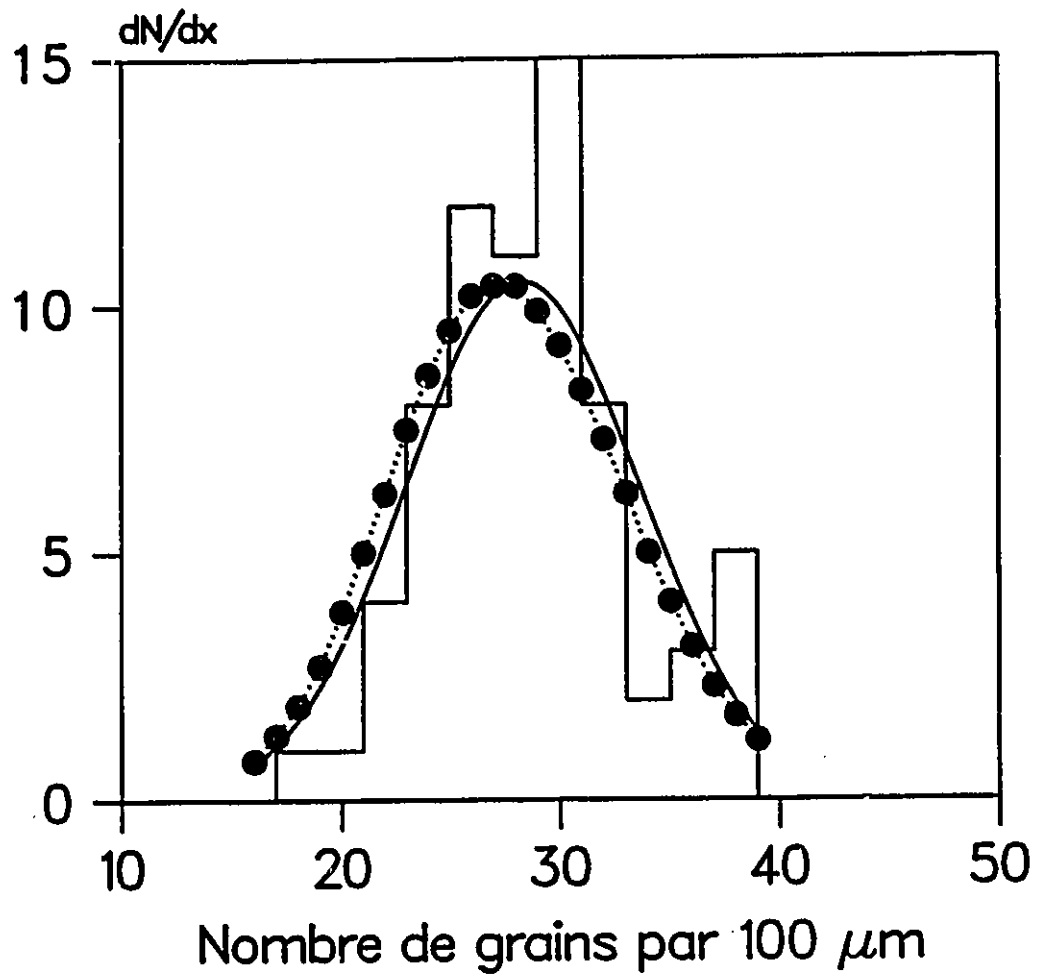


Figure 5.2: Histogramme des densités de grains de la trace 2 de l'événement 1065 0972. Le trait plein représente la distribution normale qui lui correspond (de moyenne 28,3 et d'écart-type 5,32) et le trait pointillé la distribution de Poisson de moyenne 28,3.

également porté sur cet histogramme la courbe d'une distribution normale de moyenne μ et d'écart-type $\sqrt{\mu}$, où, là encore, la moyenne provient des données expérimentales. L'accord semble également très bon. La différence entre les deux courbes s'explique par la correction de continuité (voir section 3.2.2) tandis que le léger décalage de l'histogramme relativement aux courbes théoriques peut s'expliquer par l'absence de soustraction du bruit de fond (0,9 grains/100 μm).

Le test du χ^2 donne, pour la distribution de Poisson, une valeur de 6,50 tandis qu'il donne pour la distribution normale une valeur de 7,21. Dans les deux cas, le nombre de degrés de liberté est le même: 7. On a en effet 9 groupes mais on perd 2 degrés de liberté à cause de relations entre les données: la première provient de ce que, pour chaque distribution, il a été nécessaire de calculer à partir des données une quantité, la moyenne; l'autre, de ce qu'il existe une contrainte que la somme des probabilités sur tous les groupes soit 1, de sorte que l'un des groupes n'est pas indépendant des autres. La probabilité d'un χ^2 supérieur à 6,50 pour 7 degrés de liberté est 48 % tandis que pour 7,21 (et le même nombre de degrés de liberté), elle est de 40 %.

On en conclut donc que la distribution de Poisson décrit adéquatement les données expérimentales et que, pour une moyenne autour de 30 (par unité de longueur), l'approximation par une distribution normale est tout à fait satisfaisante. Dans cette circonstance, la densité de grains peut être considérée comme normalement distribuée, avec une moyenne μ et un écart-type $\sqrt{\mu}$. Il s'agit là d'une particularité avantageuse car les propriétés et les applications de la distribution normale constituent, et de loin, le domaine le mieux connu des statistiques. D'autre part, souvent, il est beaucoup plus simple de travailler avec une distribution continue, comme la distribution normale, qu'avec une distribution discrète, comme la distribution binômiale ou celle de Poisson. Il n'est important de faire intervenir la correction de continuité que dans une comparaison avec un histogramme.

5.1.5 Le bruit de fond

Le bruit de fond qui affecte l'évaluation de la densité de grains d'une trace résulte de deux choses: d'abord, le développement de grains non-impressionné; ce qu'on appelle le voile (*fog*), ensuite la rencontre de la trace comptée et d'une autre trace, qu'on désigne *trace parasite*. Ces traces parasites peuvent évidemment provenir d'autres interactions de neutrinos (dans l'émulsion ou avant celle-ci) mais également d'interactions cosmiques,

Tableau 5.1: Évaluation du bruit de fond.

Trace	Pente (X')	Bruit (grains/100 μm)
1213 2364-1	-0,013	$0,83 \pm 0,14$
1246 2305-1	-0,020	$0,97 \pm 0,17$
1365 0582-2	-0,013	$0,88 \pm 0,16$

puisque les émulsions utilisées ont séjourné environ 6 mois dans le faisceau.

Le bruit de fond devrait être isotrope. On ne s'attend en effet pas à ce que le développement de grains non-impressionnés soit très affecté par la position dans l'émulsion, suivant l'un ou l'autre axe. Cet effet est secondaire de sorte que même s'il y a une différence due au développement ou à la variation de résolution dans l'émulsion, elle ne peut mener à un effet systématique prononcé. La présence de traces parasites croisant la trace comptée ne devrait pas non plus créer d'anisotropie mesurable.

Le bruit de fond a été évalué assez simplement. Au cours de l'évaluation de la densité de grains de trois traces, toutes trois très planes, on a évalué le nombre de grains qui tombaient sur un axe parallèle à la trace situé à environ 10 μm (dans le plan de l'image) de celle-ci. Les résultats obtenus sont présentés dans le tableau 5.1.

On note que les trois mesures sont compatibles dans l'erreur statistique. Il n'y a pas là de quoi surprendre étant donné que les erreurs sont grandes et dominant vraisemblablement les effets systématiques possibles discutés dans les sections précédentes. La moyenne pondérée (voir section 3.3.4, éq. 3.35 et 3.36) des trois résultats donne:

$$g_b = 0,88 \pm 0,09 \text{ grains/100 } \mu\text{m} \quad (5.5)$$

qui ne constitue pas un bruit de fond trop inquiétant; il est en effet suggéré que le bruit de fond ne devient intolérable pour des mesures quantitatives dans l'émulsion que lorsqu'il dépasse le vingtième de la densité de grains de la trace étudiée [403], c'est-à-dire, pour une trace au minimum d'ionisation (environ 30 grains/100 μm), 1,5 grains/100 μm . Les émulsions utilisées devraient donc être satisfaisantes à ce point de vue.

5.2 La reproductibilité

La question de la reproductibilité des comptages de grains est indiscutablement la clef de voûte de l'évaluation de densités de grains. On a souligné, à la fois au début de ce chapitre

et précédemment (section 4.5.2), que la plus grande faiblesse de l'évaluation de densités de grains était le manque de reproductibilité des résultats. Il est en conséquence impératif d'étudier la reproductibilité des mesures de densités de grains effectuées dans l'émulsion nucléaire, pour peu qu'on veuille faire un usage quantitatif de celles-ci.

5.2.1 Les variables pertinentes

Il n'est pas aisé d'établir la relation fonctionnelle reliant la reproductibilité aux conditions expérimentales régnant au moment des observations. La démarche doit être très empirique. S'il est plutôt difficile de proposer a priori la forme fonctionnelle qui représente l'effet des variables pertinentes sur la reproductibilité, on peut à tout le moins restreindre le nombre de ces variables par quelques hypothèses assez raisonnables dans le contexte de ce travail.

Une première hypothèse que l'on peut formuler est que la reproductibilité est indépendante de la densité de grains de la trace considérée. Ceci implique donc qu'elle ne dépendra pas non plus de la position dans l'émulsion puisque cette variable n'intervient que par son impact sur la densité de grains observée. On supposera également que la reproductibilité ne sera pas significativement affectée par de petites variations dans la luminosité du champ de vue au microscope, telles celles qui ne peuvent manquer de se produire d'une session d'observation au microscope à une autre. De grandes variations peuvent être exclues car les observations seraient alors faites dans des conditions optiques visiblement inconfortables.

La première hypothèse peut se justifier en regard de la variation relativement réduite, pour une particule de charge unitaire, de la perte d'énergie. (Elle ne varie que par un facteur 2 ou 3 dans l'ensemble des régions relativiste et ultrarelativiste.) La seconde s'appuie sur l'argument que la luminosité n'affecte que le contraste avec lequel les grains d'une trace se détachent du fond et que puisque l'aspect de ceux-ci varie peu, ils seront essentiellement tous visibles dans les mêmes conditions. L'une et l'autre de ces hypothèses peuvent être corroborées à l'aide de tests de consistance, qui seront discutés plus loin.

5.2.2 La première approche

En s'appuyant sur ces deux hypothèses, l'étude de la reproductibilité peut s'effectuer suivant une méthodologie très simple: il suffit de mesurer en plusieurs occasions la densité de grains d'une trace donnée sur le même segment de son parcours. Les données recueillies sur

cette trace de référence permettent alors de déterminer comment la reproductibilité varie d'une journée à l'autre. Puisque, par hypothèse, la reproductibilité est indépendante de la densité de grains, une interpolation des données de la trace de référence produit le facteur de normalisation qui permet de rendre les mesures indépendantes du moment où elles ont été effectuées. L'interpolation sera évidemment d'autant meilleure que plus de mesures de calibration seront disponibles. On désignera du nom de *facteur de reproductibilité* ce facteur de normalisation qui permet d'extraire des densités de grains les variations provenant de l'absence de constance de l'observateur d'une journée à une autre.

Cette méthodologie de contrôle de la reproductibilité a été mise en application du mois d'août 1983 jusqu'à la fin de 1985. Après cela, on a recouru à une méthode plus minutieuse. Cette nouvelle démarche ainsi que les raisons qui la motivent seront abordées un peu plus loin.

Le choix de la trace de référence s'est porté sur la trace 3 (numération de l'émulsion) de l'événement 1068 2822¹. Il s'agit de la trace d'un muon très bien identifié. (Il n'est toutefois absolument pas nécessaire que la particule soit bien identifiée.) Comme sa quantité de mouvement est de 23 GeV/c, la densité de grains de cette trace devrait se situer au voisinage du plateau de Fermi. Sa pente est de 0,074, ce qui correspond à peu près à la valeur médiane de la pente des traces qu'on retrouve dans les événements du projet E-531.

La trace de référence a été comptée sur 25 longueurs de 100 μm , commençant directement à l'événement². Les valeurs de densités de grains recueillies ont été scindées en deux groupes, correspondant respectivement aux 11 premières longueurs, qu'on désignera *région I*, et aux 14 suivantes, la *région II*. Puis, on a pris la somme à l'intérieur de chacun des groupes. Il y a plusieurs avantages à procéder de cette façon:

1. Il arrive que deux traces se croisent dans une émulsion et il peut se produire qu'on passe par inadvertance de l'une à l'autre. Une erreur de ce type risque évidemment de conduire à une calibration aberrante. Le recours à deux régions offre une possibilité de détecter une erreur de ce type par un éventuel désaccord entre les valeurs du facteur de reproductibilité tirées des deux régions, pourvu que l'erreur ne se produise pas dès le départ.

¹On adoptera à partir de maintenant la notation concise suivante pour désigner la trace d'un événement: le numéro de l'événement suivi du numéro de la trace (numération de l'émulsion), séparé du précédent par un tiret; pour le cas présent, 1068 2822-3.

²Pour les toutes premières calibrations, effectuées en 1983, les évaluations démarraient de 1 à 2 longueurs de l'événement; ces données sont traitées séparément.

2. Comme cette méthode fournit pour chaque mesure de calibration deux valeurs du facteur de reproductibilité, il est possible de se faire une idée de l'incertitude sur ce facteur.
3. Le recours aux longueurs individuelles ne serait pas approprié. En effet, il y a toujours une certaine incertitude sur la position exacte d'origine des comptages et il s'agit d'une erreur systématique. Cette erreur peut être importante sur chacune des 25 longueurs individuelles mais devrait devenir négligeable si on prend la somme de 11 ou 14 longueurs, puisque alors, l'incertitude se résume aux premier et au dernier segments de cet ensemble de longueurs. En d'autres termes, cette erreur systématique devrait être 10 fois plus faible en prenant la somme de 10 longueurs qu'en utilisant les longueurs individuelles.
4. L'erreur systématique mentionnée dans le point précédent génère des corrélations entre les différentes régions, puisque le décalage se perpétue d'une région à une autre. Dans le cas d'un tel décalage, on peut s'attendre à ce que, pour deux régions adjacentes, l'une gagne un certain nombre de grains tandis que l'autre en perde virtuellement le même nombre. Les deux régions différeront donc de leur moyenne, de façon opposée. Cette corrélation indésirable ne peut être éliminée sans recourir à une autre méthode. Son impact le plus sérieux est que la plupart des méthodes statistiques deviennent inadéquates, ou délicates à utiliser, car elles reposent implicitement sur l'hypothèse que les données sont indépendantes. En revanche, si la corrélation n'est pas trop forte et qu'on ne subdivise qu'en un petit nombre de régions, les méthodes de la statistique devraient conduire à des résultats acceptables. On estime que deux régions d'environ 10 longueurs satisfont raisonnablement ces deux critères.
5. L'étude de deux régions permet de s'assurer qu'il n'y a pas, ou peu, d'effet systématique au cours de l'évaluation d'une trace. Il serait en effet possible que le facteur de reproductibilité varie à mesure qu'on progresse le long d'une trace. Dans ce cas, le facteur de reproductibilité dépendrait non seulement du moment des mesures mais également du nombre de mesures effectuées sur une trace, qui ne peut pas toujours être maintenu constant.

Pour chaque mesure de calibration, on peut ainsi tirer deux valeurs relativement indépendantes du facteur de reproductibilité. Afin de pouvoir comparer ces deux valeurs, on a normalisé chaque série de données, c'est-à-dire qu'on a établi la moyenne sur toute l'année pour chacune des deux régions et qu'on a divisé les mesures correspondantes. Les deux séries de mesures devraient donc évoluer autour de 1,00.

Le résultat de ces calibrations apparaît aux figures 5.3 et 5.4, respectivement pour les années 1984 et 1985³. On peut tirer de l'un et l'autre graphique quelques observations assez intéressantes:

1. Il appert qu'il n'y a pas d'effet systématique à long terme: le facteur de reproductibilité semble demeurer en moyenne constant. Il n'est pas en principe nécessaire que ce soit le cas; la calibration pourrait tout aussi bien être établie pour un facteur de reproductibilité variable. En revanche, cette constance à long terme indique que les mesures de densités de grains s'avèrent raisonnablement objectives, bien qu'un effet systématique constant, du genre effet de seuil, ne puisse être exclu.
2. On note également que les variations ne sont pas strictement aléatoires; il semble exister une certaine corrélation entre des mesures successives. Une telle corrélation ne serait pas surprenante: on peut s'attendre à ce que les critères de mesures ayant cours lors de l'évaluation de la densité de grains d'une trace se maintiennent pour une trace mesurée peu après; on s'attend dans la même veine à ce que cette corrélation s'atténue lorsqu'un important intervalle de temps sépare les mesures de deux traces.

On observe donc qu'au long terme, la reproductibilité affiche une constance satisfaisante mais qu'à moyen terme, elle connaît des variations à caractère systématique, qui s'étendent de quelques jours à quelques semaines ou même à quelques mois. Puisqu'il s'agit là de variations systématiques, il est possible de les extraire des mesures et d'en améliorer ainsi la précision.

La façon la plus simple de représenter les variations systématiques que révèlent les graphiques est à l'aide d'une série de plateaux, ce qui revient à découper une année en une série de périodes dont chacune possède un facteur de reproductibilité constant. Cette démarche mène à un facteur de reproductibilité variant d'une manière discontinue, et donc, présentant une incertitude sensiblement plus grande à la frontière de deux périodes

³Il y a trop peu de mesures en 1983 pour justifier un graphique.

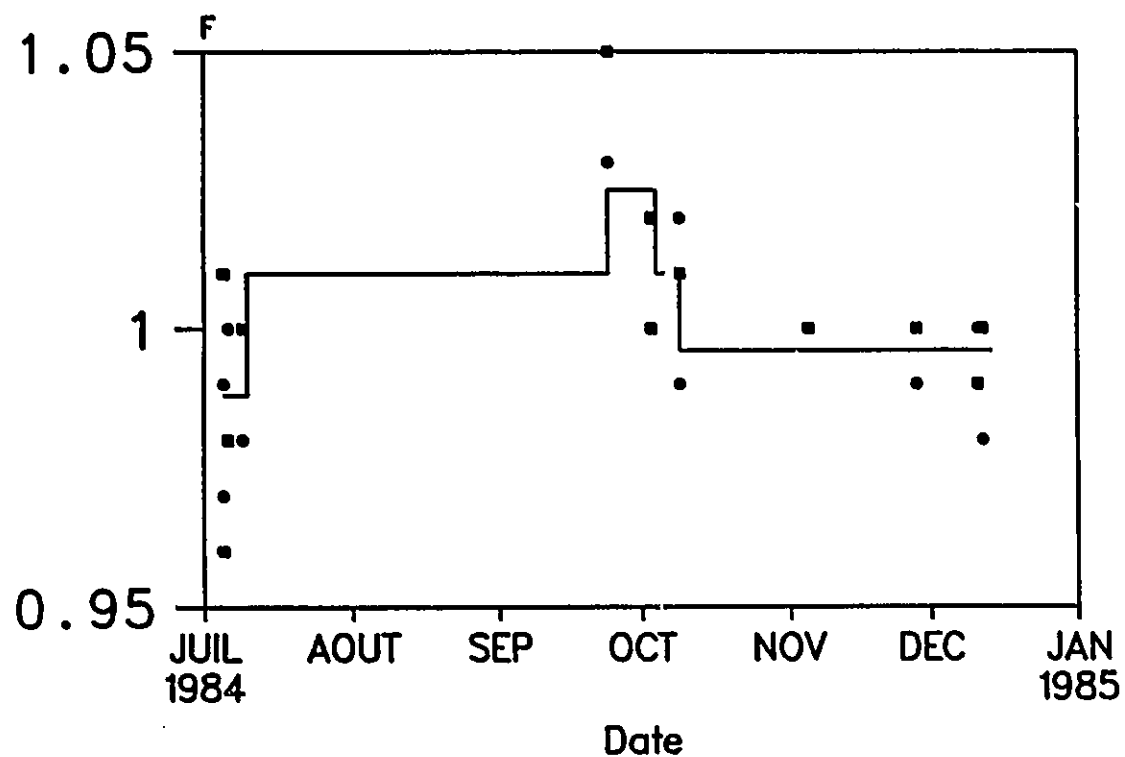


Figure 5.3: Reproductibilité des comptages: année 1984. Les disques représentent les mesures de la région I, les carrés, celles de la région II. Les plateaux sont également indiqués.

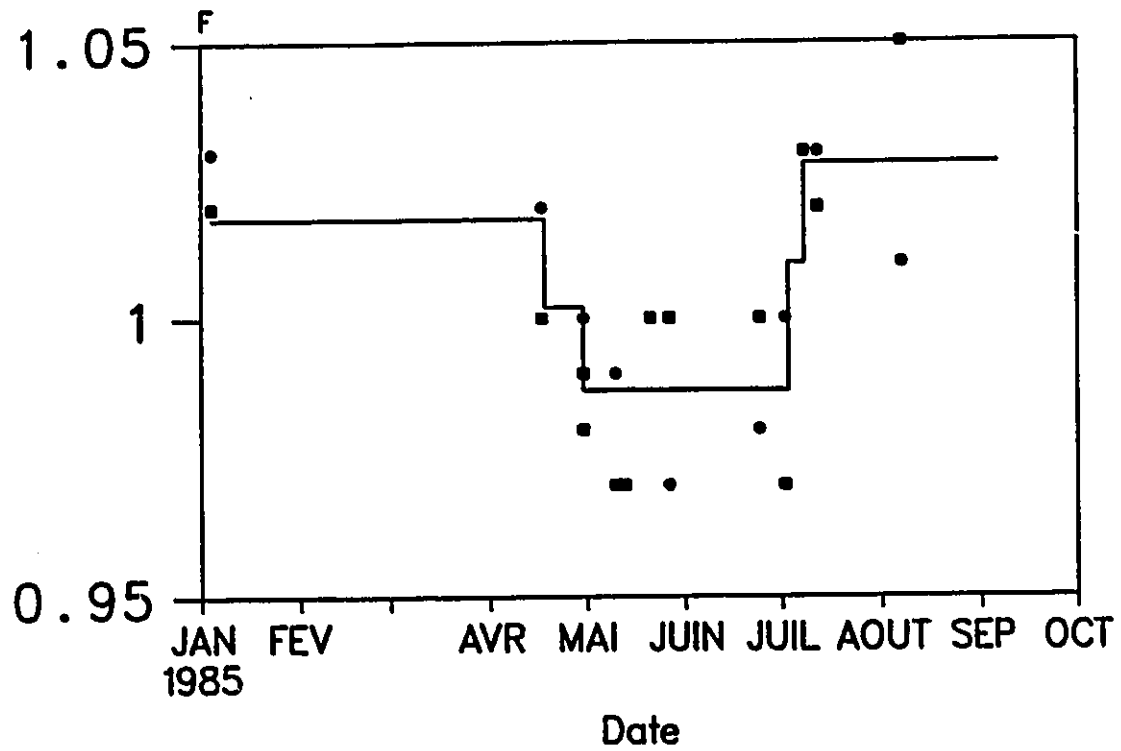


Figure 5.4: Reproductibilité des comptages: année 1985. Les disques représentent les mesures de la région I, les carrés, celles de la région II. Les plateaux sont également indiqués.

Tableau 5.2: Facteur de reproductibilité—Année 1984.

Période (jour/mois)	Région I (11 longueurs)	Région II (14 longueurs)	Moyenne
7/1 au 9/7	$0,988 \pm 0,006$	$0,988 \pm 0,009$	$0,988 \pm 0,005$
10/7 au 23/9	—	—	$1,01 \pm 0,02$
24/9 au 3/10	$1,027 \pm 0,003$	$1,023 \pm 0,015$	$1,025 \pm 0,007$
4/10 au 8/10	—	—	$1,010 \pm 0,015$
9/10 au 12/12	$0,993 \pm 0,003$	$1,000 \pm 0,003$	$0,996 \pm 0,002$
Dans le cas des périodes s'étendant du 10/7 au 23/9 et du 4/10 au 8/10, la moyenne est déduite par interpolation des moyennes adjacentes.			

Tableau 5.3: Facteur de reproductibilité—Année 1985.

Période (jour/mois)	Région I (11 longueurs)	Région II (14 longueurs)	Moyenne
4/1 au 17/4	$1,025 \pm 0,005$	$1,010 \pm 0,010$	$1,018 \pm 0,005$
18/4 au 29/4	—	—	$1,002 \pm 0,016$
30/4 au 2/7	$0,989 \pm 0,004$	$0,985 \pm 0,005$	$0,987 \pm 0,004$
3/7 au 7/7	—	—	$1,01 \pm 0,02$
8/7 au 7/8	$1,023 \pm 0,007$	$1,033 \pm 0,009$	$1,028 \pm 0,006$
Dans le cas des périodes s'étendant du 18/4 au 29/4 et du 3/7 au 7/7, la moyenne est déduite par interpolation des moyennes adjacentes.			

adjacentes. On fera toutefois remarquer que cette perte de précision est compensée par la simplicité de l'approche et se justifie du point de vue théorique puisqu'on ne peut affirmer que la reproductibilité varie d'une manière continue; il est tout à fait possible qu'elle change de façon discontinue, puisqu'on traite ici d'une caractéristique associée à l'observateur et d'origine psychologique. On obtient ainsi les facteurs de reproductibilité qui s'appliquent pour les différentes périodes des années 1984 et 1985, présentés aux tableaux 5.2 et 5.3 respectivement.

On peut noter que, pour les deux années 1984 et 1985, les différentes périodes se distinguent assez nettement les unes des autres. Il y a peu de doutes qu'il existe une différence systématique d'une période à une autre.

L'écart-type indiqué dans les tableaux 5.2 et 5.3 est celui du facteur de reproductibilité moyen. Celui qui affecte une mesure individuelle est évidemment plus grande: les données des deux années 1984 et 1985 s'accordent avec un écart-type relatif pour la reproductibilité d'une mesure individuelle de 1,3 %. Il s'agit là de la valeur moyenne de l'écart-type; les

Tableau 5.4: Reproductibilité à court terme—Années 1984 et 1985.

Dates	Moyenne et écart-type			
	Journées adjacentes		Période globale	
	Région I	Région II	Région I	Région II
5-6/07/84	0,996 ± 0,007	0,983 ± 0,014	0,988 ± 0,006	0,988 ± 0,006
3/10/84	1,028 ± 0,003	1,010 ± 0,014	1,027 ± 0,003	1,023 ± 0,015
9/10/84	0,993 ± 0,007	—	0,993 ± 0,003	1,000 ± 0,003
11-12/12/84	0,989 ± 0,011	0,995 ± 0,005	0,993 ± 0,003	1,000 ± 0,003
30/04/85	0,993 ± 0,004	0,985 ± 0,002	0,989 ± 0,004	0,985 ± 0,005
21/05/85	1,000 ± 0,004	—	0,989 ± 0,004	0,985 ± 0,005
La normalisation diffère pour les années 1984 et 1985.				

estimations pour chaque groupe de mesures, reposant sur un faible nombre de valeurs, fluctuent notablement autour de cette valeur moyenne.

Il peut être intéressant dans la même veine de s'assurer qu'il n'y a pas d'effet systématique à court terme, c'est-à-dire que des mesures prises dans un intervalle de temps inférieur à quelques jours présenteront une fluctuation réellement aléatoire et adéquatement décrite par l'incertitude associée au facteur de reproductibilité. Ceci peut être assez facilement accompli en comparant des mesures de densités de grains recueillies une même journée ou au cours de deux journées consécutives. On a réuni dans le tableau 5.4 les données recueillies sur la trace de référence une même journée ou deux jours consécutifs.

Ce tableau indique qu'à l'intérieur des incertitudes, il n'apparaît pas de différence entre les moyennes établies sur un intervalle de temps court ou de moyenne durée. On note en effet que, dans l'ensemble, les moyennes et les écarts-type sont comparables. Les écarts-type affichent des variations plus prononcées mais ceci peut être attribué au très faible échantillonnage statistique dont elles proviennent, soit, généralement, seulement deux mesures.

On en conclut qu'il ne semble pas y avoir d'effet systématique notable, en regard de la précision des mesures, pour des intervalles de temps courts, s'étendant de quelques heures à quelques jours. On peut tirer des conclusions similaires pour des intervalles de temps très courts, s'étendant d'une quinzaine de minutes à une heure, en comparant les valeurs des moyennes et écarts-type obtenus pour les régions I et II dans les tableaux 5.2 et 5.3. On note que les deux régions apparaissent effectivement provenir de la même population statistique puisque les paramètres de leurs distributions sont semblables. L'absence d'effet

systématique à court terme peut être considérée comme une justification supplémentaire pour le recours à une calibration de la reproductibilité variant de façon discontinue: on s'attendrait effectivement à la présence d'effets systématiques, quoique de moindre taille, pour des intervalles de temps courts, si la reproductibilité variait d'une manière continue au cours du temps.

Il en ressort que le facteur de reproductibilité semble varier d'une façon systématique sur une échelle de quelques jours à quelques mois; il appert qu'il n'y a pas de variations systématiques notables pour un intervalle de temps inférieur à cela. Ce qui indique, *a posteriori*, qu'il n'y a pas avantage à effectuer de mesures de calibration avec une fréquence plus élevée qu'une mesure par deux ou trois jours.

Cette méthodologie s'est révélée adéquate pour déterminer l'échelle des variations systématiques affectant la reproductibilité. Elle présente toutefois des désavantages:

1. Elle est extrêmement sensible à la présence d'une erreur dans l'exécution des mesures de calibration puisque seulement une trace est mesurée. En cas d'inconsistance entre les mesures des régions I et II, il n'existe pas de possibilités d'effectuer une calibration précise. Il faut alors assigner une forte incertitude à la mesure expérimentale. Si une telle situation ne s'est jusqu'à maintenant pas présentée, elle ne peut être exclue d'emblée.
2. Le choix d'une seule trace est riche de présuppositions théoriques implicites sur le déroulement des mesures: il est nécessairement supposé que la trace choisie pour fins de calibration est représentative à tous les égards des traces mesurées pour l'étude du phénomène physique. Si les hypothèses faites précédemment ne sont pas strictement exactes, il existe un risque important que les mesures soient entachées d'une erreur systématique. Une telle erreur ne peut être détectée que par des tests de consistance, ce qui n'est pas possible avec une calibration reposant sur une seule trace.

En conséquence, cette méthodologie expérimentale peut être insuffisante lorsqu'il s'agit de garder le contrôle d'une variable aussi nébuleuse que la reproductibilité des mesures; elle ne permet pas suffisamment de vérification de la cohérence intrinsèque des mesures.

5.2.3 La seconde approche

On peut pallier ces lacunes en recourant à plusieurs traces de référence. Il est alors possible de choisir celles-ci avec différents angles d'inclinaison, différentes positions dans

l'émulsion et même différentes densités de grains. La combinaison de ces traces permettra alors d'obtenir une calibration moyenne beaucoup moins susceptible de contenir des erreurs systématiques. Même si les hypothèses précédemment énoncées permettent de négliger l'effet de la densité de grains ou de la position dans l'émulsion, il n'en demeure pas moins qu'il y a fortement avantage à inclure dans la procédure de calibration des traces différentes afin d'obtenir une moyenne représentative. Surtout, le recours à quelques traces plutôt qu'une offre la possibilité de vérifier la cohérence générale de la méthodologie expérimentale.

De plus, puisque, d'après l'expérimentation avec la méthodologie précédente, il appert que les variations dans la reproductibilité se produisent à une échelle de quelques jours à quelques mois, il y a intérêt à étudier tout particulièrement cet intervalle, et à le restreindre en autant que possible. On a donc intérêt à effectuer des mesures de calibration aux 2 ou 3 jours, avec régularité. Afin d'éviter que les mesures de calibration n'exigent trop de temps, il serait avantageux de concentrer dans une période relativement courte l'ensemble des mesures, de calibration ou pour fins d'étude des effets électrodynamiques.

Cette seconde méthodologie expérimentale reposera donc sur les principes suivants:

1. Les mesures de densités de grains seront faites en groupe de façon à minimiser le temps de calibration requis. Ce qui devrait en même temps accroître la constance de la reproductibilité puisqu'on peut soupçonner que le facteur de reproductibilité est particulièrement susceptible de changer lorsqu'une longue interruption sépare deux séries consécutives de mesures.
2. Les mesures de calibration seront répétées régulièrement, aux 3 ou 4 jours. On devrait donc avoir un meilleur contrôle des variations dans la reproductibilité et surtout, moins de périodes (ou en tout cas, de plus courtes) où le facteur de reproductibilité est entaché d'une forte incertitude.
3. La calibration reposera sur trois traces. Parmi les avantages de recourir à trois traces, il y a tout d'abord qu'on réduit sérieusement les risques d'une calibration faussée par une erreur de procédure puisqu'il est peu probable qu'une même erreur ne se répète sur trois traces différentes: l'impact d'une telle erreur s'en trouverait fortement atténué et pourrait même être complètement éliminé si la mesure erronée se démarque suffisamment des deux autres, de sorte qu'on puisse l'exclure de l'analyse.

Tableau 5.5: Traces utilisées—Reproductibilité—Seconde approche.

	1068 2822-3	1068 3247-3	1191 1790-1
X'	-0,074	-0,141	-0,030
Y'	-0,018	0,002	-0,194
ID	μ^-	K^-	p
p(GeV/c)	23	1,051	1,381
plaque	54	148	162
position (μm)	113	78	490

4. Ces trois traces seront mesurées en autant que possible sur un intervalle de quelques heures. Le facteur de reproductibilité qui en sera déduit se trouvera donc à être évalué dans des conditions aussi semblables que possible à celles qui ont cours lors de l'évaluation de densités de grains.
5. Afin de maintenir une forme de continuité avec les mesures accumulées par la première procédure, on fera usage de la trace utilisée dans cette première approche. On aura ainsi un dénominateur commun entre les mesures effectuées par les deux méthodes.
6. Chacune des 3 traces sera mesurée sur 25 longueurs à partir de son origine, de l'événement où elle naît. Les valeurs ainsi recueillies seront regroupées en régions de 5 ou 10 longueurs (avec l'exception de la trace utilisée dans la première approche, où on reprendra la subdivision utilisée alors). On obtiendra ainsi plusieurs évaluations indépendantes et, selon toute probabilité, d'une précision raisonnable du facteur de reproductibilité. On estime que les corrélations entre les régions devraient être faibles (voir section 5.2.2). On devrait donc pouvoir en déduire un estimé de bonne précision du facteur de reproductibilité et de son écart-type pour chaque journée où ont été effectuées des mesures de calibration.

Cette seconde approche a été utilisée à partir de 1986. Les caractéristiques des trois traces qui ont été sélectionnées sont présentées au tableau 5.5.

Avec cette approche, les mesures sont effectuées de façon beaucoup plus intensive, en périodes nettement distinctes. L'ensemble des mesures se répartit sur 6 périodes:

Période 1 12/03/1986 au 17/04/1986

Période 2 24/05/1986 au 26/06/1986

Période 3 1/10/1987 au 8/10/1987

Période 4 15/12/1987 au 18/12/1987

Période 5 22/03/1988 au 23/03/1988

Période 6 22/04/1988 au 6/05/1988

La reproductibilité sera étudiée indépendamment pour chaque période, mais en faisant appel à la même méthodologie.

Pour chaque période, on établit d'abord la moyenne dans chacune des 8 régions: 3 régions, comprenant respectivement 10, 10 et 5 longueurs de 100 μm , sont associées aux traces 1068 3247-3 et 1191 1790-1 tandis que 2 régions, respectivement de 11 et 14 longueurs, proviennent de la trace 1068 2822-3. À partir de ces moyennes, on normalise les valeurs de densités de grains. On déduit ensuite le facteur de reproductibilité moyen et son écart-type pour chaque journée à partir des régions évaluées cette journée-là. On peut trouver ces facteurs moyens à l'appendice B (tableaux B.3 à B.8).

Comme la valeur moyenne de chaque région, utilisée pour normaliser les valeurs, diffère d'une période à l'autre, il s'avère nécessaire d'introduire un second facteur afin de décrire la reproductibilité d'une période à une autre. On appellera ce facteur *facteur interpériodique*. On peut contraster les deux facteurs en disant que le facteur de reproductibilité décrit les fluctuations à moyen terme tandis que le facteur interpériodique décrit plutôt celles à long terme.

Dès lors, pour chaque période, on détermine une série de plateaux qui représentent adéquatement les données. On évalue l'accord des données avec le plateau qui les représente par un test du rapport de vraisemblance (voir section 3.4.5, éq. 3.65). On considère l'accord comme satisfaisant lorsqu'on obtient un niveau de confiance supérieur ou égal à 1 %. L'hypothèse nulle est ici que le plateau représente adéquatement les données et on estime que les conséquences de maintenir cette hypothèse alors qu'elle est fausse ne sont pas drastiques, d'où le choix d'un niveau de confiance relativement bas (voir la section 3.4 pour une discussion plus approfondie de ce sujet): le modèle n'a qu'une fonction interpolatoire et la conséquence la plus dramatique du mauvais choix d'un plateau est d'introduire une légère erreur systématique dans le facteur de reproductibilité lui correspondant ou de sous-estimer légèrement l'incertitude de ce facteur. En conséquence, on peut légitimement choisir un niveau de confiance aussi faible que 1 %.

Tableau 5.6: Facteur de reproductibilité: période 1.

Période	Facteur de reproductibilité	χ^2	ν	$P(\chi^2)$
4 au 6 mars	$1,004 \pm 0,004$	0,03	1	85 %
7 au 11 mars	$1,028 \pm 0,024$	—	—	—
12 mars	$1,051 \pm 0,006$	—	0	—
13 au 15 mars	$1,026 \pm 0,025$	—	—	—
16 mars au 8 avril	$1,001 \pm 0,003$	11,5	4	2 %
9 au 12 avril	$0,986 \pm 0,015$	—	—	—
13 au 17 avril	$0,970 \pm 0,004$	0,06	1	80 %

Tableau 5.7: Facteur de reproductibilité: période 2.

Période	Facteur de reproductibilité	χ^2	ν	$P(\chi^2)$
24 mai	$1,025 \pm 0,005$	—	0	—
25 mai	$1,012 \pm 0,014$	—	—	—
26 mai au 26 juin	$0,998 \pm 0,002$	17,9	11	7 %

La valeur du facteur de reproductibilité correspondant à un plateau donné est déterminée par moyenne simple des facteurs de reproductibilité de chaque journée appartenant à ce plateau. L'incertitude en est $s/\sqrt{n}$, où s est l'écart-type des mesures utilisées et n le nombre de celles-ci (voir section 3.3.3). Naturellement, des mesures apparemment aberrantes seront exclues de ces évaluations.

Comme dans le cas de la première approche, le choix d'une série de plateaux mène à des régions où la précision est faible: les régions ne comprenant pas de données de calibration et se trouvant coincées entre deux plateaux distincts. Dans ces cas, la valeur du plateau choisie pour cet intervalle est la moyenne des valeurs des 2 plateaux adjacents; l'incertitude correspond à l'écart-type de la moyenne de ces 2 valeurs et est donc comparativement grande.

Les données réduites de ces 6 périodes sont présentées sous forme graphique dans les figures 5.5 à 5.8. Les données des périodes 4 et 5 étant peu nombreuses, il n'a pas été jugé utile de les porter en graphique; elles apparaissent toutefois dans les tableaux 5.9 et 5.11. Les données primaires ainsi que les données réduites à l'origine de ces tableaux et graphiques sont reproduites à l'appendice B. La valeur des différents plateaux apparaît dans les tableaux 5.6, 5.7, 5.8, 5.10, 5.12 et 5.13.

Ces graphiques et ces tableaux méritent quelques remarques:

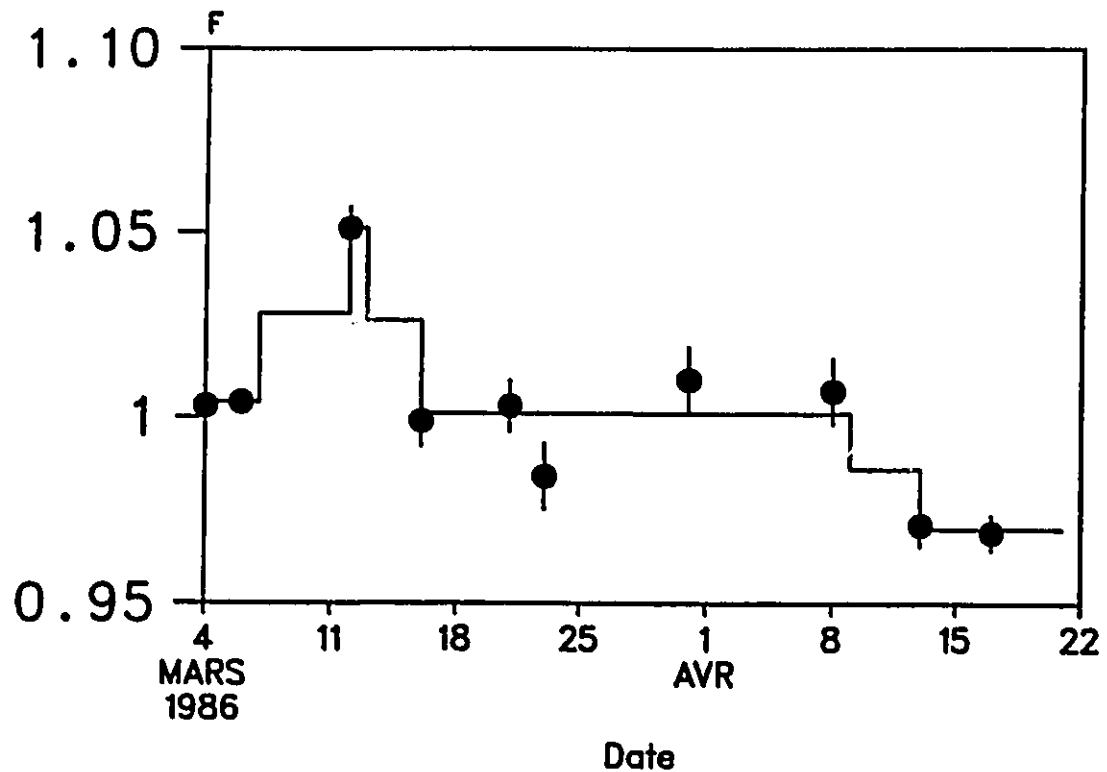


Figure 5.5: Reproductibilité—Seconde approche: période 1.

Tableau 5.8: Facteur de reproductibilité: période 3.

Période	Facteur de reproductibilité	χ^2	ν	$P(\chi^2)$
1 au 8 octobre	$1,001 \pm 0,003$	3,84	4	50 %

Tableau 5.9: Données sur la reproductibilité: période 4.

Date	Valeur normalisée des densités de grains
15 décembre	$1,005 \pm 0,003$
16 décembre	$0,997 \pm 0,002$
18 décembre	$0,996 \pm 0,004$

Tableau 5.10: Facteur de reproductibilité: période 4.

Période	Facteur de reproductibilité	χ^2	ν	$P(\chi^2)$
15 au 18 décembre	$0,999 \pm 0,002$	5,44	2	7 %

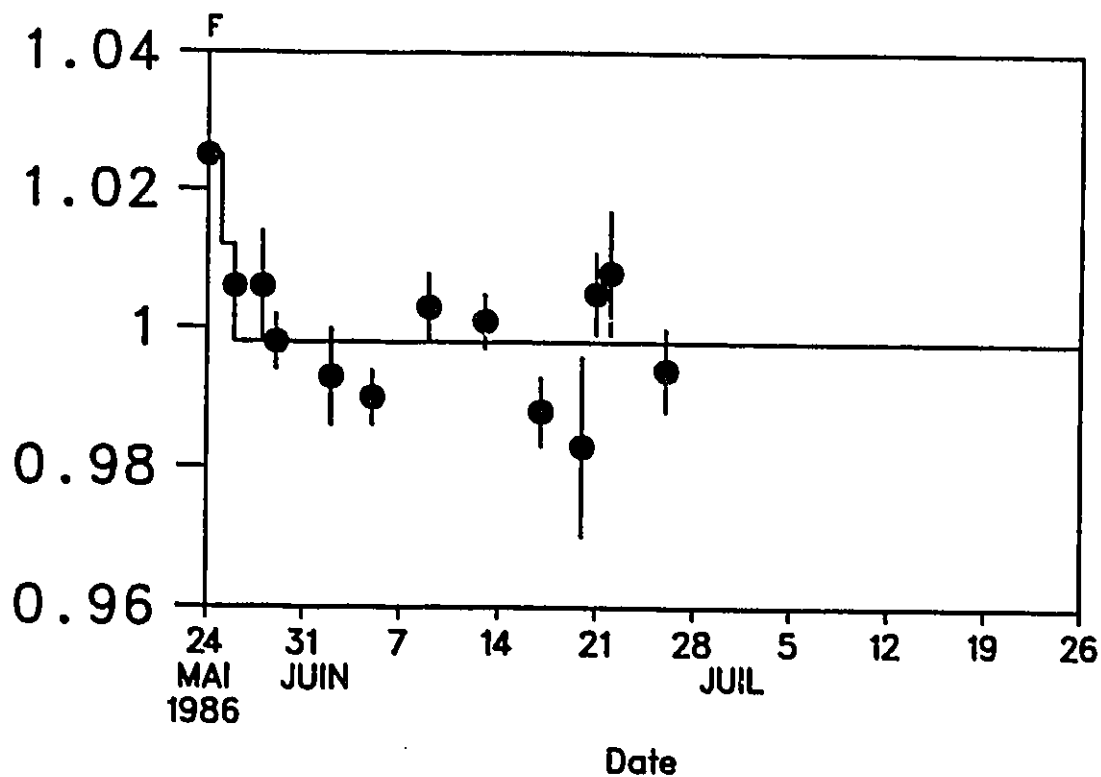


Figure 5.6: Reproductibilité—Seconde approche: période 2.

Tableau 5.11: Période 5: Données de reproductibilité.

Date	Valeur normalisée des densités de grains
22 décembre	0,990 ± 0,003
23 décembre	1,010 ± 0,003

Tableau 5.12: Facteur de reproductibilité: période 5.

Période	Facteur de reproductibilité	χ^2	ν	$P(\chi^2)$
22 au 23 mars	1,000 ± 0,010	-	-	-
Les deux facteurs de reproductibilité des 22 et 23 mars sont tout à fait incompatibles l'un avec l'autre, menant à un χ^2 de l'ordre de 20 (pour 1 degré de liberté) et, donc, à un niveau de confiance très voisin de 0. L'écart-type a donc été calculé explicitement à partir des deux facteurs.				

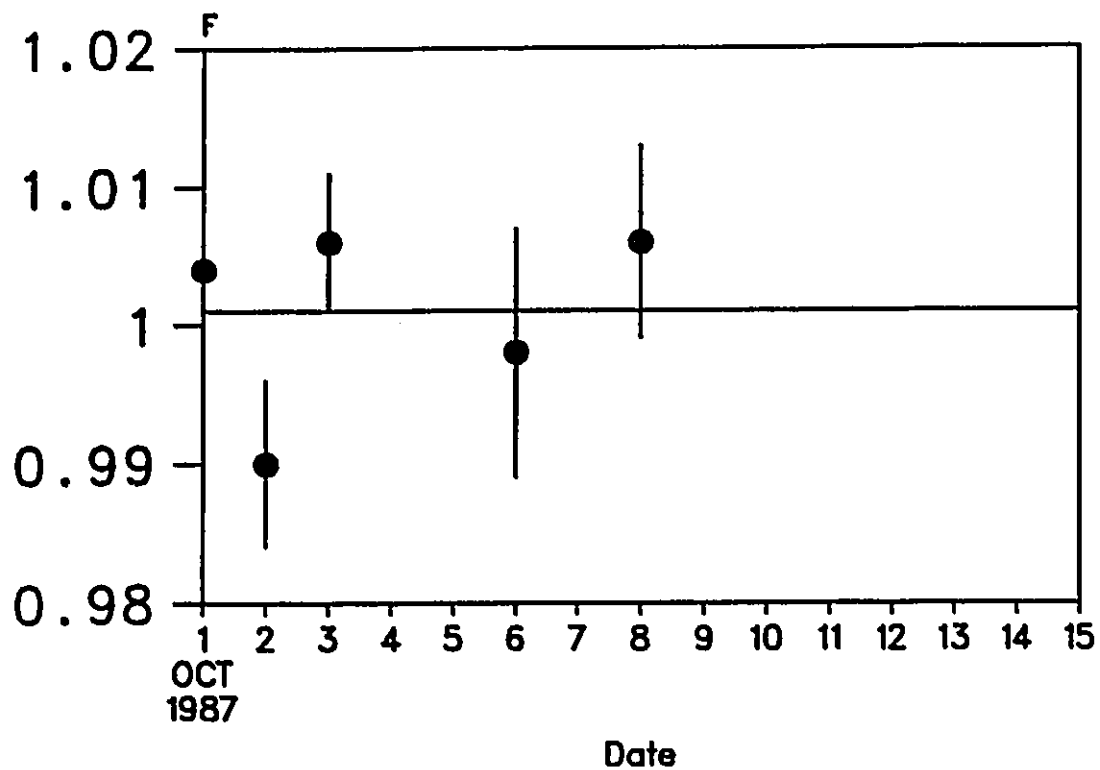


Figure 5.7: Reproductibilité—Seconde approche: période 3.

Tableau 5.13: Facteur de reproductibilité: période 6.

Période	Facteur de reproductibilité	χ^2	ν	$P(\chi^2)$
22 au 26 avril	$1,010 \pm 0,004$	1,14	1	30 %
27 au 29 avril	$1,003 \pm 0,007$	—	—	—
30 avril au 6 mai	$0,996 \pm 0,003$	3,18	3	40 %

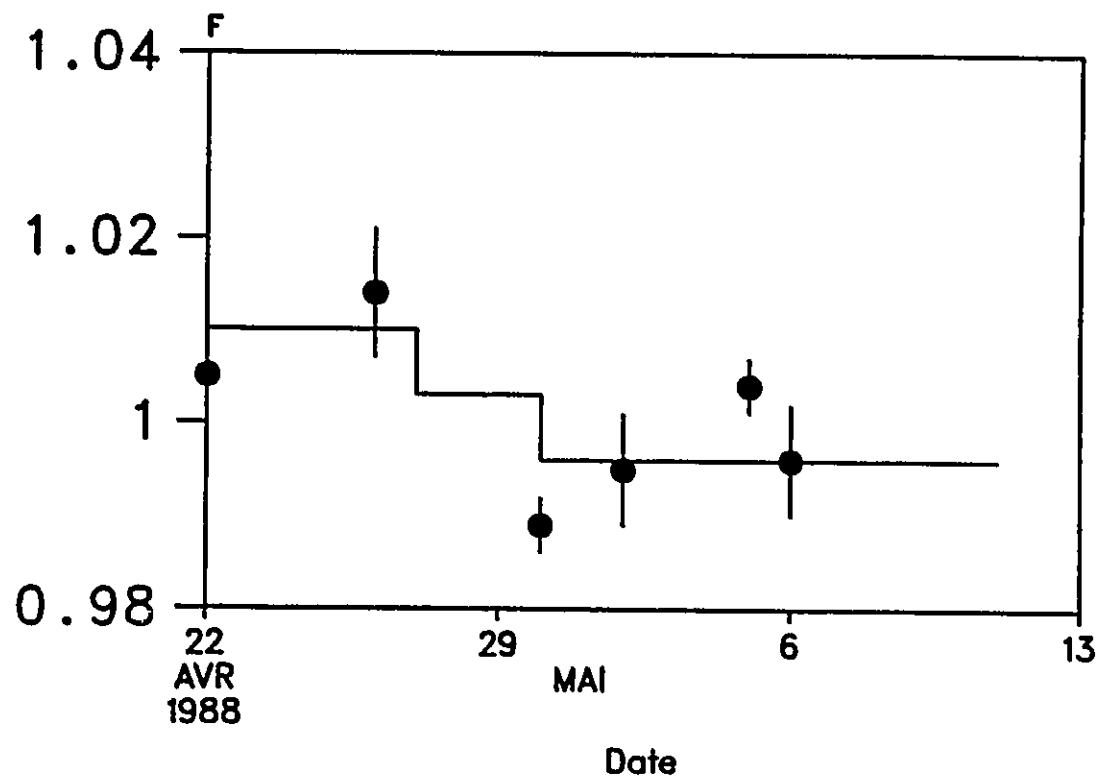


Figure 5.8: Reproductibilité—Seconde approche: période 6.

1. On note d'abord que le facteur de reproductibilité moyen peut, à l'intérieur même d'une période, varier sensiblement. La variation semble toujours demeurer inférieure à 10 % mais apparaît également varier de façon assez soudaine. Un tel comportement peut être difficile à reproduire par une courbe de calibration continue, par exemple une représentation polynômiale, et le choix d'une série de plateaux discontinus s'en trouve *a posteriori* justifié.
2. On peut aussi constater que l'étendue d'un plateau, l'intervalle de temps qu'il couvre, est très variable. Certains plateaux sont aussi courts qu'une seule journée tandis que d'autres couvrent des périodes avoisinant un mois.
3. On note également que, si les plateaux reflètent assez bien la moyenne des facteurs de reproductibilité de la période correspondante, ils ne représentent toutefois pas nécessairement pour autant un bon modèle de la reproductibilité. On remarque en effet que les plateaux comprenant plus de 3 points ne dépassent pas un niveau de confiance de 50 %. Cela n'invalide pas la procédure puisqu'on avait précédemment indiqué qu'un niveau de confiance supérieur à 1 % suffisait mais cela indique que le modèle ne doit pas être poussé trop loin.
4. Il appert que les plateaux construits à partir de seulement 2 ou 3 points sont plus satisfaisants: ils s'étendent uniformément sur l'ensemble de l'intervalle, de 7 à 87 % (avec un cas inférieur à 1 %, les données de la période 5).

Les deux derniers points soulignés méritent d'être discutés plus avant. On pourrait d'abord penser qu'il est en définitive peu étonnant que les plateaux comprenant seulement 2 ou 3 points s'accordent mieux avec les données qu'ils représentent que ceux en comprenant davantage. Effectivement, comme la reproductibilité ne varie tout de même que de 10 %, il n'est pas étonnant que 2 ou 3 points adjacents s'accordent, même par coïncidence, plus fréquemment avec une moyenne commune que 5 points ou davantage. Un nombre peu élevé de points ne constitue jamais une forte contrainte sur le modèle les représentant.

On peut toutefois proposer une autre explication: un plateau dans la reproductibilité ne durerait que quelques jours, environ 4. Dans ces conditions, il n'y aurait rien de surprenant à ce qu'un plateau comprenant 2 ou 3 points, s'étendant donc sur 4 ou 5 jours, représente bien les données alors qu'un plateau comprenant davantage de points présente un moins bon accord. On se rappellera en effet que les incertitudes des points sont établis

à partir des mesures d'une seule journée et reflètent donc l'incertitude que présente la reproductibilité sur une période de quelques heures. Rien ne permet d'affirmer que cette incertitude demeure constante sur une période de plusieurs jours. On remarque d'ailleurs à ce sujet que les plateaux présentant les plus mauvais accords (ceux s'étendant du 16 mars au 8 avril et du 26 mai au 26 juin 1986) correspondent précisément aux périodes les plus longues. On peut donc avancer que les critères (implicites) utilisés par l'observateur pour évaluer la densité de grains d'une trace se maintiennent pour environ 4 jours, puisque à l'intérieur d'un tel intervalle, on trouve que la dispersion des points autour de leur moyenne correspond bien à ce qu'on peut attendre du point de vue statistique. Passé ce délai, il tend à se produire des changements (très probablement inconscients) dans ces critères, détériorant la cohérence des mesures. (La perte de cohérence peut toutefois survenir plus rapidement, comme le révèle le cas de la période 5 en particulier, et, plus généralement, l'existence de différentes périodes adjacentes.) Comme le modèle proposé pour la reproductibilité n'a qu'une fonction interpolatoire, on se satisfera des plateaux présentant un niveau de confiance supérieur à 1% mais il doit être clair qu'un modèle véritablement explicatif du phénomène requerrait du travail supplémentaire.

Dans cette perspective, on peut associer à une mesure individuelle un écart-type relié à la reproductibilité de 1,4 %. Cette valeur est compatible avec les mesures des 6 périodes, à l'exception des mesures de la période 5, qui représentent un cas spécial.

Il reste maintenant à relier les différentes périodes les unes aux autres, ainsi qu'aux mesures de 1983, 1984 et 1985. Ce lien sera accompli par ce que nous avons précédemment dénommé facteur interpériodique, essentiellement un facteur lié aux échelles de temps élevés.

Ce facteur a été évalué en effectuant une moyenne pondérée (voir section 3.3.4, éq. 3.35 et 3.36) des moyennes de chaque période. On a recours à une moyenne pondérée plutôt qu'à une moyenne simple parce que les périodes comprennent un nombre notablement différent de mesures de calibration, de sorte que leur précision est probablement différente de l'une à l'autre. On a toutefois supposé que l'incertitude individuelle était la même dans chaque période. Il en résulte que le terme $1/\sigma_i^2$ peut s'écrire n_i/σ^2 où n_i représente le nombre de mesures que contient la période i . Comme l'écart-type apparaît à la fois au numérateur et au dénominateur, il se simplifie et il n'est pas nécessaire de l'évaluer (mais il demeure que le calcul suppose que toutes les périodes comptent la même erreur individuelle de reproductibilité): il ne subsiste qu'une moyenne pondérée dont le facteur

Tableau 5.14: Valeurs du facteur interpériodique

Période	1068 2822	1068 3247	1191 1790	Moyenne	χ^2/ν
1	$1,004 \pm 0,003$	$1,016 \pm 0,005$	$1,021 \pm 0,010$	$1,014 \pm 0,003$	4,25/2
2	$0,984 \pm 0,002$	$0,973 \pm 0,003$	$0,975 \pm 0,007$	$0,977 \pm 0,003$	1,92/2
3	$0,993 \pm 0,000$	$1,004 \pm 0,004$	$0,988 \pm 0,002$	$0,995 \pm 0,003$	3,72/2
4	$1,001 \pm 0,001$	$1,015 \pm 0,004$	$1,010 \pm 0,012$	$1,009 \pm 0,003$	2,81/2
5	$0,982 \pm 0,004$	$0,989 \pm 0,014$	$1,005 \pm 0,007$	$0,992 \pm 0,003$	7,72/2
6	$1,034 \pm 0,009$	$1,023 \pm 0,009$	$1,023 \pm 0,012$	$1,027 \pm 0,003$	2,25/2

de pondération est le nombre de mesures d'une période. Cette moyenne a été établie pour chaque région de chaque trace. On a ensuite normalisé les valeurs en les divisant par la moyenne de leur région. Ces valeurs normalisées, qui apparaissent au tableau B.9, permettent d'estimer, pour chaque trace et pour chaque période, le facteur interpériodique ainsi que son incertitude; ce qui est présenté au tableau 5.14.

On a également ajouté sur ce tableau la moyenne (simple) des facteurs interpériodiques pour chaque période et le χ^2 (ainsi que le nombre de degrés de liberté associé) lui correspondant. Ces χ^2 correspondent à des probabilités s'étendant de 3 % (pour la valeur de χ^2 la plus élevée) à 40 % (pour la plus faible). Le test du rapport de vraisemblance a été calculé en utilisant un écart-type moyen de 0,006 pour l'ensemble des périodes. On estime en effet que les écarts-type individuels, établis à partir de seulement 2 ou 3 valeurs, sont beaucoup trop imprécis pour qu'on les utilise spécifiquement. Même l'écart-type moyen, calculé à partir de 18 valeurs, comporte une erreur de 17 % (voir section 3.3.3, éq. 3.31). C'est aussi la raison pour laquelle on a utilisé une moyenne simple plutôt qu'une moyenne pondérée. On obtient alors pour le χ^2 global, qui est la somme des χ^2 individuels (voir section 3.2.4), 22,7 pour 12 degrés de liberté, soit une probabilité d'environ 3 %. Cela peut paraître faible, même si cela surpasse le critère de 1 %, mais, d'une part, on notera qu'une probabilité notablement plus élevée (15 %) peut être obtenue avec un très léger accroissement de l'écart-type moyen, en portant sa valeur à 0,007 (ce qui est compatible avec l'incertitude de l'estimé d'écart-type) et, d'autre part, une bonne partie du manque d'accord provient de la période 5, qui ne contient que peu de données et qui avait déjà généré quelques problèmes. Pour cette raison, on ne s'inquiètera pas davantage de ce χ^2 et on utilisera les valeurs moyennes (avec leurs estimés d'incertitude) comme valeurs du facteur interpériodique.

Tableau 5.15: Facteurs interpériodiques associés aux années 1984 et 1985.

Période	I	II	Moyenne
1984	1,000	1,012	$1,006 \pm 0,006$
1985	0,979	0,983	$0,981 \pm 0,002$
Ecart-type moyen: 0,004			

Il reste maintenant à faire le lien entre les deux approches poursuivies. Ce problème se réduit à associer un facteur interpériodique aux années 1984 et 1985. Ce qu'on peut faire par l'entremise des données de la trace 1068 2822-3: on divisera, pour les régions I et II, les valeurs moyennes déduites pour les années 1984 et 1985 par les valeurs moyennes trouvées pour ces régions par la seconde approche (voir les tableaux B.1, B.2 et B.9 pour toutes ces valeurs). On obtient alors les valeurs présentées au tableau 5.15.

À l'aide de ces deux facteurs, le facteur interpériodique et le facteur de reproductibilité, il devrait être possible d'extraire des densités de grains l'effet systématique de la reproductibilité, en divisant la densité de grains obtenue par les deux facteurs associés à la période des mesures. L'effet aléatoire ne peut, lui, être réduit qu'en recommençant les mesures à plusieurs reprises. On note que l'incertitude sur le facteur interpériodique est notablement plus faible que celle du facteur interpériodique (dans les deux cas, relativement à une seule mesure). Conséquemment, il est suffisant de ne prendre en considération que l'incertitude de reproductibilité associée à une seule mesure.

5.3 L'effet de profondeur

Le second effet qu'il importe d'étudier est l'effet de profondeur. Ses causes ont déjà été discutées précédemment (voir 5.1.1). Il s'agit dès lors de déterminer comment la densité de grains varie (dans l'hypothèse où ce soit le cas) avec la position dans l'émulsion. Cependant, il faut tenir compte de ce que, dans les émulsions horizontales du projet E-531, il n'y a tout de même en moyenne qu'un événement par plaque résultant d'une interaction de neutrino. Déterminer le profil de l'effet de profondeur dans une seule plaque ne suffit donc pas, puisque les données qui pourraient être recueillies dans une seule plaque formeraient un échantillon statistique plutôt faible. Il est en conséquence nécessaire d'établir une calibration de cet effet qui s'applique à toutes les plaques. Une telle calibration comportera vraisemblablement une incertitude plus grande que si chaque plaque était calibrée

individuellement mais cette seconde approche serait démesurément fastidieuse.

Il n'est pas déraisonnable de supposer que toutes les plaques puissent être décrites par le même effet de profondeur. En effet, les plaques du module utilisé dans cette étude, le module H-3, ont été exposées simultanément, dans les mêmes conditions, et ont été développées ensemble, dans le même bain, de sorte qu'en dehors des inéluctables variations de température ou de concentration de solution qui peuvent tout de même survenir dans un réservoir, les conditions du développement ont été identiques pour chaque plaque. Il est malgré tout à prévoir que des différences existent d'une plaque à l'autre mais celles-ci ne devraient pas mener à une calibration trop imprécise.

5.3.1 La méthode d'évaluation

Contrairement à ce qui était le cas dans le cadre de l'étude de la reproductibilité, le choix des traces pour l'étude de l'effet de profondeur n'est pas du tout arbitraire. Il est en effet impératif que ces traces soient équivalentes. Il est donc approprié, dans cette étude, de se limiter à un seul type de particule chargée et de choisir les traces de telle sorte que les particules qui les produisent aient des énergies très semblables. Il serait ainsi avantageux de se restreindre aux traces produites par des particules se situant sur le plateau de Fermi (voir section 2.2.1). Dans ce cas, des différences dans les énergies entre particules seraient sans conséquences. Enfin, on ne doit pas perdre de vue la possible influence de la régression de l'image latente: si on utilise dans l'étude des traces formées à différents moments, la régression pourra être différente sur celles-ci et la densité de grains différera donc d'une trace à l'autre.

En regard de ces considérations, l'étude de l'effet de profondeur sera donc effectuée à l'aide de traces provenant de muons identifiés comme tels par le spectromètre, soit, dans la terminologie adoptée précédemment (voir section 4.1.4), des traces MUFB. Les muons présentent un double avantage:

- Ils sont produits fréquemment dans les interactions de neutrinos, en fait, dans toutes les interactions en courant chargé (impliquant un W^+ ou un W^-) de neutrinos muoniques.
- Le spectromètre du projet E-531 les identifie avec fiabilité sur un large domaine de quantités de mouvement.

Les pions et possiblement les protons sont produits plus abondamment que les muons dans ces interactions mais le spectromètre n'est pas en mesure de les identifier sans équivoque, sauf aux basses énergies, où la méthode du temps de vol permet de les identifier (voir section 4.1.4). De plus, afin de s'assurer que ces traces soient comparables, on se restreindra à des muons dont les quantités de mouvement sont comprises entre 11 et 44 GeV/c, correspondant à des facteurs de Lorentz allant de 100 à 400. Dans cette région, les pertes d'énergie des muons devraient se situer sur le plateau de Fermi ou tout près.

Si la régression est importante et domine l'incertitude statistique, un effet systématique notable se manifesterait d'une trace à une autre. Si elle est plus faible, son effet sera d'étaler les densités de grains au delà de ce que laisseraient prévoir les incertitudes. Dans ce dernier cas, les tests effectués dans l'hypothèse qu'une unique courbe de calibration s'applique à tous les événements de toutes les plaques devraient être peu satisfaisants. En ce sens, il est avantageux de recourir à plusieurs traces, afin d'avoir une courbe de calibration représentative de la moyenne des traces. Dans le cas de l'utilisation d'une seule trace, une erreur systématique attribuable à cette cause ne pourrait être décelée.

À prime abord, on pourrait proposer comme méthodologie d'étude de sélectionner, dans différentes plaques, des traces très planes, se situant à différentes positions dans l'émulsion, et d'évaluer leur densité de grains [414,424]. Cette méthode présente toutefois le désavantage que les mesures à chaque position sont découplées les unes des autres et on ne peut donc pas aisément s'assurer de leur cohérence. D'autre part, la nécessité de recourir à des traces très planes limite sérieusement le groupe de traces qui peuvent être utilisées pour l'étude, groupe déjà notablement restreint par la décision de n'utiliser que des muons de 11 à 44 GeV/c.

En conséquence, la méthodologie qui a été adoptée consistait à choisir des traces dans différentes plaques sans se soucier de leur pente pourvu qu'elle soit inférieure à 0,250 (voir section 5.1.2) et pourvu que ces traces correspondent à des muons avec une quantité de mouvement dans l'intervalle indiqué plus haut. La densité de grains de ces traces était évaluée à chaque longueur de 100 μm (projetée dans le plan optique). Puis, pour une trace donnée, on regroupait toutes les mesures se situant dans un intervalle de positions données, ce qui produisait une mesure de densité de grains moyenne pour cet intervalle.

Des intervalles couvrant 50 μm suivant l'axe optique ont été choisis, débutant à la surface-verre. Comme l'émulsion a une épaisseur de 628 μm , ceci donne 13 intervalles. Les 11 premiers intervalles, s'étendant de la surface-verre à 550 μm de celle-ci (soit jusqu'à 78

μm sous la surface-air), ont été choisis identiquement pour toutes les traces. Les 2 derniers intervalles ne présentent en revanche pas la même homogénéité d'une trace à l'autre. En effet, deux subdivisions ont eu cours: soit un intervalle allant de 550 à 600 μm et un autre de 600 à 628 μm ou un intervalle s'étendant de 550 à 578 μm et un second allant de 578 à 628 μm . Dans un cas, on a même inclus toute la région, les 78 μm , dans un seul intervalle.

La raison de ce manque de fixité vient de ce qu'il est généralement recommandé, dans l'utilisation des émulsions nucléaires, de ne pas tenir compte des densités de grains des segments d'une trace situés à moins de 50 μm de la surface-air ou de la surface-verre. Conformément à cette recommandation, aucune mesure n'a été recueillie dans l'intervalle s'étendant de la surface-verre de l'émulsion jusqu'à 50 μm de celle-ci; les segments de traces situés dans cette région apparaissaient de toute manière plutôt flous, ce qui est peu surprenant (voir 5.1.1). On a cependant recueilli des mesures, lorsque c'était possible, jusqu'à la surface-air, afin d'examiner l'allure de la densité de grains juste avant cette surface. Le recours à différentes subdivisions offre alors une indication plus détaillée de la variation de la densité de grains dans cette région, dans la mesure où les données des autres régions se révèlent comparables.

Ici encore, deux approches ont été utilisées. Dans la première, des mesures de densités de grains ont été effectuées sur un groupe de 7 traces, provenant de diverses plaques non-adjacentes, en tâchant pour chacune de ces traces de parcourir toute l'épaisseur de la plaque où se situait son origine. Dans la seconde, les mesures de densités de grains étaient faites sur une seule trace mais à travers plusieurs plaques consécutives. Cette seconde approche a été répétée sur plusieurs traces différentes.

En principe, la première approche fournit un échantillonnage peut-être plus représentatif de l'ensemble de l'émulsion tandis que la seconde mène à un ensemble de données mieux délimité, puisque toutes les mesures sont prises sur la même particule, mais plus locales, puisqu'elles proviennent de plaques adjacentes; encore faut-il garder à l'esprit que le fait pour deux plaques d'être adjacentes dans le module au moment de l'exposition n'implique absolument pas qu'elles le seront aussi dans la cuve de développement, d'où serait le plus susceptible de provenir une éventuelle différence entre plaques. Le recours aux deux méthodes devrait offrir une belle occasion de vérifier la cohérence interne de la démarche.

Tableau 5.16: Trace utilisées—Effet de profondeur—Première approche.

Trace	Plaque	X'	Y'	p (GeV/c)
1264 5032-1	136	-0,029	-0,117	26 ± 5
1317 3776-1	10	0,030	0,010	33 ± 7
1217 2228-1	18	0,022	-0,038	$16,4 \pm 0,8$
1173 5131-4	85	0,024	-0,005	26 ± 3
1068 2822-3	54	-0,073	-0,019	23 ± 7
1317 1230-5	130	0,086	0,153	$14,7 \pm 0,6$
1189 4841-4	138	0,067	0,008	36 ± 5

5.3.2 La première approche

La première approche a été utilisée sur un groupe de 7 traces, dont les caractéristiques sont données au tableau 5.16. Il s'agit dans tous les cas de muons négatifs, ce qui n'a pas lieu de surprendre puisque le faisceau se composait principalement de neutrinos muoniques (voir section 4.1.3). Les traces affichent de plus faibles pentes suivant X (X') que la moyenne; ce qui provient de ce que les particules énergiques tendent à reposer suivant l'axe du faisceau de neutrinos, soit orthogonalement aux coordonnées X et Y (voir figure 5.1). Ce qui ne devrait toutefois pas engendrer d'effet systématique. Le tableau 5.16 pourrait porter à croire que les mesures proviennent de façon prédominante des plaques 130 à 138. En réalité, les traces de ces 3 plaques fournissent chacune comparativement moins de mesures que les autres. Chaque région du module contribue donc assez uniformément au lot.

Les évaluations sur ce groupe de 7 traces ont été refaites à 5 occasions, d'abord à la fin août 1983, puis ensuite à 4 reprises durant l'année 1986: du 4 au 7 mars, du 15 au 17 avril, du 27 au 29 mai et du 22 au 23 juin. Les tableaux B.10 à B.16 résument ces mesures (après normalisation par les facteurs interperiodique et de reproductibilité).

En général, un intervalle reçoit des contributions de 3 traces, le minimum provenant de l'intervalle s'étendant de 550 à 578 μm qui n'en reçoit que de 2 tandis que l'intervalle s'étendant de 150 à 200 μm en reçoit le nombre le plus élevé: 6.

La cohérence des mesures de reproductibilité

À l'exception de la série de mesures de 1983, effectuée avant que ne soit adoptée une procédure régulière d'évaluation de la reproductibilité, et de la première série de mesures de 1986 (du 4 au 7 mars), qui chevauche deux périodes différentes de reproductibilité (voir

Tableau 5.17: Vérification de la reproductibilité

Trace	Période				Moyenne pondérée	χ^2/ν
	4 au 7†	15 au 17	27 au 29	22 au 23		
1264 5032	1927	1891	1874	1922	1904	2,32/3
1317 3776	1044	1062	1055	1050	1056	0,39/3
1217 2228	5710	5530	5574	5628	5612	2,84/3
1173 5131	4486	4497	4459	4480	4481	0,17/3
1317 1230	468	452	440	445	456	11,07/3
1068 2822	1623	1640	1639	1663	1640	1,28/3
1189 4841	602	607	616	607	608	1,23/3
†Il s'agit là en réalité de deux périodes relativement à la reproductibilité						

tableau 5.6), toutes les séries tombent dans une période précise de reproductibilité. En fait, les deux dernières séries tombent dans la même période. Il est donc possible, à partir de ces mesures, d'effectuer une vérification de la cohérence intrinsèque des mesures de reproductibilité.

La méthode qui se présente immédiatement à l'esprit est d'effectuer un test du χ^2 avec les données de chaque trace pour chaque intervalle. Cette méthode n'est toutefois pas satisfaisante à cause de l'existence de corrélations entre les intervalles d'une même trace, qui font en sorte qu'un décalage dans un intervalle tend à se maintenir dans les suivants. Cela entraîne que les intervalles des traces ne sont pas indépendants (voir section 5.2.2).

Une approche méthodologiquement plus satisfaisante consiste à prendre le total de chaque trace, après division par les facteurs interpériodique et de reproductibilité. Ces quantités peuvent être déduites des tableaux B.10 à B.16 et apparaissent dans la tableau 5.17, de même que la moyenne pondérée correspondante et le χ^2 (et son nombre de degrés de liberté) déduit par le test du rapport de vraisemblance (voir section 3.4.5, éq. 3.65). À la fois dans le calcul de la moyenne pondérée et dans celui du χ^2 , l'incertitude utilisée est donnée par l'incertitude relative (et globale) de la région multipliée par le nombre de grains du segment, soit en pratique autour de 1,4 % fois ce nombre de grains. Les données de l'été 1983 n'ont pas été incluses puisque cette période ne comporte pas de facteur de reproductibilité.

Le tableau 5.17 permet de constater que les données sont tout à fait compatibles avec le modèle statistique proposé pour les décrire, soit avec les facteurs interpériodique et de reproductibilité ainsi que l'incertitude qui est associée à la reproductibilité. Les χ^2

correspondent à des probabilités allant de 1 % à 95 %. Qui plus est, on trouve, en faisant usage de l'additivité des χ^2 (voir section 3.2.4), une valeur globale de χ^2 égale à 19,30 pour 21 degrés de liberté, soit une probabilité d'environ 58 %. On notera que si on ne tenait pas compte du problème des corrélations et qu'on prenait les intervalles de chaque trace comme des mesures indépendantes, on en déduirait alors une valeur de χ^2 de 244 pour 111 degrés de liberté (chaque intervalle apportant 3 degrés de liberté), ce qui, étant donné la très faible probabilité d'une telle valeur (moins de 0,1 %), nous forcerait à rejeter l'hypothèse que le modèle de reproductibilité est adéquat.

Puisque le modèle de reproductibilité convient, il y a tout avantage à utiliser les valeurs moyennes de densités de grains, pour chaque trace et pour chaque intervalle, car l'incertitude de reproductibilité s'en trouvera ainsi réduite par un facteur 2.

La compatibilité des mesures de différentes plaques

Il appert que les données recueillies pour l'étude de l'effet de profondeur affichent un comportement satisfaisant en ce qui a trait à la reproductibilité. On doit toutefois effectuer une seconde vérification avant de traiter l'effet de profondeur proprement dit: il s'agit de s'assurer que les données qui proviennent de différentes plaques sont compatibles, dans chaque intervalle de profondeur, avant de les regrouper.

La procédure de vérification est la même que celle utilisée pour la reproductibilité: on calcule la moyenne pondérée des valeurs de densités de grains des différentes traces, pour chaque intervalle, et on établit le χ^2 . On notera qu'ici, chaque intervalle fournit une valeur de χ^2 car il est légitime de considérer chaque trace comme indépendante des autres. Dans ce cas-ci, l'incertitude à utiliser est l'incertitude statistique sur le nombre de grains d'un segment donné, $\sqrt{N}$, dont on a discuté à la section 5.1.4. Strictement, on devrait combiner à cette incertitude celle de reproductibilité mais cette dernière, déjà faible comparativement à l'incertitude statistique pour peu que le nombre de grains ne soit pas très élevé (inférieur à 2000), devient proprement négligeable dans la mesure où la moyenne de 4 séries de mesures réduit encore cette incertitude par un facteur 2.

Les tableaux B.10 à B.16 comportent les moyennes des 4 séries de comptages pour chaque intervalle de chaque trace. De ces informations, on peut calculer la densité de grains. On obtient alors les données affichées au tableau 5.18. L'étude de cet tableau ne révèle pas d'effet systématique frappant d'une ou de plusieurs traces comparativement

Tableau 5.18: Densités de grains moyennes pour chaque intervalle et chaque trace (en grains/100 μm).

Intervalle (μm)	Traces						
	1264 5032	1317 3776	1217 2228	1173 5131	1317 1230	1068 2822	1189 4841
50-100	- -	28,7 $\pm 1,3$	- -	27,0 $\pm 1,1$	29,4 $\pm 2,4$	- -	28,0 $\pm 2,0$
100-150	- -	26,9 $\pm 1,3$	- -	27,6 $\pm 1,1$	29,8 $\pm 2,2$	29,0 $\pm 2,7$	30,1 $\pm 2,1$
150-200	- -	27,0 $\pm 2,6$	28,0 $\pm 1,2$	29,8 $\pm 1,2$	31,5 $\pm 2,8$	22,6 $\pm 1,8$	28,7 $\pm 2,0$
200-250	- -	- -	28,2 $\pm 1,1$	27,8 $\pm 1,2$	- -	30,6 $\pm 2,1$	- -
250-300	- -	- -	28,3 $\pm 1,1$	28,9 $\pm 1,2$	- -	31,9 $\pm 2,1$	- -
300-350	- -	- -	29,3 $\pm 1,2$	26,0 $\pm 1,1$	- -	26,8 $\pm 2,3$	- -
350-400	- -	- -	29,8 $\pm 1,1$	29,1 $\pm 1,2$	- -	29,4 $\pm 2,1$	- -
400-450	- -	- -	30,2 $\pm 1,2$	30,0 $\pm 1,5$	- -	27,4 $\pm 2,0$	- -
450-500	32,4 $\pm 1,3$	- -	31,0 $\pm 1,2$	- -	- -	31,9 $\pm 2,1$	- -
500-550	32,7 $\pm 1,2$	- -	30,5 $\pm 1,2$	- -	- -	29,3 $\pm 2,2$	- -
550-578	29,4 $\pm 1,4$	- -	30,7 $\pm 1,6$	- -	- -	- -	- -

aux autres. Seule la trace 1317 1230-5 pourrait sembler un peu haute en comparaison des autres, mais pas de façon significative. On peut donc légitimement prendre la moyenne pondérée de ces données, dans chaque intervalle, et en établir le χ^2 , ce que présente le tableau 5.19.

Les résultats qui apparaissent au tableau 5.19 ne présentent pas de surprises. Les χ^2 sont satisfaisants, quoique l'un semble élevé, celui de l'intervalle 150-200, qui est notablement plus haut que son espérance, 5 (voir section 3.2.4). La probabilité d'un χ^2 aussi haut ou davantage est toutefois de 2 % et est donc acceptable. On notera d'autre part que ce χ^2 est surtout déterminé par une seule valeur, étonnamment basse, associée à la trace 1068 2822-3. Le χ^2 total est de 30,4 pour 27 degrés de liberté, correspondant à une

Tableau 5.19: Densités de grains moyennes pour chaque intervalle de profondeur.

Intervalle (μm)	Densité de grains (grains/100 μm)	χ^2/ν
50-100	$27,9 \pm 0,7$	1,44/3
100-150	$28,0 \pm 0,7$	2,66/4
150-200	$28,0 \pm 0,7$	13,08/5
200-250	$28,4 \pm 0,8$	1,38/2
250-300	$29,0 \pm 0,8$	2,32/2
300-350	$27,4 \pm 0,8$	4,20/2
350-400	$29,5 \pm 0,8$	0,18/2
400-450	$29,6 \pm 0,8$	1,53/2
450-500	$31,7 \pm 0,8$	0,64/2
500-550	$31,3 \pm 0,8$	2,63/2
550-578	$30,0 \pm 1,1$	0,37/1

probabilité de 30 %. En excluant l'intervalle 150-200, on obtiendrait plutôt une valeur de χ^2 de 17,3 pour 22 degrés de liberté, correspondant à une probabilité de 75 %, qui n'est pas excessivement élevée.

Il semble donc tout à fait acceptable de maintenir l'hypothèse que les mesures des différentes plaques sont compatibles entre elles, autrement dit que l'effet de profondeur est le même dans les différentes plaques du module H-3. On peut maintenant déterminer s'il y a ou non un effet de profondeur.

La courbe moyenne de reproductibilité

Un simple examen des données du tableau 5.19 indique l'existence d'un effet de profondeur: la densité de grains s'accroît lorsqu'on s'éloigne de la surface-verre et qu'on se rapproche de la surface-air, ce qui est le comportement qu'on pouvait prévoir (voir section 5.1.1).

Le modèle le plus simple auquel on puisse recourir pour décrire cette variation est une relation linéaire. La méthode du maximum de vraisemblance permet d'estimer les paramètres de cette relation (voir section 3.3.4). Numériquement, la relation prend la forme:

$$g_0 = (29,03 \pm 0,24) + (0,0072 \pm 0,0015)(X - 298 \mu\text{m}) \text{ grains/100 } \mu\text{m} \quad (5.6)$$

où 29,03 est la valeur moyenne de densité de grains (au milieu de l'émulsion, à une distance de 298 μm de la surface-verre) et 0,0072 est le taux de changement, soit de 50 à 578 μm ,

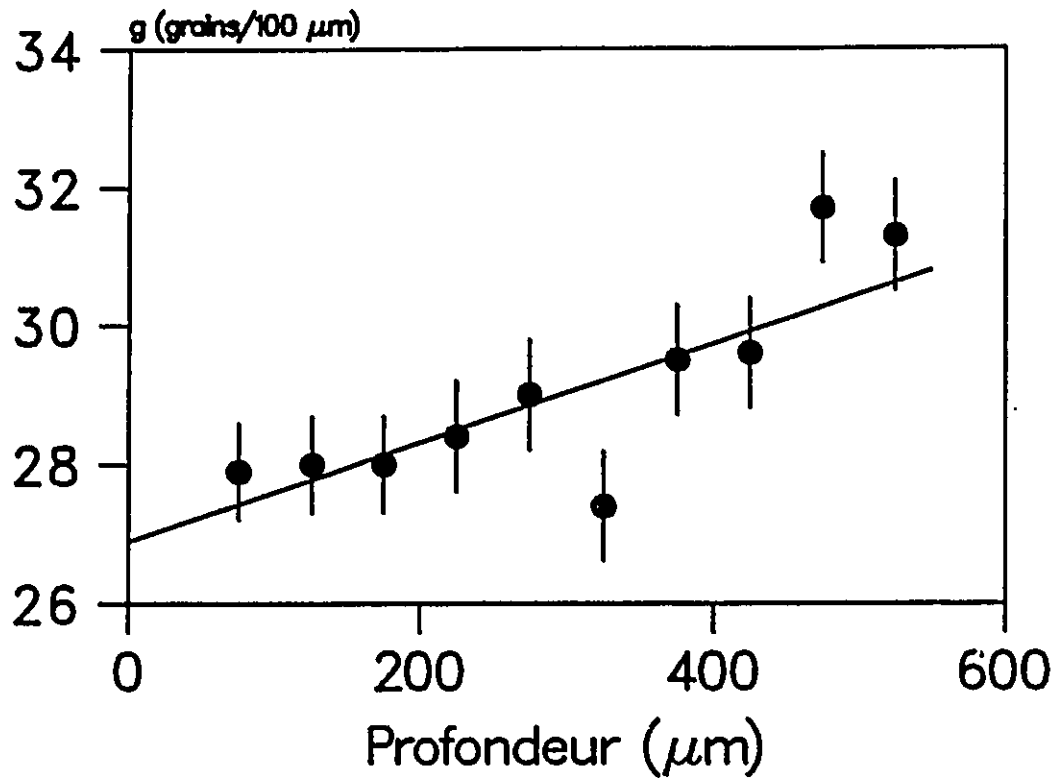


Figure 5.9: Effet de profondeur: première approche basée sur 7 traces provenant de plaques différentes. La droite de régression est également indiquée.

13 %. Le graphique de la figure 5.9, où sont portées les données du tableau 5.19 de même que cette relation, indique que la relation est tout à fait adéquate.

Le test du rapport de vraisemblance donne dans ce cas-ci (voir section 3.4.5) un χ^2 de 10,4 avec 9 degrés de liberté, soit une probabilité de 30 %. Il est dès lors amplement justifié de s'en tenir à une relation linéaire pour l'effet de profondeur même si on peut soupçonner, à juste titre, que la relation ne doit être ultimement beaucoup plus complexe, à un niveau de précision élevé, surtout si cette variation tire son origine de processus ayant cours lors du développement. (En revanche, si l'origine est plutôt liée à la perte de visibilité des segments de traces lorsqu'on se rapproche de la surface-verre, une relation linéaire n'apparaît certainement pas illégitime du point de vue théorique.) Il s'agit maintenant, dans une seconde approche, de tester la validité de cette courbe de calibration.

Tableau 5.20: Traces utilisées—Effet de profondeur—Seconde approche.

Trace	$X'(\pm 0,002)$	$Y'(\pm 0,002)$	$p \text{ (GeV/c)}$	plaques	Date
1063 5095-4	-0,068	0,056	$14,3 \pm 1,5$	101-105†	24-25/09/84
1159 4042-1	-0,041	0,089	$19,8 \pm 1,1$	144-146	22/05/85
1213 2364-1	-0,014	-0,057	$19,2 \pm 1,1$	78	29/05/85
1255 4789-5	0,046	0,059	$22,3 \pm 1,3$	36-39	27-28/05/85
†Sauf la plaque 103, qui n'existe pas.					

5.3.3 La seconde approche

Dans la seconde approche, la détermination de l'effet de profondeur repose sur une seule trace, qu'on évalue dans plusieurs plaques adjacentes. Cette procédure a été reprise sur 4 traces. Le tableau 5.20 résume les caractéristiques des traces évaluées ainsi que le moment des mesures et les plaques étudiées.

Dans cette approche également, on a eu recours à des muons (négatifs) très bien identifiés (MUFB). On note aussi que les traces mesurées en 1985 appartiennent toutes à la même période (voir tableau 5.3). On notera enfin que toutes les traces (à l'exception de 1213 2364-1) ont des pentes suivant X dont la valeur est de l'ordre de 0,05. Cette circonstance est délibérée: cette valeur de la pente permet de dénombrer autour de 10 000 grains sur 3 ou 4 plaques, ce qui est le but recherché.

Les données primaires sont présentées aux tableaux B.17 à B.20. L'analyse de ces données s'effectue par la procédure suivante:

1. Pour chaque trace et pour chaque plaque où des données ont été recueillies, on calcule la densité de grains d'un intervalle de profondeur (couvrant en moyenne $50 \mu\text{m}$).
2. On prend la moyenne, pour un intervalle de profondeur donné, des densités de grains des différentes plaques associées à une même trace. Un test du rapport de vraisemblance (voir sections 3.4.2 et 3.4.5) est alors fait sur chaque intervalle.
3. On teste alors l'hypothèse que les valeurs des densités de grains associées à ces intervalles sont adéquatement décrites par la courbe de calibration (équation 5.6) établie précédemment. De toute évidence, il est nécessaire à cette étape de tenir compte du facteur de reproductibilité, soit au niveau des données mêmes, soit au niveau de la courbe de calibration. Il est plus avantageux d'intégrer la correction à cette dernière puisque cela réduit la quantité de calculs à effectuer.

Cette procédure vise un double objectif: d'une part, s'assurer que la densité de grains à une profondeur donnée ne varie pas d'une plaque à une autre en deçà de l'incertitude statistique, d'autre part, vérifier que la courbe de calibration précédemment déduite est adéquate, ce que la troisième étape vise à accomplir. L'ordre des étapes permet ainsi de tester d'abord la constance de la densité de grains (au plateau) d'une plaque à une autre, ensuite l'accord entre la série de données (pour une trace déterminée) et la courbe de calibration. On applique maintenant cette procédure aux quatre traces étudiées.

La trace 1063 5095-4

Les données brutes recueillies sur cette trace, qui apparaissent au tableau B.17, permettent d'estimer les densités de grains pour chaque intervalle de chaque plaque, ce qui apparaît au tableau 5.21. Les incertitudes indiquées sont purement statistiques; on notera toutefois que l'erreur de reproductibilité est dans ce cas tellement plus faible que l'erreur statistique (1,4 % comparativement à environ 10 %) qu'elle peut être négligée. La moyenne est déduite par un estimé de maximum de vraisemblance dans l'approximation normale (voir section 3.3.4, éq. 3.35 et 3.36). On peut toutefois constater que cette approximation est très satisfaisante en comparant les moyennes obtenues dans le tableau 5.21 avec celles présentées dans la tableau B.17, déduites en prenant le total du nombre de grains pour toutes les plaques (pour un intervalle donné) et en le divisant par le nombre total de longueurs, ce qui correspond à l'estimé de maximum de vraisemblance dans le cas d'une distribution de Poisson (voir section 3.3.3).

Les probabilités des χ^2 obtenus pour chaque intervalle s'étendent de 1,5 à 96 % et sont donc tous satisfaisants. Comme les intervalles représentent des mesures indépendantes, on peut additionner les divers χ^2 pour déduire un χ^2 total, dont le nombre de degrés de liberté sera la somme des nombres de degrés de liberté individuels (voir section 3.2.4). Le résultat est: $\chi^2_{\text{tot}} = 25,8$ avec $\nu = 29$, pour une probabilité de 65 %. En conséquence, ces données s'accordent bien avec une unique courbe de calibration pour les différentes plaques.

On regarde maintenant si ces données s'accordent également avec la courbe de calibration précédemment dérivée (équation 5.6). On doit toutefois corriger cette équation pour tenir compte des variations systématiques de la reproductibilité dans l'une et l'autre période. L'effet de la reproductibilité ayant été éliminé de l'équation 5.6, on peut déduire

Tableau 5.21: Etude de l'effet de profondeur: trace 1063 5095-4.

Intervalle (μm)	Densité de grains (grains/100 μm)				Moyenne	χ^2/ν
	Plaque					
	101	102	104	105		
50-100	–	29,8	30,5	26,2	28,7	1,50/2
	–	$\pm 2,7$	$\pm 2,8$	$\pm 2,6$	$\pm 1,6$	
100-150	–	27,6	27,1	27,9	27,5	0,08/2
	–	$\pm 2,0$	$\pm 2,0$	$\pm 2,0$	$\pm 1,2$	
150-200	–	27,3	28,6	25,7	27,1	1,11/2
	–	$\pm 2,0$	$\pm 2,0$	$\pm 1,9$	$\pm 1,1$	
200-250	–	30,1	30,3	31,6	30,7	0,30/2
	–	$\pm 2,1$	$\pm 2,1$	$\pm 2,1$	$\pm 1,2$	
250-300	29,9	27,7	29,1	25,9	28,0	2,36/3
	$\pm 2,1$	$\pm 2,0$	$\pm 2,0$	$\pm 1,9$	$\pm 1,0$	
300-350	29,7	27,3	30,1	32,2	29,8	3,00/3
	$\pm 2,1$	$\pm 2,0$	$\pm 2,1$	$\pm 2,1$	$\pm 1,0$	
350-400	32,1	30,4	30,3	28,1	30,2	1,93/3
	$\pm 2,1$	$\pm 2,1$	$\pm 2,1$	$\pm 2,0$	$\pm 1,0$	
400-450	33,4	31,1	35,0	31,7	32,7	2,00/3
	$\pm 2,2$	$\pm 2,1$	$\pm 2,2$	$\pm 2,1$	$\pm 1,1$	
450-500	32,3	33,3	32,3	30,6	32,1	0,83/3
	$\pm 2,1$	$\pm 2,2$	$\pm 2,1$	$\pm 2,1$	$\pm 1,1$	
500-550	33,1	31,0	31,6	24,9	29,8	9,96/3
	$\pm 2,2$	$\pm 2,1$	$\pm 2,1$	$\pm 1,9$	$\pm 1,0$	
550-624	28,6	29,4	26,2	28,8	28,2	2,70/3
	$\pm 1,8$	$\pm 1,4$	$\pm 1,5$	$\pm 1,6$	$\pm 0,8$	

une équation appropriée pour ces données en multipliant l'équation 5.6 par les facteurs inter périodique et de reproductibilité, qui valent respectivement $1,006 \pm 0,004$ et $1,025 \pm 0,007$ pour la période s'étendant du 24 septembre au 3 octobre 1984 (voir tableaux 5.2 et 5.15). Les incertitudes des deux facteurs changeront celles des coefficients de l'équation d'une façon négligeable mais les incertitudes de ceux-ci seront en revanche augmentées par l'incertitude de reproductibilité d'une seule mesure (1,4 %). Ce qui mènera à l'équation suivante:

$$g'_0 = (29,9 \pm 0,5) + (0,0074 \pm 0,0015)(X - 298 \mu\text{m}) \text{ grains}/100 \mu\text{m} \quad (5.7)$$

où X varie entre 50 et 550 μm . L'accord entre les valeurs moyennes apparaissant au tableau 5.21 et cette courbe théorique est illustrée à la figure 5.10. Graphiquement, l'accord apparaît satisfaisant, sans être excellent. Cette impression est confirmée par le test du rapport de vraisemblance qui donne: $\chi^2 = 14,99$ avec $\nu = 10$, pour une probabilité de 15 % environ. Sur la base de ces données, il est donc acceptable de maintenir l'hypothèse que la courbe de calibration (éq. 5.6) est valide.

La trace 1159 4042-1

Les données brutes de la trace 1159 4042-1, qui apparaissent au tableau B.18, mènent aux valeurs de densités de grains présentées au tableau 5.22. Ici encore, l'incertitude statistique est largement supérieure à l'incertitude attribuable à la reproductibilité de sorte que cette dernière peut être négligée. La moyenne est ici aussi un estimé de maximum de vraisemblance dans l'approximation normale.

On constate ici aussi que l'hypothèse d'une calibration unique pour les différentes plaques s'avère satisfaisante: les probabilités associées aux χ^2 vont de 15 % à 95 %, de sorte que dans chaque intervalle, il est raisonnable de représenter l'ensemble des plaques par une valeur moyenne. Pour l'ensemble des intervalles, le χ^2 prend pour valeur 18,92 avec 18 degrés de liberté, pour une probabilité de 40 %. Il appert donc justifié de s'en tenir à une unique calibration pour l'ensemble des plaques.

Il s'agit maintenant de vérifier si ces données sont compatibles avec la courbe de calibration précédemment déduite pour l'effet de profondeur. Il est ici encore nécessaire de modifier l'équation 5.6 pour tenir compte de la reproductibilité. Cette fois-ci, les facteurs inter périodique et de reproductibilité prennent respectivement pour valeur 0,981

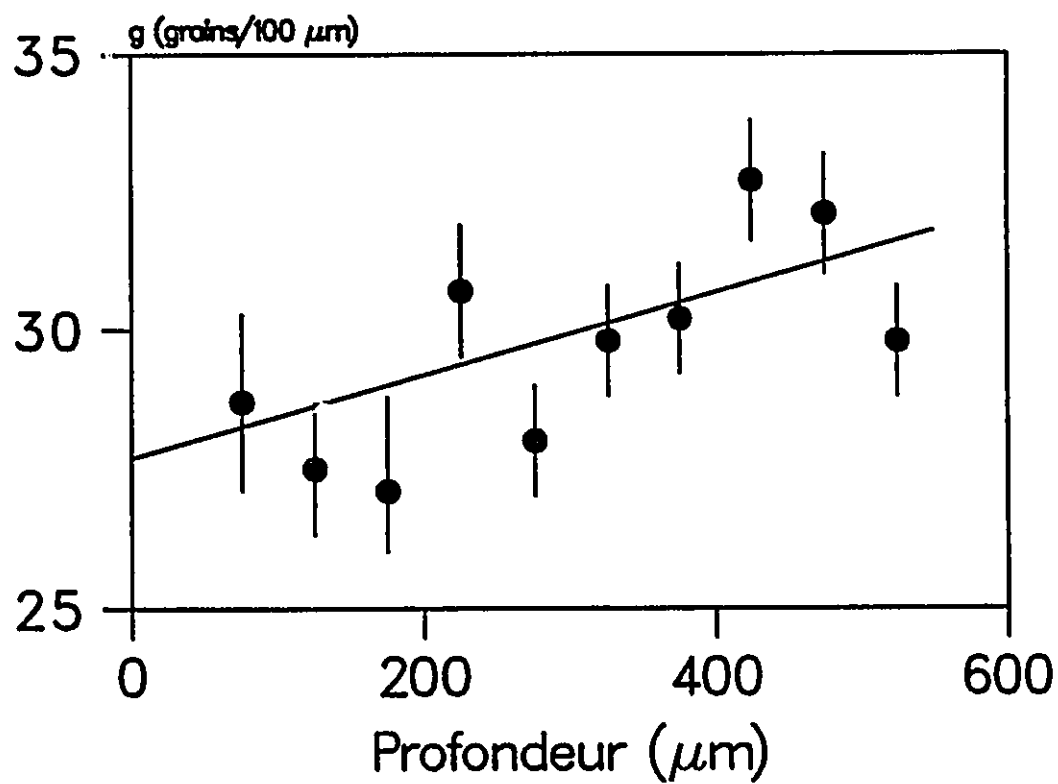


Figure 5.10: Effet de profondeur: trace 1063 5095-4. La courbe théorique provient de la première approche.

Tableau 5.22: Etude de l'effet de profondeur: trace 1159 4042-1.

Intervalle (μm)	Densité de grains (grains/100 μm)			Moyenne	χ^2/ν
	Plaque 144	145	146		
50-100	–	27,5	28,9	28,2	0,41/1
	–	$\pm 1,5$	$\pm 1,6$	$\pm 1,1$	
100-150	–	27,4	27,5	27,4	0,00/1
	–	$\pm 1,6$	$\pm 1,5$	$\pm 1,1$	
150-200	–	29,7	28,2	28,9	0,47/1
	–	$\pm 1,6$	$\pm 1,5$	$\pm 1,1$	
200-250	–	25,6	28,3	27,0	1,62/1
	–	$\pm 1,5$	$\pm 1,5$	$\pm 1,1$	
250-300	–	26,8	28,2	27,5	0,44/1
	–	$\pm 1,5$	$\pm 1,5$	$\pm 1,1$	
300-350	–	27,2	28,5	27,9	0,26/1
	–	$\pm 1,6$	$\pm 1,5$	$\pm 1,1$	
350-400	28,6	29,2	29,5	29,2	0,13/2
	$\pm 2,0$	$\pm 1,6$	$\pm 1,5$	$\pm 1,0$	
400-450	27,0	30,8	27,4	28,3	3,55/2
	$\pm 1,5$	$\pm 1,6$	$\pm 1,5$	$\pm 0,9$	
450-500	30,4	27,6	32,0	30,0	3,87/2
	$\pm 1,6$	$\pm 1,6$	$\pm 1,6$	$\pm 0,9$	
500-550	27,7	31,5	28,7	29,2	4,35/2
	$\pm 1,5$	$\pm 1,6$	$\pm 1,5$	$\pm 0,9$	
550-600	25,5	28,3	27,2	27,0	1,77/2
	$\pm 1,5$	$\pm 1,5$	$\pm 1,6$	$\pm 0,9$	
600-628	25,0	24,5	27,9	25,7	2,05/2
	$\pm 2,2$	$\pm 1,8$	$\pm 2,0$	$\pm 1,1$	

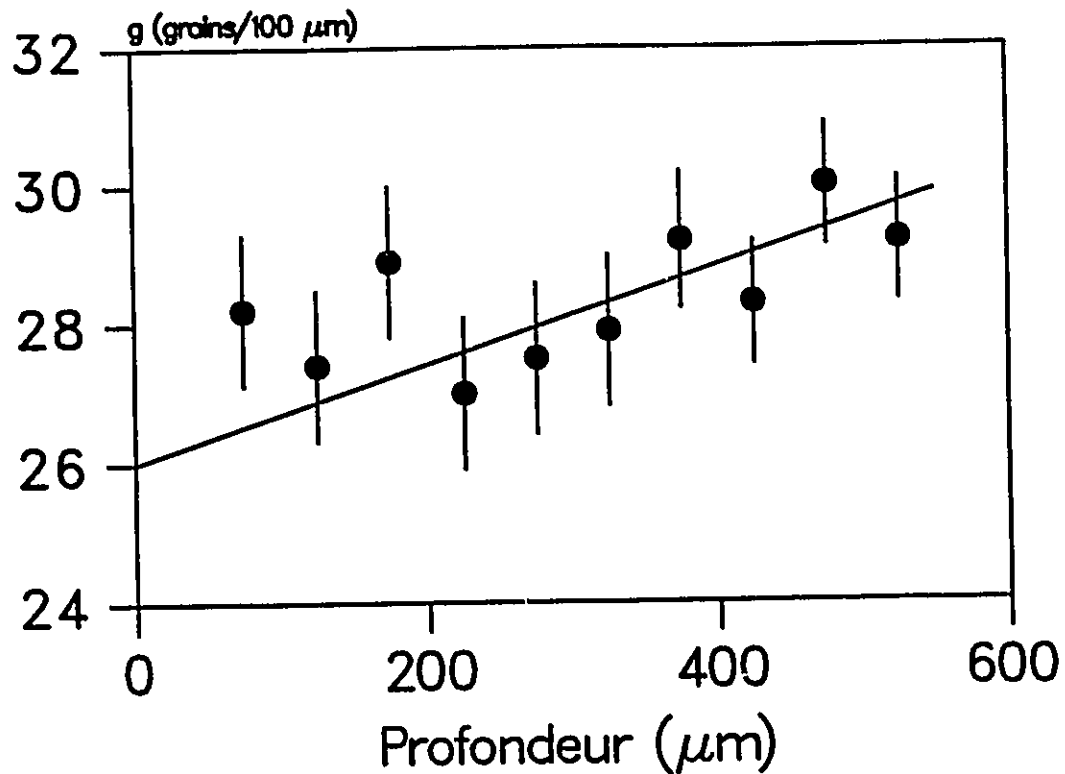


Figure 5.11: Effet de profondeur: trace 1159 4042-1. La courbe théorique provient de la première approche.

$\pm 0,004$ et $0,987 \pm 0,004$ (tableaux 5.15 et 5.3). L'incertitude de reproductibilité d'une seule mesure demeure de 1,4 %. Il en résulte comme courbe théorique pour ces données:

$$\begin{aligned} g'_0 &= g_0 \times 0,987 \times 0,981 \\ &= (28,1 \pm 0,5) + (0,0070 \pm 0,0015)(X - 298 \mu\text{m}) \text{ grains}/100 \mu\text{m} \end{aligned} \quad (5.8)$$

pour laquelle un test du rapport de vraisemblance avec les moyennes du tableau 5.22 mène à: $\chi^2 = 7,08$ avec $\nu = 10$, pour une probabilité de 71 % environ. Là encore, cela révèle un accord très satisfaisant avec la courbe de calibration proposée. Graphiquement, la même conclusion se dégage (voir figure 5.11).

Tableau 5.23: Effet de profondeur: trace 1213 2364-1.

Intervalle (μm)	Densité de grains (grains/100 μm) Plaque 78
200-250	$28,2 \pm 0,9$
250-330	$30,2 \pm 0,9$
300-350	$29,7 \pm 0,9$

La trace 1213 2364-1

La trace 1213 2364-1 n'a été évaluée que dans une seule plaque et pour seulement 3 intervalles. Dans ces circonstances, il n'est possible de vérifier que l'accord avec la courbe de calibration. Les données brutes (tableau B.19) mènent aux 3 valeurs de densités de grains présentées dans le tableau 5.23. L'incertitude y est purement statistique, l'incertitude de reproductibilité étant incorporée aux incertitudes des coefficients de la courbe de calibration, dans ce cas-ci, l'équation 5.8, puisque les traces 1213 2364-1 et 1159 4042-1 appartiennent à la même période de reproductibilité.

Le graphique 5.12 permet de constater que l'accord est plutôt médiocre, les points expérimentaux tombant en haut de la courbe de calibration. Le nombre de points est cependant trop faible pour qu'il soit légitime d'en déduire l'existence d'un effet systématique. Le test du rapport de vraisemblance mène au résultat: $\chi^2 = 9,39$ avec $\nu = 3$, ce qui correspond à une probabilité de 3 %, qui est théoriquement acceptable mais pas excellente.

La trace 1255 4789-5

La trace 1255 4789-5 a été évaluée dans 4 plaques. Les données brutes apparaissent au tableau B.20 tandis que les données réduites apparaissent au tableau 5.24. Comme toujours, l'incertitude est purement statistique et l'estimé est établi par maximum de vraisemblance dans l'approximation d'une distribution normale.

Dans le cas de cette trace comme dans celui des précédentes, l'hypothèse d'une courbe de calibration unique pour toutes les plaques s'accorde bien avec les données. Individuellement, la probabilité que la densité de grains associée à un intervalle de profondeur donné soit la même pour les 3 ou 4 plaques varie de 8 % à 88 %. Dans l'ensemble, on obtient un χ^2 de 26,99 pour 30 degrés de liberté, ce qui correspond à une probabilité de 62 %

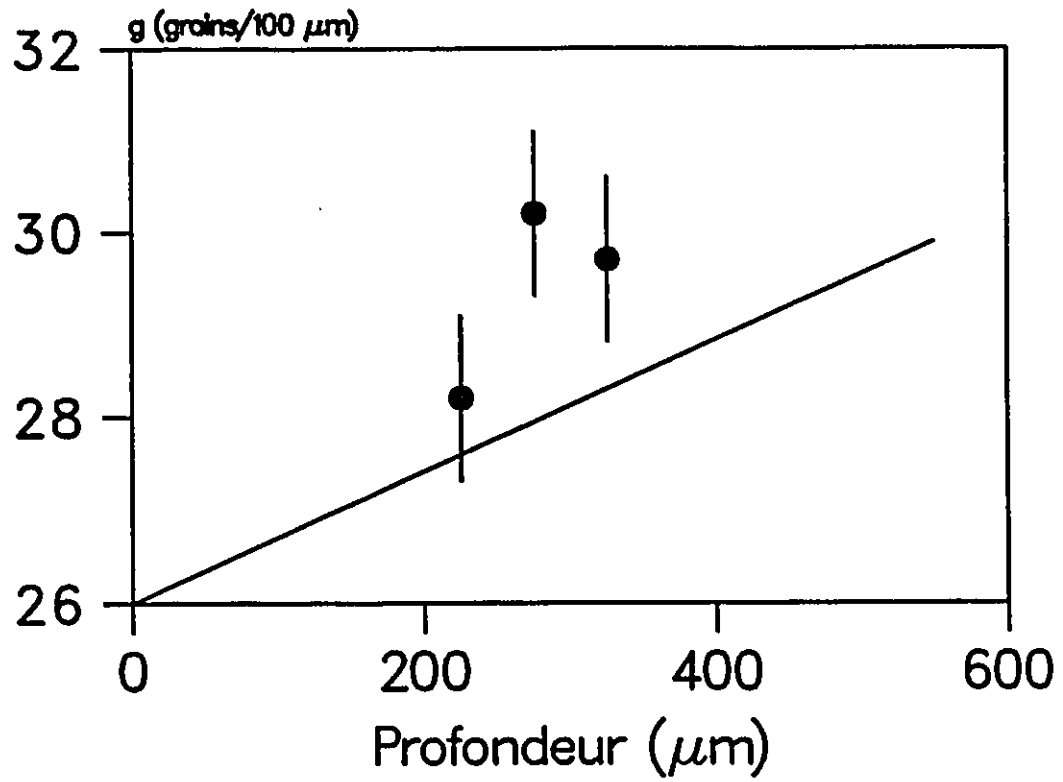


Figure 5.12: Effet de profondeur: trace 1213 2364-1. La courbe théorique provient de la première approche.

Tableau 5.24: Etude de l'effet de profondeur: trace 1255 4789-5

Intervalle (μm)	Densité de grains (grains/100 μm) Plaque				Moyenne	χ^2/ν
	36	37	38	39		
50-100	–	28,6	29,4	27,7	28,5	0,60/2
	–	$\pm 1,7$	$\pm 1,6$	$\pm 1,5$	$\pm 0,9$	
100-150	–	27,7	28,6	27,6	28,0	0,27/2
	–	$\pm 1,6$	$\pm 1,5$	$\pm 1,5$	$\pm 0,9$	
150-200	–	30,7	29,3	27,9	29,4	1,27/2
	–	$\pm 1,7$	$\pm 1,6$	$\pm 1,8$	$\pm 1,0$	
200-250	–	28,9	31,1	30,8	30,3	1,12/2
	–	$\pm 1,6$	$\pm 1,6$	$\pm 1,6$	$\pm 0,9$	
250-300	–	27,3	27,3	29,2	27,9	0,96/2
	–	$\pm 1,6$	$\pm 1,5$	$\pm 1,6$	$\pm 0,9$	
300-350	–	28,0	30,2	29,4	29,2	0,97/2
	–	$\pm 1,6$	$\pm 1,6$	$\pm 1,6$	$\pm 0,9$	
350-400	30,0	30,4	29,7	28,5	29,5	0,80/3
	$\pm 2,1$	$\pm 1,7$	$\pm 1,6$	$\pm 1,5$	$\pm 0,8$	
400-450	29,0	29,0	32,4	30,3	30,2	2,67/3
	$\pm 1,8$	$\pm 1,6$	$\pm 1,7$	$\pm 1,7$	$\pm 0,8$	
450-500	29,8	27,2	32,4	29,1	29,5	5,07/3
	$\pm 1,8$	$\pm 1,6$	$\pm 1,7$	$\pm 1,6$	$\pm 0,8$	
500-550	31,1	29,2	27,3	29,0	29,0	2,36/3
	$\pm 1,9$	$\pm 1,7$	$\pm 1,6$	$\pm 1,7$	$\pm 0,9$	
550-600	32,8	26,7	28,6	30,7	29,3	6,49/3
	$\pm 2,0$	$\pm 1,6$	$\pm 1,6$	$\pm 1,8$	$\pm 0,9$	
600-628	24,5	30,7	29,1	29,5	27,9	4,41/3
	$\pm 2,0$	$\pm 3,2$	$\pm 1,9$	$\pm 2,7$	$\pm 1,1$	

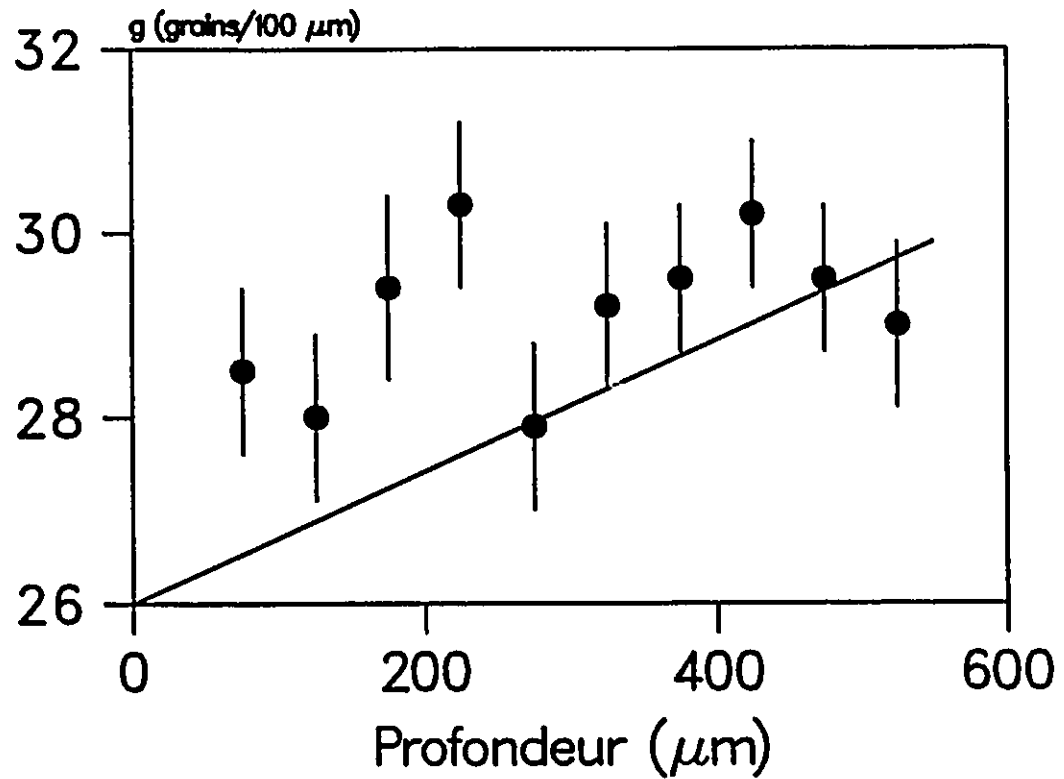


Figure 5.13: Effet de profondeur: trace 1255 4789-5. La courbe théorique provient de la première approche.

environ.

En ce qui a trait à l'effet de profondeur, la situation est moins reluisante: en utilisant la courbe de calibration pour la période de 1985, l'équation 5.8, le χ^2 résultant n'est pas satisfaisant, prenant une valeur de 25,12 pour 10 degrés de liberté. Cela représente une probabilité inférieure à 1 % et tend à indiquer que la courbe de calibration ne décrit pas adéquatement les données expérimentales de cette trace. D'un point de vue graphique, cette conclusion persiste, comme un examen de la figure 5.13 le révèle: les points s'accordent davantage avec une valeur constante qu'avec une dépendance sur la profondeur et ne s'accordent manifestement pas avec la courbe de calibration proposée.

Les résultats de la seconde approche

On peut dégager deux conclusions des mesures effectuées dans le cadre de la seconde approche: d'une part, il n'existe aucune raison de douter qu'une unique courbe de calibration ne permette de décrire adéquatement l'ensemble des plaques; d'autre part, la courbe de calibration proposée à partir des mesures de la première approche présente certaines faiblesses.

La première conclusion découle des χ^2 recueillis pour les différents intervalles, qui mènent globalement à un χ^2 de 71,71 avec 77 degrés de liberté, pour une probabilité d'environ 65 %.

La seconde conclusion vient de ce que les χ^2 , bien qu'individuellement acceptables (sauf pour celui de la trace 1255 4789-5), sont dans l'ensemble plutôt médiocres et mènent à un résultat global carrément insatisfaisant: un χ^2 total de 56,58 avec 33 degrés de liberté correspondant à une probabilité inférieure à 1 %.

Il appert donc raisonnable de chercher à déduire une courbe de calibration unique pour les diverses plaques du module H-3 mais la courbe de calibration précédemment déduite ne fait pas l'affaire. Deux possibilités se présentent: soit que l'effet de profondeur ne puisse tout simplement pas être représenté, à ce niveau de précision, par une relation linéaire, soit qu'il existe une relation linéaire plus appropriée pour l'ensemble des données⁴. Dès lors, la façon la plus logique de procéder est de déduire une courbe de calibration pour le module à partir de l'ensemble des données des deux approches.

5.3.4 La synthèse des première et seconde approches

Afin de déduire une courbe de calibration à partir des données des deux approches, il est nécessaire de les agglomérer, ce qui requiert d'en éliminer d'abord l'effet de la reproductibilité. Celui-ci a déjà été extrait des données de la première approche (que nous désignerons données de 1986); celles-ci ne nécessitent donc aucun traitement supplémentaire et sont directement reportées au tableau 5.26. On n'inclut dans ce dernier tableau que les intervalles communs aux diverses séries de données, c'est-à-dire qu'on ne tiendra pas compte des intervalles s'étendant au-delà de 550 μm .

⁴On rappellera que la droite établie constitue la relation linéaire offrant le maximum de vraisemblance pour les données de la première approche mais, qu'en ce qui concerne l'ensemble des données, il n'en est pas nécessairement ainsi.

Dans le cas des données de la trace 1063 5095-4, il s'agit de diviser les valeurs moyennes pour chaque intervalle par les valeurs des facteurs inter périodique et de reproductibilité de la période considérée, en fait, les mêmes qui avaient été utilisés pour déduire une nouvelle courbe de calibration ($1,006 \pm 0,004$ et $1,025 \pm 0,007$ respectivement). Le résultat de cette opération est reporté au tableau 5.26 sous la désignation de données de 1984.

Enfin, dans le cas des données des trois autres traces, on déterminera d'abord la moyenne (pour chaque intervalle) des données, principalement pour réduire le nombre d'opérations. (On notera que cette façon de procéder ne change aucunement le résultat, comme on l'a mentionné à la section 3.3.4.) Les données des trois traces ainsi que les valeurs moyennes déduites apparaissent au tableau 5.25.

Comme précédemment, la moyenne résulte de l'estimateur de maximum de vraisemblance et les incertitudes ne comprennent que la composante strictement statistique (poissonienne). On note qu'une fois de plus, l'hypothèse d'une unique courbe de calibration s'accorde bien avec les données. Les probabilités associées aux χ^2 varient entre 5 et 90 %. Le χ^2 total vaut 20,60 pour 15 degrés de liberté, correspondant à une probabilité de 15 %. Ces données moyennes peuvent maintenant être divisées par les facteurs inter périodique et de reproductibilité de la période, soit $0,981 \pm 0,004$ et $0,987 \pm 0,004$ respectivement (voir tableaux 5.3 et 5.15), et les données résultantes incorporées au tableau 5.26, sous la désignation 1985. On note qu'il n'est plus légitime, avec les données moyennes de 1985, de considérer l'erreur de reproductibilité négligeable comparativement à celle d'origine statistique. En conséquence, les incertitudes des données de 1985 présentées au tableau 5.26 incluent l'erreur de reproductibilité. Celle-ci ne change toutefois que peu les incertitudes.

Les probabilités associées aux χ^2 du tableau 5.26 s'étendent de 1 à 65 %. Le χ^2 total est de 32,84 avec 20 degrés de liberté, ce qui correspond à une probabilité de 3 %. Cette probabilité est supérieure à notre critère de 1 %, de sorte qu'on peut maintenir l'hypothèse qu'une courbe de calibration unique permet de décrire l'ensemble des plaques mais on note en contrepartie qu'au niveau de précision maintenant atteint en regroupant toutes les mesures, l'accord n'est que tout juste satisfaisant.

On peut suggérer à partir de l'ensemble des données recueillies dans les deux approches qu'une courbe de calibration unique pour l'ensemble des plaques est adéquate mais que cette hypothèse cesserait probablement d'être valide pour des données d'un niveau de

Tableau 5.25: Résumé des mesures de 1985—Effet de profondeur—Seconde approche.

Intervalle (μm)	Densité de grains (grains/100 μm)				χ^2/ν
	1159 4042	1213 2364	1255 4789	Moyenne	
50-100	28,2 $\pm 1,1$	— —	28,5 $\pm 0,9$	28,4 $\pm 0,7$	0,04/1
100-150	27,4 $\pm 1,1$	— —	28,0 $\pm 0,9$	27,8 $\pm 0,7$	0,18/1
150-200	28,9 $\pm 1,1$	— —	29,4 $\pm 1,0$	29,2 $\pm 0,7$	0,11/1
200-250	27,0 $\pm 1,1$	28,2 $\pm 0,9$	30,3 $\pm 0,9$	28,7 $\pm 0,6$	5,86/2
250-300	27,5 $\pm 1,1$	30,2 $\pm 0,9$	27,9 $\pm 0,9$	28,7 $\pm 0,6$	4,76/2
300-350	27,9 $\pm 1,1$	29,7 $\pm 0,9$	29,2 $\pm 0,9$	29,1 $\pm 0,6$	1,64/2
350-400	29,2 $\pm 1,0$	— —	29,5 $\pm 0,8$	29,4 $\pm 0,6$	0,06/1
400-450	28,3 $\pm 0,9$	— —	30,2 $\pm 0,8$	29,4 $\pm 0,6$	2,49/1
450-500	30,0 $\pm 0,9$	— —	29,5 $\pm 0,8$	29,7 $\pm 0,6$	0,17/1
500-550	29,2 $\pm 0,9$	— —	29,0 $\pm 0,9$	29,1 $\pm 0,6$	0,02/1
550-600	27,0 $\pm 0,9$	— —	29,3 $\pm 0,9$	28,2 $\pm 0,6$	3,27/1
600-628	25,7 $\pm 1,1$	— —	27,9 $\pm 1,1$	26,8 $\pm 0,8$	2,00/1

Tableau 5.26: Approche 2: Synthèse des mesures

Intervalle (μm)	Groupe de données			Moyenne	χ^2/ν
	1984	1985	1986		
50-100	27,8 $\pm 1,6$	29,3 $\pm 0,8$	27,9 $\pm 0,7$	28,4 $\pm 0,5$	1,92/2
100-150	26,7 $\pm 1,2$	28,7 $\pm 0,8$	28,0 $\pm 0,7$	28,0 $\pm 0,5$	1,94/2
150-200	26,3 $\pm 1,1$	30,2 $\pm 0,8$	28,0 $\pm 0,7$	28,5 $\pm 0,5$	9,02/2
200-250	29,8 $\pm 1,2$	29,6 $\pm 0,7$	28,4 $\pm 0,8$	29,2 $\pm 0,5$	1,58/2
250-300	27,2 $\pm 1,0$	29,6 $\pm 0,7$	29,0 $\pm 0,8$	28,9 $\pm 0,5$	3,91/2
300-350	28,9 $\pm 1,0$	30,1 $\pm 0,7$	27,4 $\pm 0,8$	28,9 $\pm 0,5$	6,46/2
350-400	29,3 $\pm 1,0$	30,4 $\pm 0,7$	29,5 $\pm 0,8$	29,9 $\pm 0,5$	1,12/2
400-450	31,7 $\pm 1,1$	30,4 $\pm 0,7$	29,6 $\pm 0,8$	30,4 $\pm 0,5$	2,40/2
450-500	31,1 $\pm 1,1$	30,7 $\pm 0,7$	31,7 $\pm 0,8$	31,1 $\pm 0,5$	0,89/2
500-550	28,9 $\pm 1,0$	30,1 $\pm 0,7$	31,3 $\pm 0,8$	30,2 $\pm 0,5$	3,60/2

précision légèrement supérieur. On note en effet que la probabilité du χ^2 total est notablement plus faible avec les données de plus grande précision, correspondant au regroupement de plusieurs traces précisément déterminées (par exemple, les données de 1985, tableau 5.25, ou les données de 1984, 1985 et 1986, tableau 5.26). Sans qu'il s'agisse là d'une indication sans équivoque, elle suggère toutefois qu'une courbe de calibration unique pour l'ensemble des plaques risque de ne pas être adéquate si l'incertitude d'une mesure de densité de grains devient inférieure à 2 %. Dans notre cas, ce seuil n'est pas très gênant puisqu'il requiert, en tenant compte de l'incertitude de reproductibilité, que l'incertitude statistique d'une trace soit de l'ordre de 1,5 %, réquerant que soient dénombrés plus de 4000 grains.

Une régression faite sur les valeurs moyennes, en utilisant les estimés de maximum de vraisemblance décrits à section 3.3.4, mène à la courbe de calibration:

$$g_0 = (29,35 \pm 0,16) + (0,0060 \pm 0,0011)(X - 300 \mu\text{m}) \text{ grains}/100 \mu\text{m} \quad (5.9)$$

et le test du rapport de vraisemblance donne: $\chi^2 = 6,56$ avec $\nu = 8$, pour une probabilité d'environ 58 %, qui est tout à fait satisfaisante. La figure 5.14, représentant les moyennes de l'ensemble des données et la nouvelle courbe de calibration (équation 5.9), confirme la validité de celle-ci à décrire l'effet de profondeur.

Il peut valoir la peine de faire une dernière vérification sur cette question, soit de s'assurer que les données de 1984, 1985 et 1986 s'accordent individuellement avec cette nouvelle courbe de calibration; les estimés de maximum de vraisemblance sont en effet fortement déterminés par les valeurs les plus précises de sorte que les valeurs comparativement peu précises pourraient présenter un accord nettement moins bon avec la courbe de calibration. Un test du rapport de vraisemblance effectué sur les données du tableau 5.26 mène aux résultats affichés au tableau 5.27, qui comporte également, pour fins de comparaison, les résultats obtenus avec la courbe de calibration déduite de la première approche uniquement. Ce tableau révèle que la nouvelle courbe ne détériore pas trop sensiblement l'accord pour les données de 1984 et 1986 et l'améliore notablement en regard des données de 1985. En fait, l'accord avec les données de 1986 est virtuellement aussi bon qu'avec la courbe précédente.

On peut se surprendre que la linéarité soit si bonne, comme cela semble découler du χ^2 de 6,56 pour 8 degrés de liberté, qui résulte de la comparaison entre l'ensemble des données et la nouvelle courbe de calibration (équation 5.9). L'explication nous semble être

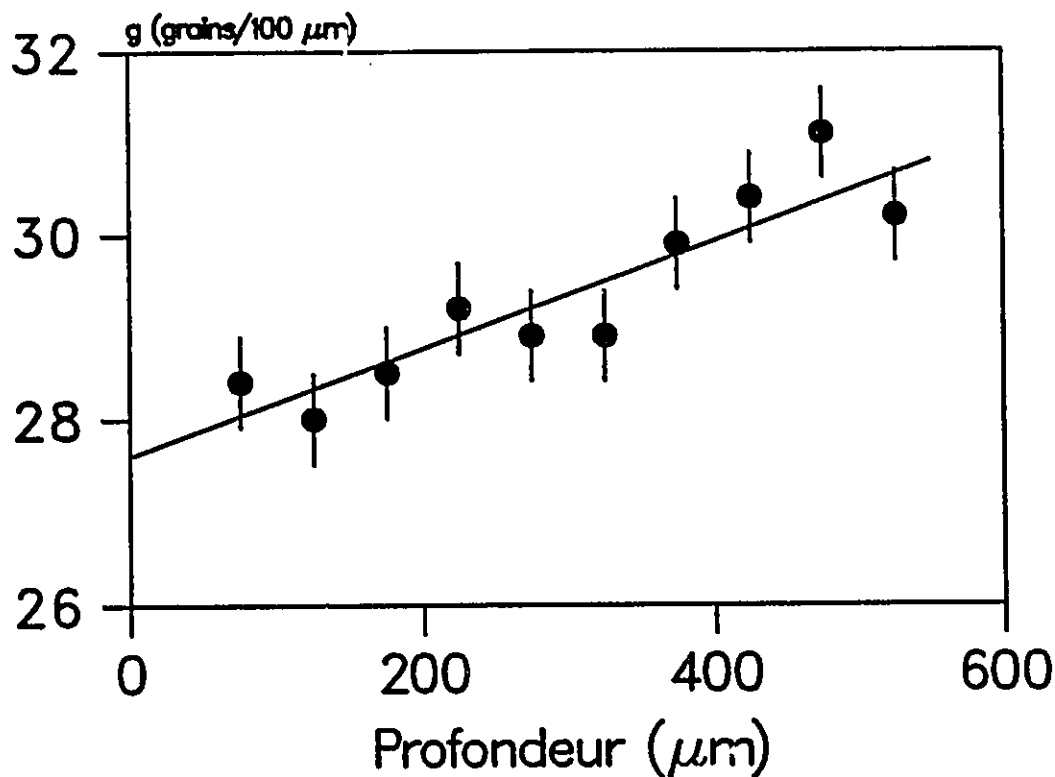


Figure 5.14: Effet de profondeur: ensemble des données recueillies. La courbe théorique provient de la synthèse des première et deuxième approches.

Tableau 5.27: Comparaison des deux courbes de calibration—Effet de profondeur.

Données	Approches 1 et 2		Approche 1 seulement	
	χ^2/ν	$P(\chi^2)$	χ^2/ν	$P(\chi^2)$
1984	17,10/10	7 %	14,99/10	15 %
1985	10,79/10	35 %	56,58/33	< 1 %
1986	12,02/10	28 %	10,4/9	30 %

que les données ne couvrent pas les régions extrêmes, s'étendant de la surface-verre à 50 μm de celle-ci et de 550 μm de la surface-verre jusqu'à la surface-air, où une non-linéarité est beaucoup plus susceptible de se produire. D'ailleurs, l'examen des données des 4 traces de la seconde approche révèle très clairement que la région s'étendant de 550 μm de la surface-verre jusqu'à la surface-air ne s'accorde pas du tout avec une extrapolation basée sur les données de la région centrale.

Cette linéarité est très avantageuse, non seulement parce que la détermination du modèle demeure simple (et analytique) mais plus encore par le fait que, dans un modèle linéaire, la densité de grains moyenne ne dépend que de la position moyenne dans l'émulsion; elle est indépendante des positions de départ et d'arrêt. La densité de grains moyenne est en effet:

$$\begin{aligned}
 \bar{g}_0 &= \frac{1}{X_f - X_0} \int_{X_0}^{X_f} g_0(X) dX \\
 &= \frac{1}{X_f - X_0} \int_{X_0}^{X_f} g_0^0 + g_0'(X - \bar{X}) dX \\
 &= \frac{1}{X_f - X_0} \left(g_0^0(X_f - X_0) + \frac{g_0'}{2} [(X_f - \bar{X})^2 - (X_0 - \bar{X})^2] \right) \\
 &= g_0^0 + g_0' \left(\frac{X_f + X_0}{2} - \bar{X} \right) \\
 &= g_0^0 + g_0'(\bar{X} - \bar{X})
 \end{aligned}$$

où les paramètres g_0^0 , g_0' et $\bar{X}$ ont été précédemment déduits des données. Une conséquence de ce résultat est que la densité de grains au plateau, qui est utilisée pour normaliser les données, n'est pas tellement susceptible d'introduire d'erreur systématique dans les quantités finales: en effet, pour la plupart des traces, la position moyenne devrait se trouver au voisinage de la position moyenne pondérée, $\bar{X}$, où l'incertitude est minimale. Dans un modèle non-linéaire, une dépendance explicite sur les positions de départ et d'arrêt, X_0 et X_f , serait présente et l'incertitude serait alors plus grande, une courbe de calibration étant toujours plus incertaine à ses extrêmes.

Chapitre 6. La perte d'énergie par ionisation

6.1 L'aspect théorique

Dans le contexte du présent travail, la perte d'énergie par ionisation est perçue comme un effet permettant de déterminer le facteur de Lorentz des particules chargées ultrarelativistes [428]. L'intérêt qui lui est porté depuis le début du vingtième siècle a cependant une toute autre origine. En effet, l'étude de la perte d'énergie par ionisation a au départ été perçue comme une façon particulièrement adéquate de vérifier les prédictions de la théorie électrodynamique, complémentairement à l'approche spectroscopique, plus précise mais moins flexible [429].

Dans le cadre conceptuel moderne, cet état de fait provient de ce que la perte d'énergie par ionisation correspond au diagramme de Feynman de l'ordre le plus bas et, conséquemment, elle représente à la fois l'interaction la plus probable, *grosso modo*, et la plus simple, du point de vue des éléments qui y interviennent (voir sections 2.1.2 et 2.2.1). La vérification des prédictions de l'électrodynamique peut donc en principe s'y faire plus limpidement. Il s'agissait toutefois là d'une vision optimiste des choses: le traitement correct de l'interaction est en réalité d'une grande complexité de sorte que les tests les plus déterminants de l'électrodynamique quantique ne procèdent plus et ce, depuis plusieurs années, par cette approche (voir section 1.2.2).

Malgré le fait que, maintenant, la perte d'énergie présente surtout un intérêt technologique, son développement historique mérite d'être retracé, ne serait-ce que pour en faire ressortir les concepts déterminants. C'est l'objectif des prochaines pages. On ne discutera toutefois pas la littérature spécifiquement consacrée à la perte d'énergie des ions lourds, des particules relativement lentes ou des particules exotiques, qui est résumée dans l'article de Ahlen [144]. Mais auparavant, il importe de circonscrire davantage ce qu'on entend par perte d'énergie par ionisation.

6.1.1 La nature statistique de la perte d'énergie par ionisation

La perte d'énergie par ionisation, si elle résulte d'interactions avec les atomes du milieu traversé, doit être de nature statistique, comme le mouvement brownien et ce, que l'approche soit quantique ou classique. En effet, aucune description réaliste d'un milieu ne permettrait d'obtenir une perte d'énergie par unité de longueur absolument identique d'une observation à une autre. La matière n'est pas suffisamment homogène, même dans une perspective classique, pour empêcher la naissance de variations à la fois dans le nombre et l'intensité des interactions avec les atomes. Même dans un cristal cubique sans la moindre imperfection, la perte d'énergie devrait à tout le moins varier quelque peu dépendamment de l'angle d'incidence de la particule chargée par rapport aux axes cristallographiques; la canalisation (voir section 2.3.5) constitue d'ailleurs un indice en ce sens. *A fortiori*, lorsque l'interaction est considérée quantiquement, il est inévitable que la perte d'énergie subisse des fluctuations et donc, qu'elle soit plus adéquatement décrite par le biais d'une distribution que par une seule quantité (voir à ce sujet la discussion du concept de distribution dans le chapitre 3, particulièrement la section 3.2).

Dès les premières études du phénomène de perte d'énergie, dans une perspective classique, Bohr [430] a réalisé le caractère statistique de cette quantité. La perte d'énergie ne peut évidemment prendre que des valeurs positives ou nulle, ce qui restreint le type de distributions possibles. Pour spécifier davantage la distribution, il est nécessaire de faire intervenir un modèle détaillé de la structure de la matière, en particulier de l'inhomogénéité de cette structure, puisque, dans une approche classique, c'est là l'origine du caractère statistique du phénomène. Dans une approche quantique, à cette structure inhomogène de la matière se superpose le caractère inhéremment probabiliste de l'interaction même.

Il s'avérera donc nécessaire d'être prudent dans ce qu'on désigne comme la perte d'énergie, surtout lorsqu'on entend comparer théorie et expérience: le seul test complet consisterait à comparer une distribution expérimentale à la distribution théorique (et encore faudrait-il être sûr de la distribution théorique à établir). Cependant, en pratique, beaucoup de situations expérimentales ne permettent pas de déterminer la distribution statistique d'un phénomène physique. On doit se contenter de mesurer un attribut de la distribution, par exemple sa moyenne. Un tel attribut est généralement beaucoup moins sensible aux détails du modèle puisqu'il résulte d'un processus de sommation ou d'intégration (au sens large). En revanche, la difficulté est de déterminer quel attribut (ou,

en d'autres termes, la fonction intervenant dans la sommation ou l'intégration) correspond le mieux à la procédure d'observation.

Naturellement, la moyenne pourra souvent être assez appropriée mais il ne peut être argumenté que ce doive être le cas. Dans certaines expériences, une autre quantité pourrait être beaucoup plus appropriée, comme le mode, ou la médiane ou même la racine carrée de la moyenne quadratique. Le choix de l'une de ces variables par rapport aux autres doit s'appuyer sur une analyse approfondie des mécanismes qui régissent la transformation du processus physique élémentaire (de nature statistique) en un signal macroscopique.

Pour une distribution symétrique, ce problème n'est pas très inquiétant car la plupart des attributs coïncideront. Pour une distribution unimodale symétrique, la moyenne, la médiane et le mode seront égaux (voir la section 3.2). Cependant, ces quantités différeront pour une distribution asymétrique et il y a du point de vue physique des raisons d'estimer que la distribution statistique des pertes d'énergie sera asymétrique:

1. La perte d'énergie est nécessairement une quantité positive. Or, du point de vue statistique, la distribution d'une quantité définie positive tend à être asymétrique, quoique cette asymétrie pourra être assez faible lorsque la moyenne sera beaucoup plus élevée que la dispersion des valeurs.
2. La structure de l'électrodynamique quantique (voir chapitre 2) implique clairement que les transferts d'énergie les moins élevés sont les plus probables. Même du point de vue classique, il devrait en être ainsi puisque dans ce cas, la perte d'énergie dépend de la distance à laquelle passe une particule chargée d'un atome. Il en découle que le nombre de positions d'où une particule se situe à une certaine distance d'un atome représente une surface et est donc plus élevé à grande qu'à courte distance. Les pertes d'énergie faibles, correspondant à de grandes distances entre la particule chargée et l'atome, seront plus probables.

Ces considérations qualitatives se trouvent renforcées par les conclusions qui ressortent de l'étude de quelques modèles quantitatifs.

Des études de cette distribution ont en effet été faites par plusieurs physiciens, en particulier: Bohr [430], Landau [431], Blunck et Leisegang [432], Vavilov [433], Shulek et al. [434], Chechin et Ermilova [435] et Talman [436]. Ces auteurs trouvent évidemment des expressions quantitatives différentes pour la distribution de la perte d'énergie (ou son maximum), dépendant des approximations utilisées, mais tous, à l'exception de Bohr,

trouvent des distributions asymétriques. Encore faut-il souligner que Bohr travaillait au départ avec une distribution asymétrique (en fait, une distribution de Poisson) et qu'il se confinait au domaine où celle-ci tendait vers une distribution normale (voir section 3.2.2) [430]. Expérimentalement, la situation demeure nébuleuse. Il appert toutefois que les modèles de Bohr, dérivé dans un cadre classique, et de Landau ne s'accordent pas très bien avec les résultats expérimentaux [437].

Dans ces conditions, il devient donc important d'identifier l'attribut de la distribution de la perte d'énergie le plus approprié à représenter la densité de grains observée dans l'émulsion nucléaire. Les trois attributs les plus fréquemment proposés sont la *perte d'énergie la plus probable*, la *perte d'énergie restreinte* et la *perte d'énergie moyenne*. La première est le mode (la valeur la plus probable) de la distribution de perte d'énergie, la seconde constitue l'intégrale sur les transferts d'énergie variant de zéro à une valeur maximale déterminée par le processus de détection et la troisième est l'intégrale sur tous les transferts d'énergie cinématiquement possibles (de zéro à la valeur maximale permise par la conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement).

Il est assez généralement admis que la perte d'énergie moyenne est inadéquate: elle ne tend pas vers un plateau aux hautes énergies, comme on l'a fait ressortir dans la section 2.2.1. La perte d'énergie restreinte est en revanche plus légitime. Enfin, dans le cas de la perte d'énergie la plus probable, la situation n'est pas limpide. Intuitivement, on s'attend à ce qu'elle soit l'attribut à choisir lorsqu'un échantillon est suffisamment mince que la perte d'énergie dans ce dernier résulte d'un très petit nombre de collisions. Dans ce contexte, il est difficile de juger si un grain de bromure d'argent, d'une dimension inférieure au μm , doit être considéré comme un échantillon mince ou non. Il s'agit d'une question qui reste à trancher [416,438,439]. Il serait en conséquence avisé de considérer la perte d'énergie la plus probable parmi les attributs possibles.

6.1.2 L'historique des modèles de perte d'énergie

1913–1933: L'interaction avec un atome isolé

Le ralentissement des particules chargées au cours de leur traversée d'un matériel a été observé dès les premiers travaux sur la radioactivité et son origine, des chocs avec les atomes du matériel, rapidement saisie [440]. Niels Bohr, s'inspirant du modèle atomique de Rutherford, a déduit, d'abord dans un contexte non-relativiste [441], puis dans un

Tableau 6.1: Modèles de perte d'énergie par ionisation: 1913-1933.

Bohr 1913 [441]	$\frac{4\pi N e^4}{m v^3} \sum_i \ln \frac{k v^3 m M}{2\pi v_i (M+m) e^2}$
Bohr 1915 [430]	$\frac{2\pi N e^4}{m v^3} \sum_i \left(\ln \frac{k^2 v^2 n N \Delta x}{4\pi v_i^2} - \ln \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right) - \frac{v^2}{c^2} \right)$
Bethe 1930 [442]	$\frac{4\pi N Z e^4}{m v^3} \ln \frac{2 m v^2}{I}$
Møller 1932 [443]	$\frac{2\pi N Z e^4}{m v^3} \left\{ \ln \frac{4\pi N e^4 \Delta x}{I^2} - \ln \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right) - \frac{v^2}{c^2} \right\}$
Bloch 1933 [444]	$\frac{4\pi N Z e^4}{m v^3} \left\{ \ln \frac{2 m v^2}{I} - \frac{1}{2} \ln \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right) - \frac{v^2}{2c^2} \right\}$
Dans ces diverses formules, I représente un potentiel d'ionisation moyen de l'atome. Son expression exacte, en termes des paramètres du modèle atomique, n'est toutefois pas identique d'un auteur à l'autre.	

contexte relativiste [430], une équation pour l'énergie perdue par une particule chargée en traversant une certaine épaisseur de matière. Ces équations, particularisées au cas d'une particule de charge unitaire, apparaissent au tableau 6.1. L'une ou l'autre équation présentaient un accord qualitatif avec les résultats expérimentaux disponibles à l'époque, résultats qui étaient toutefois loin d'être concluants.

L'émergence de la mécanique quantique une dizaine d'années plus tard suscita de nouveaux travaux théoriques sur le sujet. Bethe [442] fit une étude quantique non-relativiste du problème à l'aide de l'approximation de Born (voir section 2.1.2); la relation qu'il déduisit est présentée au tableau 6.1. Møller proposa par la suite une approche quantique relativiste au problème [443], basée sur la théorie de Dirac. Enfin, Bloch reprit le problème dans une perspective quantique, mais en recourant à une approche différente de celle de Bethe [444], approche qui permet en particulier de déduire une relation lorsque l'approximation de Born cesse d'être valide.

Ces différentes équations sont déduites par des méthodes et dans des domaines largement différents et il n'est donc pas tellement surprenant qu'elles ne coïncident pas strictement, même dans des domaines où ça semblerait devoir être le cas. Les divergences s'expliquent de plusieurs façons. Ainsi, Ahlen [144] estime qu'une partie de la divergence entre les résultats de Bloch et de Bethe vient d'un mauvais choix de section efficace dans le calcul de Bloch. Néanmoins, comme toutes ces formules se ressemblent, il est devenu d'usage de les dénommer globalement sous le nom de *formule de Bethe-Bloch*, au risque de créer confusion et inconsistance. La popularité de cette formule vient également de ce qu'elle peut être déduite par l'électrodynamique classique relativiste [70,445,446], mais

non sans faire appel à des arguments quantiques (voir section 2.2.1).

1938–1956: L'effet de la polarisation

La formule de Bethe-Bloch s'accordait relativement bien avec les résultats expérimentaux disponibles à l'époque mais elle menait à une constatation étonnante: la perte d'énergie d'une particule ultrarelativiste ($\gamma \rightarrow \infty$) devrait être infinie, question à laquelle on a fait allusion à la section 2.2.1; une situation peu satisfaisante du point de vue théorique. Swann [447] fit ressortir l'origine de la difficulté en soulignant qu'autant dans l'approche classique que quantique, elle provenait d'interactions à des distances élevées (ou, équivalentement, avec faible échange d'énergie) et que celles-ci n'ont tout simplement pas lieu lorsqu'on tient compte de l'effet d'écran, de la polarisation du milieu par le champ électrique de la particule chargée, qui fait en sorte qu'à grande distance de celle-ci, son champ électrique est voilé par l'effet des champs dipolaires¹ induits dans les atomes situés entre la particule et le point d'action.

Fermi [448] a donné une version quantitative de cette solution à partir de l'électrodynamique classique relativiste, en utilisant un modèle très simple de permittivité où les atomes ne comportaient qu'une fréquence d'oscillation. On notera que Fermi n'était originalement pas au courant de l'explication de Swann et que son intérêt pour le sujet ne provenait pas d'un désaccord entre résultats expérimentaux et formule de Bethe-Bloch. Il s'agissait de la part de Fermi d'une tentative d'expliquer une anomalie dans le taux d'absorption des pions dans l'air comparativement à sa valeur dans un milieu dense (la perte d'énergie étant corrigée pour cette densité mais pas pour la polarisation), ce que permettait qualitativement la polarisation en réduisant la perte d'énergie et, donc, en augmentant le parcours dans le milieu dense. L'évaluation quantitative devait toutefois indiquer que cet effet ne pouvait expliquer l'anomalie observée, dont l'origine provenait de la désintégration radioactive du pion, seulement une conjecture à l'époque. Bien que la motivation à l'origine du travail de Fermi ait été erronée, il n'en demeure pas moins que ce travail ouvrit une nouvelle avenue de recherches, tant théoriques qu'expérimentales.

Du point de vue théorique, l'idée de Fermi fut en effet reprise et généralisée: Halpern et Hall [449] eurent recours à un modèle atomique multi-fréquentiel prenant aussi en

¹ Des champs d'ordre plus élevé sont naturellement possibles mais beaucoup moins probables.

compte l'absorption de rayonnement. L'atome y devenait un système de plusieurs oscillateurs harmoniques amortis, l'amortissement permettant de reproduire l'absorption de rayonnement. Ce modèle était aussi d'inspiration purement classique, étant dérivé à partir de l'électrodynamique classique relativiste et faisant usage de l'expression de Lorentz de la permittivité. Il est donc inévitable qu'il ne soit qu'approximatif puisqu'il s'agit d'interactions atomiques. Halpern et Hall ont contourné cette difficulté par le raisonnement suivant, inspiré de Fermi [448]: le caractère quantique de l'interaction ne devrait jouer que pour des paramètres d'impact faibles (ou, équivalentement, pour de grands transferts d'énergie), domaine où la formule de Bethe-Bloch s'applique sans correction; si l'on soustrait donc à la théorie classique incorporant l'effet de densité la contribution pour l'interaction particule chargée-atome, telle que déduite par Bohr [430,441], la différence, qui est indépendante du paramètre d'impact, devrait représenter une correction pour l'effet de densité *valide autant dans une approche quantique que classique*; il suffit dès lors de soustraire cette correction de la formule de Bethe-Bloch [449].

Le modèle d'Halpern et Hall ne peut être déduit sous une forme complètement analytique. Des solutions numériques sont le seul recours. La perte d'énergie est alors donnée par la formule:

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{2\pi n_e e^4}{mc^2 \beta^2} \left(\ln \frac{mc^2 \beta^2 T}{F^2(1-\beta^2)} + 1 - \beta^2 - \delta \right) \quad (6.1)$$

où β est la vitesse (en unités de la vitesse de la lumière), δ est la correction résultant de l'effet de densité et T le transfert d'énergie maximal.

Sternheimer a calculé, pour une large gamme d'éléments et de composés, une série de paramètres qui permettent d'établir la correction δ à la formule de Bethe-Bloch attribuable à l'effet de densité [450,451,452,453,454]². Pour simplifier l'utilisation de ces corrections, Sternheimer les a exprimées sous forme d'une relation polynômiale comportant 5 paramètres (dépendant évidemment des caractéristiques du milieu mais pas du facteur de Lorentz de la particule chargée incidente, qui est la variable de cette relation). La correction est alors donnée par:

$$\delta = \begin{cases} 0 & \text{si } X < X_0 \\ 4,606X + C + a(X_1 - X)^m & \text{si } X_0 \leq X \leq X_1 \\ 4,606X + C & \text{si } X > X_1 \end{cases} \quad (6.2)$$

²On ne cite ici que les articles où des valeurs reliées à l'émulsion ou au bromure d'argent sont établies.

Tableau 6.2: Paramètres de Sternheimer du bromure d'argent.

Référence	I	X_0	X_1	a	$-C$	m	A	B
1952 [450]	—	0,10	3,0	0,160	5,14	3,18	0,0668	14,582
1956 [451]	573,9	0,30	4,0	0,0235	5,95	4,03	0,0671	14,25
1971 [452]	434,0	0,333	3,0	0,06708	5,387	2,929	0,06708	14,814
1982 [453]	487,2	0,0358	3,5	0,1351	5,616	2,976	0,06705	14,582
1984 [454]	486,6	0,0352	3,2109	0,24582	5,6139	2,6820	0,06705	14,582
I est en eV, A en MeV cm ² /g.								

Tableau 6.3: Paramètres de Sternheimer de l'émulsion nucléaire.

Référence	I	X_0	X_1	a	$-C$	m	A	B
1952 [450]	—	0,17	3,0	0,156	5,02	3,17	0,0708	15,7
1956 [451]	372,6	0,23	4,0	0,0220	5,55	4,01	0,0698	15,12
1982 [453]	331,0	0,1009	3,0	0,3416	5,332	2,496	0,06979	15,355
1984 [454]	331,0	0,1009	3,4866	0,12399	5,3319	3,0094	0,06979	15,355
I est en eV, A en MeV cm ² /g.								

où la variable X est définie comme:

$$X \equiv \log \frac{v/c}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \log \beta\gamma \quad (6.3)$$

où β est la vitesse (en unités de la vitesse de la lumière) et γ le facteur de Lorentz. La formule empirique des derniers articles de Sternheimer [453,454] diffère très légèrement de celle-ci en ce qu'on substitue au coefficient 4,606 un coefficient de valeur 4,6052. On estime cette modification tout à fait négligeable (inférieure à une partie par millier) et on ne s'en préoccupera pas davantage. Les 5 paramètres sont: X_0 , X_1 , a , C et m . Le tableau 6.2 comporte les valeurs de ces 5 paramètres pour le bromure d'argent telles que présentées dans les différentes publications de Sternheimer. Le tableau 6.3 présente les mêmes paramètres pour l'émulsion nucléaire; (la composition utilisée pour les calculs demeure vague, sauf pour l'article de 1956 [451] où il est explicitement indiqué qu'il a été fait usage de la composition de l'émulsion Ilford G-5).

On note que les paramètres du bromure d'argent et de l'émulsion, pour un article donné, sont assez similaires. Ce n'est pas étonnant puisque 90 % de la masse de l'émulsion est constituée de bromure d'argent. On ne s'attend donc pas à ce que la correction diffère drastiquement pour l'une ou l'autre série de paramètres mais il demeure tout de même souhaitable de décider quelle série de paramètres devrait être utilisée. À première vue,

Tableau 6.4: Formules numériques de Sternheimer (perte d'énergie restreinte).

Référence	Perte d'énergie restreinte
1952 [450]	$\frac{A}{\beta^2} \{ B + 2 \ln \frac{p}{mc} + \ln T + 1 - \beta^2 - \delta \}$
1956 [451]	$\frac{A}{\beta^2} \{ B + 2 \ln \frac{p}{mc} + \ln T + 0,69 - \beta^2 - \delta \}$
1971 [452]	$\frac{A}{\beta^2} \{ B + 2 \ln \frac{p}{mc} + \ln T + 0,693 - \beta^2 - \delta \}$
1982 [453]	$\frac{A}{\beta^2} \{ B + 2 \ln \frac{p}{mc} + \ln T + 0,693 - \beta^2 - \delta \}$
1984 [454]	—

il semblerait évident que les paramètres de l'émulsion conviendraient mieux mais une connaissance du processus photographique oblige à davantage de prudence. En effet, la formation de l'image latente n'est le fait que de l'énergie déposée dans un grain de bromure d'argent; il semble illégitime de tenir compte de l'énergie déposée dans la gélatine puisque celle-ci ne joue qu'un rôle très indirect (dans la mesure où même elle en joue un) dans le processus photographique [455,456,457,458,459]. Le seul mécanisme auquel on puisse penser par lequel de l'énergie initialement déposée dans la gélatine pourrait déclencher la formation d'une image latente est la production dans la gélatine d'un rayon- δ . Toutefois, dans l'évaluation des densités de grains, on exclut généralement ceux-ci, un point sur lequel on reviendra à la section 6.2.1. En conséquence, il semble plus approprié de recourir aux paramètres du bromure d'argent qu'à ceux de l'émulsion. On ne peut toutefois considérer la question réglée et une comparaison de ces deux alternatives avec des mesures expérimentales serait souhaitable.

Ces différentes évaluations reposent toutes sur les mêmes formules de base, dérivées dans le cadre du modèle d'Halpern et Hall. En revanche, Sternheimer propose dans ses différents articles différentes versions de la formule de Bethe-Bloch, dont on a vu précédemment qu'elle comportait sa part d'ambiguïté. Le tableau 6.4 comporte ainsi les différentes formules numériques recommandées par Sternheimer: T y représente le transfert maximal d'énergie, en MeV. On peut supposer que ces diverses formules ne mènent pas à des différences trop significatives mais il y a tout de même lieu de souligner qu'il s'agit là d'une faiblesse logique du modèle, d'autant plus que la formule de Bethe-Bloch n'a pas fait l'objet de nouveaux travaux durant les années où Sternheimer s'est consacré à l'évaluation de ses paramètres.

La série d'articles de Sternheimer contient également des expressions numériques pour le calcul de la perte d'énergie la plus probable (voir section 6.1.1), qu'on reproduit au

Tableau 6.5: Formules numériques de Sternheimer (perte d'énergie la plus probable).

Référence	Perte d'énergie la plus probable
1952 [450]	$\frac{A^t}{\beta^2} \left\{ B + 2 \ln \frac{p}{mc} + \ln \frac{A^t}{\beta^2} + 1,37 - \delta \right\}$
1956 [451]	$\frac{A^t}{\beta^2} \left\{ B + 2 \ln \frac{p}{mc} + \ln \frac{A^t}{\beta^2} + 1,06 - \beta^2 - \delta \right\}$
1971 [452]	$\frac{A^t}{\beta^2} \left\{ B + 2 \ln \frac{p}{mc} + \ln \frac{A^t}{\beta^2} + 0,891 - \beta^2 - \delta \right\}$
1982 [453]	$\frac{A^t}{\beta^2} \left\{ B + 2 \ln \frac{p}{mc} + \ln \frac{A^t}{\beta^2} + 0,891 - \beta^2 - \delta \right\}$
1984 [454]	—

tableau 6.5. La variable t est l'épaisseur du matériau (en g/cm²). On y note la même variabilité dans les expressions.

On peut noter d'autre part que les valeurs numériques des paramètres changent sensiblement d'une publication à l'autre. La variation n'est pas aussi dramatique qu'elle peut le paraître car les variations de ces paramètres sont corrélées. Néanmoins, ceci peut être considéré comme une faiblesse méthodologique du modèle puisqu'il devient dès lors virtuellement impossible d'identifier la source d'un éventuel désaccord entre théorie et expérience. Cette constatation ne laisse de choix qu'entre deux alternatives dans une comparaison avec l'expérience: rejeter ou accepter en bloc le modèle.

La correction δ , telle qu'écrite par Sternheimer, mène automatiquement à un plateau lorsque $\beta\gamma$ est supérieur à 10^{X_1} , le terme $4,606X$ étant identiquement égal à $\ln(\beta\gamma)^2$. Il est toutefois évident qu'il ne s'agit pas là d'un très bon argument en faveur du modèle puisque l'équation 6.2 est d'origine phénoménologique; sa forme fonctionnelle n'est pas une conséquence du modèle d'Halpern et Hall mais a été choisie de façon à reproduire la courbe de perte d'énergie. Bien que le lissage que représente l'équation 6.2 puisse être tout à fait approprié, on doit au moins envisager la possibilité que l'accord qualitatif avec les résultats expérimentaux résulte d'un artefact de l'algorithme.

La lecture des articles de Sternheimer suggère une autre critique, en rapport avec les données expérimentales qui interviennent dans le modèle. Le modèle développé par Halpern et Hall peut être considéré quelque peu abstrait en ce qu'il fait intervenir des oscillateurs harmoniques amortis (ou dispersifs) sans les relier à des quantités atomiques. Sternheimer a toutefois dû établir ce lien. Or, le lien établi n'est pas limpide: les fréquences des oscillateurs ne correspondent pas aux fréquences atomiques (soit l'énergie d'un niveau atomique divisée par la constante de Planck; il ne s'agit pas de fréquences de transition),

bien qu'elles en soient une fonction. La différence n'est toutefois pas très grande et peut se justifier lorsqu'on admet que les niveaux d'énergie d'un matériau dense peuvent différer un peu de ceux d'un atome isolé. Si ce n'était pas le cas, un état dense ne présenterait aucun avantage du point de vue énergétique. Ce qui est beaucoup plus sérieux est que Sternheimer multiplie ces fréquences ajustées par un facteur d'ordre 2, qui est le rapport de la détermination expérimentale du potentiel d'ionisation moyen à sa valeur théorique (une fonction des fréquences des oscillateurs), ce qui permet en principe de tenir compte des ionisations menant à un état final du continuum ou, en d'autres termes, de produire des électrons d'ionisation avec une certaine énergie cinétique [450,451,452,453,454].

Cette façon de procéder n'est pas injustifiable ni fausse du point de vue méthodologique mais manque certainement de cohérence et d'élégance conceptuelle. D'une part, il semble étrange de tenir compte de corrections mineures aux fréquences atomiques, comme le fait Sternheimer dans ses calculs de fréquences d'oscillateurs [450,451,452,453,454] et plus encore dans le fait qu'il tient même compte des sous-couches atomiques (par exemple les sous-couches L_I , L_{II} et L_{III}) [453,454], lorsque, d'un même souffle, on multiplie toutes ces fréquences par un facteur dont la précision est douteuse (et qui n'a aucune raison d'être identique pour toutes les transitions possibles). En un sens, cette démarche relève presque de la prestidigitation.

On fera remarquer dans cette veine que le potentiel d'ionisation moyen, I , est opérationnellement très équivoque. En effet, si sa signification, une énergie moyenne d'ionisation, est relativement limpide, il n'y a toutefois pas accord sur l'expression théorique exacte de cette quantité. Naturellement, la forme quantitative dépend du modèle de structure atomique utilisé. En se référant aux tableaux 6.2 et 6.3, on note que la valeur de I peut différer significativement d'une publication à une autre. Si le potentiel d'ionisation moyen n'intervenait qu'à l'intérieur du logarithme (dans l'équation de Bethe-Bloch), cette variation serait somme toute bénigne; le problème vient de ce que Sternheimer utilise ces valeurs de potentiel d'ionisation moyen pour ajuster ses fréquences atomiques. Une éventuelle erreur systématique sur ce paramètre est donc très susceptible de se répercuter ailleurs.

Il y a d'autant plus lieu de craindre une erreur systématique à ce niveau et, par voie de conséquence, au niveau du facteur d'ajustement des fréquences atomiques, que les valeurs expérimentales du potentiel d'ionisation moyen sont essentiellement toutes extraites d'expériences sur la perte d'énergie, faisant précisément usage de la formule de

Bethe-Bloch [144]. Il n'y a donc pas de détermination expérimentale indépendante, de seconde approche à la détermination de la quantité I , de sorte qu'une erreur systématique sur cette quantité ne peut être exclue. En fait, cette procédure constitue presque un cercle vicieux.

Une dernière critique que nous vous voudrions adresser à l'approche suivie par Sternheimer est qu'elle idéalise la situation et laisse très peu de place aux caractéristiques particulières d'un détecteur. Sternheimer ne décrit en effet que trois situations où ses formules permettent de tenir compte de l'effet de densité: la perte d'énergie moyenne, qui correspond à la formule de Bethe-Bloch (équation 6.1), la perte d'énergie restreinte, où le transfert d'énergie maximal n'est plus d'origine cinématique mais déterminé par le détecteur (voir section 6.1.1) et la perte d'énergie la plus probable (voir section 6.1.1). On notera que seules les deux dernières éventualités permettent de tenir compte de caractéristiques du détecteur (respectivement l'énergie maximale détectable et la dimension du détecteur); aucune ne permet de tenir compte d'un seuil de sensibilité pour le détecteur et, *a fortiori*, d'une fonction de résolution pour celui-ci (voir section 2.1.3).

1956–1989: L'approche moderne

Après 1938, lorsqu'on a commencé à considérer la perte d'énergie par ionisation dans les milieux denses, l'approche quantique a été reléguée à l'arrière-plan, surtout parce qu'il ne semblait pas possible de tenir compte de cette façon de la polarisation du milieu. L'approche classique, sans être simple, permettait à tout le moins de déduire un modèle du phénomène.

Il est toutefois évident qu'une approche quantique est plus appropriée à cette échelle subnucléaire, dans la mesure où on puisse incorporer les effets collectifs au formalisme. L'approche orthodoxe, conduisant à un problème à N corps, n'est pas l'avenue idéale. Il existe quelques façons plus simples de procéder [73], dont l'une d'elle est particulièrement intéressante du point de vue conceptuel: elle consiste en une approche par l'électrodynamique quantique où le photon est considéré comme un boson massif, de sorte que sa portée est limitée; ce qui permet de reproduire l'effet d'écran dû à la polarisation. La portée de ce photon dépend des propriétés diélectriques du matériau, soit de sa permittivité, de sorte que la *masse effective* de ce photon dépend de cette permittivité³. On peut ainsi déduire,

³Une autre façon de comprendre ce concept est de se rappeler que la permittivité est le carré de l'indice de réfraction, qui exprime le rapport de la vitesse de la lumière dans un milieu par rapport à sa valeur

par une approche quantique relativement simple, une expression pour la perte d'énergie par ionisation tenant compte de la polarisation du milieu [73,460].

Le résultat que nous exposerons provient essentiellement de Fano [461] et a été repris plus récemment par Allison, Bunch et Cobb [460]. Dans cette démarche, la perte d'énergie par ionisation est donnée par (voir aussi [462]):

$$-\frac{dE}{dx} = \int_0^\infty n_a \frac{d\sigma}{dE'} E' dE' \quad (6.4)$$

où n_a est la densité d'atomes du milieu, E' l'énergie transférée dans l'interaction (à un électron atomique) et $d\sigma/dE'$, la section efficace différentielle, dont l'expression est:

$$\frac{d\sigma}{dE'} = \frac{d\sigma_t}{dE'} + \frac{d\sigma_l}{dE'}. \quad (6.5)$$

Le premier terme correspond à l'échange de photons transversaux et le second représente l'échange de photons longitudinaux. La différence entre les deux se situe au niveau de l'hélicité: un photon longitudinal a une hélicité nulle tandis qu'un photon transversal a une hélicité de ± 1 . Puisque les hélicités sont différentes, l'échange d'un photon longitudinal ne mène pas au même état final que l'échange d'un photon transversal: les parités diffèrent. En conséquence, on doit évaluer les sections efficaces séparément et les additionner pour obtenir la section efficace du processus global, pour les deux états possibles de parité (voir section 2.1.2). Pour donner un aspect un peu plus concret à la discussion, on peut ajouter que des photons réels sont nécessairement transversaux tandis que des photons virtuels pourront être de l'un ou l'autre type. En particulier, la force de Coulomb qui s'exerce entre deux charges résulte de photons longitudinaux.

L'expression de la section efficace différentielle transversale, $d\sigma_t/dE'$, de la perte d'énergie dans un milieu condensé est:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_t}{dE'} = \frac{e^2}{\hbar^2 c^2 \pi \epsilon_0 \beta^2} \left\{ \frac{\epsilon_2}{|\epsilon|^2} \ln[(1 - \beta^2 \epsilon_1)^2 + \beta^4 \epsilon_2^2]^{-1/2} + \right. \\ \left. + \left[\beta^2 - \frac{\epsilon_1}{|\epsilon|^2} \right] \arctan \frac{\beta^2 \epsilon_2}{1 - \beta^2 \epsilon_1} \right\} \end{aligned} \quad (6.6)$$

où ϵ est la permittivité (voir section 2.1.1). Il s'agit d'une quantité complexe, dont la partie réelle, ϵ_1 , rend compte de la polarisation d'un milieu par un champ électrique (ou, dans

dans le vide. Or, un photon dont la vitesse est inférieure à celle de la lumière peut être conçu comme possédant une masse effective, d'autant plus importante que l'indice de réfraction sera plus élevé.

une perception optique, de la dispersion de la lumière) tandis que la partie imaginaire, ϵ_2 , rend compte de l'absorption du rayonnement. Une expression assez générale de la permittivité est [460,461,463,464]:

$$\epsilon = \epsilon_1 + i\epsilon_2 = 1 + E_p^2 \sum_{k=1}^m \frac{f_k}{E_k^2 - E^2 - i\gamma_k E} \quad (6.7)$$

où les symboles E_k , f_k et γ_k représentent respectivement, pour une couche atomique k , le niveau d'énergie, le coefficient d'oscillation et le paramètre d'amortissement, permettant de rendre compte de la largeur finie d'une raie atomique. La somme est prise sur les différentes couches atomiques. La quantité E_p est l'énergie de plasma du milieu, dont l'expression est:

$$E_p = \hbar\omega_p = \hbar \left[\frac{4\pi n_e e^2}{m_e} \right]^{1/2}, \quad (6.8)$$

une expression où n'entre qu'une seule quantité dépendant du milieu considéré: la densité d'électrons, n_e . Toutes les autres quantités sont des constantes fondamentales. Cette série d'équations permet d'évaluer la partie transversale de la section efficace.

Il s'agit maintenant de déduire l'expression de la section efficace différentielle longitudinale. Celle-ci est:

$$\frac{d\sigma_l}{dE'} = \sum_{k=1}^m f_k \left(\frac{d\sigma_l}{dE'} \right)_k \quad (6.9)$$

où, ici encore, la somme est prise sur les différentes couches atomiques. Maintenant, pour une couche atomique donnée, la section efficace est [460]:

$$\left(\frac{d\sigma_l}{dE'} \right)_k = \begin{cases} \frac{2\pi e^4}{mc^2 \beta^2} \frac{\delta(E' - E_k)}{E_k} \ln \left(\frac{2mc^2 \beta^2}{E_k} \right) & E' \leq E_k \\ \frac{2\pi e^4}{mc^2 \beta^2} \frac{1}{E'^2} & E' > E_k \end{cases} \quad (6.10)$$

Ce que cette expression représente est un modèle de la section efficace reproduisant qualitativement les maxima de la section efficace atomique. On notera toutefois que cette expression ne reproduit que des interactions dont le résultat est une ionisation; elle n'inclut pas la possibilité d'excitations atomiques. Il ne s'agit pas d'un modèle quantitativement précis mais il devrait faire l'affaire, surtout s'il s'avère exact que les détails précis de la structure atomique ont moins d'importance que les phénomènes de résolution intervenant dans le processus d'observation.

Ce modèle s'appuie évidemment sur quelques approximations, dont les plus importantes sont [461]:

1. La dérivation suppose que la particule incidente est notablement plus massive que l'électron et que son énergie n'est ni trop faible ni trop élevée. D'une part, la particule incidente doit être relativiste, de telle sorte que l'approximation de Born soit justifiée (voir section 2.1.2); d'autre part, l'énergie de la particule chargée incidente ne doit pas être trop élevée: $E \ll \frac{m}{m_e} mc^2$. Cette condition est nécessaire pour que l'énergie de recul soit faible. On notera que le domaine de validité demeure tout de même notablement large, couvrant des facteurs de Lorentz allant d'un peu plus de 1 jusqu'à environ 100 pour des muons (et davantage pour des particules plus massives).
2. En plusieurs points, la dérivation des formules requiert implicitement que le nombre atomique de l'élément ne soit pas trop élevé. Il n'est toutefois pas nécessaire de se limiter aux premiers éléments du tableau périodique. Simplement, pour des éléments de nombre atomique élevé, la validité du modèle est plus discutable. Cette hypothèse devrait être vérifiée lorsque l'approximation de Born s'applique.
3. La dérivation de la section efficace s'effectue en découpant l'intervalle de transferts d'énergie en trois régions (transferts d'énergie faibles, moyens et élevés) où on peut représenter simplement les facteurs de forme de l'atome. Or, il y a vraiment là hypothèse qu'on puisse obtenir dans ces trois régions des expressions à la fois simples et adéquates pour les facteurs de forme de l'atome. L'hypothèse ne semble toutefois discutable que si la particule incidente est un électron.

L'avantage principal de ce modèle comparativement à celui de Sternheimer est qu'il offre la possibilité de tenir compte de la résolution du détecteur, puisqu'on obtient une expression où une intégrale demeure à résoudre. Il s'agit d'un désavantage dans la mesure où cela rend l'utilisation du modèle plus compliquée et requiert généralement une procédure d'intégration numérique mais cela offre en contrepartie la possibilité de tenir beaucoup mieux compte des caractéristiques de la procédure d'observation, en incluant dans l'intégrale une fonction permettant de pondérer un transfert d'énergie suivant son aptitude à mener à un signal observable.

Ce modèle de nature quantique présente un second avantage: il ne fait intervenir que des quantités qui peuvent être déterminées par la spectroscopie, soit les niveaux d'énergie, les coefficients d'oscillation et les paramètres d'amortissement; une quantité aussi ambiguë que le potentiel moyen d'ionisation, I , n'intervient plus. Ce qui ne veut pas dire qu'aucune ambiguïté ne subsiste: en effet, on peut se demander si on devrait utiliser les niveaux

atomiques tels que déterminés à l'état gazeux [460] ou s'il faut au contraire tenir compte de la phase de la matière [461]; dans le premier cas, on aurait recours aux niveaux atomiques de l'atome même tandis que dans le second, on devrait utiliser des niveaux différents, comme par exemple ceux qu'utilise Sternheimer dans ses propres calculs.

Nous estimons toutefois que les éventuelles corrections aux niveaux d'énergie devraient être assez faibles, de l'ordre de quelques eV. Il est peu probable qu'une correction de cet ordre modifie notablement les résultats du calcul de la perte d'énergie: on peut en effet prévoir, étant donné les aléas du processus de formation de l'image latente, en particulier le manque de réciprocité, que l'électron devra posséder une énergie cinétique autrement plus importante que quelques eV. Comme cette énergie cinétique est toutefois mal connue et n'a tout au plus de même qu'une valeur statistique, une faible imprécision sur les niveaux d'énergie n'aura que peu d'impact sur le résultat final.

On signalera également que les paramètres d'amortissement des niveaux atomiques ne sont pas des quantités au statut théorique très bien défini, regroupant plusieurs phénomènes distincts qui contribuent à donner une certaine largeur à une résonance. Il apparaît raisonnable de les considérer proportionnels aux niveaux d'énergie auxquels ils sont liés [460] mais on ne doit pas perdre de vue qu'il s'agit là d'une hypothèse, aussi raisonnable qu'elle puisse être.

Enfin, le modèle comporte aussi des ambiguïtés au niveau de l'interprétation: ainsi, Allison, Bunch et Cobb [460] estiment que la principale lacune du modèle de Sternheimer est qu'il fait usage de la règle de sommation de Thomas-Reiche-Kuhn, suivant laquelle la somme sur tous les coefficients d'oscillation devrait donner 1, $\sum_i f_i = 1$, pour des coefficients d'oscillation normalisés par le nombre atomique. Or, ces auteurs estiment que, pour des échantillons minces, cette procédure n'est pas justifiable. Cette partie de leur argumentation nous apparaît inconsistante, d'abord parce qu'eux-mêmes veillent à respecter cette règle de sommation, ensuite parce qu'il nous semble fallacieux de suggérer qu'une intégration par la méthode de Monte Carlo (une méthode d'intégration numérique qui sera abordée plus loin, à la section 6.2.2) représente une approche plus précise qu'une intégration analytique. Dans notre opinion, une intégration numérique ne peut être plus précise qu'une intégration analytique. Il serait à la rigueur possible qu'une sommation précise donne de meilleurs résultats qu'une intégration mais, la méthode de Monte Carlo constituant une somme prise de façon aléatoire, ne peut en aucune façon représenter une telle somme.

Nous terminerons en signalant qu'une troisième voie s'est récemment développée, empruntant aux approches classique et quantique. L'expression de la perte d'énergie (incluant l'effet de densité) est dérivée à partir des équations de Maxwell [465,466] mais la permittivité est décrite quantiquement, en faisant appel à la section efficace d'interaction des photons dans le matériau dense [466,467]. Le modèle présente certainement des possibilités intéressantes mais requiert une connaissance de la section efficace d'absorption des photons, soit expérimentale ou théorique.

6.2 L'aspect expérimental

6.2.1 Les paramètres de la perte d'énergie

L'évaluation de la perte d'énergie par l'approche de Sternheimer est assez directe: tous les paramètres directement reliés au milieu traversé ont été évalués de sorte qu'aucune connaissance préalable des caractéristiques du milieu n'est nécessaire. En ce sens, l'approche de Sternheimer est d'usage très simple, pour peu évidemment que le milieu en question ait fait l'objet d'une évaluation.

Par contraste, le recours à l'approche quantique demande des connaissances préalables sur le milieu: les niveaux d'énergie, les coefficients d'oscillation et les paramètres d'amortissement des espèces atomiques présentes (ou actives) et également la densité électronique (ou, de façon équivalente, la fréquence de plasma). La connaissance des paramètres d'amortissement n'est toutefois pas essentielle puisqu'il est acceptable de les prendre proportionnels aux niveaux d'énergie atomiques. De plus, si l'on désire également tenir compte de la résolution du détecteur, il faut en plus fournir une fonction de résolution.

On présentera donc ici les valeurs de ces quantités pour le bromure d'argent et on proposera ensuite une fonction de résolution pour l'émulsion nucléaire.

Les paramètres du bromure d'argent

La densité électronique du bromure d'argent peut être établie à partir de sa densité (au sens usuel du terme) ainsi que des nombres et des masses atomiques des éléments qui le constituent. La densité du bromure d'argent, précédemment utilisée à la section 4.2.1, est [357]: $\rho_{AgBr} = 6,473 \text{ g/ml}$. Les nombre et masse atomique du brome sont respectivement $Z_{Br} = 35$ et $A_{Br} = 79,904$ et ils sont pour l'argent $Z_{Ag} = 47$ et $A_{Ag} = 107,8682$ [6]. La

Tableau 6.6: Niveaux d'énergie et populations du brome et de l'argent.

Orbitale	Argent		Brome	
	Population	Énergie (eV)	Population	Énergie (eV)
1s	2	25 664,64	2	13 565,48
2s	2	3 863,828	2	1 826,565
2p'	6	3 402,924	6	1 590,063
2p''	6	3 579,143	6	1 638,007
3s	2	745,1801	2	277,5457
3p'	6	598,5515	6	203,0629
3p''	6	630,6568	6	210,2898
3d'	10	391,4455	10	85,36132
3d''	10	397,8361	10	86,52403
4s	2	116,3176	2	27,78216
4p'	6	72,94846	5	12,22568
4p''	6	78,31006	5	12,78697
4d'	10	13,64638	—	—
4d''	10	14,31239	—	—
5s	1	6,453246	—	—

Source: [6,468,469].
Note: l' correspond au cas où $j = l + \frac{1}{2}$ et l'' à celui où $j = l - \frac{1}{2}$

densité électronique, n_e , prend donc pour valeur:

$$n_e = \frac{Z_{Ag} + Z_{Br}}{A_{Ag} + A_{Br}} N_A \rho_{AgBr} = 1,70 \times 10^{24} \text{ e}^-/\text{cm}^3 \quad (6.11)$$

où N_A représente le nombre d'Avogadro. L'énergie de plasma, E_p , vaut alors [428]:

$$E_p = \hbar \sqrt{\frac{4\pi n_e e^2}{m_e}} = 48,4 \text{ eV} \quad (6.12)$$

en utilisant la définition de l'énergie de plasma (voir éq. 6.8).

L'évaluation des niveaux d'énergie atomiques est peut-être l'une des questions les plus approfondies de la physique. Elle a constitué l'un des principaux tests du formalisme quantique. Il existe maintenant des méthodes assez précises pour évaluer les niveaux d'énergie, la plus classique étant celle d'Hartree-Fock. La plupart de ces méthodes ne mènent pas à des expressions analytiques, toutefois; elles requièrent des solutions numériques. Ces solutions sont disponibles dans la documentation scientifique. On présente au tableau 6.6 une telle série de résultats.

On note que, lorsque les nombres quantiques orbitaux sont différents de 0 (orbitale de type s), le moment angulaire total, j , peut prendre deux valeurs. Les deux états sont en principe acceptables; la prédominance d'un état sur l'autre dépendra de la valeur des coefficients d'oscillation respectifs.

L'évaluation de ceux-ci représente toutefois un calcul quantique complexe. Aussi, toujours en considérant que l'incertitude sur la fonction de résolution domine celle associée aux incertitudes des paramètres de la perte d'énergie, on se contentera d'une estimation plus superficielle des coefficients d'oscillation: on prendra la population d'un niveau d'énergie donné (divisé par le nombre total d'électrons du brome et de l'argent) comme coefficient d'oscillation de ce niveau:

$$f_i = \frac{N_i}{\sum_i N_i} \quad (6.13)$$

où N_i est le nombre d'électrons du niveau d'énergie i . La somme s'étend sur les niveaux d'énergie de l'argent et du brome. On notera que cette expression satisfait à la règle de sommation de Thomas-Reiche-Kuhn, mentionnée à la section précédente **pourvu** qu'on ne compte qu'une fois chaque orbitale. Dans cette optique, on prendra, pour chaque orbitale, une valeur moyenne d'énergie (sur les deux valeurs possibles du moment angulaire). On estime qu'ici encore, l'erreur introduite par cette procédure sera bien moindre que l'erreur inhérente à la fonction de résolution.

La fonction de résolution de l'émulsion nucléaire

Le rôle et la pertinence de la fonction de résolution d'un détecteur ont été soulignés à la section 2.1.3. On y a également suggéré que cette fonction pouvait en principe être déduite de la connaissance du processus d'amplification du signal primaire. Dans ce cas-ci, le processus d'amplification comprend deux parties, le processus photographique et le traitement chimique, toutes deux trop compliquées pour pouvoir être modélisées quantitativement dans l'état actuel des choses. Toutefois, la discussion sur le processus de formation de l'image latente (section 4.3) et celle sur le traitement chimique (section 4.4) peuvent au moins permettre d'isoler les variables les plus importantes et ainsi délimiter la forme de la fonction de résolution. La fonction de résolution sera donc élaborée d'une façon semi-empirique, en s'appuyant toutefois surtout sur les trois caractéristiques dont on a discuté à la section 4.3: la structure de l'image latente, la régression et la réciprocité. Cette avenue n'est évidemment pas la seule possible: Kumar et Sharma [364], Barkas [462],

Avan [470] de même que Katz et Kobetich [471] présentent des démarches, également semi-empiriques, permettant de relier la perte d'énergie au processus photographique. La raison pour laquelle nous ne recourons pas à l'une de ces démarches est qu'elles comptent plusieurs paramètres dont la valeur est difficile à établir et qu'elles sont d'autre part assez complexes, de sorte que leur pouvoir prédictif est limité. On soulignera toutefois que notre approche devient assez semblable à celle décrite par Avan [470] lorsque la perte d'énergie est proportionnellement peu élevée, comme c'est le cas pour des particules ultrarelativistes unitairement chargées. Elle présente aussi quelques similitudes avec un modèle développé pour décrire la densité de bulles produites par des particules chargées ultrarelativistes dans une chambre à bulles à liquide lourd [472].

La structure de l'image latente dépend du type de rayonnement actinique, qui ne varie pas dans cette étude de la perte d'énergie, de sorte qu'on peut négliger ce facteur dans la détermination de la fonction de résolution. Une fonction de résolution générale, valide pour tous les types de rayonnements actiniques, devrait en tenir compte mais, puisqu'on se restreint ici à l'action photographique des particules chargées, il n'est pas nécessaire de l'inclure. Son effet devrait être identique sur toutes les traces.

La régression de l'image latente dépend de plusieurs facteurs, comme on l'a mentionné à la section 4.3. Dans le cas des émulsions nucléaires utilisées dans le projet E-531, la variable qui diffère notablement d'une trace à une autre est le temps où celle-ci est produite, ce qu'on peut exprimer comme l'intervalle de temps entre la formation de l'événement dont provient la trace et le traitement chimique. Les autres variables (les agents chimiques, la taille des grains, l'humidité et la température, en particulier) ne devraient pas varier pour la peine d'une trace à l'autre. En négligeant l'incertitude sur le moment d'origine d'un événement (environ une demi-journée comparativement à des intervalles de temps de 60 jours et plus), la régression de l'image latente constitue un effet purement systématique et sa contribution à la fonction de résolution est ainsi, par l'équation 4.10, un simple facteur multiplicatif de la forme: $g \exp(t/\tau)^n$, où t est le temps écoulé entre l'origine de l'événement et le traitement chimique, g la densité de grains observée pour ce délai et τ et n , des paramètres à déterminer expérimentalement. Les densités de grains sont donc ainsi ramenées à la valeur qu'elles auraient prises si aucun délai ne s'était écoulé entre la formation de l'événement (pour n'importe lequel d'entre eux) et le traitement chimique.

On a mentionné à la section 4.3 que, bien que la réciprocité ne s'applique pas au processus photographique stimulé par des particules chargées, celui-ci ne dépendait tout

de même que de l'énergie déposée dans le grain de bromure d'argent, puisque le temps d'exposition, le temps de passage d'une particule chargée à travers un grain, est essentiellement constant pour toutes les particules. On a vu précédemment que la perte d'énergie n'était pas constante mais suivait une distribution (voir section 6.1.1). L'énergie déposée dans un grain devra donc aussi être décrite en termes d'une distribution, qui différera en principe de celle de la perte d'énergie puisque les grains n'ont pas une taille unique (voir section 4.2.2), de sorte que le dépôt d'énergie différera d'un grain à l'autre.

En tenant compte de ces considérations, on peut suggérer la relation suivante entre la densité de grains d'argent d'une trace et le processus électrodynamique primaire:

$$\frac{dg}{dx} = \frac{dG}{dx} \int d\xi dE f(\xi) \xi n_{AgBr} \frac{d\sigma}{dE} E T(E). \quad (6.14)$$

Dans cette expression, dg/dx représente le nombre de grains d'argent par unité de longueur d'une émulsion développée, dG/dx , le nombre de grains de bromure d'argent par unité de longueur, $f(\xi)$ est la distribution des tailles des grains de bromure d'argent, dont la taille est ξ . La quantité $d\sigma/dE$ est la section efficace (par unité d'énergie) pour un transfert d'énergie E tandis que $T(E)$ sera la fonction de résolution de l'émulsion.

La signification physique de cette expression est la suivante: le nombre de grains d'argent formés par unité de parcours est égal au produit du nombre de grains de bromure d'argent par unité de parcours (avant développement) par la probabilité que ceux-ci évoluent en grains d'argent⁴. Cette probabilité est donnée par l'intégrale. Celle-ci représente une moyenne prise sur la population des grains et sur les transferts d'énergie possibles. La probabilité (par unité de parcours) d'une interaction avec transfert d'énergie E est $n_{AgBr} d\sigma/dE$, de sorte que la probabilité d'un transfert d'énergie E dans un grain est le produit de ce terme par la taille d'un grain, ξ . L'énergie libérée en moyenne dans un grain de cette taille par un transfert d'énergie E sera donc cette dernière probabilité multipliée par l'énergie transférée, E .

L'expression obtenue ne s'applique que pour une taille et un transfert d'énergie précis. Or, autant les tailles que les transferts d'énergie s'étendent sur un certain intervalle de valeurs. Il est donc nécessaire d'intégrer sur ces intervalles, en pondérant le cas échéant. En particulier, la distribution $f(\xi)$ pondère la probabilité d'une énergie libérée dans un grain de taille ξ par la fréquence de grains de cette taille. On doit de plus tenir compte que

⁴Cette relation requiert implicitement que le parcours soit suffisamment long pour que le nombre d'événements soit le produit de la probabilité et du nombre d'éventualités.

certaines transferts d'énergie seront plus efficaces à induire la formation d'une image latente que d'autres (pour un traitement chimique donné); c'est le rôle de la fonction $T(E)$. Elle donne la probabilité qu'un transfert d'énergie E mène, après traitement chimique, à un grain d'argent.

L'expression 6.14 repose implicitement sur une hypothèse: on suppose que la probabilité de formation d'un grain ne dépend de la taille que par la valeur moyenne d'énergie déposée. Autrement dit, la distribution de probabilités globale est factorisable en une distribution pour les tailles et une distribution pour les énergies. Physiquement, cela signifie que le seul effet de la taille des grains est de mener à un plus ou moins grand transfert d'énergie, qu'il n'y a pas de différence de sensibilité intrinsèque (par exemple, une densité différente de pièges) entre les grains de différentes tailles. Cette hypothèse demeure raisonnable mais la situation expérimentale demeure confuse.

L'hypothèse est toutefois très avantageuse, car elle implique que les intégrales sont découplées. Or, l'intégrale sur la taille des grains est dans cette circonstance l'espérance, la moyenne, μ_ξ , de la taille des grains de bromure d'argent (voir section 3.2). De l'expression 6.14, on déduit donc:

$$\frac{dg}{dx} = \frac{dG}{dx} \mu_\xi \int dE n_{AgBr} \frac{d\sigma}{dE} E T(E) \quad (6.15)$$

$$\propto \int dE \frac{d\sigma}{dE} E T(E) \quad (6.16)$$

qui indique que la densité de grains est proportionnelle à une simple convolution de la perte d'énergie et d'une fonction décrivant la probabilité d'un transfert d'énergie dans un grain de bromure d'argent de mener ultimement à un grain d'argent, indépendamment de sa taille.

Il est maintenant nécessaire, pour être en mesure de comparer théorie et résultats expérimentaux, de spécifier la forme de la fonction $T(E)$. Malheureusement, l'état des connaissances sur le processus photographique ne permet pas de spécifier la forme fonctionnelle. En revanche, la forme exacte n'est pas essentielle, sauf pour une analyse rigoureuse du processus photographique. Comme l'objectif de cette étude est avant tout l'identification des particules chargées ultrarelativistes, un modèle effectif du processus

photographique suffira. On prendra donc une forme très simple:

$$T(E) = \begin{cases} 0 & \text{si } E < E_0 \\ 1 & \text{si } E_0 \leq E \leq E_1 \\ 0 & \text{si } E > E_1 \end{cases} \quad (6.17)$$

qui compte deux paramètres à déterminer, E_0 et E_1 . Du point de vue physique, cette fonction signifie qu'un transfert d'énergie ne déclenchera de processus photographique que s'il tombe dans un intervalle précis et que, dans cet intervalle, tous les transferts d'énergie seront également efficaces. Il s'agit indiscutablement d'un modèle simpliste du processus photographique mais on soulignera à nouveau qu'il s'agit là d'un modèle effectif et que la forme fonctionnelle de la densité de probabilité est peu importante puisque l'intégration tend à faire disparaître les détails. D'un point de vue mathématique, cette forme fonctionnelle est équivalente à intégrer la quantité $E d\sigma/dE$ entre les valeurs d'énergie E_0 et E_1 . On notera au passage que la fonction $T(E)$, telle que posée, n'est pas une distribution de probabilités car elle n'est pas normalisée. Ce détail est cependant sans importance puisque la constante de normalisation, $(E_1 - E_0)^{-1}$, peut être incorporée à la constante de proportionnalité. Il reste maintenant à préciser la valeur des deux paramètres, les énergies minimale (E_0) et maximale (E_1) menant à un processus photographique.

L'énergie minimale admissible qui mène (efficacement) à la formation d'une image latente dans l'émulsion nucléaire n'est pas aisée à évaluer théoriquement, à cause de toute la chaîne de processus, physiques et chimiques, qui y interviennent (et sur lesquels il existe encore passablement d'incertitudes). On ne peut pas non plus s'appuyer sur les résultats existants pour d'autres types de rayonnement actinique car cette valeur est particulièrement susceptible de dépendre du type de rayonnement. Conséquemment, un estimé doit provenir de résultats expérimentaux: Avan [473], citant les résultats de Morand et al. [474,475], suggère une valeur de 30 à 40 eV. Cette valeur demeure toutefois non confirmée et les mêmes résultats semblent indiquer qu'elle dépend très fortement du type d'émulsion. D'autres travaux semblent indiquer la forte dépendance de cette variable sur le type d'émulsion [476]. Il est dans ces circonstances préférable de traiter l'énergie minimale comme un paramètre ajustable à être déterminé expérimentalement.

L'énergie maximale admissible relève de la méthode expérimentale plutôt que du détecteur même. En effet, généralement, au delà d'un certain seuil, un détecteur ne devient pas insensible mais répond d'une façon différente: par exemple, il pourra saturer

ou produire un signal de nature distincte. C'est dans cet esprit qu'a été introduite la perte d'énergie restreinte (voir section 6.1.1). Dans le cas de l'émulsion nucléaire, il est bien établi qu'un transfert d'énergie supérieur à quelques keV à un électron de l'émulsion mènera à la formation d'un *rayon- δ* , soit une trace distincte de la trace principale, mais très courte (seulement quelques grains). Les grains d'une telle trace seront généralement exclus des mesures. Nous adoptons la définition opérationnelle suivante pour un rayon- δ : un groupe d'au moins 3 grains manifestement distincts de la trace principale (formant par exemple un angle avec celle-ci). Il s'agit là d'une convention assez courante [477,478,479,480].

Une controverse subsiste toutefois à savoir si la perte d'énergie devrait n'inclure que les rayons- δ qui ne s'échappent pas du grain où ils sont créés ou également ceux qui peuvent former une trace de 3 grains ou moins. La valeur d'énergie maximale différera notablement suivant que l'on adopte l'une ou l'autre position: Barkas [459] et Shapiro [416] suggèrent de 2 à 5 keV, Demers [477] 10 keV (en soulignant au passage la dépendance probable sur l'émulsion utilisée) et Powell, Fowler et Perkins [479] de même qu'Avan [439,480] suggèrent une valeur de 5 keV pour l'énergie maximale et une valeur de 15 keV pour produire un rayon- δ de 3 grains ou plus (ces derniers auteurs estiment donc qu'on ne doit tenir compte que des rayons- δ qui dissipent toute leur énergie dans un grain donné); Messel et Ritson [458] utilisent l'énergie déposée dans un grain, qu'ils estiment être 5 keV. Ceci laisse un assez large intervalle de valeurs possibles, s'étendant de 2 à 15 keV. Dans ces circonstances, deux alternatives se présentent: soit considérer cette énergie maximale également comme un paramètre à déterminer expérimentalement, soit opter pour une valeur médiane en arguant qu'elle est la moins susceptible d'induire une erreur importante. Comme cette valeur d'énergie maximale intervient aussi dans le modèle de Sternheimer (voir éq. 6.1), on adoptera la première approche.

On pourrait concevoir la critique suivante du cheminement utilisé pour déduire la fonction de résolution: on exprime celle-ci en termes de l'énergie transférée à un électron atomique dans le processus électrodynamique primaire. Or, il semblerait beaucoup plus logique d'utiliser plutôt comme variable l'énergie cinétique de l'électron atomique. C'est en effet cette énergie qui permettra à l'électron d'induire une transformation dans le grain de bromure d'argent. Dans cette optique, l'énergie d'ionisation, la différence entre l'énergie transférée et l'énergie cinétique de l'électron d'ionisation, est tout simplement perdue. La situation requiert toutefois un regard un peu plus attentif: en effet, la différence entre l'énergie transférée et l'énergie cinétique de l'électron ne sera significative que si

l'électron d'ionisation provient d'une couche profonde. Dans ce cas, cependant, l'électron libérera une orbitale profonde qui sera vite comblée, produisant au passage un rayonnement actinique (soit un électron Auger ou un rayon-X ou ultraviolet), de sorte que l'énergie d'ionisation sera au moins partiellement retournée au grain de bromure d'argent. Il est donc légitime de travailler avec l'énergie transférée plutôt qu'avec l'énergie cinétique de l'électron d'ionisation.

6.2.2 Les calculs numériques

En pratique, le recours à l'approche de Sternheimer ne présente pas de difficultés; les calculs qui y interviennent sont très simples et n'exigent pas de moyens informatiques. À partir des valeurs présentées au tableau 6.2 et des équations correspondantes du tableau 6.4, on peut évaluer la perte d'énergie restreinte (normalisée par rapport au plateau de Fermi), qui est présentée à la figure 6.1; on y a utilisé comme valeur d'énergie maximale 5 keV. Cette quantité a pour seul effet d'ajouter un terme positif constant à l'expression de la perte d'énergie, de sorte que la perte d'énergie restreinte normalisée aura une plus faible variation lorsque cette énergie maximale sera plus élevée. On signalera toutefois que les paramètres de l'article de 1971 [452] semblent présenter un problème: la courbe présente une discontinuité à la valeur de X_0 . On a donc exclu cette courbe du graphique et on n'en fera pas usage plus longtemps.

On peut tout aussi simplement déduire la courbe pour la perte d'énergie la plus probable, à partir des tableaux 6.2 et 6.5. La figure 6.2 présente l'allure de cette quantité (normalisée au plateau de Fermi) pour les séries de paramètres du tableau 6.2. Ici encore, les paramètres de 1971 mènent à une courbe discontinue. Elle n'a conséquemment pas été incluse sur le graphique et ne sera pas utilisée dans l'analyse ultérieure.

Le modèle atomique proposé par Fano (et repris par Allison, Bunch et Cobb) requiert quant à lui des moyens de calcul élaborés. L'expression 6.16, reliant la densité de grains à la perte d'énergie, fait intervenir une section efficace différentielle comprenant deux termes (équ. 6.5), dont un seul, correspondant à la partie longitudinale, peut être intégré analytiquement. On a:

$$\int_{E_0}^{E_1} \frac{d\sigma_l}{dE'} E' dE' = \sum_{k=1}^m f_k \int_{E_0}^{E_1} E' \left(\frac{d\sigma_l}{dE'} \right)_k dE'. \quad (6.18)$$

Si l'on se réfère maintenant aux expressions qui décrivent $d\sigma_l/dE'$, on doit considérer 3

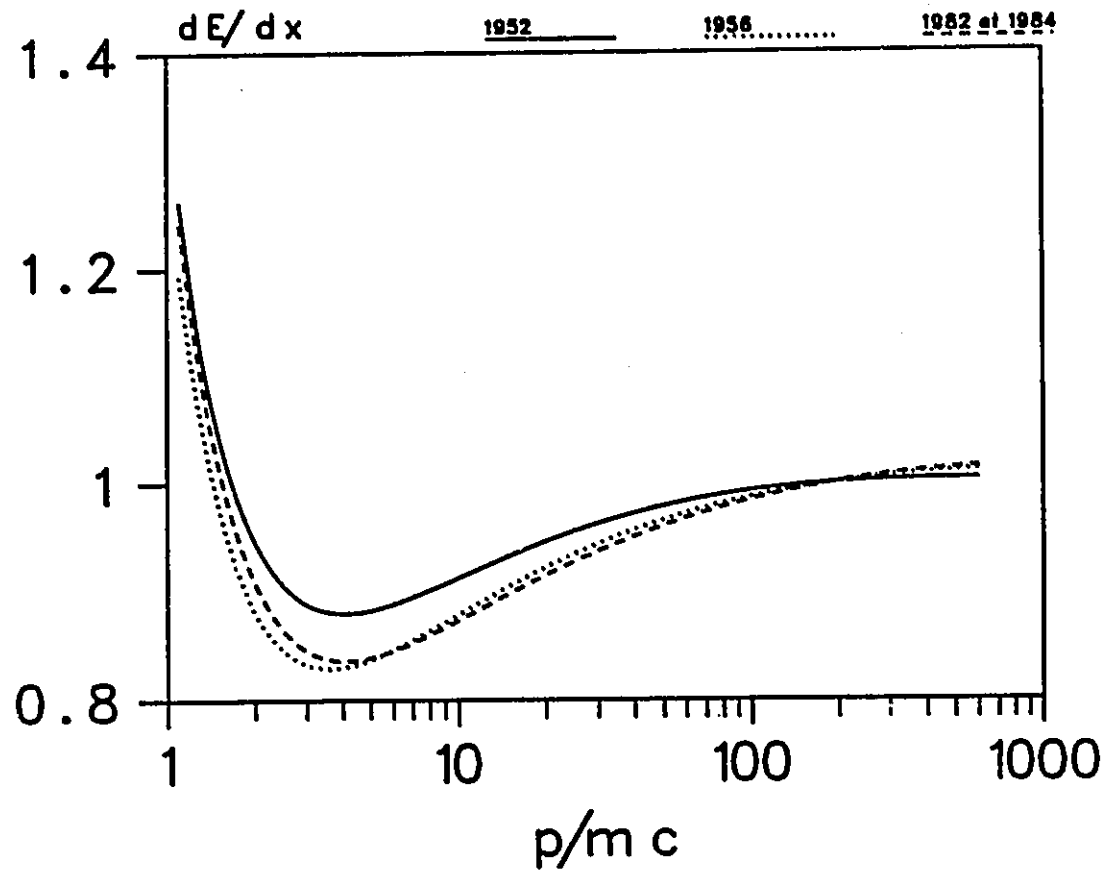


Figure 6.1: Perte d'énergie restreinte dans le modèle de Sternheimer. L'énergie maximale est 5 keV. Le nombre associé à chaque courbe est l'année de publication du groupe de paramètres utilisés.

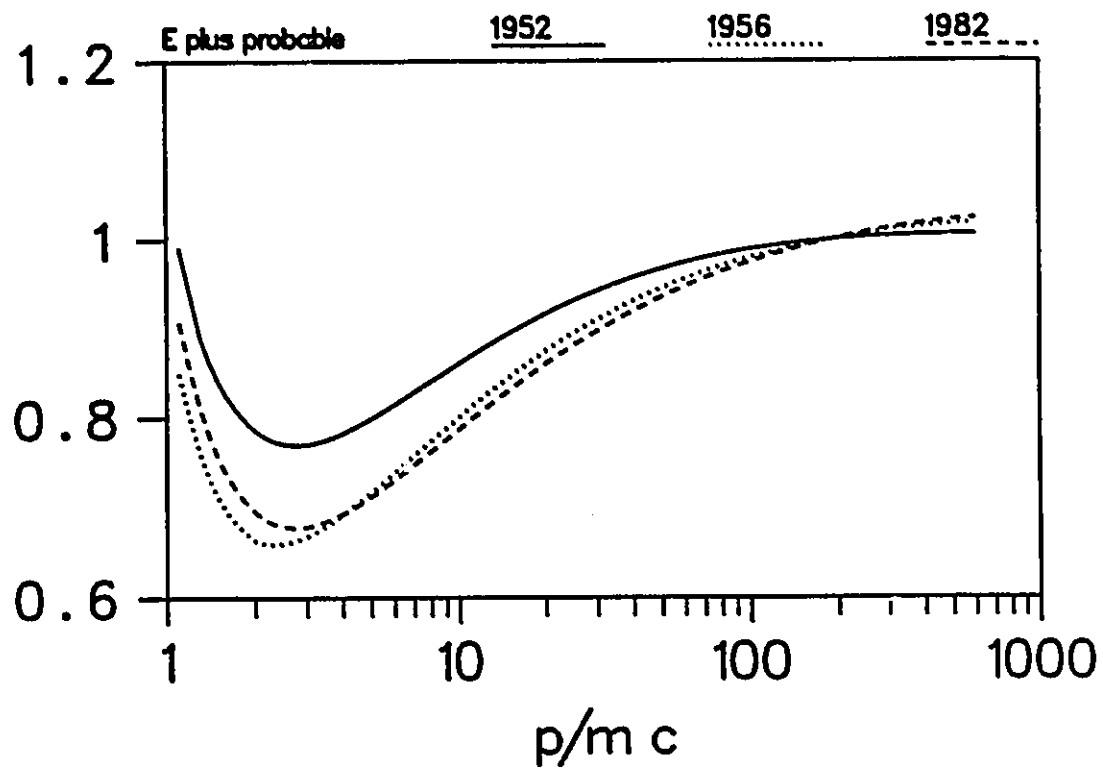


Figure 6.2: Perte d'énergie la plus probable dans le modèle de Sternheimer. Le nombre associé à chaque courbe est l'année de publication du groupe de paramètres utilisés.

cas: lorsque l'énergie de liaison de la couche est supérieure aux deux bornes de l'intégrale, inférieure à ces deux bornes ou située entre les deux.

Dans le premier cas, l'intégrale est nulle puisque la fonction δ de son intégrant est nulle sur tout le domaine d'intégration. Physiquement, cela signifie que le transfert d'énergie n'est simplement pas assez élevé pour provoquer une ionisation. Dans le second cas, l'intégrale prend la forme:

$$\sum_{k=1}^m f_k \int_{E_0}^{E_1} E' \left(\frac{d\sigma_l}{dE'} \right)_k dE' = \sum_{k=1}^m f_k \frac{2\pi e^4}{mc^2 \beta^2} \int_{E_0}^{E_1} E' \frac{1}{E'^2} dE' \quad (6.19)$$

$$= \sum_{k=1}^m f_k \frac{2\pi e^4}{mc^2 \beta^2} \ln \left(\frac{E_1}{E_0} \right). \quad (6.20)$$

Dans le troisième cas, le cas intermédiaire, elle devient:

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^m f_k \int_{E_0}^{E_1} E' \left(\frac{d\sigma_l}{dE'} \right)_k dE' &= \sum_{k=1}^m f_k \frac{2\pi e^4}{mc^2 \beta^2} \left(\int_{E_k}^{E_1} E' \frac{1}{E'^2} dE' \right. \\ &\quad \left. + \int_{E_0}^{E_k} E' \frac{\delta(E' - E_k)}{E_k} \ln \left(\frac{2mc^2 \beta^2}{E_k} \right) dE' \right) \end{aligned} \quad (6.21)$$

$$= \sum_{k=1}^m f_k \frac{2\pi e^4}{mc^2 \beta^2} \ln \left(\frac{2mc^2 \beta^2 E_1}{E_k^2} \right). \quad (6.22)$$

Cette intégrale peut donc être globalement écrite:

$$\begin{aligned} \int_{E_0}^{E_1} \frac{d\sigma_l}{dE'} E' dE' &= \frac{2\pi e^4}{mc^2 \beta^2} \sum_{k=1}^m f_k \left\{ \Theta(E_0 - E_k) \ln \left(\frac{E_1}{E_0} \right) \right. \\ &\quad \left. + \Theta(E_1 - E_k) \Theta(E_k - E_0) \ln \left(\frac{2mc^2 \beta^2 E_1}{E_k^2} \right) \right\} \end{aligned} \quad (6.23)$$

où $\Theta(x)$ est la fonction saut-unité de Heaviside, qui prend une valeur de 1 lorsque son argument, x , est supérieur ou égal à 0 et une valeur nulle autrement. L'expression peut être évaluée sans trop de difficultés, ne requérant pas de procédure spéciale. Ce n'est en revanche pas le cas pour la partie transversale où l'intégrale doit être évaluée numériquement. L'objectif principal de cette section est de discuter l'algorithme mathématique utilisé pour effectuer cette intégration numérique.

L'analyse numérique compte plusieurs méthodes permettant d'effectuer une intégration, qui diffèrent principalement par le nombre d'opérations requises et par les propriétés de convergence de l'algorithme. Elles ont cependant toutes un point en commun:

l'intégration y est approximée par une sommation de valeurs de la fonction à intégrer, généralement affectées de poids.

Les algorithmes d'intégration numérique tombent essentiellement dans 3 catégories: les méthodes basées sur le recours à des nombres aléatoires, celles reposant sur des abscisses inégalement distancées et enfin celles reposant sur des abscisses équidistantes. Les diverses méthodes de Monte Carlo appartiennent à la première catégorie, les méthodes du type Gauss-Legendre à la seconde et les règles de Simpson et du trapèze à la troisième.

L'intégration par méthode de Monte Carlo est comparativement moins précise que les méthodes déterministes. Pour une intégration numérique en une dimension, elle ne constitue pas une approche idéale. Elle se révèle surtout utile pour l'évaluation d'intégrales multidimensionnelles, cas où les méthodes déterministes, en principe plus précises, sont délicates à utiliser [481].

Les méthodes du type Gauss-Legendre sont indiscutablement les plus précises et les plus efficaces. Ces deux propriétés proviennent du principe sous-jacent à ces méthodes: on requiert qu'elles donnent un résultat exact pour des fonctions de puissance ($y = x^n$) d'ordre inférieur ou égal à n , ce qui implique par voie de conséquence que l'intégration par cette méthode de n'importe quel polynôme d'ordre n ou moins donnera un résultat exact, à cause de la linéarité de l'intégration. Il est toutefois nécessaire, pour satisfaire cette contrainte, de déterminer n paramètres; il existe ici une certaine liberté de choix mais, dans la plupart des méthodes, on répartira également ces paramètres en abscisses et coefficients de pondération dans la sommation. Il suffira donc de $\frac{n}{2}$ abscisses pour obtenir un résultat exact pour un polynôme d'ordre n . Cette répartition des contraintes a pour conséquence que les abscisses ne seront généralement pas équidistantes. D'un point de vue intuitif, il n'apparaît pas tellement surprenant qu'on puisse obtenir un résultat plus précis si les abscisses sont choisies avec soin plutôt qu'arbitrairement. En revanche, le gain en précision est obtenu au détriment de la simplicité de l'algorithme, puisqu'il faut alors introduire dans l'algorithme n paramètres [482,483,484,485].

La troisième catégorie de méthodes, celle où les abscisses sont équidistantes, permet en général une précision raisonnable et conduit à des algorithmes assez simples. Le principe général sur lequel elles reposent consiste à approximer, sur un intervalle comprenant n abscisses équidistantes, x_1 à x_n , la fonction à intégrer par un polynôme d'ordre n traversant exactement les points $(x_1, f(x_1))$ à $(x_n, f(x_n))$. De ce principe, par un développement en série de Taylor et intégration subséquente, on peut déduire une expression pour la valeur

approximative d'une intégrale définie en termes de l'intervalle entre les abscisses, qui est constant, et des valeurs de la fonction aux points $(x_i, f(x_i))$. En pratique, on se limite à utiliser des polynômes d'ordre inférieur à 3 couvrant des segments successifs de l'intervalle x_1 à x_n . Lorsque l'approximation se limite à un polynôme d'ordre 1, c'est-à-dire qu'entre deux points, on approxime la fonction par un segment de droite, on obtient la *règle du trapèze*. Dans le cas d'un polynôme d'ordre 2, où les segments sont maintenant paraboliques, on obtient plutôt la *règle de Simpson* [482,483,484,486].

Il est plus avantageux de recourir à la règle de Simpson qu'à celle du trapèze. L'algorithme est à peine plus complexe et la précision généralement bien meilleure. La règle de Simpson pour un nombre de points impairs (mais supérieur à 3), m , a pour expression:

$$\int_a^b f(x) dx = \frac{b-a}{3m} \left(f(x_0) + f(x_m) + 4 \sum_{i=1,3,\dots}^{m-1} f(x_i) + 2 \sum_{i=2,4,\dots}^{m-2} f(x_i) \right) \quad (6.24)$$

et son erreur est proportionnelle à la puissance 4 de l'intervalle, $\frac{b-a}{m}$. Par comparaison, dans la règle du trapèze, il n'y a qu'une sommation (sur toutes les valeurs de i) plutôt que les deux qu'on retrouve dans la règle de Simpson mais l'erreur n'est proportionnelle qu'au carré de l'intervalle et l'erreur d'un résultat décroît donc moins vite avec le nombre de points utilisés dans la règle du trapèze que dans celle de Simpson [482,483,484,486].

Bien qu'il soit possible d'élaborer des algorithmes avec des approximations polynômiales d'ordre plus élevé, la complexité accrue qui en résulte ne justifie généralement pas le gain en précision [482,484].

À l'aide de cet algorithme, on peut évaluer l'intégrale de la partie transversale de l'équation 6.5. Empiriquement, une évaluation reposant sur environ 500 points donne une précision raisonnable, pour l'intervalle de fréquences angulaires couvert (de quelque 100 eV à une dizaine de keV). L'évaluation de l'expression 6.16 produit alors une quantité proportionnelle à la densité de grains. Les figures 6.3 et 6.4 illustrent l'aspect prédit par le modèle atomique pour différentes valeurs de l'énergie minimale (fig. 6.3), l'énergie maximale prenant une valeur de 5 keV, et différentes valeurs de l'énergie maximale (fig. 6.4), l'énergie minimale valant 100 eV.

6.2.3 Les résultats admis sur la perte d'énergie par ionisation

L'émulsion nucléaire est utilisée depuis le tournant du siècle pour l'observation des particules ionisantes. On se doutera donc qu'elle a fait l'objet d'innombrables travaux visant à

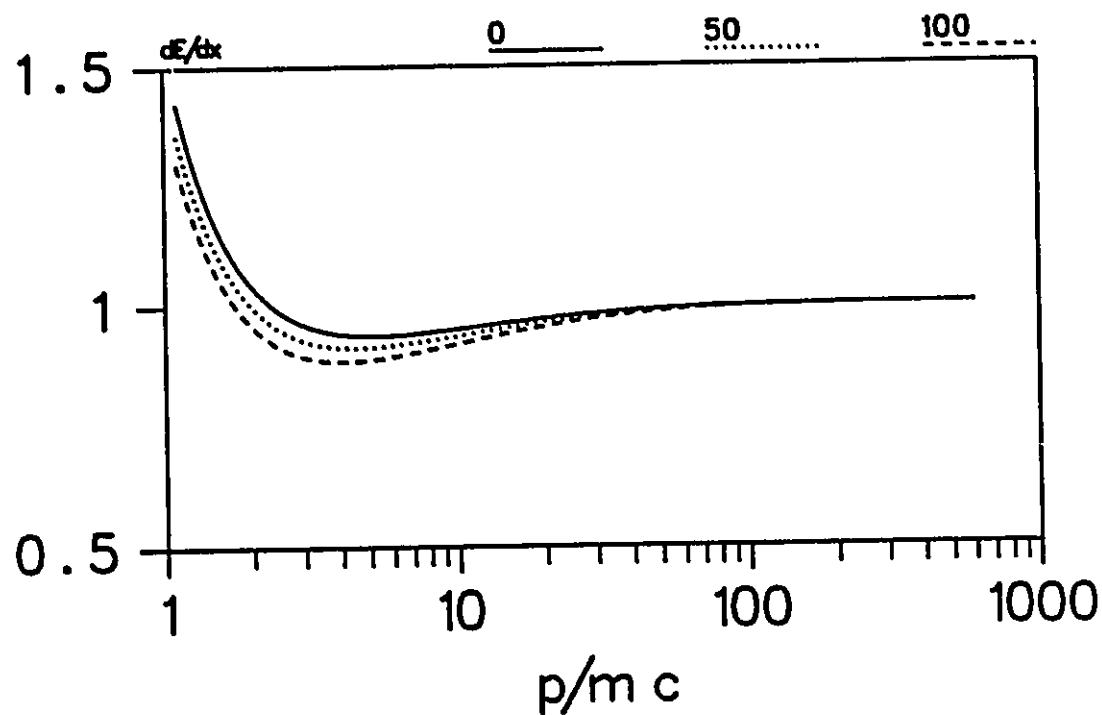


Figure 6.3: Perte d'énergie restreinte dans le modèle atomique pour différentes valeurs d'énergie minimale (en eV) et une énergie maximale de 5 keV.

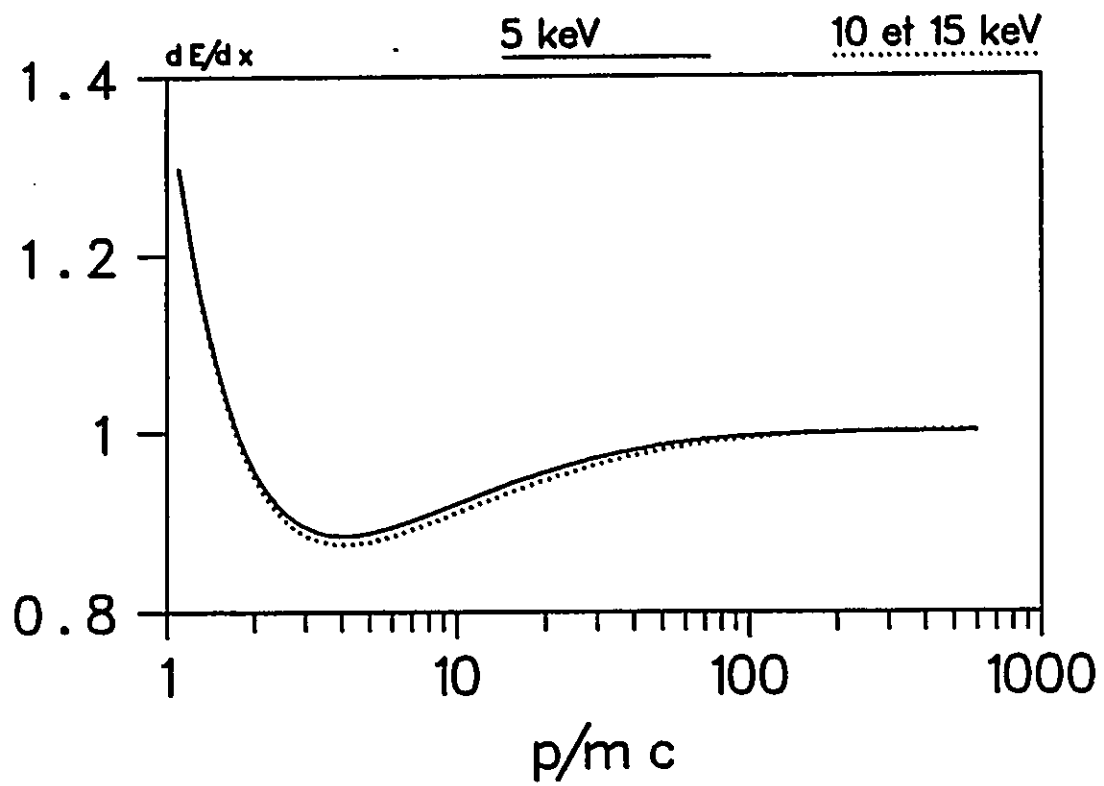


Figure 6.4: Perte d'énergie restreinte dans le modèle atomique pour différentes valeurs d'énergie maximale (en keV); énergie minimale: 100 eV.

décrire le processus par lequel une particule ionisante y induit une transformation menant à la formation d'une trace. Dans la même perspective, de nombreux travaux ont été consacrés à la relation entre la vitesse d'une particule ionisante et la densité de grains de la trace qu'elle produit dans l'émulsion nucléaire.

Les travaux d'Occhialini [487] et de Corson et Keck [488], basés sur l'étude de traces d'électrons, ont confirmé l'existence du plateau de Fermi dans la région ultrarelativiste. L'attention s'est dès lors portée sur la détermination de la variation de la densité de grains entre la région ultrarelativiste et la région faiblement relativiste. Il a ainsi été observé que la densité de grains atteignait un minimum pour une valeur de p/mc de l'ordre de 5 à 10, minimum qui correspond à une densité de grains d'environ 90 % de celle du plateau. Différents types d'émulsion ont été étudiés et ces quantités ne semblent pas varier très fortement d'un type d'émulsion à l'autre, mais on notera tout de même l'existence de différences. Un sommaire et une bibliographie des travaux de cette période se retrouvent dans l'article de Crispin [73], dans celui de Congel [505] et dans le tableau 6.7.

Nous avons discuté au chapitre 5 des quelques effets systématiques et incertitudes qui peuvent affecter les mesures de densités de grains dans l'émulsion nucléaire. En particulier, deux effets systématiques doivent impérativement être considérés: l'uniformité des densités de grains dans l'émulsion et la reproductibilité des mesures. La plupart des auteurs (sauf Pickup [489], McDiarmid [490], Herz [502]) et Tsai-Chü [506]) indiquent avoir considéré le problème de l'uniformité. Quelques-uns ont explicitement établi la variation de la densité de grains (ou d'amas) avec la profondeur [491,496,497,498,501,505,507,508] tandis que d'autres ont défini leur région (tridimensionnelle) de mesure de façon à éviter toute variation importante [492,493,494,495,499,500,503,504]. La reproductibilité est cependant moins fréquemment explicitement abordée, une raison possible étant que tous les travaux postérieurs à celui de Shapiro [493], à l'exception de celui de Fleming [496], ont fait usage de la densité d'amas, qu'on considère être plus objective (voir section 4.5.2); il ne va toutefois pas de soi que cette technique de mesure élimine tout à fait le problème de la reproductibilité. Dans les cas où elle a été considérée, il a surtout été tenté d'utiliser une procédure où elle était moins susceptible d'intervenir, par exemple, en faisant effectuer toutes les mesures pertinentes d'une série par un même observateur [490,496,500,501,505] ou par une série de révérifications, soit de traces-étalon, soit de l'ensemble des traces [491,496,498,500,501]; la fréquence de telles vérifications n'est toutefois pas indiquée.

Tableau 6.7: Résumé des travaux sur la densité de grains (1950-1975).

Référence	Type d'émulsion	g_p/g_{min}	$(p/mc)_{min}$
Pickup (1950) [489]	Ilford G-5	1,10	~ 3
McDiarmid (1951) [490]	Ilford G-5	$\sim 1,08$	2-5
Morrish (1952) [491]	Ilford G-5	1,05	-
Morrish (1953) [492]	Ilford G-5	1,07	~ 3
Shapiro (1952) [493]	Ilford G-5	$1,12 \pm_{0,03}^{0,04}$	-
Shapiro (1953) [494]	Ilford G-5	$1,14 \pm 0,03$	~ 4
Michaelis (1953) [495]	Ilford G-5	$1,087 \pm 0,010$	-
Fleming (1953) [496]	Ilford G-5	1,14	-
Alexander (1957) [497]	Ilford G-5	1,133	-
Jongejans (1960) [498]	Ilford G-5	$1,129 \pm 0,010$	3,5
Patrick (1962) [499]	Ilford G-5	1,18	~ 7
	Ilford K-5	1,18	~ 7
Stiller (1963) [500]	Ilford G-5	$1,070 \pm 0,003$	-
	Ilford K-5	$1,10 \pm 0,03$	-
	Ilford L-4	$1,133 \pm 0,013$	-
	NIKFI BR	$1,16 \pm 0,04$	-
	Kodak NTB-4	$1,122 \pm 0,017$	-
Buskirk (1965) [501]	Ilford K-5	1,12	~ 5
Herz (1965) [502]	Kodak NTB-4	1,105	-
	NIKFI BR	1,092	-
	Ilford G-5	1,085	-
	Ilford K-5	1,119	-
	Gevaert 715	1,062	-
	NIKFI BM	1,111	-
	Ilford L-4	1,090	-
Anzon (1965) [503]	NIKFI R	$1,103 \pm 0,012$	~ 4
	Ilford G-5	$1,105 \pm 0,018$	~ 4
Nicoletta (1967) [504]	Ilford G-5	$1,114 \pm 0,004$	-
Congel (1968) [505]	Ilford K-5	$1,114 \pm 0,006$	-
Tsai-Chü (1969) [506]	Ilford G-5 et K-5	$1,138 \pm 0,010$	-
Virk (1974) [507]	NIKFI	1,14	4,5
Chasnikov (1975) [508]	KIIKhIMFOTO-BR-2	$1,07 \pm 0,026$	~ 5

Une autre différence entre ces travaux porte sur l'origine des particules produisant les traces observées dans l'émulsion. Certaines expériences ont été menées sur des traces résultant de l'interaction de rayons cosmiques dans l'émulsion [489,491,493,494] mais la plupart ont été menées à partir d'exposition à divers faisceaux de particules: rayons-X de haute énergie [490], électrons [495,500,502,506], muons lents [496] qui se désintègrent dans l'émulsion, pions [496,493,500,501,502,503,504,505,508], kaons [497] et, naturellement protons [503,504,505,506,507,508]; Patrick [499] a eu recours à une grande variété de particules primaires (e^- , π , K , p , Σ et α). Les expositions aux rayons cosmiques, celles de Patrick [499] ou celle d'Alexander à des K^+ [497] mènent à des particules possédant une large gamme de facteurs de Lorentz; c'est également le cas de celles de Jongejans [498], Buskirk [501], Anzon [503], Virk [507] et Chasnikov [508], puisque, dans toutes ses expériences, on étudie également les particules produites dans les interactions des particules primaires; ce n'est en revanche pas le cas des autres expositions où on ne dispose que de quelques valeurs de facteurs de Lorentz, soit 2 [492,495,500], 4 [502] et 5 [496,504,505].

Il va sans dire que, lorsqu'on dispose d'aussi peu de points, un estimé du rapport g_{pt}/g_{min} est nécessairement très incertain, puisqu'on ne peut d'aucune façon situer précisément le minimum et même quelquefois le plateau. Même dans des expériences où un plus grand nombre de points est disponible, l'évaluation du plateau ou du minimum peut être incorrecte si le domaine de facteurs de Lorentz n'est pas suffisamment large. D'autre part, avec un nombre restreint de points, on ne peut effectuer un test très contraignant d'un modèle. On soulignera à ce sujet que tous les auteurs cités s'en sont tenus uniquement au modèle de perte d'énergie restreinte de Sternheimer (voir section 6.1.2), en ajustant les valeurs du potentiel d'ionisation moyen, I , et de l'énergie maximale, T , de façon à décrire optimalement leurs données expérimentales. Nous n'avons relevé aucune tentative de tester d'autres modèles du phénomène.

On soulignera également qu'aucune de ces expériences ne comprenait d'instrumentation indépendante pour mesurer la quantité de mouvement et identifier les particules chargées à l'origine des traces. Ces informations n'étaient disponibles que pour les particules primaires, le cas échéant. Les quantités de mouvement devaient donc être déterminées par diffusion multiple (voir section 4.5.2) et les identités devaient être supposées, sauf pour les particules dont le parcours complet se situait dans l'émulsion qui permettaient le recours à la relation parcours-énergie (voir section 4.5.2) ou encore les électrons et positrons provenant de la matérialisation d'une paire.

Dans l'une ou l'autre de ces expositions, le phénomène de régression de l'image latente est susceptible de fausser les résultats. Il sera plus bénin dans les expériences où on évalue les densités de grains de traces de particules secondaires, puisque alors il se manifestera de façon aléatoire: le moment de l'interaction, qui est la variable déterminante de la régression, n'est pas corrélé au facteur de Lorentz de la particule chargée produisant la trace. Donc, dans ce type d'expérience, l'impact de la régression se limitera à une plus grande incertitude: les points seront plus dispersés que ce que laisserait prévoir le modèle statistique. L'incertitude introduite dépendra du type d'émulsion ainsi que de la durée de l'exposition. Par contre, dans les expériences impliquant des expositions à des faisceaux de particules de différents facteurs de Lorentz, l'effet risque d'être particulièrement pernicieux: les traces les plus anciennes seront plus affectées que les plus récentes. Pour une exposition à deux faisceaux, il n'existe aucune façon intrinsèque de s'assurer que la régression n'affecte pas les résultats. Le rapport g_{pl}/g_{min} devrait être surestimé si la première des deux expositions générerait les traces au minimum d'ionisation; il sera sous-estimé dans le cas inverse. Morrish [492] et Michaelis [495] ne discutent pas cette question et n'indiquent pas dans quel ordre ont été réalisées les expositions⁵; Stiller [500] aborde la question sans toutefois en tirer de conclusions. Il va sans dire que cette source d'erreur affectera également les expériences de Fleming [496], Herz [502], Nicoletta [504] et Congel [505], quoique ces deux dernières expériences auraient été complétées en un temps assez court pour que la régression n'affecte pas les résultats. Elle y prendra toutefois un aspect plus aléatoire pour peu que l'ordre des expositions (que seul Herz mentionne) ne coïncide pas avec l'ordre des facteurs de Lorentz. Herz souligne d'ailleurs que ses rapports g_{pl}/g_{min} pourraient être sous-estimés pour cette raison.

Un autre effet systématique susceptible de se produire lorsque des émulsions sont exposées à différents faisceaux est l'existence d'un gradient de température [500] dans l'émulsion si on maintient celle-ci réfrigérée entre les différentes expositions (afin de réduire la régression, entre autre).

⁵On peut toutefois penser que Morrish a considéré l'effet de la régression car il l'avait envisagé dans un article antérieur [491].

6.3 Les mesures expérimentales

L'étude de la perte d'énergie par ionisation a été effectuée entièrement dans le module horizontal H-3. Les mesures sur lesquelles elle repose ont été recueillies par périodes d'octobre 1984 à mai 1988. Elles ont toutes été recueillies par le même observateur.

6.3.1 La prise des mesures

Le protocole expérimental suivi a été décrit au chapitre 5. Cette méthodologie restreignait ainsi les traces sélectionnées pour l'étude à celles dont la pente suivant X était inférieure à 0,250. De plus, ces traces n'étaient évaluées que sur leurs segments situés à au moins 3 mm des côtés de l'émulsion (coordonnées Y et Z), afin d'éviter la bordure de l'émulsion, et distants de 50 μm ou plus de la surface-air ou de la surface-verre. Les raisons pour lesquelles on considère ces régions inadéquates ont été discutées à la section 5.1.1. Les deux critères ont été déterminés en étudiant le comportement des traces dans ces régions.

La bordure a été étudiée en évaluant les densités de grains des traces d'un électron et d'un positron provenant de la matérialisation d'un photon à 11 mm du bord de l'émulsion (coordonnée Z). Les mesures ont débuté à 6 mm du bord et indiquent une densité à peu près constante entre 3 et 6 mm du bord, et compatible avec le plateau, et une densité significativement plus basse entre 0 et 3 mm. D'autre part, les mesures de calibration de l'effet de profondeur (voir section 5.3) indiquent assez clairement que la région comprenant les derniers 50 μm avant la surface-air ne cadrent pas avec la courbe de calibration. Quant à la région de 50 μm adjacente à la surface-verre, les conditions optiques y sont généralement mauvaises, comme on l'avait mentionné à la section 5.1.1.

La détermination de densités de grains dans l'émulsion nucléaire, on l'a déjà mentionné, implique plus directement l'observateur que la plupart des autres types de mesures qui ont cours en physique. Cela ne détruit pas le potentiel de ces mesures mais requiert en revanche que soient mises en place des procédures spécifiques pour minimiser l'aspect subjectif de ces mesures. Les calibrations pour l'effet de reproductibilité en sont un cas; elles visent à soustraire des mesures une partie de la variabilité inhérente à l'observateur. Un effet potentiellement plus inquiétant, puisqu'il est difficile de le jauger par des mesures de calibration, est un changement systématique dans les critères de comptage d'une trace à une autre. Si l'observateur est en effet conscient du résultat qu'il devrait obtenir sur une trace donnée, il peut, consciemment ou non, modifier ces critères de comptage de

façon à retrouver le résultat qu'il prévoit. De telles préconceptions doivent absolument être évitées.

On ne peut empêcher un effet systématique de ce genre de surgir qu'en tenant l'observateur dans l'ignorance, au moment de la détermination des densités de grains, des caractéristiques de la trace qui devraient régir sa perte d'énergie et donc, sa densité de grains. En pratique, ceci veut dire qu'on devrait, au moment des mesures, ignorer l'identité et la quantité de mouvement de la particule chargée à l'origine de la trace, puisque ces informations interviennent implicitement dans la perte d'énergie. Dépendamment des circonstances, il pourrait aussi être avisé de tenir l'observateur dans l'ignorance d'autres caractéristiques, telles la date d'apparition de l'événement, puisque, si on soupçonne l'existence d'un phénomène de régression de l'image latente, cette date en sera une variable déterminante. On constate donc que, pour éliminer toute possibilité de subjectivité dans les mesures de densités de grains, un minimum de renseignements sur la trace devraient être connus de l'observateur au moment où se font les mesures: la position de l'événement et les pentes de la trace choisie, qu'il est nécessaire de connaître pour retrouver l'événement dans l'émulsion et, dans l'analyse subséquente, faire correspondre ces mesures à une particule chargée détectée dans le spectromètre.

Il est toutefois difficile en pratique, et peut-être superflu, d'appliquer en toute rigueur cette démarche, pour plusieurs raisons: la subjectivité à laquelle peut mener la connaissance d'un renseignement dépend beaucoup de l'objectif de l'étude et des connaissances de l'expérimentateur; ainsi, la date d'origine de l'événement est un renseignement sans importance tant qu'on ne soupçonne pas l'existence du phénomène de régression de l'image latente; ensuite, à partir du moment où l'observateur est conscient de la possibilité d'introduire un élément subjectif dans les mesures, il devient beaucoup moins probable (en considérant qu'il désire demeurer objectif) que cet effet prenne des proportions inquiétantes.

Dans ces circonstances, nous n'avons pas élaboré, pour l'acquisition des données, une unique procédure destinée à limiter cette cause d'erreur. Nous avons toutefois tâché, lors de l'acquisition d'une série de mesures, d'éliminer le groupe de renseignements le plus susceptible d'influencer l'observateur (dans la mesure où nous en étions conscients). Par exemple, lorsqu'une série de mesures plus spécifiquement destinée à étudier le phénomène de régression a été planifiée, le programme des mesures excluait toute information sur la date d'origine de l'événement. On savait en revanche très bien que toutes ces traces

étaient le fait de muons assez énergiques; on estime toutefois que, dans le cadre de cette étude, la connaissance de ce renseignement ne biaisait aucunement les mesures.

Dans un autre cas, durant la période s'étendant de mars à juin 1986, où on a recueilli le plus de mesures pour l'étude de la perte d'énergie (près de 60 % de l'ensemble des mesures), les mesures ont été faites dans l'ignorance des quantités de mouvement des particules à l'origine des traces comptées. En particulier, durant cette période, on s'est attaché à évaluer, dans chaque événement, toutes les traces satisfaisant aux critères énoncés plus haut. On estime que, dans ces circonstances, la possibilité pour l'observateur d'introduire de la subjectivité dans les mesures est négligeable ou, à tout le moins, doit prendre un aspect aléatoire (ce qui la rendrait beaucoup moins inquiétante).

Dans les évaluations, l'objectif était d'atteindre une précision de l'ordre de 2-3 % sur la densité de grains. Il nous était en effet connu par la documentation scientifique (voir 6.2.3) que la différence entre le minimum d'ionisation et le plateau ne dépassait pas notablement 10 %. Or, à ce niveau de précision, l'erreur dominante est l'erreur statistique, qui, en valeur relative, correspond à l'inverse de la racine carrée du nombre de grains dénombrés ($1/\sqrt{N}$), puisqu'elle obéit à une distribution de Poisson (voir section 5.1.4). Une telle précision requiert donc de dénombrer de l'ordre de 2000 grains par trace, soit, en prenant comme valeur approximative de la densité de grains 30 grains/100 μm , environ 70 longueurs (de 100 μm) par trace. Dépendant de l'inclinaison de la trace (et de la position de celle-ci dans la plaque originale), cela pouvait représenter des mesures dans une à trois plaques. Le temps moyen pour effectuer de telles mesures est de l'ordre de 90 minutes, un peu plus s'il est nécessaire de couvrir plusieurs plaques. Il va de soi que, dans certains cas, on a dû se contenter d'une précision inférieure à cause de contraintes matérielles, par exemple, en raison d'un trop court parcours dans l'émulsion.

Une vérification supplémentaire de la cohérence de la démarche

Une première vérification de la cohérence de la reproductibilité avait été accomplie à l'aide des données accumulées pour l'étude de l'effet de profondeur (voir section 5.3.2), qui s'était avérée satisfaisante. Néanmoins, comme cette partie de l'analyse est assez délicate, il a été décidé d'effectuer une seconde vérification de cohérence, avec l'objectif de s'assurer en particulier que les données recueillies avant 1986, avec la première approche à la calibration de la reproductibilité, s'accordaient bien avec les mesures de 1986 (ou

ultérieures). Une réévaluation a donc été faite à quelques reprises (entre 2 et 4 fois) de la densité de grains d'une vingtaine de traces sur un segment précis de leur parcours. Comme ces réévaluations s'inscrivaient dans une série de mesures et qu'elles ne se distinguaient pas de celles-ci, il devrait s'agir là d'une vérification assez limpide, assez objective et assez indépendante, de la validité des calibrations déduites. Le choix des traces était arbitraire mais la méthodologie que nous avons adoptée pour certaines périodes, soit d'évaluer toutes les traces d'un événement, a fait en sorte que la répartition des traces n'est pas uniforme sur l'ensemble des événements. Ce manque d'uniformité ne devrait avoir aucun impact sur la validité et l'objectivité de la vérification.

Ces données ont été scindées en deux groupes: l'un comprenant les traces dont toutes les données ont été recueillies en 1986 ou plus tard et l'autre comprenant les autres traces, dont une partie des mesures ont été recueillies en 1984 ou en 1985. La première série de données apparaît au tableau 6.8 et la seconde aux tableaux 6.9 et 6.10. L'incertitude sur la reproductibilité représente la combinaison des fluctuations ayant cours à l'intérieur d'une période, typiquement de l'ordre de 1,4 %, et de celles qui affectent le niveau moyen d'une période, qui sont de l'ordre de 0,6 %.

La série de données du tableau 6.8, couvrant seulement la période 1986 à 1988, se révèle assez satisfaisante. Les χ^2 impliquent des probabilités variant entre 5 et 90 %. De plus, le χ^2 global vaut 9,38 (avec 10 degrés de liberté), ce qui correspond à une probabilité de 50 %. Ainsi, considérées en groupe ou individuellement, ces données constituent une indication supplémentaire de la validité de la seconde approche adoptée pour la calibration de la reproductibilité.

Les résultats apparaissant dans les tableaux 6.9 et 6.10 sont moins séduisants. Dans l'ensemble, les données impliquent des probabilités variant entre 3 et 90 %, ce qui est tout, à fait satisfaisant, mais quelques données se démarquent nettement: ainsi, les traces 1063 5095-1 et 1063 5095-4 présentent des χ^2 significativement élevés; deux des quatre séries de mesures mènent à des probabilités inférieures à 1 %, la troisième correspond à une probabilité de 7 % et la quatrième à une probabilité de 80 %. Il ne semble pas qu'une seule explication suffise à expliquer ces deux anomalies.

Dans le cas de la trace 1063 5095-4, on peut situer le problème au niveau de la journée du 24 septembre 1984; les mesures de cette journée semblent anormalement plus élevées (voir tableaux 6.9 et 6.10) que celles des deux autres journées. En excluant les mesures

Tableau 6.8: Vérification de la reproductibilité (1986-1988).

Trace (plaque)	Date	Comptage	Moyenne	χ^2/ν
1158 1349-4	28/03/86	848 $\pm$ 11	847	0,01/1
	2/04/86	846 $\pm$ 12		
1183 1192-1 (49)	20/03/86	537 $\pm$ 8	548	3,67/1
	10/06/86	560 $\pm$ 9		
1183 1192-1 (50)	20/03/86	1540 $\pm$ 22	1553	1,27/1
	10/06/86	1577 $\pm$ 25		
1183 1192-2 (49)	20/03/86	253 $\pm$ 4	254	0,31/1
	10/06/86	256 $\pm$ 4		
1183 1192-2 (50)	20/03/86	1263 $\pm$ 18	1280	1,47/1
	10/06/86	1296 $\pm$ 21		
1183 1192-3 (49)	20/03/86	634 $\pm$ 9	631	0,47/1
	11/06/86	625 $\pm$ 10		
1183 1192-3 (48)	20/03/86	820 $\pm$ 11	821	0,01/1
	11/06/86	822 $\pm$ 13		
1183 1192-4	20/03/86	1462 $\pm$ 20	1465	0,04/1
	11/06/86	1468 $\pm$ 23		
1230 2173-4	17/12/87	2277 $\pm$ 25	2291	1,14/1
	27/04/88	2331 $\pm$ 44		
1358 4323-2	16/12/87	1368 $\pm$ 15	1361	0,99/1
	28/04/88	1339 $\pm$ 25		

Tableau 6.9: Vérification de la reproductibilité (1984-1988).

Trace (plaque)	Date	Comptage	Moyenne	χ^2/ν
1063 5095-1 (101)	8/01/85	1351 $\pm$ 19	1348	0,06/1
	25/03/86	1344 $\pm$ 19		
1063 5095-1 (102)	9/01/85	728 $\pm$ 10	746	8,83/1
	25/03/86	772 $\pm$ 11		
1063 5095-2	9/01/85	2009 $\pm$ 28	2026	0,53/3
	30/04/85	2035 $\pm$ 28		
	25/03/86	2029 $\pm$ 28		
	3/05/88	2035 $\pm$ 39		
1063 5095-4 (101)	24/09/84	1253 $\pm$ 18	1222 (1210)	5,31/2 (1,26/1)
	8/01/85	1223 $\pm$ 17		
	25/03/86	1196 $\pm$ 17		
1063 5095-4 (102)	24/09/84	967 $\pm$ 14	927 (908)	12,39/2 (0,03/1)
	8/01/85	906 $\pm$ 13		
	25/03/86	909 $\pm$ 13		
1063 5095-5	30/04/85	1976 $\pm$ 28	1949	1,66/1
	25/03/86	1926 $\pm$ 27		
1068 3247-2	29/11/84	859 $\pm$ 12	862	0,12/1
	21/03/86	878 $\pm$ 12		
1121 3070-3	1/05/85	2111 $\pm$ 30	2103	0,24/2
	9/06/86	2090 $\pm$ 33		
	1/05/88	2106 $\pm$ 40		
1126 1102-1	28/11/84	970 $\pm$ 14	973	0,12/1
	1/05/88	978 $\pm$ 19		

Tableau 6.10: Vérification de la reproductibilité (1984-1988) (Suite).

Trace (plaque)	Date	Comptage	Moyenne	χ^2/ν
1148 4878-4	2/05/84	1470 $\pm$ 21	1458	0,53/1
	6/11/84	1449 $\pm$ 20		
1159 3610-1	7/11/84	1773 $\pm$ 25	1753	1,96/3
	3/05/85	1765 $\pm$ 25		
	13/06/86	1731 $\pm$ 28		
	5/10/87	1727 $\pm$ 38		
1159 3610-2	2/05/85	620 $\pm$ 9	619	0,60/1
	4/10/87	609 $\pm$ 13		
1159 3610-3	2/05/85	2081 $\pm$ 29	2090	0,22/1
	4/10/87	2106 $\pm$ 46		
1213 2364-1	29/05/85	2217 $\pm$ 31	2212	0,11/1
	3/06/86	2202 $\pm$ 35		
1230 5991-3	15/07/85	1662 $\pm$ 23	1642	1,76/1
	11/04/86	1615 $\pm$ 27		
1232 5801-2	13/05/85	2055 $\pm$ 29	2048	0,93/2
	27/03/86	2034 $\pm$ 28		
	5/06/86	2074 $\pm$ 32		
1270 0803-3	9/10/84	1775 $\pm$ 25	1739	4,85/1
	3/06/86	1694 $\pm$ 27		

de cette journée, on obtient, pour chaque plaque, la moyenne et le χ^2 indiqués entre parenthèses; les probabilités qui en résultent sont nettement meilleures (25 % et 85 %). Il semble donc que le niveau de reproductibilité de cette journée (ou peut-être même de la période entière) soit incorrect. Comme nous ne disposons pas d'autres mesures de cette période (du 24 septembre au 3 octobre 1984), il n'est pas possible de corroborer cette hypothèse mais la déviation est suffisamment inhabituelle pour requérir une grande prudence dans l'utilisation de données appartenant à cette période.

En ce qui a trait à la trace 1063 5095-1, la situation est plutôt équivoque puisque la série de mesures recueillies dans la plaque 101 présente une probabilité très satisfaisante tandis que celle recueillie dans la plaque 102 en présente une très médiocre. Ce qui contraste avec la situation concernant la trace 1063 5095-4 où aucune des deux séries de mesures n'affichait un accord satisfaisant. On ne peut donc expliquer cette anomalie par un problème au niveau de la calibration même puisque le problème devrait alors se répercuter dans les deux plaques. La seule explication qu'on puisse apparemment retenir est l'occurrence d'une mesure aberrante. Celle-ci peut tirer son origine de plusieurs causes, dont la plus probable nous semble être une erreur dans l'exécution de la mesure, soit par oubli d'un parcours, erreur de positionnement ou évaluation par inadvertance de la mauvaise trace.

On peut donc dégager comme conclusion de cette vérification que, dans l'ensemble, la calibration de la reproductibilité semble tout à fait adéquate. Ainsi, en excluant la trace 1063 5095-1 et en prenant, dans le cas de la trace 1063 5095-4, les χ^2 calculés sans tenir compte des mesures de la journée du 24 septembre 1984, on trouve un χ^2 global de 14,92 pour 21 degrés de liberté, correspondant à une probabilité de 85 %. On doit toutefois considérer la calibration de la période s'étendant du 24 septembre au 3 octobre 1984 comme douteuse. D'autre part, on note que la présence de mesures aberrantes semble peu fréquente et ne devrait donc pas représenter une source d'erreur importante dans l'évaluation des densités de grains.

6.3.2 La réduction des données

L'évaluation de la densité de grains d'une trace résultait en un nombre de grains, N_g , dénombré sur un certain parcours (dans le plan optique), $N_l \cdot l$, (l prenant comme valeur 100 μm). Ce parcours s'étendait entre deux positions données suivant l'axe optique (la

coordonnée de profondeur), X_0 et X_f .

La réduction de ces données était conçue de façon à produire une densité de grains relative (c'est-à-dire, normalisée à la densité de grains d'une particule au plateau de Fermi). La principale raison de déduire une quantité relative plutôt qu'absolue est qu'elle risque beaucoup moins d'être affectée d'erreurs systématiques: si un effet systématique se manifeste par un facteur multiplicatif, il affectera une quantité absolue mais se simplifiera dans une quantité relative. Les opérations effectuées pour déduire cette quantité à partir des données brutes résultant des mesures sont les suivantes:

1. L'évaluation de la densité de grains moyenne brute du segment de trace considérée: N_g/N_l où l est la longueur unitaire, ici (et généralement) $100 \mu\text{m}$.
2. L'évaluation de la correction géométrique:

$$\sqrt{1 + \frac{(X')^2}{1 + (Y')^2}}$$

où X' et Y' sont les pentes de la trace relativement à la direction des neutrinos, respectivement suivant l'axe optique et dans le plan optique.

3. La division par les facteurs interpériodique et de reproductibilité de la période considérée.
4. L'évaluation de la densité de grains moyenne pour une particule au plateau de Fermi possédant le même parcours dans l'émulsion nucléaire (donc, débutant à une profondeur X_0 et se terminant à une profondeur X_f):

$$\begin{aligned} \overline{g_0} &= \frac{1}{X_f - X_0} \int_{X_0}^{X_f} a + b(X - \bar{X}) dX \\ &= a + \frac{b}{2}(X_f + X_0 - 2\bar{X}) \\ &= a + b(\bar{X} - \bar{X}) \end{aligned}$$

où $\bar{X} = \frac{1}{2}(X_0 + X_f)$ est la valeur moyenne de la profondeur pour le segment de trace considéré. Les paramètres a , b et $\bar{X}$ sont déterminés dans le cadre des mesures de calibration de l'effet de profondeur (voir section 5.3).

Il en résulte la formule suivante pour la densité de grains de la trace:

$$g = \frac{N_g}{N_l \cdot F \cdot I} \cdot \left[1 + \frac{(X')^2}{1 + (Y')^2} \right]^{-1/2} - g_b \quad (6.25)$$

où les variables I et F représentent les facteurs interpériodique et de reproductibilité respectivement, N_g le nombre de grains dénombrés, N_l le nombre de longueurs sur lequel les grains ont été dénombrés, X' et Y' les pentes et g_b la densité de grains du bruit. Par ailleurs, la densité de grains d'une trace comparable située sur le plateau de Fermi sera:

$$g_0 = (a + b(\bar{X} - \tilde{X})) - g_b \quad (6.26)$$

qui exprime la densité de grains au plateau pour un parcours donné dans l'émulsion, dont la position moyenne est $\bar{X}$.

L'incertitude de g sera alors donnée par:

$$\sigma_g^2 = \sigma_{g_b}^2 + \left(\frac{N_g}{N_l} \cdot \frac{1}{F \cdot I} \frac{1}{\sqrt{1 + (X')^2/(1 + (Y')^2)}} \right)^2 \left(\frac{1}{N_g} + \frac{\sigma_F^2}{F^2} + \frac{\sigma_I^2}{I^2} \right), \quad (6.27)$$

le premier terme du membre de droite est l'incertitude sur le bruit, le premier terme de la parenthèse représente l'incertitude statistique sur le comptage (qui obéit à la distribution de Poisson), le second, l'incertitude sur la reproductibilité d'une mesure⁶ et le troisième l'incertitude sur une valeur individuelle du facteur interpériodique (par opposition à l'incertitude sur la valeur moyenne), qui vaut 0,6 %. L'incertitude sur le nombre de longueurs (N_l) est négligeable tandis que les incertitudes sur les pentes (X' et Y') ne deviennent importantes que lorsque les pentes sont faibles, précisément le cas où la correction qui en est déduite peut être négligée.

De même, l'incertitude sur la valeur de densité de grains du plateau est:

$$\sigma_{g_0}^2 = \sigma_a^2 + (\bar{X} - \tilde{X})^2 \sigma_b^2 + \sigma_{g_b}^2 \quad (6.28)$$

où on considère négligeables les incertitudes sur la position moyenne ($\bar{X}$) et sur la position moyenne pondérée ($\tilde{X}$).

Les données recueillies dans l'étude de la perte d'énergie apparaissent aux tableaux C.1, C.2 et C.3. Les tableaux suivants, C.4 et C.5, présentent les informations fournies par le spectromètre du projet E-531, décrit à la section 4.1.4, à partir desquelles on peut déterminer la valeur de la vitesse correspondant aux densités de grains des traces étudiées.

Ces derniers tableaux comprennent également la date où s'est en fait produit l'interaction, une donnée qui permettra d'étudier l'éventualité d'une régression de l'image latente

⁶La plupart du temps, cette incertitude se réduit à l'incertitude sur la reproductibilité d'une mesure individuelle, soit 1,4 %, sauf pour les périodes où le facteur de reproductibilité est imprécisément déterminé.

sur les traces. Du point de vue méthodologique, il pourrait sembler plus logique d'évaluer cet effet dans les calibrations à partir d'un ensemble de données indépendant plutôt que d'étudier conjointement cet effet et la perte d'énergie par ionisation. Il y a deux raisons pour lesquelles on ne procède pas ainsi: d'abord, la reproductibilité et l'effet de profondeur sont des caractéristiques très particulières de l'émulsion, en ce sens qu'elles dépendent des conditions expérimentales, tandis que la perte d'énergie et la régression devraient être plus générales et s'appliquer à différentes expériences; ensuite, on ne peut observer de manifestation que sur des données déjà substantiellement réduites; il faut en effet en avoir éliminé les autres effets systématiques, tels la reproductibilité et l'effet de profondeur, de sorte qu'on requiert des données similairement traitées dans les deux cas; enfin, l'analyse statistique s'en trouve à peine compliquée.

Les vitesses ne peuvent être déterminées très précisément par le spectromètre du projet E-531, le temps de vol des particules chargées entre les deux parties du système se révélant du même ordre que la résolution de celui-ci. En revanche, il est possible de déterminer généralement avec précision la quantité de mouvement de ces particules chargées et, lorsqu'on connaît leur identité, d'en déduire la vitesse (ou une fonction de celle-ci). Il s'agit donc de sélectionner les particules chargées dont l'identité a été bien établie par le spectromètre.

Une telle situation n'est malheureusement pas fréquente. Elle ne se produit en effet que dans des circonstances assez spécifiques:

1. L'identité d'une particule peut être établie par le temps de vol lorsque sa vitesse ne dépasse pas $0,95 c$, soit lorsque sa quantité de mouvement est inférieure à $3,0 mc$, m étant la masse de la particule chargée. La vitesse mesurée par le temps de vol est au mieux imprécise mais, comme les masses des particules subnucléaires diffèrent notablement (voir tableaux 1.4 et 1.5), on peut tout de même en extraire l'identité.
2. Une particule laissant un signal dans les deux éléments du détecteur de muons peut être identifiée comme un muon. L'extrapolation de la trajectoire de la particule chargée permet de prévoir le point de passage de celle-ci dans le détecteur et ainsi d'associer les signaux détectés aux particules correspondantes. Même lorsqu'un seul élément enregistre un signal, il peut être légitime de considérer la particule comme un muon, à condition d'examiner les choses plus à fond.
3. Par extrapolation de la trajectoire d'une particule chargée, on peut de même prévoir

son point de passage dans le calorimètre électromagnétique. Si cette région du calorimètre a enregistré un signal correspondant à une énergie comparable à la quantité de mouvement de la particule chargée, on peut alors en déduire que cette particule devrait être un électron ou un positron (dépendant du signe de sa charge). Inversement, on peut exclure cette identité en l'absence d'un signal approprié. Cette procédure ne fonctionne toutefois que si la trajectoire de la particule chargée la fait traverser le calorimètre, qu'un nombre relativement modeste de photons est produit dans l'interaction et, enfin, qu'à condition que la particule chargée ait une énergie suffisamment élevée (autour de 1,0 GeV ou plus).

4. Comme pour le calorimètre électromagnétique, l'enregistrement d'un signal dans le calorimètre hadronique au point de passage prédit d'une particule chargée permet de restreindre son identité. Cette restriction est toutefois moins convaincante que pour le calorimètre électromagnétique d'une part parce que la résolution sur l'énergie est notablement mauvaise, d'autre part parce que cela laisse tout de même plusieurs possibilités, dont les plus fréquentes seront les pions, kaons et protons.

Ces diverses possibilités permettent donc de recueillir des particules dont la quantité de mouvement soit comparable à la masse (par les renseignements du temps de vol), des électrons assez énergiques (à l'aide du calorimètre électromagnétique), qui ne présentent toutefois que peu d'intérêt pour l'étude de la perte d'énergie puisqu'ils se trouveront toujours sur le plateau de Fermi, et des muons ultrarelativistes.

En principe, les muons représentent donc la possibilité la plus intéressante puisqu'ils peuvent couvrir toute la région ultrarelativiste du phénomène de perte d'énergie. En pratique, un problème demeure: on ne peut identifier trop affirmativement un muon dont l'énergie serait inférieure à 3,4 GeV. De plus, on retrouve relativement peu de muons ayant des énergies inférieures à une dizaine de GeV dans les interactions du projet E-531: la raison en est que l'interaction d'un neutrino muonique produira un muon dont l'énergie sera typiquement la moitié de celle du neutrino. Or, le faisceau de neutrinos a une intensité maximale à une énergie d'environ 30 GeV.

En conséquence, s'il est possible de recueillir des particules à l'identité bien établie dans le domaine de p/mc inférieur à 3,0 ou dans celui où p/mc est supérieur à environ 90, tout le domaine intermédiaire demeure plus délicat à étudier. Cette région est toutefois cruciale car c'est précisément dans celle-ci que la perte d'énergie peut compléter les

méthodes déjà existantes d'identification des particules chargées. Afin de pouvoir étudier cette région, il est donc nécessaire de recourir également à des particules partiellement identifiées et, à partir de quelques hypothèses supplémentaires sur les types de particules prévisibles dans les interactions de neutrinos, d'en déduire les identités les plus probables de celles-ci.

En se basant sur les caractéristiques connues de l'interaction faible énoncées aux sections 1.2.3 et 1.3, on peut établir certaines contraintes sur les identités des particules produites dans une interaction de neutrino en courant chargé:

1. L'interaction devrait contenir un (et un seul) lepton chargé au site de l'interaction primaire. Étant donné la très bonne résolution spatiale de l'émulsion nucléaire, la seule source possible de contamination est la formation d'une paire de Dalitz dans la désintégration d'un pion neutre (π^0). Un tel événement n'est d'une part pas hautement probable puisque ce processus ne se produit que dans environ 1 % des désintégrations [6] et qu'on estime que de 1 à 2 π^0 devraient être produits dans une interaction de neutrino [509,510,511]⁷; d'autre part il devrait être facilement identifiable puisque l'aspect d'une paire de Dalitz est assez caractéristique. Ce point sera discuté plus en détail au chapitre 7. Donc, dans une interaction où un lepton chargé a déjà été identifié, on peut exclure des identités possibles pour les autres particules les éventualités d'un électron, positron ou muon. On a déjà observé, surtout dans des chambres à bulles [512,513,514,515,516,517,518], des interactions où plusieurs leptons étaient produits mais cela a toujours pu être interprété comme résultant de la production de particules charmées se désintégrant de façon semileptonique; la résolution spatiale des chambres à bulles ne permet souvent pas de distinguer le point de production et le point de désintégration si la particule charmée n'est pas très énergétique.
2. Les particules plus massives que le proton, qu'il s'agisse de mésons charmés ou de baryons étranges ou charmés, sont produits peu fréquemment dans de telles interactions, disons dans 2 % des interactions, comme l'indiquent les résultats du projet E-531 [519] ainsi que ceux d'un autre projet mené sur le même faisceau de neutrinos [520]. En particulier, le baryon étrange Λ^0 , la particule métastable de plus faible masse après le proton et le neutron (voir tableau 1.4), n'est produit que dans 6 %

⁷ Les résultats du projet E-531 sont compatibles avec cette proportion.

des interactions [520], un résultat qui s'accorde avec ceux d'expériences antérieures [521,522,523,524]. Puisqu'il s'agit d'une particule neutre, elle ne représente pas une source de contamination possible des traces de particules chargées mais on peut considérer son taux de production comme une limite supérieure à la proportion de particules plus massives que le proton produites dans ces interactions. Il s'agit en fait là d'une limite généreuse car, en suivant le même raisonnement, les baryons chargés étranges seraient produits grossièrement dans la même proportion que le baryon Σ_0 , soit dans 1 % des interactions [520]. Les mésons ou les baryons charmés seront produits encore plus rarement et ne devraient pas constituer une source de contamination importante car ils devraient se désintégrer rapidement, la plupart du temps à l'intérieur de l'émulsion nucléaire. La méthodologie du projet E-531 [343] était d'ailleurs conçue pour repérer ces désintégrations dans l'émulsion nucléaire de sorte que les traces utilisées pour la présente étude ont une probabilité plutôt faible de provenir de particules plus massives que des protons.

3. Par le même argument, on peut s'attendre à ce que les kaons soient produits dans une proportion notablement moindre que les pions ou les protons dans une interaction de neutrino, puisqu'ils requièrent la formation d'une paire de quarks $s\bar{s}$. La proportion de protons dépendra évidemment de la cible, puisque ceux-ci proviennent essentiellement de l'éclatement du noyau, et devrait être notable pour l'émulsion nucléaire, où la proportion d'éléments lourds (argent, brome, iode) est importante. Les pions et les kaons sont produits par le même mécanisme, l'hadronisation, qui devrait être relativement indépendante du type de noyau, puisqu'elle se déroule au niveau des quarks, par le biais de la chromodynamique quantique. De ce fait, on peut se guider sur les observations effectuées dans des chambres à bulles pour estimer la proportion de kaons en comparaison des pions. La plupart des résultats des chambres à bulles ne portent pas sur la proportion des kaons chargés relativement aux pions mais sur la proportion de kaons neutres (K^0 et $\bar{K}^0$) par interaction en courant chargé: elle se situe à environ 20 % et ne diffère pas notablement pour des neutrinos ou des antineutrinos [520,521,522,523,525]. Comme la multiplicité d'une interaction de neutrino dans le projet E-531 est d'environ 5 particules, et puisque la chromodynamique quantique respecte la symétrie d'isospin, on peut prévoir une contamination de kaons chargés d'approximativement 4 % par trace d'interaction

de neutrino. Deux équipes ont proposé des proportions plus spécifiques: celle de Jones [526] trouve une proportion de kaons neutres par rapport aux pions négatifs (K^0/π^-) de 8 %, ce qui s'accorde avec la valeur de 4 % si on tient compte de ce que cette proportion regroupe en réalité les K^0 et $\overline{K}^0$, qui ne peuvent généralement pas être distingués (et devraient être produits avec la même fréquence); d'autre part, à partir des résultats de l'équipe d'Allen [527], on peut déduire une proportion d'environ 10 % mais pour une réaction dont la multiplicité est minimale (un muon, un proton et un autre hadron, pion ou kaon), ce qui n'est donc pas incompatible avec une proportion de 4 % si on prend une multiplicité moyenne.

Il se dégage donc de ces différentes contraintes que, pour une interaction de neutrino où un muon est affirmativement identifié (ou même, un électron ou positron très énergétique, de quelques GeV, associé à l'interaction primaire), on peut raisonnablement considérer que les autres particules de cette interaction sont soit des pions, soit des protons. Dans la mesure où il a été possible, par les éléments du spectromètre, d'exclure l'une de ces deux identités, on peut donc postuler une identité relativement fiable pour la particule. On ne peut en revanche utiliser la trace d'une particule si l'on ne peut exclure l'une ou l'autre de ces deux identités.

À partir des tableaux C.1, C.2, C.3, C.4 et C.5, en appliquant aux données de l'émulsion la procédure de réduction indiquée plus haut et en ne retenant que les particules qu'il est possible d'identifier univoquement, on peut déduire la série de données exposées aux tableaux 6.11 et 6.12 pour fins d'étude de la perte d'énergie par ionisation. Le χ^2 qui y apparaît provient d'un test du rapport de vraisemblance pour les traces comportant des mesures dans différentes plaques. Ces tableaux comptent au total 42 traces, principalement des muons mais aussi une importante proportion de pions et de protons. On notera la présence d'un seul kaon.

Une seule trace présente des mesures dans l'intervalle s'étendant du 24 septembre au 3 octobre 1984: la trace 1121 3070-2. D'autre part, le test du rapport de vraisemblance est satisfaisant, autant pour les traces individuelles, dont les probabilités se situent entre 5 et 92 %, que pour l'ensemble, dont le χ^2 est 12,55 (pour 14 degrés de liberté), pour une probabilité de 55 %. On doit toutefois signaler que, dans le cas de la trace 1351 1479-2, les mesures des plaques 14 et 15 se sont avérées incompatibles, le χ^2 prenant pour valeur 5,28 avec un seul degré de liberté (pour une probabilité de moins de 1 %); ce qui a motivé

Tableau 6.11: Perte d'énergie: données réduites.

Événement	ID	Intervalle de temps (j)	p/mc	g/g_0 (grains/ 100 μm)	χ^2/ν
1055 1623-1	μ	222	388	$0,98 \pm 0,03$	-
1065 0972-6	μ	216	255	$1,00 \pm 0,03$	0,01/1
1068 2822-4	π	215	8,49	$0,93 \pm 0,02$	0,01/1
1068 3247-1	μ	215	82,3	$0,95 \pm 0,03$	0,83/1
1068 4707-1	μ	215	69,6	$1,02 \pm 0,02$	0,01/1
1071 4892-2	μ	212	54,7	$1,01 \pm 0,03$	-
1121 3070-2	p	190	1,09	$1,34 \pm 0,03$	0,05/1
1121 3070-3	μ	190	341	$0,99 \pm 0,03$	-
1123 3668-3	π	189	3,49	$0,98 \pm 0,03$	1,66/1
1123 3668-4	μ	189	108	$1,00 \pm 0,03$	-
1126 1102-1	π	188	23,8	$0,96 \pm 0,04$	-
1148 4878-2	μ	174	48,2	$1,05 \pm 0,04$	-
1148 4878-4	μ	174	85,1	$0,98 \pm 0,03$	-
1157 2192-2	π	170	2,26	$0,93 \pm 0,03$	-
1157 2192-3	μ	170	61,7	$1,04 \pm 0,03$	-
1158 1349-1	p	170	1,15	$1,22 \pm 0,06$	-
1158 1349-2	p	170	2,51	$0,95 \pm 0,04$	-
1158 1349-4	μ	170	130	$0,99 \pm 0,02$	0,03/1
1159 3610-1	μ	168	53,5	$0,97 \pm 0,03$	-
1161 1718-3	μ	168	187	$1,04 \pm 0,03$	0,17/1
1183 1192-1	μ	160	312	$1,00 \pm 0,02$	2,36/1

Tableau 6.12: Perte d'énergie: données réduites (Suite).

Événement	ID	Intervalle de temps (j)	p/mc	g/g_0 (grains/ 100 μm)	χ^2/ν
1191 1790-1	p	154	1,47	$1,04 \pm 0,04$	—
1194 1922-2	μ	154	189	$1,01 \pm 0,02$	2,60/1
1210 4192-1	μ	146	350	$1,01 \pm 0,03$	—
1210 4192-2	π	146	6,75	$0,94 \pm 0,03$	—
1230 2173-2	π	136	18,7	$1,06 \pm 0,04$	—
1230 2173-3	K	136	2,90	$1,11 \pm 0,04$	—
1230 2173-4	μ	136	624	$1,09 \pm 0,03$	—
1230 5991-2	π	136	5,42	$0,88 \pm 0,03$	—
1230 5991-3	μ	136	117	$0,97 \pm 0,03$	—
1235 5031-3	μ	134	73,8	$1,00 \pm 0,03$	0,59/1
1246 2305-1	μ	117	148	$1,01 \pm 0,03$	—
1261 0117-1	μ	106	397	$1,04 \pm 0,04$	—
1269 3262-1	μ	98	64,0	$1,00 \pm 0,03$	0,04/1
1293 0197-1	π	88	72,4	$1,01 \pm 0,03$	3,89/1
1293 0197-2	μ	88	112	$1,03 \pm 0,03$	0,57/1
1335 1495-1	μ	70	153	$1,01 \pm 0,03$	—
1336 4136-1	μ	70	99,3	$1,09 \pm 0,03$	—
1351 1479-2	p	66	4,28	$1,10 \pm 0,05$	—
1351 1479-3	μ	66	549	$1,15 \pm 0,04$	—
1358 4323-2	μ	62	147	$1,10 \pm 0,03$	—
1365 0582-2	μ	60	312	$1,04 \pm 0,03$	—

un réexamen de ces données, qui a révélé que les mesures prises dans la plaque 14 avaient été recueillies dans des conditions optiques difficiles. Dans ces circonstances, on a décidé de ne tenir compte que des mesures prises dans la plaque 15, menant au résultat présenté au tableau 6.12.

6.3.3 L'analyse statistique

Les données réduites des tableaux 6.11 et 6.12 peuvent maintenant être examinées dans l'optique de la perte d'énergie et de la régression de l'image latente. L'approche méthodologiquement la plus logique est de faire une régression non-linéaire avec de 2 à 4 paramètres: 2 ont rapport au phénomène de régression (τ et n , voir sections 4.3.2 et 6.2.1); quant à la perte d'énergie, le nombre de ces paramètres dépendra du modèle choisi; le modèle de Sternheimer de la perte d'énergie la plus probable n'en comprend aucun, le modèle de Sternheimer de la perte d'énergie restreinte en comprendra un (l'énergie maximale) tandis que le modèle atomique en comprendra deux, les énergies minimale et maximale.

On peut naturellement déterminer davantage de paramètres, par exemple, les coefficients d'oscillation, jusqu'à la limite d'un nombre de paramètres à ajuster égal au nombre de points expérimentaux. On pourrait de même estimer à partir des données les paramètres optimaux dans le formalisme de Sternheimer, soit 5 ou 6 paramètres. Cependant, il est avantageux de s'en tenir au minimum de paramètres ajustables afin d'être en mesure de tester la validité du modèle, ce qu'on accomplit généralement par le biais d'un test du rapport de vraisemblance, qui est d'autant plus contraignant que le nombre de degrés de liberté (la différence entre le nombre de points expérimentaux et le nombre de paramètres déterminés, voir section 3.4.5) est plus élevé. D'autre part, on ne considère pas trop utile d'estimer des valeurs pour les paramètres du modèle de Sternheimer étant donné les corrélations qui existent entre ces paramètres (voir section 6.1.2).

On choisira pour niveau de confiance du test du rapport de vraisemblance une valeur de 10 %. Cela peut sembler élevé mais on doit se rappeler qu'on désire ici trancher sur la validité d'un modèle du processus physique menant à la formation des traces dans l'émulsion nucléaire. L'hypothèse nulle est ici que le modèle spécifique s'applique. Le choix d'un niveau de confiance à 10 % implique une probabilité peut-être un peu élevée de rejeter le modèle malgré sa validité (erreur de type I) mais évitera toutefois de le maintenir alors qu'il apparaît très peu adéquat (erreur de type II). La valeur de niveau de confiance

est naturellement quelque peu arbitraire mais, d'un point de vue pragmatique, une valeur de 10 % est un bon choix dans une situation de ce type (voir section 3.4).

Le point de départ d'une régression, linéaire ou non, est la fonction de vraisemblance (ou son logarithme). Ici, cela mène à l'expression:

$$\ln \ell = \sum_{i=1}^n -\frac{1}{2} \ln 2\pi - \ln \sigma_i - \frac{(y_i - f(t_i, x_i; E_0, E_f, \tau, n))^2}{2\sigma_i^2} \quad (6.29)$$

$$f(t_i, x_i; E_0, E_f, \tau, n) = \frac{dE_i/dx}{dE_p/dx} \cdot \exp -\frac{t_i^n - t_p^n}{\tau^n} \quad (6.30)$$

$$\frac{dE_i}{dx} = \frac{dE}{dx}(x_i; E_0, E_f) \quad (6.31)$$

$$x_i \equiv \frac{p_i}{m_i c} \quad (6.32)$$

où t_p est le temps moyen correspondant à la formation dans l'émulsion des traces utilisées pour la calibration de l'effet de profondeur.

Les diverses traces ont été formées à des moments notablement différents durant l'exposition, comme l'indique le tableau 6.13, et comme il était désiré dans la méthodologie adoptée (voir section 5.3.1). L'intervalle de temps moyen séparant la formation et le développement chimique est 155 jours mais la dispersion autour de cette valeur moyenne est grande (41 jours). Il s'agit là d'une moyenne simple des 4 traces de l'approche 2 et de la moyenne des traces de l'approche 1. On peut évaluer de façon similaire la quantité de mouvement moyenne des muons utilisés pour établir la courbe de calibration, à partir des données des tableaux 5.16 et 5.20: on trouve une valeur de 20 GeV/c avec un écart-type de 4 GeV/c. Ce qui mène à un facteur de Lorentz moyen de 190 avec une dispersion de 40.

On peut se demander pourquoi on donne le même poids à l'ensemble des traces de l'approche 1 et à l'une ou l'autre trace de l'approche 2, octroyant ainsi aux traces de l'approche 1 une importance mineure comparativement à celles de l'approche 2. La raison en est qu'on cherche à donner une pondération égale aux évaluations d'une égale précision, donc, reposant approximativement sur le même nombre de grains. La conception des deux approches fait en sorte que les 7 traces de l'approche 1 mènent ensemble à une précision du même ordre que celle d'une trace individuelle de l'approche 2, d'où la moyenne choisie.

Puisque les traces ont été formées à différents moments, on dispose déjà d'une première indication de l'importance de la régression comparativement aux autres effets déjà traités. Spécifiquement, puisque les mesures sur l'effet de profondeur s'accordent entre elles à

Tableau 6.13: Traces de calibration: intervalle de temps.

Trace	Intervalle de temps (j)	Moyenne (j)
Approche 1		
1264 5032	104,5	134
1317 3776	78	
1217 2228	142	
1173 5131	163	
1068 2822	215	
1317 1230	78	
1189 4841	156	
Approche 2		
1063 5095	217,5	217,5
1159 4042	168,5	168,5
1213 2364	143,5	143,5
1255 4789	109,5	109,5
Approches 1 et 2	—	155

l'intérieur des incertitudes, il appert que la régression de l'image latente doit être assez faible pour la majeure partie des événements étudiés. On avait en effet trouvé à la section 5.3 que l'hypothèse d'une unique courbe de calibration pour l'ensemble des plaques et des événements s'accordait bien avec les données expérimentales. On avait toutefois observé que l'accord se détériorait à mesure que la précision des résultats s'accroissait. Une interprétation que l'on peut offrir de ce résultat est que la régression de l'image latente est d'importance secondaire comparativement à l'incertitude statistique (au moins pour les intervalles de temps couverts) mais qu'elle n'est pas entièrement négligeable.

Les paramètres qu'on cherche à déterminer au moyen d'une régression non-linéaire ne peuvent en général pas être exprimés sous une forme explicite (voir section 3.3.4). Un algorithme itératif s'avère le plus souvent nécessaire et doit faire appel à des méthodes numériques. Le programme MINUIT FORTRAN [528] remplit cette tâche; il s'agit d'un groupe de sous-routines qui permettent de déterminer les minima d'une fonction, de même que la variation de celle-ci au voisinage d'un minimum. Le programme offre la possibilité de minimiser une fonction renfermant un nombre élevé de paramètres (jusqu'à 55); le temps d'exécution risque toutefois de s'accroître en conséquence.

L'application de cette procédure aux points des tableaux 6.11 et 6.12 conduit à des

résultats décevants: aucun des modèles envisagés ne permet d'obtenir un niveau de confiance satisfaisant. En fait, le niveau de confiance ne dépasse jamais 1 %. Ce qui suggère deux alternatives: soit qu'aucun des modèles de perte d'énergie ne soit adéquat, soit que le modèle de régression utilisé soit inadéquat. La seconde de ces deux alternatives nous paraît la plus probable. En effet, il semblerait étrange qu'aucun des trois modèles de perte d'énergie envisagés ne soit même vaguement adéquat. De plus, le programme déduit des valeurs étonnamment élevées pour le temps de régression de l'image latente; les valeurs dépassent quelques centaines de jours et peuvent atteindre plusieurs milliers. Enfin, on a souligné à la section 4.3.2 que l'expression utilisée pour décrire l'image latente demeurerait à corroborer.

Un regard plus attentif à l'expression de la régression (section 4.3.2, éq. 4.10) suggère l'origine du problème: ce modèle implique une régression à caractère exponentiel. Or, à la fois les données de calibration de l'effet de profondeur (auxquelles on a fait référence un peu plus tôt) et les données des tableaux 6.11 et 6.12 indiquent que, sur l'intervalle de temps considéré (environ 200 jours), la régression est d'importance mineure, d'ordre 10 %. La constante de temps de l'exponentielle doit donc être très élevée. Dans ces circonstances, l'exponentielle peut être approximée par le premier terme de son développement en série de Taylor et aurait donc pour l'essentiel un comportement polynômial. Or, cela ne s'accorde pas avec les données: un comportement polynômial impliquerait une symétrie approximative des données relativement au temps moyen des données de calibration (155 jours); on observe plutôt que seules les traces relativement jeunes se démarquent de l'ensemble des autres.

Il semblerait plus adéquat de représenter la régression affectant les données par une atténuation rapide d'une certaine proportion des grains, laissant le reste des grains de bromure d'argent intacts. Ainsi, on serait en mesure de reproduire ce qui semble être une saturation de la régression pour des temps intermédiaires et longs. L'expression pour la régression serait alors:

$$\frac{g}{g_0} = \frac{a + (1 - a) \exp -(t/\tau) \frac{dE/dx}{dE_0/dx}}{a + (1 - a) \exp -(t_0/\tau) \frac{dE_0/dx}{dE_0/dx}} \quad (6.33)$$

$$\approx \frac{a + (1 - a) \exp -(t/\tau) \frac{dE/dx}{dE_0/dx}}{a} \quad (6.34)$$

où $1 - a$ représente la proportion des grains dont le temps de régression est τ (a étant donc la proportion des grains dont le temps de régression est virtuellement infini). Cette

expression a un caractère quelque peu *ad hoc* mais n'est pas dénuée de sens physique. Elle divise les grains comportant une image latente en deux groupes: ceux dont l'image latente est assez fragile, dont la proportion est $1 - a$, et ceux où elle est extrêmement stable, de proportion a . Ce modèle est aussi satisfaisant que le précédent statistiquement parlant, puisqu'il comporte le même nombre de paramètres (2). Le recours à ce modèle améliore les choses mais les niveaux de confiance demeurent médiocres (et n'atteignent pas les 10 %).

Une étude des résidus, c'est-à-dire des différences entre les valeurs expérimentales et les prédictions théoriques, révèle que les traces de deux événements sont toujours fortement déviantes. Il s'agit des 3 traces de l'événement 1230 2173 et des 2 traces de l'événement 1351 1479. On notera, en se référant au tableau 6.12, que ces 5 traces ont des densités de grains normalisées significativement supérieures au plateau de Fermi, alors qu'on prévoirait plutôt (dans l'un ou l'autre modèle) une densité de grains inférieure ou égale à ce dernier. Ceci pourrait à la rigueur s'expliquer pour l'événement 1351 1479 par un effet attribuable à la régression, puisque son intervalle de temps avant développement est parmi les moins élevés, mais cette explication ne peut convenir pour l'événement 1230 2173, dont l'intervalle de temps est comparable à celui des traces de référence.

L'explication de cette divergence ne semble pas résider au niveau de la reproductibilité: l'une de ces traces (1230 2173-4) a fait l'objet d'une vérification de consistance entièrement satisfaisante (voir tableau 6.8). Une explication plus probable serait que la courbe de calibration du module ne s'applique pas aux plaques où ont été recueillies ces mesures (4, 5 et 15). On se rappellera à ce sujet que, dans la section précédente, on avait mentionné que les mesures recueillies sur la trace 1351 1479-2 dans les plaques 14 et 15 ne s'accordaient pas. On avait attribué ce problème à des conditions optiques difficiles dans la plaque 14 et on avait rejeté les mesures de cette plaque pour cette raison. Ces conditions défavorables peuvent avoir pour origine des conditions de développement insatisfaisantes. On en déduirait alors que les plaques 4, 5, 14 et 15 ont subi un développement anormal et que les traces qui s'y trouvent ne peuvent donc être comparées directement aux autres. Un point demeure obscur cependant: il est étonnant que l'événement 1158 1349, dont les mesures ont été en partie recueillies dans la plaque 15, ne présente pas d'anomalie. Cette différence de comportement peut résulter de ce que les traces des deux événements traversent des régions très distantes (séparées par 7,5 cm) de la plaque 15.

Conséquemment, il a été résolu de simplement éliminer de l'analyse les 3 traces de

l'événement 1230 2173 et les deux traces de l'événement 1351 1479. On soulignera ici que la décision d'éliminer les traces d'un événement demeure relativement justifiable lorsque plusieurs traces ont été évaluées et qu'elles présentent toutes un effet systématique; elle serait en revanche beaucoup moins défendable si une seule trace avait été évaluée sur un événement donné. Toutefois, dans ce dernier cas, le test d'hypothèse ne devrait pas être notablement affecté par celle-ci, à moins d'une déviation vraiment importante (de 3 écarts-type ou plus).

Si on reprend maintenant l'analyse, après exclusion de ces 5 traces, les résultats deviennent acceptables pour au moins quelques-uns des modèles. On a testé la validité de 6 modèles, formés par les différentes combinaisons possibles des 2 modèles de régression (les équations 6.30 et 6.34) et les 3 classes de modèles de perte d'énergie (le modèle atomique, le modèle de perte d'énergie restreinte de Sternheimer et le modèle de perte d'énergie la plus probable de Sternheimer). Pour les modèles faisant appel aux expressions de Sternheimer, on a testé les différentes séries de paramètres publiées au cours des années, en excluant toutefois les valeurs de 1971 qui mènent à une courbe de perte d'énergie inadéquate (voir section 6.2.2).

Le modèle de la perte d'énergie la plus probable (calculée à partir des expressions de Sternheimer) ne compte pas de paramètres ajustables; les deux paramètres du modèle global proviennent uniquement du modèle de régression. Il s'agit donc en principe du modèle le mieux déterminé. Cependant, il ne s'accorde pas avec les données expérimentales, indépendamment du modèle de régression utilisé. Les tableaux 6.14 et 6.15 résument les résultats obtenus. La taille des χ^2 ne laisse aucun doute sur la conclusion à en dégager: la perte d'énergie la plus probable n'est pas la quantité appropriée, à tout le moins si on se fie aux calculs de Sternheimer. En se référant à la figure 6.5, on peut constater qu'une différence marquée existerait entre le minimum et le plateau si la perte d'énergie la plus probable était la quantité appropriée. La régression a été extraite des données en divisant tous les points par l'expression 6.34, avec pour valeur des paramètres $\tau = 100$ jours et $\alpha = 0,84$. Une autre indication que le modèle décrit très mal les données expérimentales est que les estimés tendent à se retrouver aux bornes fixées pour les domaines: un ajustement convenable ne peut être atteint à l'intérieur du domaine fixé; le programme ne peut déterminer simultanément une solution physiquement et statistiquement satisfaisante.

Le modèle de perte d'énergie restreinte de Sternheimer compte un paramètre de plus que celui de perte d'énergie la plus probable, soit l'énergie maximale, E_f (ou T dans la

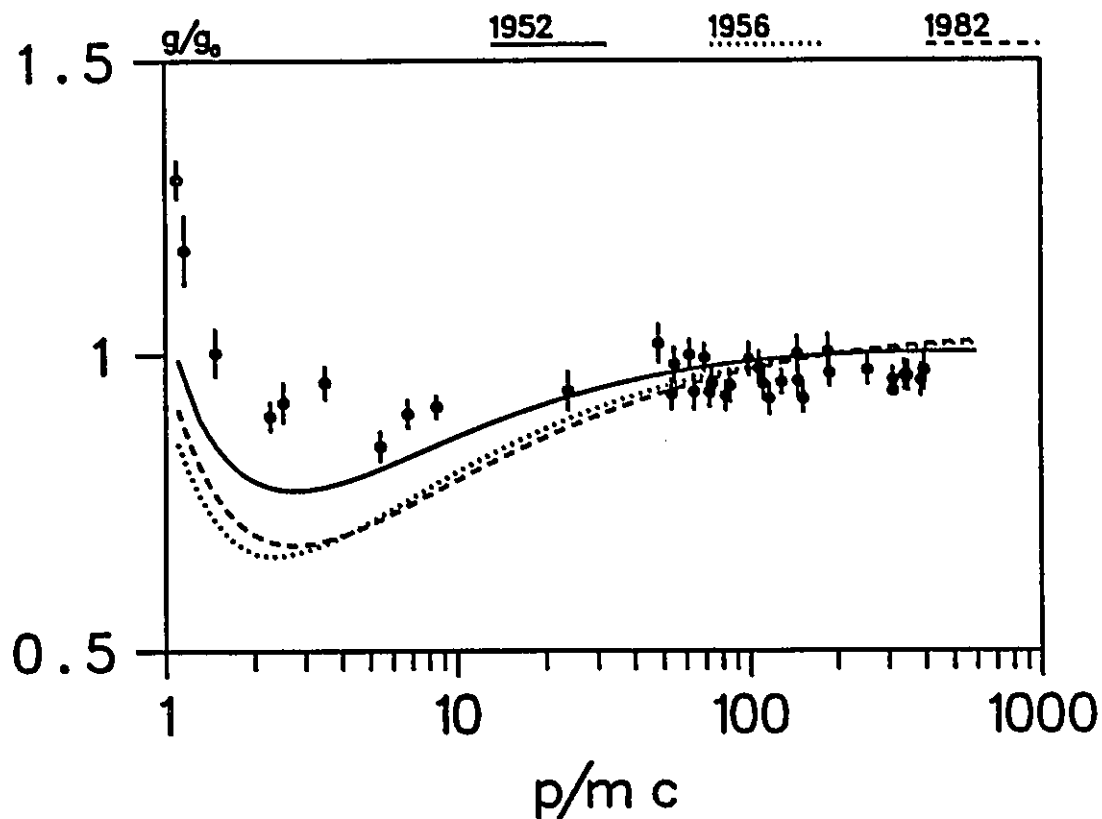


Figure 6.5: Perte d'énergie la plus probable de Sternheimer. Modèle de régression à deux populations ($\tau = 100$ j et $a = 0,84$). Les nombres associés à chaque courbe représentent les années de publication de la série de paramètres.

Tableau 6.14: Optimisation: Perte d'énergie la plus probable et modèle de Demers.

Référence	τ (j)	n	χ^2/ν
Domaine	0-10000	0-10	-
1952 [450]	1200 ± 8000	10	339,83/35
1956 [451]	9400 ± 1500	$9,0 \pm 1,9$	788,65/35
1982 [453]	9400 ± 1500	$9,0 \pm 1,9$	716,88/35
L'absence d'une incertitude indique qu'une quantité coïncide avec l'une des bornes de son domaine.			

Tableau 6.15: Optimisation: Perte d'énergie la plus probable et modèle à deux populations.

Référence	τ (j)	a	χ^2/ν
Domaine	0-100	0-1,0	-
1952 [450]	100	$0,867 \pm 0,006$	271,23/35
1956 [451]	100	$0,827 \pm 0,008$	664,84/35
1982 [453]	100	$0,824 \pm 0,009$	584,68/35
L'absence d'une incertitude indique qu'une quantité coïncide avec l'une des bornes de son domaine.			

Tableau 6.16: Optimisation: Perte d'énergie restreinte et modèle de Demers.

Référence	τ (j)	n	E_f (keV)	χ^2/ν
Domaine	0-10000	0-10	0-25	-
1952 [450]	10000	$0,63 \pm 0,11$	25	44,77/34
1956 [451]	5 ± 7	$0,030 \pm 0,004$	25	80,33/34
1982 [453]	$0,3 \pm 17$	$0,030 \pm 0,007$	25	76,20/34
1984 [454]	7000 ± 8000	$0,04 \pm 0,05$	25	71,43/34
L'absence d'une incertitude indique qu'une quantité coïncide avec l'une des bornes de son domaine.				

notation de Sternheimer). La conclusion est moins claire ici que dans le modèle de perte d'énergie la plus probable. Les résultats obtenus sont présentés aux tableaux 6.16 et 6.17. Les paramètres de 1952 semblent adéquats lorsque utilisés avec le modèle de régression à deux populations. C'est moins le cas lorsque la régression est décrite par le modèle de Demers, sans être absolument inadéquat. Par contre, pour l'un ou l'autre modèle, les paramètres de 1956, 1982 et 1984 ne donnent pas un bon accord avec les mesures expérimentales. Ainsi, 3 séries de paramètres sur 4 semblent inadéquates et, pire, la série qui s'accorde avec les mesures expérimentales est la plus vieille (dont on s'attendrait au contraire à ce qu'elle soit la moins adéquate). La figure 6.6 illustre la situation pour les paramètres des années 1956, 1982 et 1984. On a choisi comme valeur des paramètres de la régression 70 jours (τ) et 0,90 (a).

Enfin, dans le cas du modèle atomique, l'accord est tout à fait satisfaisant dans le modèle de régression à deux populations et satisfaisant dans le modèle de régression de Demers. Les résultats apparaissent au tableau 6.18 et à la figure 6.7, où apparaît également la courbe de perte d'énergie restreinte déduite des paramètres de Sternheimer de 1952.

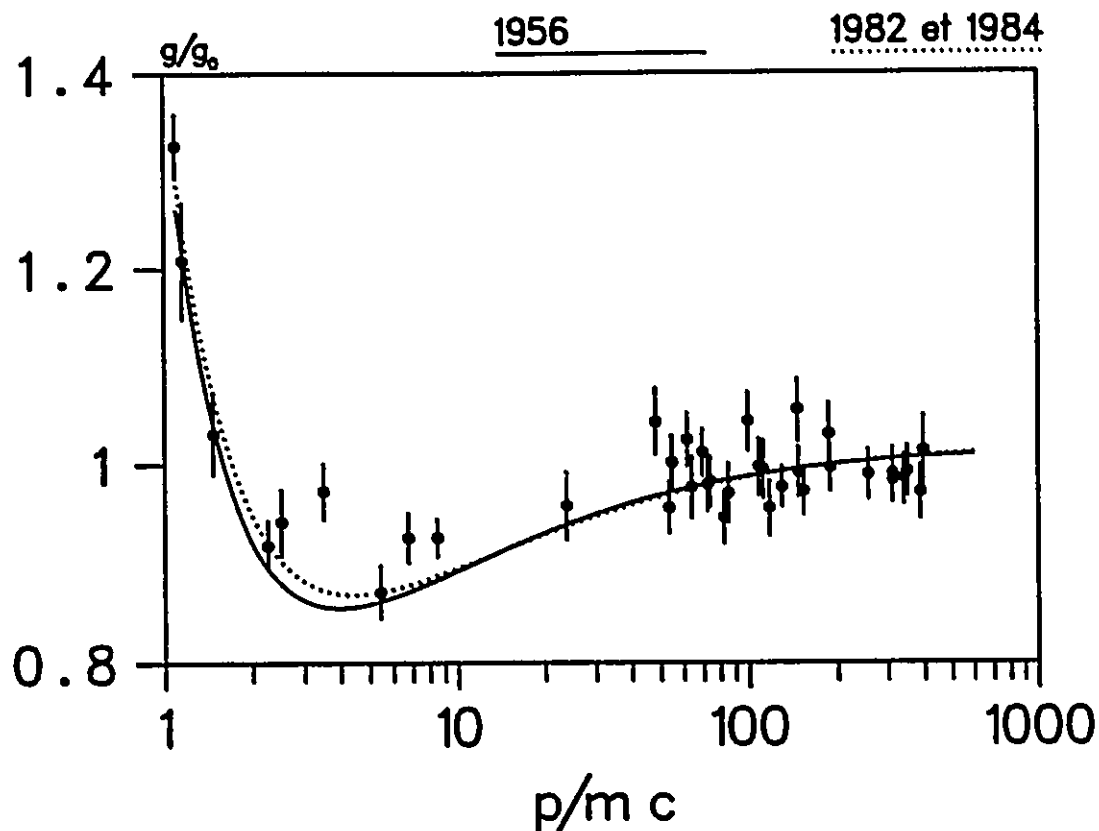


Figure 6.6: Modèle de perte d'énergie restreinte de Sternheimer et modèle à deux populations ($\tau = 70$ j et $a = 0,90$). Les nombres associés à chaque courbe représentent l'année de publication de la série de paramètres.

Tableau 6.17: Optimisation: Perte d'énergie restreinte et modèle à deux populations.

Référence	τ (j)	a	E_f (keV)	χ^2/ν
Domaine	0-100	0-1,0	0-25	-
1952 [450]	37 ± 5	$0,76 \pm 0,05$	25	35,37/34
1956 [451]	100	$0,91 \pm 0,09$	25	56,59/34
1982 [453]	100	$0,912 \pm 0,014$	25	55,48/34
1984 [454]	72 ± 11	$0,89 \pm 0,02$	25	46,72/34
L'absence d'une incertitude indique qu'une quantité coïncide avec l'une des bornes de son domaine.				

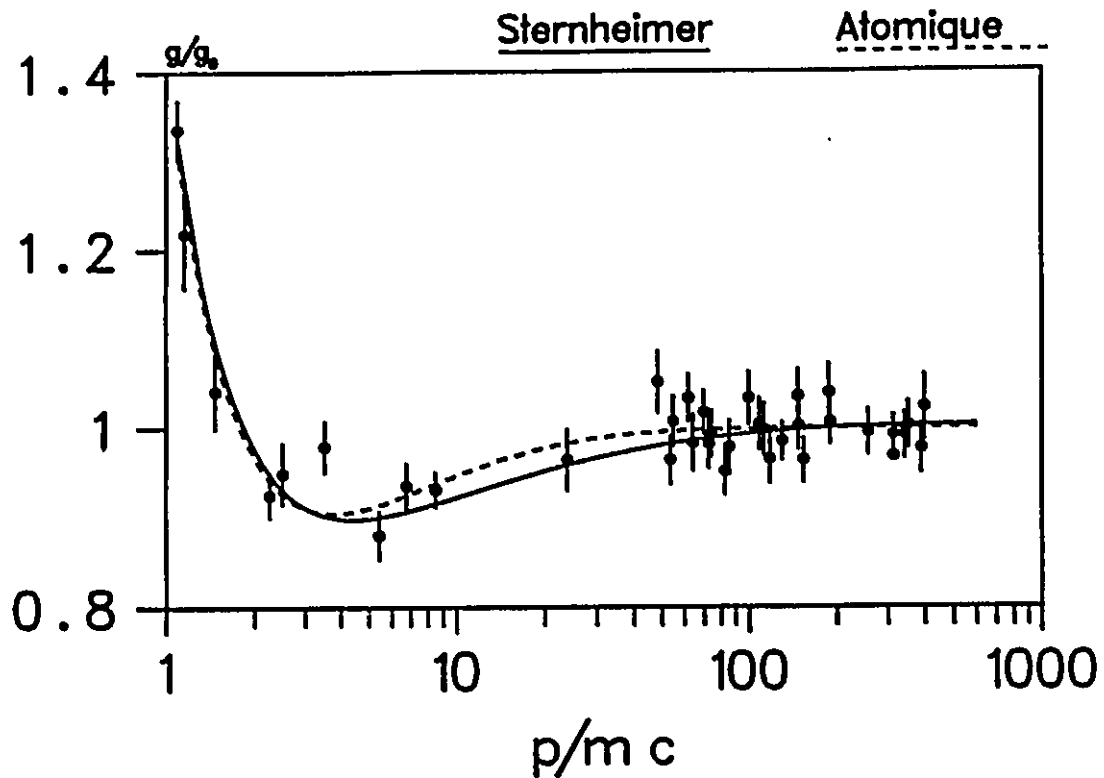


Figure 6.7: Perte d'énergie: modèle atomique ($E_0 = 86$ eV, $E_f = 1,4$ keV) et modèle de perte d'énergie restreinte de Sternheimer avec les paramètres de 1952 ($E_f = 25$ keV). Modèle de régression à 2 populations ($\tau = 30$ j et $a = 0,65$).

Dans les deux cas, l'effet de la régression a été compensé à l'aide de l'équation 6.34, avec pour valeurs des paramètres: $a = 0,65$ et $\tau = 30$ jours.

Finalement, la figure 6.8 permet de constater graphiquement que le modèle à deux populations s'accorde davantage avec les données expérimentales que le modèle de Demers. On a éliminé l'effet de la perte d'énergie en divisant les données expérimentales par la valeur théorique de perte d'énergie établie par le modèle atomique avec les paramètres $E_0 = 90$ eV et $E_f = 3$ keV.

6.3.4 Discussion des résultats

Les résultats obtenus conduisent à une courbe de la densité de grains dont le rapport g_{pl}/g_{min} est de 9 % et dont le minimum se situe à une valeur de p/mc d'environ 4. Ces

Tableau 6.18: Optimisation: modèle atomique.

E_0 (eV)	E_f (keV)	τ (j)	n	χ^2/ν
86 ± 10	$4,39 \pm 0,05$	10000	$0,59 \pm 0,06$	40,99/33
E_0 (eV)	E_f (keV)	τ (j)	a	χ^2/ν
89 ± 2	$1,4 \pm 0,2$	25 ± 6	$0,58 \pm 0,15$	31,51/33

L'absence d'une incertitude indique qu'une quantité coïncide avec l'une des bornes de son domaine.

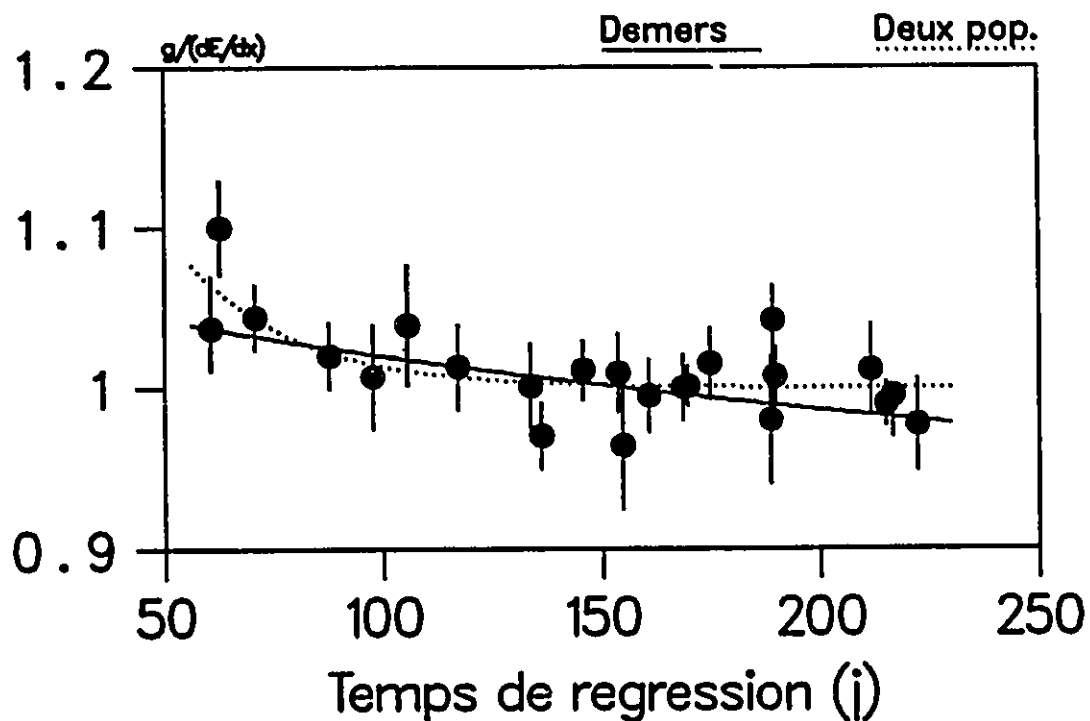


Figure 6.8: Régression de l'image latente: comparaison du modèle de Demers et du modèle à deux populations. L'effet de la perte d'énergie a été extriait en divisant les données expérimentales par la valeur théorique de perte d'énergie prévue par le modèle atomique (avec les paramètres $E_0 = 90$ eV et $E_f = 3$ keV).

résultats sont compatibles avec les données précédemment publiées (voir tableau 6.7). Parmi celles-ci, certaines sont notablement plus hautes mais on notera que la moyenne semble se situer à 10 ou 11 %. On soulignera également qu'il n'est pas exclu que cette quantité diffère d'une émulsion à une autre. Il ne serait en effet pas surprenant que différentes émulsions aient différentes sensibilités. Certaines des études discutées à la section 6.2.3 semblaient d'ailleurs le suggérer.

On doit toutefois insister sur le fait que les différences qui existent entre les divers travaux peuvent avoir une toute autre origine. L'émulsion constituant un milieu très complexe, il est très possible que d'autres facteurs interviennent. En particulier, aucun auteur ne semble avoir envisagé la possibilité que le développement ait un effet sur la courbe de perte d'énergie. Il ne fait pourtant pas de doute que ce facteur puisse intervenir. Il serait en revanche difficile de le quantifier. Nous estimons toutefois qu'il pourrait expliquer une partie des divergences, quelquefois très prononcées, qui existent entre les travaux de différents auteurs.

L'analyse statistique indique que la perte d'énergie la plus probable n'est d'aucune façon proportionnelle à la densité de grains dans l'émulsion nucléaire. Elle requerrait un écart beaucoup plus prononcé entre le minimum et le plateau de Fermi. Il appert donc qu'un grain de bromure d'argent ne représente pas un système microscopique (en ce qui a trait à la perte d'énergie).

On pourrait toutefois envisager une autre conclusion, soit que le modèle proposé par Sternheimer n'est pas adéquat, soit par un mauvais choix d'algorithme, soit parce que la distribution de Landau ne convient pas. Des résultats récents indiquent en effet que la distribution de Landau ne convient pas toujours [437]. On conclura donc simplement que la perte d'énergie la plus probable, telle que paramétrisée par Sternheimer, ne s'accorde aucunement avec nos résultats expérimentaux.

Le modèle de perte d'énergie restreinte de Sternheimer est celui qu'ont utilisé tous les auteurs cités dans le tableau 6.7. La plupart ont conclu qu'il pouvait adéquatement décrire leurs données. La même conclusion ne peut s'appliquer à nos résultats: une seule série de paramètres parmi les quatre testées s'accordait avec nos données et, ce qui a lieu d'étonner, il s'agissait de la plus ancienne (celle de 1952).

On signalera d'abord que c'est cette série de paramètres que plusieurs de ces auteurs ont vraisemblablement utilisée puisque plusieurs des expériences citées ont été conduites avant 1956. Dans ce cas, leur conclusion n'a pas lieu de surprendre. Les expériences ultérieures

semblent présenter des valeurs plus élevées pour le rapport du plateau au minimum mais on soulignera que plusieurs de ces expériences ne visaient à étudier que des régions spécifiques de la courbe de la densité de grains, par exemple, le plateau, et étaient donc beaucoup moins adéquates à déterminer le rapport du plateau au minimum. En revanche, d'autres présentent dans la région du minimum un meilleur échantillonnage statistique que ce que nous présentons ici. C'est en particulier le cas des expériences de Shapiro [493,494] et de Jongejans [498]. Toutefois, ces auteurs ont une moins bonne précision sur l'identité et la quantité de mouvement de leurs traces puisqu'ils ne disposaient pas d'un spectromètre magnétique pour en faire l'analyse.

D'autre part, si tous les auteurs cités ont pu obtenir un accord satisfaisant avec le modèle de perte d'énergie restreinte de Sternheimer, il faut tout de même souligner qu'ils y ont apporté des modifications. La plupart n'ont obtenu un accord qu'en ajustant les valeurs de l'énergie maximale, T_0 , et du potentiel moyen d'ionisation, I , et les valeurs obtenues par les différents auteurs diffèrent largement [505]. En ce sens, il n'est pas exclu que la grande utilisation de modèle de Sternheimer n'ait pas tant été le fait de sa valeur prédictive que de l'absence, jusqu'à tout récemment, d'alternatives.

Le modèle atomique s'accorde très bien avec nos données expérimentales. Comme il s'agit à notre connaissance de sa première application à l'émulsion nucléaire, il n'est pas possible de dégager une conclusion définitive sur sa validité pour ce détecteur. Les valeurs obtenues pour les paramètres semblent physiquement assez raisonnables: on trouve pour l'énergie minimale 90 eV, ce qui ne coïncide pas avec la valeur prévue par Morand (40 eV, voir section 6.1.2) mais n'en demeure pas moins comparable. La valeur d'énergie maximale, à 1,4 keV, semble un peu basse mais on ajoutera que la perte d'énergie est peu sensible à ce paramètre et que l'accord demeurerait très satisfaisant pour une valeur de plusieurs keV (disons 5 ou 6 keV). En conséquence, la valeur de l'énergie maximale n'est peut-être pas précisément connue mais on peut au moins avancer qu'elle devrait plutôt se situer vers la limite inférieure du domaine envisagé, soit entre 2 et 5 keV, plutôt que vers la borne supérieure, autour de 15 keV. En bref, les paramètres de ce modèle semblent intuitivement satisfaisants, en plus de mener à un modèle statistiquement satisfaisant du phénomène.

Un second point mérite d'être mentionné relativement au modèle atomique: en principe, une des approximations sur lesquelles se fonde le modèle ($E \ll (mc)^2/m_e$, voir 6.1.2) n'est pas respectée pour une bonne partie des muons auxquels nous avons eu recours.

Pourtant, l'accord avec le modèle est tout à fait satisfaisant et la population de muons ne manifeste pas de différence avec celles des autres types de particules, dans la mesure où on puisse les comparer. Les approximations d'un modèle ne sont pas toutes déterminantes et nous supposons que celle-ci est de moindre importance dans ce modèle-ci.

On terminera par un mot du modèle de régression de l'image latente. On constate que l'expression de Demers n'est pas absolument incompatible avec les données expérimentales mais qu'elle n'est pas pour autant tellement satisfaisante. En effet, dans toutes les situations, elle mène à un plus mauvais accord avec les résultats expérimentaux que l'expression que nous avons suggérée à la section précédente. D'autre part, on constate qu'elle pose également des difficultés algorithmiques: les valeurs répertoriées dans les tableaux de la section précédente apparaissent instables. Il est probable que cela soit dû au fait qu'une exponentielle pure ne convienne pas vraiment: le programme tend en effet vers des valeurs de constantes de temps et d'exposants telles que la correction soit à peu près linéaire dans la région où se trouvent les données. Dans ces circonstances, l'évaluation statistique n'a que peu de valeur: l'intervalle où l'exponentielle varie de façon significative, qui est de l'ordre de la constante de temps, est beaucoup plus grande que l'intervalle de temps sur lequel s'étendent les données.

Par contraste, l'expression que nous proposons tend à varier sur un intervalle de temps comparable à celui couvert par les données. On notera à ce sujet que les résultats publiés [343] sur la régression dans les émulsions FUJI ET-7B semblent s'accorder davantage avec une composante constante et une exponentielle (de constante de temps entre 7 et 60 jours, dépendant de la température) qu'avec une exponentielle pure. La valeur de constante de temps (τ) que nous obtenons paraît donc acceptable. La valeur de la proportion des grains stables (a) que nous déduisons, soit 0,58, semble un peu basse en comparaison du résultat présenté dans l'article cité plus haut [343]: environ 0,80. On notera toutefois que les résultats sont compatibles, tenant compte de l'incertitude. D'autre part, plusieurs facteurs influent sur la régression (par exemple, l'humidité) et il est parfaitement possible qu'un tel facteur se soit avéré différent dans les deux cas. Enfin, on peut prévoir une différence de ce type entre les deux résultats lorsqu'on tient compte de ce que notre résultat est obtenu par une étude des densités de grains tandis que l'autre repose plutôt sur la technique du comptage d'amas [343,529]. Or, les grains où l'image latente est faible, qui devraient être les plus affectés par la régression, seront vraisemblablement aussi ceux où le développement sera le moins prononcé et, en conséquence, ceux qui seront à la

limite de visibilité. Comme l'évaluation de densités de grains tient compte de ces grains (contrairement à l'évaluation d'amas où ceux-ci tendront à être rejetés), on peut s'attendre à une régression plus marquée dans l'évaluation de densités de grains plutôt que dans celle de densités d'amas.

L'expression 6.34 peut convenir mieux, statistiquement parlant, mais il n'en résulte pas qu'elle soit physiquement significative. Nous en proposons l'interprétation suivante: une proportion α de grains comptera une image latente suffisamment importante pour être très peu sensible à la régression; la proportion de grains complémentaire, $1 - \alpha$, possède au contraire une image latente plutôt instable, qui se décompose relativement rapidement. La théorie moderne de l'image latente pourrait fournir une explication à cette représentation phénoménologique, puisqu'il appert que les agrégats d'argent possédant un nombre pair d'atomes sont beaucoup plus stables que ceux en possédant un nombre impair, jusqu'à concurrence de 6 ou 7 (ou plus) où la stabilité est optimale [351,398]. La constante de temps, τ , pourrait ainsi représenter le temps de décomposition de centres impairs métastables tandis que la proportion, α , représenterait la proportion des centres pairs.

On doit se rappeler que Demers a proposé son expression à un moment où toutes les émulsions présentaient une régression importante sur une période de quelques semaines. Aujourd'hui, le problème a été atténué et cette expression peut être moins convenable, sans pour autant être fausse.

Chapitre 7. Le rayonnement de transition

Ce dernier chapitre est consacré à une discussion du rayonnement de transition dans l'émulsion nucléaire. Dans un premier temps, on aborde, mais beaucoup plus en détail qu'au chapitre 2, les considérations théoriques sur le rayonnement de transition. Vient ensuite l'exposé de l'étude expérimentale effectuée dans l'émulsion nucléaire.

7.1 La théorie du rayonnement de transition

7.1.1 Considérations générales

Le rayonnement de transition a été abordé à la section 2.2.5, où on en a discuté l'origine, qui est le passage d'une particule chargée à travers l'interface de deux milieux aux propriétés électriques et magnétiques différentes. On a également mentionné ses caractéristiques les plus frappantes. En particulier, on a souligné que l'intensité du rayonnement dépendait du facteur de Lorentz de la particule chargée incidente et était maximale pour un angle (par rapport à la trajectoire de la particule chargée) d'ordre $\frac{1}{\gamma}$, inversement proportionnel au facteur de Lorentz. Il a été également mentionné que le rayonnement de transition avait un caractère macroscopique et collectif, de sorte que son intensité s'atténue si la longueur du parcours au travers de l'un des matériaux devient trop faible.

Une large variété de situations peuvent donner lieu à l'émission de rayonnement de transition [106]. Bien peu de ces situations peuvent toutefois être résolues analytiquement et, lorsque c'est possible, il est généralement nécessaire de faire appel à plusieurs approximations. De plus, puisque le rayonnement de transition correspond à une impulsion de rayonnement électromagnétique, il n'est pas monochromatique; il est donc impératif de tenir compte de la variation avec la fréquence des propriétés diélectriques et magnétiques des milieux concernés. Ce qui requiert en retour l'adoption d'un modèle pour ces propriétés.

Modèle de la permittivité

On comprendra aisément qu'un modèle de l'émission de rayonnement de transition dans le visible soit difficile à établir: en effet, dans cette région, le comportement diélectrique ou magnétique d'un matériau dépend très fortement du type de matériau, de sa pureté et même de la méthode de synthèse adoptée. Or, on ne dispose pas vraiment d'un modèle qui soit à la fois précis et qui puisse être appliqué adéquatement à quelque matériau que ce soit.

En revanche, si on s'intéresse plutôt à la région des rayons-X, un tel modèle existe. La raison en est qu'à l'échelle des rayons-X, la matière a une structure beaucoup plus simple qu'à l'échelle optique. Ainsi, les caractéristiques moléculaires d'un matériau sont de peu d'importance dans l'interaction des rayons-X avec celui-ci tandis qu'ils peuvent changer radicalement les choses dans le domaine du visible. Il est en conséquence possible de donner un modèle raisonnablement général de la permittivité d'un matériau dans le domaine des rayons-X. On peut s'attendre à ce qu'un tel modèle, indépendant des effets moléculaires, ne nécessite que bien peu d'éléments de structure atomique.

Ce modèle considère en quelque sorte la matière comme un plasma. Lorsque l'énergie des rayons-X est beaucoup plus élevée que l'énergie de liaison des électrons d'un quelconque atome, on peut considérer ceux-ci comme libres et représenter la matière comme un plasma formé de noyaux atomiques et d'électrons libres, le tout étant globalement neutre. Les détails de la structure atomique seront secondaires, comme dans le cas de l'effet Compton (voir section 2.3.1).

Dans une approche classique non-relativiste (pour les électrons du milieu), ce modèle mène à l'expression suivante pour la permittivité [530,531]:

$$\epsilon = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \quad (7.1)$$

où ω est la fréquence angulaire à laquelle on cherche à déterminer la permittivité et ω_p la fréquence de plasma du milieu, qu'on a déjà rencontrée précédemment (voir éq. 6.8), dans l'expression d'un autre modèle de permittivité:

$$\omega_p = \sqrt{\frac{4\pi n_e e^2}{m_e}} \quad (7.2)$$

où n_e représente la densité d'électrons du milieu. En principe, cette densité d'électrons comprend tous les électrons d'une unité de volume du matériel [530,532,533]; en pratique,

à moins de s'en tenir aux rayons-X très énergiques ou aux éléments très légers, il serait possiblement plus réaliste de n'y inclure que les électrons dont l'énergie de liaison est inférieure à $\hbar\omega$.

Une expression de la densité d'électrons en termes des caractéristiques du matériau ou de ses éléments a déjà été présentée plus tôt (éq. 6.11):

$$n_e = N_A \rho_{AgBr} \frac{Z_{Ag} + Z_{Br}}{A_{Ag} + A_{Br}}. \quad (7.3)$$

Cette formule tient toutefois compte de tous les électrons du bromure d'argent. Si l'on désire se restreindre aux électrons dont l'énergie de liaison est inférieure à une certaine valeur, il faut utiliser pour Z_{Ag} et Z_{Br} non pas les nombres atomiques mais les nombres d'électrons (par atome) dont l'énergie de liaison est inférieure à une valeur d'énergie représentative du spectre de rayons-X prévisible.

On s'étonnera peut-être qu'une permittivité puisse être inférieure à 1 puisque cela signifie que le champ électrique dans le milieu est plus intense que ce qu'il serait dans le vide. Cela provient de ce qu'on a affaire à un plasma: les particules étant chargées et libres de se déplacer sous l'action d'un champ électrique, un phénomène d'induction prononcé peut se produire, qui renforce le champ initial.

Nous nous sommes jusqu'à maintenant contentés de considérations générales. Nous allons maintenant nous concentrer sur une situation relativement caractéristique de la physique des hautes énergies afin d'apporter des indications plus précises sur le rayonnement de transition tel qu'il est susceptible de s'y manifester.

L'application à la physique des hautes énergies

En regard de la physique des hautes énergies et, plus spécifiquement, de l'identification des particules chargées ultrarelativistes dans l'émulsion nucléaire, la situation la plus pertinente qu'on puisse traiter théoriquement est le passage à incidence normale d'une particule chargée rapide, de facteur de Lorentz γ et de charge unitaire, au travers d'une plaque d'un matériau d'épaisseur d_2 et de fréquence de plasma ω_{p2} , plaque qui est plongée dans un milieu de fréquence de plasma ω_{p1} . Dans ce cas, l'intensité du rayonnement de transition par unités d'angle solide et de fréquence, $\frac{\partial^2 E}{\hbar \partial \omega \partial \Omega}$, est [47,111]:

$$\frac{\partial^2 E}{\hbar \partial \omega \partial \Omega} = \frac{4\alpha}{\pi^2} \theta^2 \left(\frac{1}{\frac{1}{\gamma^2} + \theta^2 + \frac{\omega_{p2}^2}{\omega^2}} - \frac{1}{\frac{1}{\gamma^2} + \theta^2 + \frac{\omega_{p1}^2}{\omega^2}} \right)^2 \sin^2 \frac{\phi}{2} \quad (7.4)$$

$$\phi = \frac{d_2 \omega}{2c} \left(\frac{1}{\gamma^2} + \theta^2 + \frac{\omega_{p2}^2}{\omega^2} \right)$$

où θ est l'angle par rapport à la trajectoire de la particule chargée tandis que α est la constante de structure fine.

Ces équations, malgré le fait qu'elles fassent appel à des approximations, demeurent peu limpides sous cette forme. Quelques opérations algébriques permettent toutefois de faire ressortir les caractéristiques importantes du rayonnement de transition.

La dépendance sur la fréquence de plasma. Un réarrangement du terme entre parenthèses de l'équation 7.4 mène à:

$$\frac{\omega_{p1}^2 - \omega_{p2}^2}{\omega^2 \left(\frac{1}{\gamma^2} + \theta^2 + \frac{\omega_{p1}^2}{\omega^2} \right) \left(\frac{1}{\gamma^2} + \theta^2 + \frac{\omega_{p2}^2}{\omega^2} \right)}$$

et cela révèle que l'intensité du rayonnement de transition dépend surtout de la différence des carrés des fréquences de plasma des deux milieux ou, en se reportant à la définition de la fréquence de plasma (équ. 7.2), de la différence des densités d'électrons des deux milieux. Nous appellerons *fréquence de plasma effective* la valeur de fréquence de plasma qui en résulte ($\sqrt{\omega_{p1}^2 - \omega_{p2}^2}$).

Ce qui indique qu'on maximise l'intensité du rayonnement de transition en utilisant une plaque d'un matériau de densité d'électrons très élevée reposant dans le vide. Comme la discussion qualitative menée dans le chapitre 2 l'avait fait ressortir, l'intensité du rayonnement de transition augmente lorsque le contraste entre les densités électroniques des deux milieux présents s'accroît.

L'effet de l'épaisseur de la plaque. Il a été énoncé à la section 2.2.5 qu'on pouvait comprendre l'émission de rayonnement de transition à l'interface de deux milieux en ayant recours à la méthode des images, suivant laquelle le système constitué d'une particule chargée incidente sur une interface entre deux milieux équivaut au système constitué de deux particules chargées convergeant colinéairement l'une vers l'autre; or, ce système se comporte comme un dipôle changeant avec le temps et mène donc à l'émission de rayonnement.

L'intensité rayonnée sera, dans cette conception, d'autant plus élevée que le dipôle existera plus longtemps ou, en d'autres termes, que la dimension du second milieu sera

plus grande; la méthode des images cesse en effet d'être adéquate lorsqu'on excède la dimension du premier système. On s'attend évidemment à ce que l'intensité sature au delà d'une certaine dimension. Autrement, une quantité d'énergie infinie serait rayonnée par le passage d'une particule chargée d'un milieu semi-infini à un autre. Cet effet de saturation s'explique par le fait que l'intensité du champ à l'interface est très faible lorsque la charge est très éloignée de cette interface.

En se reportant à l'équation 7.4, on peut déduire l'impact de l'épaisseur de la plaque sur l'intensité d'énergie rayonnée. On note que l'épaisseur de la plaque n'intervient que dans l'angle ϕ . Ce qui confirme incidemment l'effet de saturation anticipé plus haut puisque cet angle n'apparaît que dans un sinus. Par développement de ce sinus en série de Taylor, avec la condition:

$$\frac{\phi}{2} = \frac{d_2 \omega}{4c} \left(\frac{1}{\gamma^2} + \theta^2 + \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right) \ll 1 \quad (7.5)$$

qui permet de ne garder que le premier terme de la série, on obtient:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 E}{\hbar \partial \omega \partial \Omega} &\propto \left(\frac{\phi}{2} \right)^2 \\ &\propto d_2^2 \end{aligned} \quad (7.6)$$

qui indique que l'intensité du rayonnement de transition décroît avec le carré de l'épaisseur de la plaque lorsque celle-ci est comparativement mince.

Dans ce contexte, on peut définir une *longueur de formation*:

$$Z = \frac{2\pi c}{\omega} \left(\frac{1}{\gamma^2} + \frac{\omega_p^2}{\omega^2} + \theta^2 \right)^{-1} \quad (7.7)$$

qui est la valeur minimale de d_2 pour laquelle l'intensité atteint sa valeur maximale [111]¹.

7.1.2 La description théorique de la situation expérimentale

Jusqu'ici, on s'est uniquement intéressé à l'énergie rayonnée par unité de fréquence et par unité d'angle solide, pour la raison que cette quantité permet de déduire les autres. Toutefois, à moins de posséder un spectromètre offrant une haute résolution angulaire et également fréquentielle, cette quantité n'est pas immédiatement observable dans une expérience; on en observe plutôt une certaine moyenne prise sur un angle solide fini et un

¹On utilise une définition légèrement différente de celle de Kleinknecht [111] pour la longueur de formation, Z .

certain domaine de fréquence. Mathématiquement, cette dernière quantité correspond à une intégrale triple de l'énergie rayonnée par unité de fréquence et d'angle solide (tenant compte de ce que l'angle solide est en réalité un élément de surface), convenablement modulée par une fonction de résolution (voir section 2.1.3) reflétant les caractéristiques du détecteur:

$$\overline{E} = \int_0^\infty \hbar d\omega \int_{4\pi} d\Omega T(\Omega, \omega) \frac{\partial^2 E}{\hbar \partial \omega \partial \Omega}. \quad (7.8)$$

Par ailleurs, le nombre moyen de photons produits dans le même intervalle d'énergie et d'angle solide sera:

$$\overline{N} = \int_0^\infty \hbar d\omega \int_{4\pi} d\Omega T(\Omega, \omega) \frac{1}{\hbar \omega} \frac{\partial^2 E}{\hbar \partial \omega \partial \Omega}. \quad (7.9)$$

L'une ou l'autre des deux équations précédentes, dépendamment de la méthodologie expérimentale et de l'instrumentation utilisée, devrait, si le modèle théorique est adéquat, correspondre à une relation entre variables empiriques.

Il s'agit dès lors d'effectuer l'intégrale avec les conditions correspondant au détecteur utilisé, en l'occurrence l'émulsion nucléaire. La fonction de résolution de celle-ci devrait présenter plusieurs similitudes avec celle qui intervient dans la perte d'énergie par ionisation (section 6.2.1, éq. 6.17) mais ne peut être supposée identique puisqu'on traite ici de rayons-X, dont l'image latente peut différer de celle résultant de particules chargées (voir section 4.3.2).

On peut considérer l'émulsion comme également sensible sur tout l'angle solide, de sorte que la fonction de résolution en est indépendante:

$$T(\Omega, \omega) = T(\omega). \quad (7.10)$$

On pourrait ici argumenter que l'observation dans l'émulsion nucléaire modifie les choses puisqu'on sera porté à ne tenir compte, dans l'évaluation des densités de grains, que des grains situés sur la trace, réduisant ainsi notablement l'angle solide. Toutefois, on peut offrir en contre-argument que la plus grande partie des photons est émise dans un cône très restreint par rapport à la trace, d'angle $\frac{1}{\gamma}$, (voir section 2.2.5 et aussi [533]) et que, par conséquent, une intégration sur tout l'angle solide, si elle simplifie le problème, constitue une approximation raisonnable et suffisante.

On obtient alors une fonction de résolution du même type que celle qui intervenait dans le cas de la perte d'énergie par ionisation (voir section 6.2.1). On prendra la même forme fonctionnelle pour la fonction de résolution, à la différence près que les énergies minimale

et maximale pourront différer puisque le processus photographique y est quelque peu différent:

$$T(\omega) = \begin{cases} 0 & \text{si } \omega_0 < \omega \\ 1 & \text{si } \omega_0 \leq \omega \leq \omega_1 \\ 0 & \text{si } \omega_1 < \omega \end{cases} \quad (7.11)$$

où ω_0 et ω_1 sont respectivement les fréquences minimale et maximale. Ce modèle ne revient finalement, comme dans le cas de la perte d'énergie, qu'à restreindre les bornes d'intégration: l'intégrale de 0 à ∞ devient une intégrale de ω_0 à ω_1 .

Il s'agit maintenant de déterminer l'intégrand, soit l'énergie rayonnée par unité de fréquence. Une solution à un problème similaire a été publiée par Durand [533]. Le cas traité était celui d'une particule chargée ultrarelativiste traversant à incidence normale une plaque d'un matériau diélectrique reposant dans le vide. Ce cas devrait donc s'appliquer assez bien à notre situation pourvu qu'on substitue à la fréquence de plasma la fréquence de plasma effective. En termes mathématiques, Durand a effectué l'intégration sur la partie angulaire de l'équation 7.4 dans le cas particulier où $\omega_{p1} = 0$.

Le calcul de Durand fait appel aux approximations suivantes:

$$\frac{\omega d_2}{2c} \left(\theta^2 + \frac{1}{\gamma^2} + \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right) \ll 1 \quad (7.12)$$

$$\frac{\omega_p d_2}{c} \gg 1 \quad (7.13)$$

$$\frac{\omega}{\omega_p} \gg 1 \quad (7.14)$$

$$\gamma \gg 1. \quad (7.15)$$

La dernière approximation, qui requiert qu'une particule soit ultrarelativiste, permet de négliger la composante longitudinale du champ électromagnétique de la particule chargée puisqu'elle est plus faible que la composante transversale par un facteur γ . La troisième approximation ne représente essentiellement que la condition pour que l'expression de la permittivité soit adéquate (voir section 7.1.1) et permet d'approximer le champ à l'intérieur du matériau par sa valeur dans le vide, les champs provenant de la polarisation et du rayonnement représentant alors de faibles corrections. De plus, cette approximation permet de représenter d'une façon très simple le matériau. Pour le rayonnement de transition produit dans le domaine des rayons-X, elle devrait être adéquate. La seconde approximation impose la condition que le temps de traversée du matériau par la particule chargée,

d_2/c , soit très supérieur à la période d'oscillation des électrons autour de leur position d'équilibre dans le plasma, ω_p^{-1} . Le sens physique de cette contrainte est, dans une optique microscopique, que le rayonnement de transition provient d'oscillations forcées, et cohérentes, de ces électrons sous l'influence du champ électromagnétique de la particule chargée et que l'intensité rayonnée sera négligeable si cette impulsion n'agit pas pendant un nombre élevé de périodes. Enfin, dans le cas de la première approximation, elle se révèle nécessaire du point de vue mathématique afin de remplacer dans l'intégrant un cosinus par les deux premiers termes de sa série de Taylor. Notons qu'à l'aide des trois dernières approximations, on peut ramener la première à la condition $\theta \ll 1$; dans le cas de particules chargées ultrarelativistes, comme l'essentiel du rayonnement est émis à des angles très faibles, d'ordre $\frac{1}{\gamma}$ (voir 7.1.1), cette approximation est justifiée.

L'intégration sur l'angle solide effectuée par Durand donne:

$$\frac{dE}{d\omega} = \frac{2e^2}{\pi c} [F(x) + G(\tau, x)], \quad x = \frac{\omega}{\gamma\omega_p}, \quad \tau = \frac{\omega_p d_2}{2\gamma c} \quad (7.16)$$

$$F(x) = (1 + 2x^2) \ln(1 + \frac{1}{x^2}) - 2 \quad (7.17)$$

$$G(\tau, x) = -(1 + 2x^2) [Ci(\tau(x + \frac{1}{x})) - \cos \frac{\tau}{x} Ci(\tau x) + \sin \frac{\tau}{x} si(\tau x)] + \quad (7.18)$$

$$2 \cos(\tau(x + \frac{1}{x})) + (\tau(x + \frac{1}{x})) si(\tau(x + \frac{1}{x})) + \quad (7.19)$$

$$\tau x [\cos \frac{\tau}{x} si(\tau x) + \sin \frac{\tau}{x} Ci(\tau x)]. \quad (7.20)$$

Les fonctions $Ci(y)$ et $si(y)$ sont les fonctions *intégrale du cosinus* et *intégrale du sinus*, respectivement [534], dont les définitions sont:

$$Ci(y) = \int_{\infty}^y \frac{\cos t}{t} dt \quad (7.21)$$

$$si(y) = \int_{\infty}^y \frac{\sin t}{t} dt. \quad (7.22)$$

L'ensemble de ces équations fournit, sous forme analytique, l'intensité d'énergie ou, à une transformation près, le nombre de photons rayonnés, par unité de fréquence; autrement dit le spectre de rayonnement.

Il est possible, dans la même situation, d'obtenir une expression beaucoup plus simple que l'équation 7.16 pour l'intensité rayonnée par unité de fréquence, mais dans un domaine de fréquences restreint. Ici encore, il s'agit que l'argument du cosinus soit inférieur à 1 pour

que le développement en série de Taylor converge. De l'équation 7.12, on peut déterminer la valeur de l'angle maximal, $\sqrt{2c/(\omega d_2)}$, pour laquelle l'argument restera inférieur à 1; on détermine de la même façon, lorsque $\theta = 0$, l'intervalle de fréquences où le développement demeurera valide, la fréquence supérieure, $2c\gamma^2/d_2$, étant déduite de la situation où le terme en $\frac{1}{\gamma^2}$ domine et la fréquence inférieure, $d_2\omega_p^2/(2c)$, de celle où le terme dominant est plutôt ω_p^2/ω^2 . Cette expression, également déduite par Durand [533], est:

$$\frac{dE}{d\omega} \approx \frac{e^2}{4\pi c} \left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2 \left(\frac{\omega_p d_2}{c}\right)^2 \left(\ln \frac{2c\gamma^2}{\omega d_2} - C\right), \quad \frac{d_2\omega_p^2}{2c} \ll \omega \ll \frac{2c\gamma^2}{d_2}. \quad (7.23)$$

La quantité C , presque une constante, vaut approximativement 1. On peut substituer cette valeur dans l'équation 7.9 et ainsi obtenir:

$$N(\omega_0 < \omega < \omega_1) \approx \frac{\alpha\omega_p^4 d_2^2}{4\pi c^2} \left\{ \frac{1}{\omega_0^2} - \frac{1}{\omega_1^2} \right\} \ln \gamma + K \quad (7.24)$$

où α représente la constante de structure fine, introduite au chapitre 1, et K est une quantité indépendante du facteur de Lorentz. Les variables ω_0 et ω_1 sont, dans cet ordre, les fréquences angulaires minimale et maximale acceptées par le détecteur et doivent respecter l'inégalité associée à l'équation 7.23. Notons que cet intervalle est choisi de façon à remplir deux buts: la convergence du développement en série de Taylor effectué dès le départ et la simplification de l'expression finale. Le deuxième objectif est plus contraignant que le premier car, dans l'équation 7.24, seule la quantité K dépend spécifiquement du choix de l'intervalle tandis que l'équation même prend une forme notablement plus complexe si on ne respecte pas la condition:

$$\omega_0, \omega_1 \ll \frac{2c\gamma^2}{d_2}$$

qui permet de négliger plusieurs termes.

L'intérêt de cette équation, outre de permettre une évaluation approximative rapide de la production de rayonnement de transition, est d'en révéler les caractéristiques qualitatives. Ainsi, on note que la quantité de rayonnement de transition produite, le nombre de photons, augmente très rapidement avec la fréquence de plasma, avec sa quatrième puissance et la même quantité décroît fortement lorsque l'épaisseur de matériau traversé diminue, deux résultats qui correspondent à ce qui avait été trouvé pour la densité d'énergie rayonnée par unités de fréquence angulaire et d'angle solide. On note de plus que le nombre de photons observés diminue assez rapidement lorsque l'énergie de seuil du détecteur, l'énergie minimale détectable, ω_0 , augmente.

7.2 La situation expérimentale

Du point de vue théorique, le rayonnement de transition a été étudié assez exhaustivement mais il n'en va pas de même du point de vue expérimental, possiblement parce qu'il est expérimentalement difficile d'isoler le rayonnement de transition des autres effets électromagnétiques qui se produisent concurremment, particulièrement la perte d'énergie.

Les premières observations du rayonnement de transition ont été réalisées autour des années 1960 [535,536]. Son étude est toutefois restée marginale [537] jusque dans les années 1970 où il est apparu qu'il pourrait jouer un rôle utile pour la détermination du facteur de Lorentz d'une particule chargée et, conséquemment, son identification. Le travail expérimental de Wang [538] a confirmé cette possibilité. La recherche s'est alors orientée spécifiquement vers l'utilisation aux fins de la physique des hautes énergies expérimentale [538,539]. On soulignera que le passage à l'exploitation technologique s'est fait sans que les caractéristiques du rayonnement de transition n'aient vraiment été établies expérimentalement. Seuls les travaux de Goldsmith et Jelley [535] et de Cherry [540] ont exploré les aspects fondamentaux du rayonnement de transition.

La recherche effectuée sur ce sujet dans les années 1980 a surtout mené à des améliorations technologiques [541] ou méthodologiques [542] et au développement de détecteurs pour des expériences proposées ou en cours [543]. On note tout de même durant cette période quelques travaux fondamentaux effectués avec des électrons d'énergie relativement basse, où ont été étudiées les distributions angulaire et fréquentielle du rayonnement de transition [544,545]. De nouvelles applications du phénomène y ont également été envisagées, pour le repérage des faisceaux de particules chargées [546,547] ou comme source de rayons-X [548,549].

Toutes les études indiquées jusqu'ici ont été menées essentiellement de la même façon: un faisceau de particules chargées ultrarelativistes traversait une série de feuillets d'un matériau, séparés les uns des autres par une distance fixe. Cette alternance d'un matériau dense et d'une région gazeuse créait une différence de densités d'électrons suffisante pour produire du rayonnement de transition. Un compteur situé à l'extrémité de ce montage détectait les rayons-X produits. Le défaut d'un tel montage est qu'il est nécessaire de choisir un matériau dont le coefficient d'absorption (voir section 2.3.4) est faible, afin que les rayons-X atteignent le détecteur. Même dans ce cas, il existe un nombre de plaques (dépendant de leur épaisseur) au delà duquel l'efficacité régresse car l'accroissement de

l'intensité de rayonnement attribuable à ces plaques supplémentaires ne compense pas même la réduction en intensité due à l'absorption. La seule façon de contourner cet obstacle est de détecter les photons immédiatement après leur production, ce qui requiert d'avoir un détecteur après chaque plaque.

Or, en tenant compte de ce que l'émulsion nucléaire constitue un milieu fortement inhomogène en ce qui a trait à sa densité électronique et que chaque grain de bromure d'argent peut être envisagé comme un détecteur de photon, il serait en principe possible que le passage d'une particule chargée ultrarelativiste y génère du rayonnement de transition, qui y provoquerait la formation d'une image latente. Il s'agit là d'une situation assez différente de celles précédemment étudiées, susceptible d'accroître la connaissance du phénomène.

7.2.1 Variables de l'émulsion nucléaire

Au niveau des principes, il semble raisonnable de considérer que le passage d'une particule chargée dans l'émulsion nucléaire puisse mener à la production et à la détection de rayonnement de transition. Il reste dès lors à évaluer quantitativement l'importance de cet effet. Deux caractéristiques du milieu interviennent dans la production de rayonnement de transition: la fréquence de plasma (pour chacune des deux composantes du milieu) et la dimension moyenne du milieu le plus dense. D'autre part, dans sa détection, deux autres paramètres (liés aussi au milieu mais dépendant également des détails de la méthode expérimentale) doivent être déterminés, correspondant aux énergies minimale et maximale des rayons-X auxquels le détecteur est sensible.

La densité électronique du bromure d'argent a déjà été déterminée à la section 6.2.1. Il s'agit dans ce cas de la densité totale d'électrons. Toutefois, on a précédemment indiqué que, pour des rayons-X de basse énergie, les électrons des couches profondes pourraient ne pas interagir (voir section 7.1.1). On devrait alors calculer les densités électroniques en excluant au moins les électrons dont l'énergie de liaison est supérieure à celle des rayons-X. La relation suivante, plus générale que la relation 6.11, permet de déterminer la densité électronique du bromure d'argent ou de la gélatine:

$$n_e = \frac{N_A \rho_{em}}{f_V} \sum_i \frac{Z_i^4}{A_i} f_i. \quad (7.25)$$

La somme s'étend sur les éléments de la composante désirée (le bromure d'argent ou

Tableau 7.1: Densités électroniques et énergies de plasma.

Composante	Z_{eff}	n_e ($10^{24} e^-/cm^3$)	$\hbar\omega_p$ (eV)
AgBr ($E_l < \infty$)	Ag: 47 Br: 35	1,70	48,4
AgBr ($E_l < 1$ keV)	Ag: 37 Br: 25	1,29	42,2
Gélatine ($E_l < \infty$)	H: 1 C: 6 N: 7 O: 8	0,457	25,1
Gélatine ($E_l < 1$ keV)	H: 1 C: 6 N: 7 O: 8	0,457	25,1
Milieu effectif ($E_l < \infty$)	—	1,14	39,6
Milieu effectif ($E_l < 1$ keV)	—	0,83	33,8
Source: [6,468,469]			

la gélatine) et f_V représente la fraction du volume de l'émulsion occupée par celle-ci (voir section 4.2.1); Z'_i représente ici le nombre atomique effectif, c'est-à-dire le nombre d'électrons de l'atome dont l'énergie de liaison est inférieure à une valeur déterminée. Le tableau 7.1 présente les diverses densités électroniques pertinentes ainsi que les énergies de plasma qui en résultent.

L'énergie maximale peut être choisie identique à la valeur utilisée dans l'étude de la perte d'énergie par ionisation. La raison en est que cette borne supérieure est déterminée par la méthode expérimentale, dans laquelle on ne tient pas compte des rayons- δ . Or, l'émission de ceux-ci devrait être comparable, qu'elle résulte de photons réels, comme c'est le cas ici, ou de photons virtuels, comme dans le cas de la perte d'énergie. Il ne fait pas de doute que les deux processus devraient présenter quelques différences mais celles-ci seront vraisemblablement d'importance secondaire comparativement à l'incertitude qui entoure la valeur de l'énergie d'un rayon- δ susceptible de former une trace distincte. On se rappellera en effet que, dans l'étude de la perte d'énergie (section 6.2.1), on situait cette valeur dans un intervalle s'étendant de 2 à 15 keV, et qu'on avait trouvé (dans le cadre du modèle atomique) une valeur de $1,4 \pm 0,2$ keV. On basera nos calculs sur cette valeur.

Il s'agit maintenant d'estimer l'énergie minimale, une tâche où se présente la même

difficulté que dans l'étude de la perte d'énergie (voir section 6.2.1): il est presque impossible d'évaluer à partir de principes fondamentaux l'énergie de seuil menant à la formation d'une image latente. Comme la plupart des électrons ont des énergies de liaison supérieures à quelques centaines d'eV, on peut conjecturer que l'énergie de seuil devrait se situer dans ce domaine (voir le tableau 6.6). En tout état de cause, on ne peut évaluer précisément l'énergie de seuil à partir des connaissances actuelles sur le processus photographique. Il est donc préférable de considérer cette quantité comme un paramètre à évaluer expérimentalement, ce qui représente la même démarche que pour l'étude de la perte d'énergie par ionisation.

7.2.2 Calculs numériques

Le résultat de Durand ne peut être obtenu sous une forme analytique que jusqu'à l'expression de $\partial E/\partial \omega$, l'équation 7.16. Au delà, il est nécessaire de passer à une évaluation numérique. La partie du problème qui demeure à résoudre est une intégration numérique en une dimension, le même problème auquel on avait été confronté dans l'étude de la perte d'énergie par ionisation. Les deux problèmes apparaissent comparables de sorte qu'on s'en tiendra à la même approche pour effectuer l'intégration numérique: la règle de Simpson (voir section 6.2.2).

L'évaluation de la fonction apparaissant sous le signe de l'intégrale, soit l'équation 7.16, bien que fastidieuse, ne présente pas de difficultés particulières. Le seul point digne de mention concerne l'évaluation des fonctions intégrale du sinus et intégrale du cosinus. L'algorithme utilisé pour les évaluer est assez usuel: il consiste à développer l'expression sous le signe de l'intégrale en une série de Taylor et à intégrer celle-ci terme par terme. On obtient alors pour l'intégrale du sinus [534]:

$$si(y) = \int_0^y \frac{\sin t}{t} dt = -\frac{\pi}{2} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n y^{2n+1}}{(2n+1)!(2n+1)} \quad (7.26)$$

et pour l'intégrale du cosinus [534]:

$$Ci(y) = \int_0^y \frac{\cos t}{t} dt = \gamma + \ln y + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n y^{2n}}{(2n)!(2n)} \quad (7.27)$$

où γ est la constante d'Euler (0,57721...) [550].

En principe, cette approche permet d'obtenir un résultat aussi précis que désiré en poussant la sommation assez loin, puisque, pour une série convergente, la différence entre

une série infinie et les n premiers termes de cette série est inférieure au premier terme négligé. Pour l'évaluation à accomplir, une précision de 0,1 % a été considérée suffisante.

On doit en revanche réaliser que, pour des arguments élevés, la série peut nécessiter un nombre important de termes avant que la série ne converge à un certain degré de précision, augmentant d'autant le temps de calcul. Bien que ce problème ne se soit point révélé critique, il pourrait être avantageux, dans une éventuelle optimisation du programme, d'utiliser un algorithme différent pour les arguments supérieurs à 1, reposant sur une approximation rationnelle [534].

Cette évaluation a été effectuée pour différentes valeurs de la fréquence de seuil (minimale) et est présentée à la figure 7.1. Une valeur de $0,12 \mu\text{m}$ a été choisie pour la dimension du milieu dense, soit $2/3$ du diamètre moyen des grains, et le nombre de transitions a été fixé à 300. Enfin, on a eu recours pour l'énergie maximale à la valeur déduite au chapitre précédent, soit 1,4 keV. On constate que, dans l'intervalle choisi, le nombre de photons produits par unité de longueur est presque exactement proportionnel au facteur de Lorentz. Ce qui implique que la différence dans le nombre de photons produits par deux particules sera proportionnel au rapport de leurs facteurs de Lorentz:

$$N_1 - N_2 \propto \ln \frac{\gamma_1}{\gamma_2} \quad (7.28)$$

où N_i est le nombre de photons par unité de longueur produits par la particule i et γ_i le facteur de Lorentz de celle-ci.

Dans le domaine de facteurs de Lorentz étudié, le rayonnement de transition croît donc de façon presque purement logarithmique. On rappellera que le résultat approximatif de Durand (équ. 7.24) suggérerait précisément cela. On peut résumer en un tableau (tableau 7.2) comment les paramètres du milieu déterminent l'ampleur de l'accroissement logarithmique: on y présente les résultats de calculs basés sur la série d'expressions impliquant des fonctions $si(y)$ et $Ci(y)$ (équ. 7.16 et suivantes) de même que sur la formule approximative proposée par Durand (équ. 7.24). On notera que les valeurs obtenues par les deux équations s'accordent relativement bien, en particulier pour les intervalles impliquant des valeurs élevées de fréquences de seuil, qui satisfont davantage à l'inégalité de l'équation 7.23.

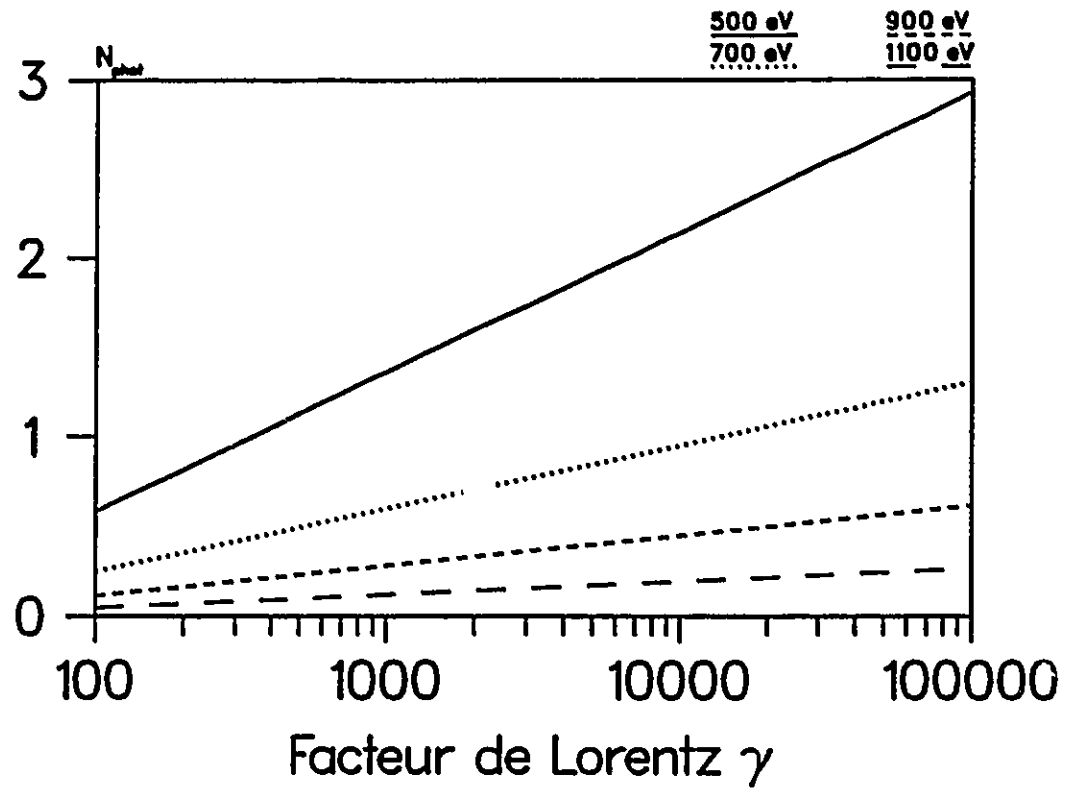


Figure 7.1: Production théorique de rayonnement de transition pour différentes valeurs d'énergie de seuil. L'ordonnée est le nombre de photons par 100 μm .

Tableau 7.2: Rayonnement de transition: ampleur de l'accroissement logarithmique.

$\hbar\omega_0$ (eV)	Pente: $dN/d\log\gamma$ (grains/100 μm)	
	équation 7.16	équation 7.23
$\hbar\omega_p = 39,6$ eV		
100	$9,40 \pm 0,01$	26,7
300	$2,18 \pm 0,01$	2,83
500	$0,782 \pm 0,008$	0,933
700	$0,350 \pm 0,001$	0,410
900	$0,167 \pm 0,001$	0,193
1100	$0,073 \pm 0,001$	0,085
$\hbar\omega_p = 33,8$ eV		
100	$7,04 \pm 0,006$	14,12
300	$1,21 \pm 0,01$	1,50
500	$0,422 \pm 0,003$	0,495
700	$0,189 \pm 0,001$	0,216
900	$0,090 \pm 0,001$	0,104
1100	$0,0386 \pm 0,0003$	0,044
$N_t = 300$ transitions, $d_2 = 0,12$ μm .		

7.3 L'approche expérimentale

Théoriquement, on prévoit que le rayonnement de transition devrait avoir un impact sur la densité de grains de particules ultrarelativistes. On s'attend toutefois à ce qu'il représente un phénomène secondaire (voir section 4.5.1) par rapport à la perte d'énergie par ionisation. Ce ne sera que dans des circonstances favorables qu'il sera possible de distinguer la contribution du rayonnement de transition du signal beaucoup plus important attribuable à la perte d'énergie par ionisation.

Les sections précédentes nous ont permis de constater qu'à la fois des points de vue théorique et expérimental, la perte d'énergie saturait aux facteurs de Lorentz élevés. Plus précisément, la perte d'énergie peut être considérée comme constante pour des facteurs de Lorentz dépassant 100. Par contraste, le rayonnement de transition s'accroît avec le facteur de Lorentz, logarithmiquement (voir l'équation 7.24). Ce sera donc pour des particules chargées dotées de facteurs de Lorentz supérieurs à 100 que l'effet du rayonnement de transition sur la densité de grains sera le plus susceptible d'émerger.

Si on constate une différence dans les densités de grains de particules chargées qui semble évoluer comme le logarithme du facteur de Lorentz, pour des facteurs de Lorentz

supérieurs à 100, il s'agirait là d'une observation expérimentale dont le rayonnement de transition constituerait la meilleure explication. Il y aurait en effet peu d'autres explications limpides ou naturelles: ce ne serait pas compatible avec le comportement de la perte d'énergie par ionisation, sauf peut-être dans le cas où on décide d'inclure la contribution des rayons- δ , et ça ne semblerait pas non plus pouvoir être expliqué en termes de rayonnement de Čerenkov ou de canalisation de particules chargées, comme il a été discuté à la section 4.5.1.

7.3.1 La méthodologie expérimentale

Pour cette étude, on se restreindra donc à des particules chargées dont le facteur de Lorentz est supérieur à 100. Puisqu'il est impératif que ce critère soit respecté, on ne sélectionnera que des particules dont l'identité ne fait pas de doute. Dans cette région de facteurs de Lorentz, seuls les électrons, positrons et muons peuvent être identifiés avec quelque certitude dans le cadre du projet E-531. Des muons de plus de 10 GeV/c devraient laisser un signal dans les deux plans du détecteur de muons tandis que des électrons ou positrons dont l'énergie est de quelques GeV devraient laisser un signal sans équivoque dans le calorimètre électromagnétique (voir section 4.1.4).

Les événements du projet E-531 comptent la plupart du temps des muons assez énergiques, de quelques dizaines de GeV. Ce qui équivaut à des facteurs de Lorentz de quelques centaines. D'abord, il s'agit là d'un intervalle assez restreint, surtout pour étudier un effet dont la progression est logarithmique; ensuite, dans ce domaine, l'effet sera comparativement faible puisque le facteur de Lorentz y sera à peine supérieur à la valeur à laquelle la perte d'énergie sature. Pour ces deux raisons, il est impératif de faire également appel à des électrons ou positrons, qui permettront d'obtenir des valeurs plus élevées de facteurs de Lorentz et donc, de réduire l'impact de ces difficultés.

Comme le faisceau de neutrinos compte une faible proportion de neutrinos (et d'anti-neutrinos) électroniques (voir section 4.1.3), des électrons ou positrons peuvent être produits dans une interaction en courant chargé. Dans ce cas, l'interaction ne devrait pas comporter de muons puisque ceux-ci sont pour l'essentiel produits dans l'interaction en courant chargé d'un neutrino (ou d'un antineutrino) muonique. D'autre part, le domaine d'énergie d'électrons ou positrons de cette provenance devrait être semblable à celui des muons puisque les spectres des neutrinos (et antineutrinos) se ressemblent et que l'effet

de la masse devrait être secondaire. En conséquence, des électrons ou positrons de cette provenance devraient avoir une énergie se situant autour d'une dizaine de GeV. Ces interactions ne sont toutefois que peu fréquentes, sans être très rares. Une source plus abondante d'électrons et de positrons est la matérialisation de photons énergiques.

En effet, puisque le faisceau de neutrinos du projet E-531 était très majoritairement composé de neutrinos muoniques (voir section 4.1.3), la plupart des électrons ou positrons proviendront de la matérialisation d'un photon produit par la désintégration d'un pion neutre. On a vu à la section 2.3.3 que la section efficace de matérialisation d'un photon était inversement proportionnelle au carré de la masse du type de particule-antiparticule produites. La matérialisation d'un photon mènera donc virtuellement toujours à une paire électron-positron.

Or, il s'avère généralement très facile d'identifier dans l'émulsion nucléaire la matérialisation d'un photon; des photographies de ce processus sont reproduites dans le livre de Powell, Fowler et Perkins [551]. Celle-ci prend l'aspect d'un vertex ne comportant que deux branches (dont la densité de grains devrait se situer au plateau). Ces deux branches se chevauchent souvent à l'origine (avant que la diffusion multiple ne fasse diverger les deux particules), donnant ainsi l'apparence à l'origine d'une trace dont la densité de grains est double de celle du plateau, contrairement à ce qui arrive dans la désintégration faible (à deux corps) d'une particule massive, où l'angle que forment les particules au vertex est fréquemment assez important (en fait, d'autant plus important que la particule est plus massive).

Une autre source possible d'électrons (ou de positrons) dans la désintégration d'un pion neutre est la production d'une paire de Dalitz. Ce mode de désintégration est comparativement rare (1,198 %) [6] mais le nombre d'événements du projet E-531 est de quelques milliers. On peut de plus prévoir 2 ou 3 pions neutres par événement, puisque la symétrie d'isospin requiert que ceux-ci soient produits aussi copieusement que les pions positifs ou négatifs, qui représentent approximativement les deux composantes de la multiplicité d'un événement (environ 5 ou 6 traces chargées). On peut ainsi s'attendre à trouver quelques paires de Dalitz dans les événements du projet E-531. Or, une paire de Dalitz près de son origine ressemble fortement à la matérialisation d'un photon [552].

On imposera donc comme critères de sélection des traces:

1. Pour une trace identifiée sans équivoque comme un muon, c'est-à-dire produisant

un signal dans les deux ensembles de scintillateurs du détecteur de muons (MUFB), on ne la sélectionnera que si sa quantité de mouvement dépasse 10 GeV/c, de sorte que cette trace se situe sur le plateau de Fermi.

2. On acceptera une trace provenant de la matérialisation d'un photon si elle est détectée dans le spectromètre, de sorte qu'on dispose au moins d'une évaluation de sa quantité de mouvement.
3. On peut imposer comme contrainte que les électrons ou positrons produits au vertex primaire comportent un signal important dans le calorimètre électromagnétique, compatible avec la valeur de la quantité de mouvement, et qu'ils appartiennent à une interaction où aucun muon n'a été détecté. Une interaction en courant neutre accompagnée d'un hadron interagissant dans le calorimètre électromagnétique (ou d'un photon frappant au point de passage d'un hadron) est un processus parasite possible, mais assez improbable.
4. Alternativement, si l'énergie de l'éventuel électron ou positron est faible, une situation où le calorimètre électromagnétique est peu sensible, on peut simplement imposer comme contrainte que la particule provienne de la matérialisation d'un photon ou d'une paire de Dalitz. Là encore, les principaux bruits de fond auxquels on puisse penser, dans le premier cas, une interaction secondaire ou une désintégration faible, dans le second, le chevauchement fortuit de deux traces, sont plutôt improbables.

Par ces critères de sélection, il devrait être possible d'obtenir une série de données composée uniquement de muons et d'électrons ou de positrons bien identifiés.

La prise des données pour l'étude du rayonnement de transition ne reflète pas la même homogénéité que celle de l'étude de la perte d'énergie par ionisation. Il y a deux raisons à cela: premièrement, pour recueillir suffisamment de données sur un domaine relativement étendu, il a fallu recourir à d'autres modules que le module horizontal H-3; deuxièmement, la méthodologie de calibration décrite au chapitre 5 a été élaborée alors que l'étude du rayonnement de transition était en cours et, en fait, presque complétée.

Il en ressort donc que, contrairement à ce qui était le cas pour l'étude de la perte d'énergie par ionisation dans l'émulsion nucléaire, l'étude du rayonnement de transition dans le même milieu s'appuie sur plusieurs approches, évidemment similaires mais présentant suffisamment de différences pour requérir des descriptions particulières. Cette

étude repose globalement sur trois protocoles expérimentaux, que nous allons maintenant décrire.

Dans l'un ou l'autre des protocoles, on n'a pas jugé utile de soustraire le bruit de fond des densités de grains puisqu'il semble légitime de le considérer uniforme (voir section 5.1.5). Il devrait donc affecter de même façon les deux traces et donc, se simplifier de leur différence.

La première approche

Une partie des données, les dernières recueillies, suit la méthodologie décrite au chapitre 5. Il s'agit dans tous les cas de traces dont l'origine se situe au vertex primaire. Toutes ces mesures ont été recueillies sans que l'observateur ne connaisse, au moment des mesures, l'identité des particules à l'origine des traces. Il est donc légitime de considérer qu'elles n'ont pu être affectées par une éventuelle subjectivité de l'observateur. Les données brutes apparaissent aux tableaux C.1, C.2, C.3, C.4 et C.5 (appendice C) et les données réduites au tableau 7.3.

La réduction des données vise ici à faire ressortir une éventuelle différence entre les densités de grains de traces dont la perte d'énergie devrait être identique (c'est-à-dire, reposant sur le plateau de Fermi). La quantité physiquement pertinente est alors:

$$g - g_p = \frac{g_m}{a + (1 - a) \exp(-t/\tau)} - \frac{g_0}{a} \quad (7.29)$$

où g_m et g_p sont respectivement les densités de grains de la trace mesurée et du plateau (pour un parcours comparable dans l'émulsion). Les deux densités de grains sont corrigées pour la régression, à partir de l'expression (et des paramètres) obtenue au chapitre 6 (soit $a = 0,58$ et $\tau = 25 \text{ j}$)². La quantité g_0 est déduite de la même façon qu'au chapitre 6:

$$g_0 = g_0^0 + g_0'(\bar{X} - \bar{X}) \quad (7.30)$$

où g_0^0 et g_0' sont les paramètres de la courbe de calibration de l'effet de profondeur établie au chapitre 5 (voir section 5.3). L'expression pour g_m est:

$$g_m = \frac{N_g}{N_l \cdot F \cdot I} \cdot \left[1 + \frac{(X')^2}{1 + (Y')^2} \right]^{-1/2} \quad (7.31)$$

²On formule donc implicitement l'hypothèse que l'image latente produite par des rayons-X et celle résultant d'une particule chargée ne diffèrent pas relativement à la régression.

où N_g est le nombre de grains dénombrés sur un segment de N_l longueurs de $100 \mu\text{m}$ de la trace dont les pentes suivant X et Y sont respectivement X' et Y' . Les quantités I et F sont respectivement les facteurs interpériodique et de reproductibilité introduits à la section 5.2.

L'incertitude de $g - g_p$ peut être calculée à partir des incertitudes pour g_m et g_0 . Cette dernière est:

$$\sigma_{g_0}^2 = \sigma_{g_0'}^2 + (\bar{X} - \bar{X}')^2 \sigma_{g_0'}^2. \quad (7.32)$$

L'incertitude sur g_m est quant à elle donnée par l'expression:

$$\sigma_{g_m}^2 = g_m^2 \left(\frac{\sigma_F^2}{F^2} + \frac{\sigma_I^2}{I^2} + \frac{1}{N_g} \right) \quad (7.33)$$

où σ_I et σ_F sont respectivement les incertitudes sur une mesure individuelle des facteurs interpériodique (0,6 %) et de reproductibilité (1,4 %). Les incertitudes sur les valeurs moyennes de ces deux facteurs peuvent être négligées comparativement à celles affectant une mesure individuelle. De même, les erreurs sur les pentes sont négligeables dans ce contexte.

On peut considérer les dénominateurs de l'équation 7.29 comme de simples constantes. L'incertitude du temps de régression est trop faible pour affecter le résultat de quelque façon et les incertitudes des paramètres (a et τ) représentent plutôt une erreur systématique et devraient donc être traitées séparément. Dans la même veine, l'incertitude sur le rapport γ/γ_p est essentiellement de 20 % dans tous les cas; il s'agit d'une erreur systématique qui provient de l'incertitude sur la quantité de mouvement moyenne associée à la courbe de calibration de l'effet de profondeur (voir section 6.3.3).

Les deux traces de l'événement 1068 3247 proviennent d'une paire de Dalitz. Cette assignation résulte à la fois des données de l'émulsion et de celles du spectromètre. Dans l'émulsion, on observe au vertex primaire une trace dense qui se scinde en deux traces après quelques champs de vue, dans une configuration similaire à la matérialisation d'une paire électron-positron. Dans le spectromètre, la trace 5 n'est observée que dans les chambres à dérive avant, et très peu d'information est donc disponible sur celle-ci, mais la trace 4 peut être appariée à un positron: le temps de vol implique que la particule ne peut être un kaon ou un proton et, ce qui est plus convaincant encore, une cascade est observée dans le calorimètre électromagnétique, correspondant assez bien à la quantité de mouvement.

L'événement 1068 3247 ne présente pas d'anomalie. L'une de ces traces, 1068 3247-2,

Tableau 7.3: Approche 1: données réduites

Trace	$g - g_p$ (grains/100 μm)	γ/γ_p	t_{reg} (j)	χ^2/ν
1055 1623-1	$-1,1 \pm 1,4$	2,0	222	—
1065 0972-6	$-0,2 \pm 1,3$	1,4	216	0,01/1
1068 3247-4	$0,5 \pm 1,5$	7,2	215	—
1068 3247-5	$1,2 \pm 1,5$	5,7	215	—
1121 3070-3	$-0,4 \pm 1,4$	1,8	190	—
1123 3668-4	$0,2 \pm 1,5$	0,57	189	—
1158 1349-4	$-0,7 \pm 1,1$	0,68	170	0,02/1
1161 1718-3	$2,0 \pm 1,7$	0,99	168	0,13/1
1183 1192-1	$-0,2 \pm 1,2$	1,6	160	2,19/1
1194 1922-2	$0,4 \pm 1,3$	1,0	154	2,40/1
1210 4192-1	$0,2 \pm 1,4$	1,8	146	—
1212 4904-2	$0,3 \pm 1,4$	100	144	5,19/1
1230 5991-3	$0,0 \pm 1,1$	0,62	136	2,52/1
1246 2305-1	$0,5 \pm 1,4$	0,78	117	—
1261 0117-1	$1,5 \pm 1,9$	2,1	106	—
1293 0197-2	$0,2 \pm 1,5$	0,59	88	0,53/1
1335 1495-1	$-1,0 \pm 1,3$	0,81	70	—
1336 4136-1	$2,0 \pm 1,5$	0,52	70	—
1358 4323-2	$2,2 \pm 1,6$	0,78	62	—
1365 0582-2	$-1,1 \pm 1,4$	1,6	60	—

a d'ailleurs été utilisée dans la revérification de la reproductibilité (voir tableau 6.9). Il semble également raisonnable de considérer que la courbe de calibration s'applique à la plaque où ont été évaluées les traces: une autre trace de cet événement, évaluée dans la même plaque, possédait une densité de grains au voisinage du minimum ($0,91 \pm 0,03$). On peut donc exclure une variation comme celle qu'on avait observée sur les traces de deux événements, dans l'étude de la perte d'énergie. Il serait possible que les différences entre la densité de grains de la trace et celle du plateau soient sous-estimées mais beaucoup plus improbable qu'elles soient surestimées (hors l'erreur systématique qui pourrait provenir de la régression).

La trace 1212 4904-2 est associée par le spectromètre à un électron en raison de l'observation d'une cascade dans le calorimètre électromagnétique au point de passage de cette trace. On peut donc attribuer cet événement à un neutrino électronique. Une seule chose apparaît inquiétante sur la trace 1212 4904-2: la différence des densités de grains de la trace et du plateau diffère notablement dans les plaques 2 et 3; elle vaut $-2,6 \pm 1,8$ dans la plaque 2 et $3,6 \pm 2,0$ dans la plaque 3; le χ^2 de la moyenne est 5,19 pour un degré de liberté, pour une probabilité de 2 %. Néanmoins, on a résolu de considérer ce résultat valide en examinant les autres traces de cet événement. Elles ne sont pas répertoriées dans ce document, car aucune ne possède d'identification fiable mais leurs densités de grains varient de 1,00 à 1,03 et l'une de ces traces a été évaluée dans les plaques 2 et 3 et y a affiché une consistance très satisfaisante, comme en fait foi le χ^2 de 0,50 (pour un degré de liberté) qui y a été obtenu.

Toutes les autres traces sont associées à des muons. Spécifiquement, on a eu recours aux muons utilisés dans l'étude de la perte d'énergie (voir le chapitre précédent) lorsque leur quantité de mouvement était supérieure ou égale à 10 GeV/c. Cette valeur de quantité de mouvement, qui correspond à la moitié de la valeur moyenne associée à la courbe de calibration de l'effet de profondeur (voir section 6.3.3), suffit à situer les muons sur le plateau et permet de couvrir un intervalle du rapport γ/γ_p englobant à la fois des valeurs inférieures et supérieures à 1. Les χ^2 sont très satisfaisants, s'étendant de 0,01 à 2,40 (pour un degré de liberté), correspondant ainsi à des probabilités s'échelonnant de 10 à 90 %. Globalement, le χ^2 est également acceptable, valant 12,99 pour 8 degrés de liberté, pour une probabilité de 10 %. On mentionnera que, dans le cas de la trace 1230 5991-3, on a utilisé, en sus des mesures présentées dans l'appendice C, des mesures recueillies dans une autre plaque (63) en 1984, où la quantité $g - g_p$ prenait une valeur de $2,0 \pm 1,7$. Les

circonstances de la prise de cette mesure seront abordées dans la discussion de la seconde approche.

La seconde approche

La seconde approche a aussi été appliquée au module horizontal H-3. Elle diffère de la première en ce que la méthode expérimentale utilisée est plus intuitive et plus embryonnaire et les calibrations beaucoup moins exhaustives. Il ressortira toutefois que cela ne constitue pas un obstacle insurmontable. Simplement, l'analyse devra être faite différemment et les résultats seront moins éclatants.

Dans le cadre de cette approche, seules des traces de deux origines ont été utilisées: des électrons ou positrons provenant spécifiquement de la matérialisation d'un photon et des muons résultant de l'interaction d'un neutrino (muonique). Dans tous les cas, on a veillé à évaluer les densités de grains des traces dans les mêmes plaques, bien que cela ne soit pas impératif, puisqu'une conclusion de nos calibrations du module H-3 était qu'une unique courbe de calibration pour l'effet de profondeur semblait s'appliquer à l'ensemble des plaques, avec deux notables exceptions.

L'idée principale sous-tendant cette seconde approche est que, si les mesures sont effectuées dans un intervalle de temps relativement court, la reproductibilité ne devrait pas constituer un problème majeur. En effet, bien qu'il soit évidemment possible que la reproductibilité change durant cet intervalle de temps, l'effet ne devrait pas être trop important si les mesures sont recueillies sur un intervalle de temps court, de l'ordre de 2 ou 3 jours, comme on l'avait suggéré à la section 5.2. On peut d'autre part, par des vérifications, restreindre encore le risque d'une déviation systématique résultant d'une variation de la reproductibilité. La difficulté qui demeure est de comparer les densités de grains ainsi déduites à la densité de grains qu'afficherait une trace de facteur de Lorentz différent (spécifiquement, 190) mais de parcours comparable dans l'émulsion nucléaire. Deux solutions sont possibles, dépendant des circonstances: d'abord, si on dispose, pour un segment donné d'une trace, d'évaluations de densités de grains recueillies à différents moments mais comptant au moins une évaluation effectuée durant une période définie de reproductibilité, on peut déduire par proportionnalité un facteur global de reproductibilité pour chaque groupe de mesures, à partir des mesures adéquatement calibrées; dans le cas où une telle série d'évaluations n'est pas disponible, le mieux à faire est de considérer

Tableau 7.4: Mesures expérimentales: Événement 1069 5986.

Trace	X'	Y'	Date (1983)				Moyenne
	$\pm 0,002$	$\pm 0,002$	18/08	19/08	22/08	24/08	
1	-0,005	0,039	-	2072	-	2055	2064 ± 12
E_1	-0,006	-0,109	2079	-	2121	2132	2111 ± 28
E_2	-0,002	-0,108	2099	-	2083	-	2091 ± 11
Chaque trace a été évaluée sur 70 longueurs de 100 μm .							

le facteur de reproductibilité comme un paramètre ajustable, ce qui élimine un degré de liberté par groupe de mesures auquel on applique cette procédure.

Tout comme dans l'étude de la perte d'énergie par ionisation, il importe d'éviter que l'observateur ne puisse être influencé au cours des mesures par les connaissances qu'il pourrait posséder des particules à l'origine des traces. C'est toutefois ici plus difficile, précisément à cause des caractéristiques distinctives des traces: les traces de muons proviennent d'interactions de neutrinos tandis que les traces d'électrons ou de positrons proviennent de la matérialisation d'une paire. Il n'est d'aucune façon possible d'éviter que l'observateur ne sache quel type de particule a produit la trace qu'il évalue. La correction de l'effet géométrique ne présente aucune différence par rapport à la première approche. La correction pour l'effet de la régression ne pose pas non plus de difficultés: à l'instar de la correction géométrique et du facteur de reproductibilité, elle divise la densité de grains. Le modèle développé au chapitre précédent permet de l'évaluer.

Outre le fait qu'on connaisse l'identité des traces évaluées, il y a peu de possibilités d'effets systématiques dans cette procédure: la correction géométrique n'est pas susceptible d'en introduire et l'effet systématique d'une évaluation erronée de la régression peut être pris en compte dans l'analyse finale puisqu'elle sera identique à celle provenant des première et troisième approches. On signalera à ce sujet que la seconde approche n'est que peu sensible à une telle erreur car, s'il y a ajustement du facteur de reproductibilité, l'ajustement s'effectue en réalité sur le produit du facteur de reproductibilité global, de la correction géométrique et de la correction pour la régression.

Deux groupes de traces du module H-3 ont été étudiés par cette approche. Le premier groupe comprenait une paire électron-positron et un muon, provenant tous de l'événement 1069 5986. Chacune des traces a fait l'objet d'au moins une réévaluation. Les mesures recueillies sont présentées au tableau 7.4.

Tableau 7.5: Données réduites: Événement 1069 5986.

Trace (ID)	p (GeV/c)	γ/γ_p	g (grains/100 μm)	X (μm)	g_p (grains/100 μm)
1 (μ_B)	41 ± 5	2,0	$29,5 \pm 0,7$	342	$29,60 \pm 0,17$
E_1 (e^+)	$9,3 \pm 0,3$	96	$30,2 \pm 0,7$	331	$29,54 \pm 0,16$
E_2 (e^-)	$1,43 \pm 0,01$	15	$29,9 \pm 0,7$	317	$29,45 \pm 0,16$
L'événement a eu lieu 214 jours avant développement.					

Les données du spectromètre, les données réduites et la valeur du plateau (sans correction pour la reproductibilité) sont indiquées au tableau 7.5. Il n'est pas possible d'associer un facteur de reproductibilité à ces mesures; on procédera donc à un ajustement au moment de l'analyse. L'incertitude du rapport des facteurs de Lorentz n'a pas été indiquée: elle est dans tous les cas de 20 % et de nature systématique, puisqu'elle provient de la dispersion des valeurs de quantités de mouvement des muons utilisés pour établir la courbe de calibration.

La seconde série de données obtenue par cette approche impliquait deux événements (1209 1536 et 1230 5991). Le premier événement se situe au tout début de l'émulsion. Le vertex primaire ne présente pas d'intérêt mais une paire associée à l'événement se matérialise 2,8 cm plus en aval (et dans une toute autre plaque) et une seconde paire se matérialise 2,2 cm plus loin, tout juste le long d'une des traces de la première paire. Il s'agit selon toute probabilité de la matérialisation de rayonnement de bremsstrahlung provenant de l'une des particules de la première paire (voir section 2.2.2). Aucun muon n'est associé à cet événement. En conséquence, afin d'avoir une trace de référence pour le plateau, on utilise un second événement se produisant dans des plaques voisines, l'événement 1230 5991, qui comporte un muon au vertex primaire. Sa trace a été évaluée dans les mêmes plaques que les électrons et positrons de l'événement 1209 1536. Les données brutes de cette série de mesures apparaissent au tableau 7.6.

On remarquera que les densités de grains de la trace 1209 1536- E_1 provenant des plaques 63 et 64 sont incompatibles; elles mènent à un χ^2 de 8,00 pour 1 degré de liberté, ce qui correspond à une probabilité inférieure à 1 %. On ne peut que spéculer sur la raison de cette incompatibilité: elle peut par exemple être due à l'évaluation d'une trace parasite à la place de la trace prévue. Le problème ne semble pas provenir des plaques mêmes puisque les autres traces ne présentent pas d'anomalie. Il ne devrait pas non plus provenir de la reproductibilité puisque les deux évaluations de la trace 1209 1536- E_2 effectuées

Tableau 7.6: Données brutes: Événements 1230 5991 et 1209 1536.

Trace (Plaque)	X'	Y'	Date (1983)		Densité de grains (grains/100 μm)
	$\pm 0,002$	$\pm 0,002$	4/11	7/11	
1230 5991-3 (63)	-0,068	-0,043	-	1614/52	$31,0 \pm 0,8$
1209 1536- E_1 (63)	-0,095	0,021	-	1128/39	$28,9 \pm 0,9$
(64)	-	-	1331/41	-	$32,5 \pm 0,9$
1209 1536- E_2 (63)	-0,089	0,025	1391/44	1378/44	$31,5 \pm 0,8$
(64)	-	-	1360/44	-	$30,9 \pm 0,8$
1209 1536- E_1' (63)	-0,093	0,027	1240/40	-	$31,0 \pm 0,9$
(64)	-	-	1384/44	-	$31,5 \pm 0,8$
La mesure des pentes n'a pas été effectuée dans les plaques 63 ou 64.					

Tableau 7.7: Données réduites: Événements 1230 5991 et 1209 1536.

Trace (ID)	p (GeV/c)	γ/γ_p	g (grains/100 μm)	X (μm)	g_p (grains/100 μm)
3 (μ_{FB})	$12,4 \pm 0,5$	1,6	$31,0 \pm 0,8$	285	$29,26 \pm 0,16$
E_2 (e^-)	$1,75 \pm 0,04$	18	$31,2 \pm 0,6$	299	$29,36 \pm 0,16$
E_1' (e^+)	$0,487 \pm 0,003$	5,1	$31,3 \pm 0,6$	310	$29,41 \pm 0,16$

concurrentement dans la plaque 63 concordent. Quoiqu'il en soit, dans ces circonstances, la meilleure chose à faire est de rejeter la trace de l'ensemble de données. C'est ce qui a été fait. Les données réduites de ces deux événements apparaissent au tableau 7.7. On a pris la moyenne pondérée des densités obtenues dans les plaques 63 et 64. Pour toutes les traces, la profondeur moyenne est à peu de chose près identique dans les deux plaques. Ici encore, l'incertitude sur le rapport des facteurs de Lorentz est essentiellement l'incertitude systématique sur la quantité de mouvement du plateau, soit 20 %.

Dans le cas de cet événement, la réduction des données peut être poussée une étape plus loin, puisqu'on dispose de mesures prises sur la trace 1230 5991-3 (dans la même plaque) dans une période où la reproductibilité est connue. En prenant 38 longueurs communes aux deux groupes de mesures, on dénombre un total de 1209 grains le 7 novembre 1983 et de 1184 le 2 mai 1984. Comme le facteur de reproductibilité global pour cette dernière date est $0,988 \cdot 1,006$ (voir tableaux 5.2 et 5.15), on trouve par proportionnalité un facteur de reproductibilité global de $1,015 \pm 0,015$ pour la période du 4 au 7 novembre 1983. L'incertitude de cette valeur peut être estimée à 1,4 % (l'incertitude d'une mesure individuelle). D'autre part, les temps de régression sont de 136 et 146 jours pour les événements 1230 5991 et 1209 1536, respectivement. À l'aide de ces informations, on peut

Tableau 7.8: Données finales: Événements 1230 5991 et 1209 1536.

Trace	γ/γ_p	$g - g_p$ (grains/100 μm)
3	1,6	$2,0 \pm 1,7$
E_2	18	$2,3 \pm 1,4$
E'_1	5,1	$2,3 \pm 1,4$

Tableau 7.9: Caractéristiques des traces de muons de calibration: module H-10.

Trace	Plaque	p (GeV/c)	X'	Y'
1056 2921	106	$15,3 \pm 1,0$	-0,080	0,007
1094 1907-5	53	25 ± 3	0,041	-0,034
1121 1647-4	153	$20,9 \pm 1,8$	-0,037	0,026
1135 3990-2	133	$12,8 \pm 0,7$	-0,074	-0,043
1157 1854	12	22 ± 2	0,026	-0,026
1201 1884-5	52	32 ± 4	-0,111	0,023
1206 0822-4	173	22 ± 2	-0,047	-0,061

donc recourir à l'équation 7.29 et compléter la réduction des données. Le résultat apparaît au tableau 7.8.

Un second module horizontal a également été utilisé dans le cadre de cette approche: le module H-10, du groupe de physique des hautes énergies d'Osaka Machi Daigaku. La méthodologie d'étude est la même pour ce module que pour le module H-3 mais il est toutefois nécessaire de refaire une courbe de calibration pour l'effet de profondeur, puisqu'il s'agit d'un module différent. Celle-ci a été établie en suivant la première approche décrite au chapitre 5 (voir section 5.3 et plus particulièrement 5.3.2): un groupe de 7 traces provenant de différentes plaques a été sélectionné, dont les principales caractéristiques (ou celles des muons négatifs qui les produisent) sont présentées au tableau 7.9; ces traces ont été évaluées sur une portion de leur parcours, les données ont été réparties sur les intervalles de profondeur et la moyenne a été établie pour chaque intervalle; une courbe de calibration a ensuite été évaluée à l'aide d'estimés de maximum de vraisemblance, le modèle étant une droite.

Les données brutes utilisées pour établir cette courbe sont présentées aux tableaux D.1 et D.2. On peut en déduire les données réduites présentées au tableau 7.10. La courbe de calibration qui en résulte est:

$$g_0 = (29,9 \pm 0,3) + (0,009 \pm 0,002)(X - 309 \mu\text{m}) \text{ grains/100 } \mu\text{m} \quad (7.34)$$

Tableau 7.10: Module H-10: densité de grains en fonction de la profondeur.

Intervalle (μm)	Moyenne	χ^2/ν
0-50	$26,0 \pm 1,9$	—
51-100	$27,6 \pm 0,9$	11,67/1
101-150	$29,7 \pm 0,9$	0,79/1
151-200	$27,1 \pm 1,2$	4,09/2
201-250	$27,1 \pm 1,2$	0,39/1
251-300	$30,3 \pm 2,0$	2,88/1
301-350	$30,7 \pm 1,0$	1,78/3
351-400	$31,0 \pm 0,9$	5,49/3
401-450	$30,1 \pm 0,9$	5,68/3
451-500	$32,4 \pm 1,0$	0,28/2
501-550	$31,7 \pm 0,9$	2,80/3
551-624	$30,5 \pm 0,8$	7,17/3

où X est la profondeur dans l'émulsion (débutant à la surface-verre). On notera que les résultats sont un peu moins satisfaisants que ce qu'on avait obtenu dans le module H-3: le χ^2 de l'intervalle 51-100 μm correspond à une probabilité inférieure à 0,1 % et est donc manifestement problématique. Outre cela, le χ^2 global, excluant cet intervalle, a pour valeur 31,35 (pour 22 degrés de liberté), ce qui ne correspond qu'à une probabilité de 9 %. Le modèle demeure néanmoins satisfaisant puisque le critère pour les courbes de calibration était fixé à 1 % mais il faut remarquer que l'accord n'est pas excellent, ce qui se traduira par une plus grande imprécision pour la valeur du plateau dans ce module. On peut associer à cette courbe de calibration une valeur moyenne de quantité de mouvement de 21 ± 6 GeV/c, correspondant à un facteur de Lorentz de 200 ± 60 .

Deux événements de ce module ont été étudiés: 1285 3225 et 1236 2479. Dans les deux cas, l'étude a porté sur des électrons et positrons provenant de la matérialisation d'une paire. Il n'a pas été possible d'évaluer de muon pour aucun des deux événements. On signalera que ces mesures ont été effectuées environ 10 jours après qu'aient été recueillies les mesures utilisées pour établir la courbe de calibration.

D'autre part, dans le cas de l'événement 1236 2479, on mentionnera qu'il y a ambiguïté sur les correspondances entre les traces de l'émulsion et celles du spectromètre. Toutefois, comme la différence dans les quantités de mouvement est très faible, les correspondances ont été faites au hasard. Nous n'estimons pas que cette circonstance puisse avoir la moindre répercussion dans l'analyse subséquente.

Tableau 7.11: Données brutes: module H-10.

Trace	N_g	N_l	X'	Y'
1236 2479-1	1967	50	0,029	0,052
1236 2479-2	1881	50	0,055	0,052
1285 3225-1	1694	43	-0,004	0,004
1285 3225-2	1652	43	-0,022	0,003
N_l correspond à des longueurs de 125 μm .				

Tableau 7.12: Données réduites: module H-10.

Trace (ID)	p (GeV/c)	γ/γ_p	g (grains/100 μm)	X (μm)	g ₀ (grains/100 μm)
1236 2479-1 (e^+)	$0,542 \pm 0,008$	5,3	$31,5 \pm 0,9$	427	$31,0 \pm 0,4$
1236 2479-2 (e^-)	$0,588 \pm 0,008$	5,8	$30,1 \pm 0,8$	316	$30,0 \pm 0,3$
1285 3225-1 (e^+)	$4,08 \pm 0,09$	40	$31,6 \pm 0,9$	222	$29,1 \pm 0,3$
1285 3225-2 (e^-)	$0,268 \pm 0,002$	2,6	$30,8 \pm 0,9$	271	$29,6 \pm 0,3$

Les mesures brutes recueillies apparaissent au tableau 7.11. On peut, de ce tableau 7.11, et à partir de la courbe de calibration, déduire les valeurs réduites pour les quatre traces. Elles sont présentées au tableau 7.12. L'incertitude sur le rapport des facteurs de Lorentz est systématique et vaut 30 %; elle provient de la dispersion des quantités de mouvement des muons utilisés pour établir la courbe de calibration.

Dans le cas des événements de ce module, il est plus difficile de préciser les temps de régression que pour le module H-3. En effet, si l'on connaît les dates auxquelles se sont produits les événements, on ignore en revanche la date à laquelle a eu lieu le traitement chimique. On estime que celui-ci a débuté autour du 15 juillet 1981. Ce qui mène à des temps de régression d'environ 123 et 80 jours pour les événements 1236 2479 et 1285 3225 respectivement. Bien que ces temps aient une imprécision d'environ 15 jours, elle ne représente pas une source d'erreur inquiétante: puisqu'on doit recourir à un paramètre ajustable pour tenir compte d'une éventuelle variation de reproductibilité, une erreur dans la correction pour la régression sera compensée à ce niveau. L'imprécision est donc plutôt bénigne. Pour la même raison, il est peu dangereux de supposer que les modules H-3 et H-10 peuvent être décrits par le même modèle de régression de l'image latente, autant en ce qui regarde la forme fonctionnelle que la valeur des paramètres. Il serait surprenant que la forme fonctionnelle varie d'un module à l'autre mais la valeur des paramètres pourrait toutefois différer si les modules avaient été maintenus dans des conditions différentes.

La troisième approche

La troisième approche repose sur l'utilisation de modules verticaux. Ceux-ci ne se prêtent pas très bien à ce genre d'étude car les traces énergiques y sont fortement plongeantes, puisqu'elles tendent à être parallèles au faisceau de neutrinos. Or, on a vu au chapitre 5 (section 5.1.2) qu'il était notablement plus difficile d'évaluer précisément la densité de grains d'une trace plongeante que celle d'une trace plane. On peut s'attendre en particulier à ce que la reproductibilité de ces évaluations soit notablement moins satisfaisante que pour les traces étudiées dans des modules horizontaux.

Néanmoins, à cause du faible échantillonnage que pouvaient fournir les deux modules horizontaux, il a été décidé d'utiliser également des modules verticaux, en faisant toutefois appel à une technique particulière afin de maintenir autant de précision que possible.

Les calibrations requises pour l'utilisation des mesures dans des modules verticaux diffèrent notablement de celles des modules horizontaux. Ainsi, l'effet de profondeur, sans être nécessairement absent des modules verticaux, n'en perturbe pas vraiment les mesures puisque toutes les traces susceptibles d'être détectées par le spectromètre traversent les plaques du module à incidence plus ou moins normale, de sorte qu'elles sont toutes à la même profondeur moyenne. D'autre part, les plaques étant formées d'une feuille de plastique recouverte de chaque côté d'une couche d'émulsion de $330\text{ }\mu\text{m}$ d'épaisseur, soit la moitié de l'épaisseur d'une pellicule d'un module horizontal, l'effet de profondeur devrait être beaucoup moins accentué dans ces couches. Le résultat est que l'effet de profondeur peut légitimement être négligé dans ce type d'études. Il n'en va pas de même de la reproductibilité, qui, au contraire, représente une source d'erreur potentiellement plus inquiétante. Les prochains paragraphes décriront la méthodologie utilisée afin de réduire le risque qu'une telle erreur ne fausse l'analyse.

Étant donné la disposition des modules verticaux dans le faisceau (voir la section 4.1.4), le parcours d'une particule chargée énergétique dans l'une de ces plaques est assez faible, généralement de l'ordre du mm. De plus, comme ces plaques se composent de deux couches d'émulsion de $330\text{ }\mu\text{m}$, la longueur la plus naturelle pour une mesure est le parcours dans une couche, l'unité de base restant toujours le nombre de grains par $100\text{ }\mu\text{m}$. Une mesure sur une seule couche est relativement rapide à effectuer et représente des points de départ et d'arrêt bien définis. En conséquence, on n'introduit pas d'incertitude ou d'imprécision en effectuant les mesures de façon discontinue pourvu que les mesures d'une

couche donnée soient faites d'un trait. Ceci contraste avec le cas des modules horizontaux où l'interruption des mesures après seulement quelques centaines de μm engendrerait une forte erreur de repositionnement (en plus de requérir selon toute probabilité un temps excessif). Bien que les mesures dans les modules verticaux, sur des traces plongeantes, soient davantage empreintes de subjectivité, il y est en revanche possible d'effectuer des mesures sur différentes traces virtuellement en parallèle.

Dans cette circonstance, la procédure suivante semblerait être la plus susceptible de mener à des résultats d'une précision satisfaisante: les évaluations des densités de grains sont faites sur au moins deux traces simultanément; la densité de grains est évaluée sur une trace dans une couche puis l'opération est reprise sur l'autre trace; on revient ensuite à la première trace pour une couche différente et ainsi de suite. Optionnellement, il est possible de répéter, à une ou plusieurs reprises, les mesures dans une plaque donnée, d'abord afin de pouvoir estimer l'erreur de reproductibilité, ensuite de façon à la réduire, en prenant la moyenne des mesures d'une trace dans une couche donnée.

De cette manière, comme le temps nécessaire à l'évaluation de la densité de grains d'une couche ne dépasse pas quelques minutes, il ne devrait pas y avoir d'effet systématique entre les deux évaluations. On peut toutefois prévoir que deux couches différentes d'une même trace (ou, plus généralement, des évaluations effectuées à fort intervalle de temps) affichent un effet systématique. En revanche, si on ne s'intéresse, comme c'est le cas, qu'à la différence entre les densités de grains de deux traces, la reproductibilité ne se manifestera que sous la forme d'un effet aléatoire, dont on peut aussi conjecturer qu'il sera plus important que dans le cas des modules horizontaux.

Dans les modules verticaux, l'évaluation de la densité de grains d'une trace ne peut se faire que dans la couche d'émulsion en contact avec l'objectif, par le biais de l'huile à immersion. Pour évaluer la densité de grains dans les deux couches d'émulsion d'une plaque donnée, il est donc nécessaire de recourir à deux orientations de la plaque, soit de retourner la plaque. On désigne l'orientation d'une plaque comme *normale* lorsque, dans le champ de vue au microscope, les axes de coordonnées X et Y, définis par la disposition des plaques au moment de l'exposition, pointent respectivement vers la droite et le haut. L'orientation sera dite *inversée* lorsque l'axe des X pointera plutôt vers la gauche.

Des mesures ont été faites sur des paires de traces appartenant à 4 événements des modules verticaux. Les caractéristiques des traces de ces événements apparaissent au tableau 7.13. L'angle ϕ est l'angle azimutal mesuré dans le sens anti-horaire à partir de

Tableau 7.13: Caractéristiques des traces des modules verticaux utilisés.

Événement	θ (rad) $\pm 0,005$	$\phi(^{\circ})$ ± 1	p (GeV/c)	ID
V-3 1014 0168-11	0,026	-100	$0,901 \pm 0,008$	e^{-}
V-3 1014 0168-12	0,031	-97	$0,799 \pm 0,007$	e^{+}
V-3 1101 1005-8	0,089	86	$2,49 \pm 0,02$	e^{-}
V-3 1101 1005-9	0,089	82	$0,531 \pm 0,004$	e^{+}
V-13 1373 0915-7	0,158	-126	$0,469 \pm 0,004$	e^{+}
V-13 1373 0915-8	0,169	-126	$2,42 \pm 0,02$	e^{-}
V-28 0671 8147-1	0,012	0	43 ± 9	e^{+}
V-28 0671 8147-4	0,013	130	$11,2 \pm 0,7$	μ^{+}

l'axe des X tandis que l'angle θ est l'angle que fait la trace par rapport à la normale d'une plaque (donc, approximativement, par rapport au neutrino). Les mesures brutes apparaissent aux tableaux D.3 à D.6.

Trois événements parmi ces quatre comptent d'autres paires électron-positron observées dans l'émulsion. L'événement V-3 1101 1005 en compte précisément deux. Cependant, l'une de ces paires semble provenir de l'interaction primaire. L'autre pourrait tout aussi bien provenir de l'interaction primaire que de la formation d'une paire à partir de rayonnement de bremsstrahlung sur l'une ou l'autre des traces de la première paire. L'énergie de ce rayonnement n'apparaît pas négligeable (quelques centaines de MeV). D'autre part, dans l'événement V-13 1373 0915, une seconde paire a été observée au voisinage de la trace 8, mais aucune des deux traces n'a été observée dans le spectromètre, ce qui est généralement le signe de particules de basse énergie. Enfin, on observe sur les derniers millimètres de la trace 1 de l'événement V-28 0671 8147 la formation d'un trident, c'est-à-dire qu'il y a soit formation directe d'une paire, soit matérialisation sur la trace même de rayonnement de bremsstrahlung. La quantité de mouvement associée à cette trace dans le tableau 7.13 tient compte de l'énergie des trois leptons. La quantité de mouvement initiale du positron devrait ainsi être adéquatement évaluée mais il est toutefois possible qu'elle soit surestimée sur une partie du parcours, si le trident résulte d'une émission de rayonnement de bremsstrahlung dans le segment de la trace où la densité de grains a été évaluée.

Tableau 7.14: V-3 1014 0168: moyennes et variances.

Plaque	Trace 11		Trace 12	
	normale	inversée	normale	inversée
8	107; 0 (2)	102; 2 (2)	110; 1 (2)	100; 5 (2)
7	94; 52 (3)	92; 48 (4)	93; 27 (3)	98; 44 (4)
6	94; 1 (2)	{ 89; 9 (3) }	94; 1 (2)	{ 100; 26 (3) }
		102; 60 (4)		89; 132 (4)
		{ 99; 12 (3) }		{ 84; 10 (3) }
5	92; 8 (2)	95; 41 (4)	99; 8 (2)	82; 19 (4)
4	84; 5 (2)	92; 6 (3)	94; 1 (2)	101; 46 (3)
3	110; 1 (2)	77; 80 (6)	100; 5 (2)	90; 115 (6)
		{ 79; 46 (5) }		{ 93; 70 (5) }
2	99; 2 (2)	91; 112 (3)	96; 1 (2)	89; 10 (3)
1	82; 1 (2)	80; 2 (3)	89; 2 (2)	85; 34 (3)
Dans chaque colonne, on a d'abord la moyenne, puis la variance. Les valeurs entre parenthèses représentent le nombre de mesures. Les valeurs entre accolades sont calculées en éliminant, dans chacune des plaques 3, 6 et 7, une paire de données aberrantes.				

La réduction des données. La première étape dans la réduction des données consiste à prendre la moyenne des mesures d'une trace dans une couche donnée d'une plaque donnée et à en calculer la variance, qui devrait représenter l'incertitude de reproductibilité. Le résultat de cette réduction est résumé dans les tableaux 7.14, 7.15, 7.16 et 7.17.

Les différents estimés de variance recueillis devraient être indépendants. De plus, on peut raisonnablement supposer que ces divers estimés de variance appartiennent à la même population statistique s'ils ont été faits au même moment, même si les densités de grains diffèrent d'une plaque à une autre (et d'une trace à une autre). On peut certainement suggérer que l'écart-type d'une mesure de densité de grains devrait s'accroître avec celle-ci; toutefois, cette correction, de l'ordre de la variation elle-même, soit autour de 20 %, ne modifiera pas notablement les écarts-type, dont la précision est rarement supérieure à cela.

Il a été affirmé au chapitre 3 (voir section 3.3.4) que la distribution de plusieurs estimés de variance (plus précisément, de la quantité $(n-1)s_i^2/\overline{s^2}$) était une distribution du χ^2 avec $(n-1)$ degrés de liberté. On peut vérifier la validité des mesures en étudiant la distribution de cette quantité pour les données des différents événements. Malheureusement, seul l'événement V-3 1101 1005 compte assez d'estimés de variance indépendants

Tableau 7.15: V-3 1101 1005: moyennes et variances.

Plaque	Trace 8		Trace 9	
	normale	inversée	normale	inversée
10	92; 12 (2)	82; 2 (2)	97; 2 (2)	86; 84 (2)
9	109; 32 (2)	108; 98 (2)	103; 128 (2)	96; 72 (2)
8	99; 72 (2)	110; 0 (2)	96; 98 (2)	92; 8 (2)
7	—	106; 24 (2)	—	106; 18 (2)
6	110; 4 (2)	114; 4 (2)	98; 4 (2)	112; 40 (2)
5	90; 0,5 (2)	112; 242 (2)	99; 72 (2)	92; 8 (2)
4	97; 2 (2)	96; 8 (2)	94; 50 (2)	99; 8 (2)
3	88; 180 (2)	94; 0,5 (2)	88; 98 (2)	96; 4 (2)
2	94; 40 (2)	117; 18 (2)	98; 40 (2)	102; 12 (2)
1	76; 2 (2)	92; 2 (2)	84; 40 (2)	86; 8 (2)

Dans chaque colonne, on a d'abord la moyenne, puis la variance et, entre parenthèses, le nombre de mesures.

Tableau 7.16: V-3 1373 0915: moyennes et variances.

Plaque	Trace 7	Trace 8
11	82; 8 (2)	98; 8 (2)
10	94; 5 (2)	98; 1 (2)
9	86; 5 (2)	99; 2 (2)
8	101; 0 (2)	102; 1 (2)
7	86; 1 (2)	87; 2 (2)
6	83; 0 (2)	96; 1 (2)
5	90; 5 (2)	80; 5 (2)
4	109; 4 (3)	113; 26 (3)
3	112; 0 (2)	92; 1 (2)
2	84; 1 (2)	94; 1 (2)
1	80; 8 (2)	96; 1 (2)

Dans chaque colonne, on a d'abord la moyenne, puis la variance. Entre parenthèse, on a indiqué le nombre de valeurs utilisées.

Tableau 7.17: V-28 0671 8147: moyennes et variances.

Plaque	Trace 1		Trace 4	
	normale	inversée	normale	inversée
20	106; 5 (2)	112; - (1)	118; 13 (2)	92; - (1)
19	116; 13 (2)	110; 41 (2)	102; 8 (2)	110; 221 (1)
18	88; 4 (3)	116; 13 (2)	102; 1 (3)	107; 32 (2)
17	100; 6 (3)	143; 278 (3)	102; 1 (3)	112; 453 (3)
16	90; 19 (3)	100; 61 (2)	85; 16 (3)	106; 288 (2)
15	-	100; 1 (2)	-	86; 41 (2)
14	-	100; - (1)	-	87; - (1)
13	-	103; - (1)	-	90; - (1)
Dans chaque colonne, on a d'abord la moyenne, puis la variance et, entre parenthèses, le nombre de mesures effectuées.				

(et du même degré de liberté), soit 38, pour qu'un histogramme soit instructif. Cet histogramme apparaît à la figure 7.2. On note que les données expérimentales sont tout à fait compatibles avec la distribution théorique, une distribution du χ^2 avec 1 degré de liberté.

Comme il n'est pas possible de recourir à cette procédure pour les trois autres événements, on utilisera plutôt le test discuté à la section 3.4.4, qui permet de déterminer si divers estimés de variance, dont les degrés de liberté peuvent différer, peuvent raisonnablement provenir de la même distribution. (En pratique, ce test ne peut être utilisé si quelques-uns des estimés de variance sont nuls; dans ces cas, on a remplacé cette valeur de 0 par 0,1, qui demeure faible par rapport aux autres estimés mais est simultanément assez important pour ne pas rendre le test inadéquat.) Puisqu'on ne dispose ici d'aucune façon de contre-vérifier la validité des résultats et que le facteur de la reproductibilité joue dans cette procédure un rôle possiblement déterminant, on exigera un niveau de confiance relativement élevé pour ce test, soit 10 %.

Lorsqu'on applique ce test aux données des 4 événements, on obtient les résultats présentés au tableau 7.18. Il appert que deux des quatre événements, V-28 0671 8147 et V-3 1014 0168, ne satisfont pas au critère de niveau de confiance que nous avons formulé. En ce sens, on ne peut les inclure sans une étude plus approfondie. Parmi les explications qu'on peut proposer pour expliquer la divergence entre les variances de ces deux événements et celles des deux autres, deux semblent particulièrement probantes:

1. Les traces observées traversent des régions de l'émulsion où l'évaluation de la densité

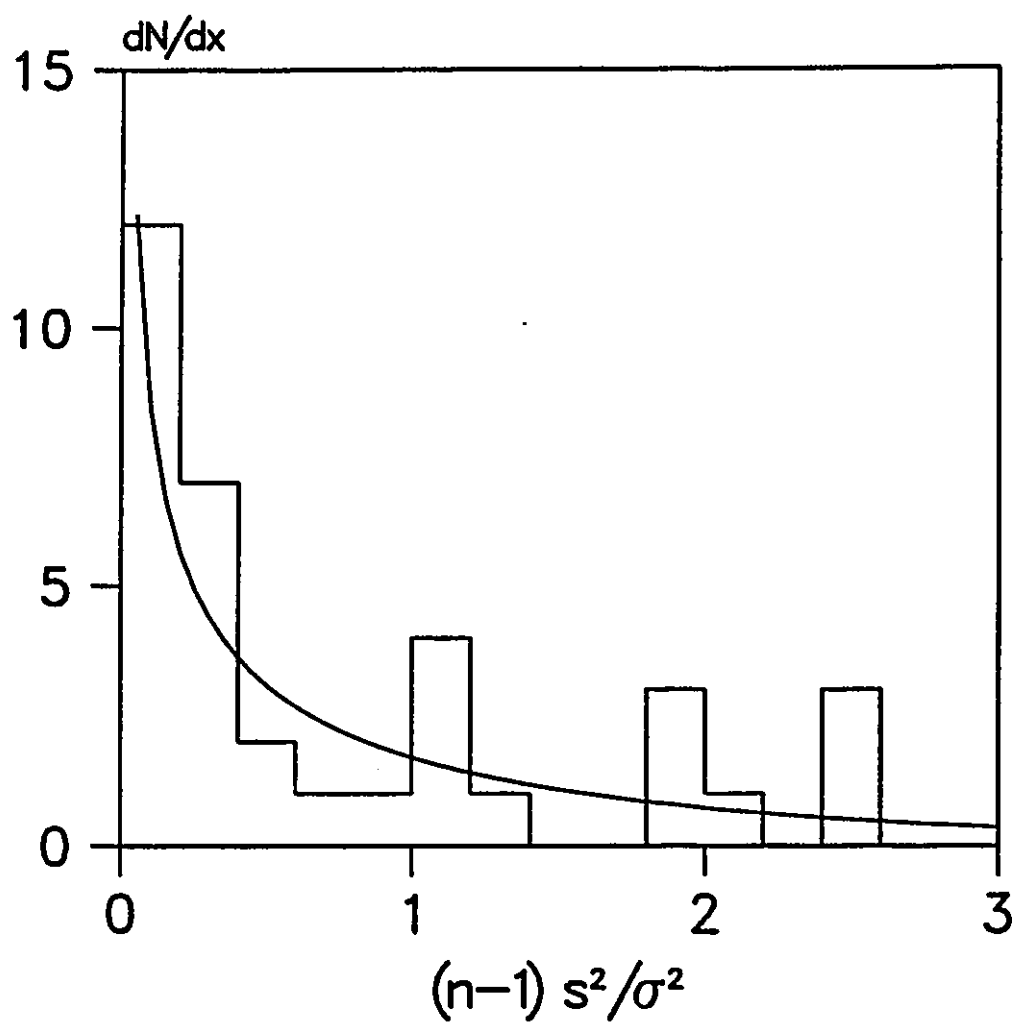


Figure 7.2: Histogramme des variances (normalisées) de l'événement V-3 1101 1005. La courbe théorique est une distribution du χ^2 avec 1 degré de liberté.

de grains est très délicate. Ceci pourrait résulter de plusieurs causes: la présence d'une distorsion importante dans cette région, la présence de traces parasites particulièrement gênantes ou encore l'existence d'un voile important. Peu importe la véritable cause, dans ce cas, les conditions expérimentales dans lesquelles ces données sont recueillies diffèrent de celles des autres et il est nécessaire de leur octroyer des variances différentes (et, en l'occurrence, plus élevées) que celle des autres.

2. Une aberration s'est produite dans l'évaluation des densités de grains, en d'autres termes, une défaillance de la part de l'observateur. En ce cas, les autres mesures recueillies devraient être compatibles avec l'ensemble des mesures et il suffirait d'éliminer la mesure fautive. Un problème toutefois est qu'une telle démarche, sans plus de précaution, est difficilement justifiable car pour l'essentiel *ad hoc*. En effet, du point de vue statistique, entre deux séries de résultats incompatibles, il n'existe aucun critère rigoureux permettant de sélectionner le résultat exact. D'un point de vue pragmatique, toutefois, il est légitime de choisir celui des deux résultats qui s'appuie sur le plus de données (sans que cela garantisse formellement la véracité du résultat).

En conséquence, on réexaminera les deux événements V-3 1014 0168 et V-28 0671 8147 à la lumière de ces deux causes d'erreur. On peut d'abord, par examen des séries de données, éliminer les mesures aberrantes et recalculer les moyennes et variances. Toutefois, étant donné qu'une telle procédure est potentiellement très susceptible de biaiser les résultats, la sélection et le rejet de mesures étant intrinsèquement subjectifs, on se conformera au critère de sélection suivant: une paire de mesures sera rejetée uniquement si, pour chacune des deux traces, la mesure de cette paire se révèle significativement en marge des autres mesures effectuées sur le même parcours; c'est-à-dire que les deux mesures d'une paire se démarquent des autres mesures effectuées sur ces traces. Naturellement, une telle procédure suppose qu'on puisse constater qu'une mesure se détache d'un groupe d'autres, ce qui n'est possible qu'avec au moins 4 mesures pour chaque trace. Ce critère se fonde sur l'improbabilité d'une double déviation statistique importante de façon purement accidentelle.

En recourant à cette procédure sur l'événement V-3 1014 0168, trois paires de mesures ont ainsi été éliminées: les paires (102, 90) de la plaque 7 en position inversée, (113, 106) de la plaque 6, également en position inversée, et enfin (65, 74) de la plaque 3 (aussi en position inversée). Les moyennes et variances recalculées en excluant ces données

Tableau 7.18: Valeur de la variance de la reproductibilité: modules verticaux.

Événement	s^2	χ^2/ν	$P(\chi^2)$
V-3 1014 0168	43,8	43,78/31	7 %
	{ 25,6 }	{ 36,24/31	25 % }
V-3 1101 1005	40,4	31,7/37	70 %
V-13 1373 0915	4,85	16,08/21	75 %
V-28 0671 8147	82	34,86/19	1,5 %
{ < 100 }	{ 11,0 }	{ 9,06/13	80 % }
{ ≥ 100 }	{ 259 }	{ 1,57/5	90 % }
Les valeurs entre accolades sont obtenues après réexamen et analyse plus approfondie des données.			

apparaissent entre accolades dans le tableau 7.14. On note sans surprise que les estimés de variance s'en trouvent notablement réduits. En fait, avec ces nouveaux estimés de variance, les estimés de celle-ci pour les différentes plaques sont compatibles avec une unique variance de valeur 25,6, comme l'indique le tableau 7.18.

Il n'est pas possible d'appliquer une procédure de ce type à l'événement V-28 0671 8147, puisque aucune plaque ne compte plus de 3 paires de données. Dans cette circonstance, la seule démarche possible est de rejeter l'hypothèse d'une unique variance pour toutes les mesures et d'octroyer des variances différentes à des mesures provenant de différentes plaques (et même, de surfaces différentes d'une plaque donnée). Dans cette optique, l'hypothèse la plus simple est que les données se regroupent en deux ensembles, l'un où la reproductibilité est assez bonne, l'autre où elle est moindre. On peut diviser les données en deux groupes: on inclut dans le premier groupe les traces prises dans une surface ou l'une des traces (ou les deux) présente une variance supérieure ou égale à 100. Le second groupe contient toutes les autres traces. Ce critère est quelque peu arbitraire mais on notera qu'il ne s'avère pas critique: la répartition ne serait pas modifiée si on choisissait un autre nombre compris entre 61 et 221. En d'autres termes, les données s'agglomèrent assez distinctement en deux groupes: le premier comprend les mesures des plaques 16, 17 et 19 (toutes en position inversée) tandis que le second comprend toutes les autres.

En recourant à cette procédure, on obtient alors les données présentées entre accolades dans le tableau 7.18. On note que cette hypothèse suffit amplement à décrire les données expérimentales, le χ^2 total pour cet événement devenant 10,63 pour 18 degrés de liberté, ce qui correspond à une probabilité de 90 %. On pourrait même être porté à considérer

cette probabilité un peu haute, dans lequel cas il faudrait en conclure que le recours à deux paramètres est statistiquement injustifié; on devrait alors déduire, puisqu'une variance moyenne s'avère inadéquate, que le problème provient d'un petit nombre de mesures aberrantes, par exemple la paire de mesures (124, 131) dans la plaque 17 (position inversée), dont l'élimination résoudrait le problème.

L'auteur estime toutefois qu'une telle conclusion ne se justifie pas étant donné le faible nombre de mesures et, dans une telle circonstance, il s'avère plus raisonnable (ou, en tout cas, plus prudent) de décrire les moyennes dont certaines mesures pourraient être aberrantes par une variance notablement élevée plutôt que de risquer de fausser ces moyennes par une élimination (inévitavelmente subjective et arbitraire ici) de quelques-unes des données. L'événement V-28 0671 8147 sera donc traité en considérant qu'une partie des données présente une reproductibilité plutôt médiocre, soit celles recueillies dans les plaques 16, 17 et 19 (toutes en position inversée), dont la valeur $(\sqrt{s^2}/\bar{x})$ est d'environ 16 %. Le reste des données présente une reproductibilité très satisfaisante (en regard du type de module utilisé) qui se situe autour de 3 %.

L'ensemble des données, à l'exclusion des trois paires de mesures de l'événement V-28 0671 8147 mentionnées plus haut, semble être compatible avec une variance commune. Un estimé de celle-ci mène à une valeur de 23,9 avec un χ^2 de 116,46 pour 105 degrés de liberté, soit une probabilité de 20 %. Il est donc légitime de traiter les données à l'aide de deux variances: l'une de 259 pour les trois paires de mesures déjà mentionnées, l'autre de 23,9 pour toutes les autres. En prenant 100 grains d'argent comme valeur représentative d'une mesure de densité de grains dans une couche d'une plaque (ce qui semble ressortir des tableaux 7.14 à 7.17), il découle que l'écart-type associé à la reproductibilité est de 16 % pour les trois paires, de sorte que la reproductibilité sera l'erreur dominante de ces mesures, tandis qu'il n'est que de 5 % pour l'ensemble des autres, ce qui entraîne que l'erreur dominante sera ici statistique.

On doit également considérer l'effet de la régression de l'image latente. Il pourrait sembler *a priori* que celui-ci ne devrait jouer aucun rôle puisque les deux traces, appartenant au même événement, sont indiscutablement produites au même moment. Cependant, la régression a pour effet de diminuer le nombre de grains impressionnés, incluant naturellement ceux qui résulteraient du rayonnement de transition. Une correction pour la régression est donc requise.

Tableau 7.19: Modules verticaux: Facteur correctif dû à la régression.

Événement	$t_{reg} \text{ (j)}$	$(a + (1 - a) \exp -(t/\tau))^{-1}$
V-3 1014 0168	~ 195	1,724
V-3 1101 1005	~ 160	1,722
V-13 1373 0915	~ 15	1,2
V-28 0671 8147	-	1,4
Paramètres: $a = 0,58$, $\tau = 25 \text{ j.}$		

Faute de données précises sur la régression de l'image latente dans les modules verticaux, on se voit ici obligé de supposer que le modèle à deux populations, qui s'est avéré adéquat dans le module horizontal H-3, s'applique également aux modules verticaux. On peut alors déduire, pour chacun des quatre événements, un facteur correctif multiplicatif de la différence des densités de grains, facteur qu'on retrouve au tableau 7.19. Une mise en garde est toutefois nécessaire: on ne connaît que très approximativement les dates du développement des modules verticaux V-3 et V-13 (à une quinzaine de jours près). Heureusement, pour les deux événements de V-3, ceci n'introduit virtuellement aucune incertitude (une partie par millier). Pour V-13, l'erreur est plus importante, de l'ordre de 20 %, mais se révélera être négligeable en comparaison de l'incertitude intrinsèque à la différence des densités de grains. Enfin, pour le module V-28, on ignore à la fois la date où s'est produit l'événement et celle où a été développé le module. On a donc pris une valeur moyenne, dont l'erreur est importante (40 %) mais, encore là, comme il ressortira plus loin, notablement plus faible que l'incertitude intrinsèque.

L'étape suivante consiste à évaluer la densité de grains pour chaque trace et à en prendre la différence; la correction pour la régression, qui est la même sur les deux traces, n'interviendra qu'à la dernière étape. On évaluera la différence dans les densités de grains des traces pour chaque surface de chaque plaque et on déterminera la moyenne. Le modèle statistique est alors que deux incertitudes sont prédominantes: l'incertitude statistique (obéissant à une distribution de Poisson) et l'incertitude de reproductibilité, dont on vient d'établir les deux valeurs possibles. Cette procédure mène aux résultats du tableau 7.20. Un détail a lieu de surprendre: les χ^2 sont systématiquement plus faibles que leurs espérances, le nombre de degrés de liberté, ν (voir section 3.2.4). Le χ^2 le plus faible correspond à une probabilité de 70 % tandis que le plus élevé dépasse 99 %. Le χ^2 global, pour l'ensemble des cinq mesures, vaut 23,00 (pour 53 degrés de liberté) de sorte

Tableau 7.20: Différence de densités de grains: modules verticaux.

Événement	$g'_m - g''_m$ (grains/100 μm)	χ^2/ν
V-3 1014 0168	$g_{11} - g_{12}$ $-0,4 \pm 1,1$	5,64/15
V-3 1101 1005	$g_8 - g_9$ $0,9 \pm 1,0$	6,02/17
V-13 1373 0915	$g_7 - g_8$ $-1,4 \pm 1,3$	6,04/10
V-28 0671 8147	$g_1 - g_4$ (5 %) $0,6 \pm 1,7$	3,60/6
V-28 0671 8147	$g_1 - g_4$ (16 %) $3,3 \pm 3,0$	1,70/5
Les nombres entre parenthèses représentent les incertitudes de reproductibilité.		

que sa probabilité dépasse aussi les 99 %.

Ceci indique que les différences dans les densités de grains de deux traces provenant de la même surface tendent à être beaucoup plus regroupées que ne le laissent prévoir leurs incertitudes et constitue une indication que le modèle statistique utilisé est inadéquat. On peut d'abord supposer que le problème provient d'une surestimation de l'incertitude de reproductibilité. Cette explication n'est toutefois pas satisfaisante car, même en prenant une valeur nulle pour cette incertitude, les χ^2 diminuent à peine de quelques pourcents et le χ^2 global demeure supérieur à 99 %.

Une autre explication peut être suggérée, attribuable à Hodgson: la distribution de Poisson peut ne pas être appropriée, dépendant de la technique de mesure adoptée [418]. On avait déjà fait référence à ce travail lorsqu'on avait comparé les différentes techniques d'évaluation des densités de grains (voir section 4.5.2); il s'appliquait en particulier à l'évaluation des amas. Dans une étude basée sur des traces dont la densité de grains moyenne valait 25,7 grains/100 μm , Hodgson concluait que la distribution des densités de grains était notablement plus étroite que ce que laissait prévoir la distribution de Poisson. Son explication était que l'on tend à ne compter que comme un seul grain deux grains très voisins, menant à une sous-estimation du nombre de grains et, donc, à une surestimation de l'incertitude statistique. Hodgson proposait enfin que l'incertitude sur un nombre moyen de grains par unité de longueur, N , était en réalité: $\sigma_N \approx \frac{3}{4}\sqrt{N}$.

On peut tester sans difficulté cette hypothèse en établissant la moyenne et la variance des densités de grains de ces traces. Il est toutefois mieux de ne pas tenir compte des deux traces de l'événement V-28 0671 8147, à cause de la présence de deux variances. Ces moyennes et variances sont présentées au tableau 7.21. On constate que la valeur moyenne

Tableau 7.21: Moyennes et variances des traces des modules verticaux

Trace	Moyenne	Variance	Nombre de mesures
V-3 1014 0168-11	93	83	16
V-3 1014 0168-12	94	55	16
V-3 1101 1005-8	99	132	19
V-3 1101 1005-9	96	96	19
V-13 1373 0915-7	92	123	11
V-13 1373 0915-8	96	71	11
La moyenne est 95 et la variance moyenne 94.			

(prise sur les 6 traces) et la variance moyenne (établie à l'aide de l'équation 3.38) sont virtuellement identiques, la première valant 95 et la seconde 94. De plus, les variances individuelles semblent bien provenir de la même population puisqu'une application du test donné par l'équation 3.58 mène à un χ^2 de 3,74 avec 5 degrés de liberté, pour une probabilité de 60 %. Cette hypothèse ne semble donc pas pouvoir expliquer l'anomalie observée.

On peut donc exclure que l'anomalie observée dans la dispersion des données ne provienne d'une surestimation de l'écart-type intrinsèque ($\sqrt{N}$) ou de celui de la reproductibilité. Comme aucune autre cause d'erreur n'intervient dans la réduction des données, l'éventualité qui se présente à l'esprit est que le problème provienne du modèle statistique. On doit en effet se rappeler que le modèle statistique utilisé repose sur l'hypothèse que les données sont adéquatement décrites par une distribution normale. Or, tout autant l'argumentation théorique (section 3.2.2) que l'étude expérimentale (section 5.1.4) suggèrent que la distribution de Poisson est plus appropriée. L'approximation normale est toutefois excellente et son utilisation prononcée dans l'étude de la perte d'énergie (voir section 6.3) n'a fait ressortir aucune difficulté. La situation prend donc une allure paradoxale.

Il faut toutefois réaliser que l'analyse effectuée ici est plus sensible aux déviations à la distribution normale que celle effectuée dans l'étude de la perte d'énergie. Dans cette dernière, à toutes les étapes de la réduction des données, l'incertitude d'une quantité demeurerait toujours notablement inférieure à celle-ci tandis qu'ici, puisqu'on prend la différence de deux quantités presque identiques, elle devient dominante. Qui plus est, en considérant les propriétés de la distribution de Poisson, il appert qu'un comportement non-gaussien soit à redouter: la différence de deux variables obéissant toutes deux à la

distribution de Poisson ne mène pas à une variable se conformant à celle-ci, contrairement à la somme où on obtient effectivement une variable obéissant à la distribution de Poisson. Rien ne permet de penser que la distribution résultante puisse alors être représentée adéquatement par une distribution normale. Cette distribution possèdera probablement une moyenne et une variance mais on ne peut leur octroyer la même signification probabiliste qu'à celles d'une distribution normale.

On a discuté au chapitre 3 de la précision des moments empiriques déduits d'un ensemble de données. On a en particulier suggéré que l'imprécision augmentait avec l'ordre du moment (c'est-à-dire qu'un moment du premier ordre comme la moyenne devrait être plus précis qu'un moment du second ordre, telle la variance). Le même raisonnement devrait valoir dans ce cas-ci. Une déviation du comportement normal devrait affecter davantage la variance que la moyenne. D'autre part, comme la valeur moyenne est notablement inférieure à l'écart-type, il est peu probable qu'une correction ait beaucoup d'impact sur le résultat. On peut donc retenir les valeurs moyennes obtenues sans modification. Il ne peut toutefois en être de même de la variance, qui est à la fois dominante et plus susceptible d'être affectée par une déviation du modèle gaussien.

Vu la difficulté de monter un modèle statistique directement en termes des distributions de Poisson, la meilleure chose à faire est de recalculer la variance en se basant sur les données réduites, plutôt que de l'évaluer à partir des variances estimées pour chaque valeur [553,554]³. Si on désire conserver les proportions entre les différentes incertitudes indiquées (qui sont significatives dans la mesure où elles reflètent la différence dans la quantité de données recueillies sur chaque trace), la procédure la plus évidente est de rééchelonner les différentes incertitudes dans la même proportion, de façon que le χ^2 global soit 1. Le facteur recherché est alors simplement le rapport du χ^2 global sur son espérance, soit son nombre de degrés de liberté. On a tiré du tableau 7.20 une valeur de χ^2 de 23,00 pour 53 degrés de liberté; le rapport des deux est 0,434, facteur qui multipliera les variances. En conséquence, les écarts-type seront multipliés par 0,659. Naturellement, étant donné la façon par laquelle on obtient ce facteur correctif, il n'y a aucun sens à tenter de vérifier la cohérence des données même. Les données réduites résultant de cette correction, corrigées également pour la régression (voir tableau 7.19), apparaissent au tableau 7.22.

On peut soupçonner que les mesures recueillies par les première et seconde approches

³Dans la terminologie de Birge [554], il s'agit d'évaluer l'incertitude en recourant à une contrainte de cohérence externe des données, plutôt qu'à leur cohérence interne.

Tableau 7.22: Approche 3: données réduites

Événement	$\Delta g = g_a - g_b$ (grains/100 μm)	γ_a/γ_b
V-3 1014 0103	$g_{11} - g_{12}$ $-0,7 \pm 0,9$	$1,13 \pm 0,01$
V-3 1101 1005	$g_8 - g_9$ $1,6 \pm 0,9$	$4,69 \pm 0,05$
V-13 1373 0915	$g_8 - g_7$ $1,7 \pm 0,8$	$5,16 \pm 0,06$
V-28 0671 8147	$g_1 - g_4$ $1,5 \pm 1,1$	800 ± 170
Les différences de densités sont exprimées de telle sorte que le rapport des facteurs de Lorentz soit supérieur à 1.		

soient également affectées par cette difficulté. La proportion de la correction à l'erreur pourrait toutefois être différente puisque la procédure de réduction était différente: des facteurs intervenaient pour corriger la reproductibilité et l'un des termes de la différence provenait d'une courbe de calibration, dont l'incertitude devrait obéir à une distribution normale plutôt qu'à une distribution de Poisson. Enfin, on peut conjecturer que l'approximation d'une distribution normale sera meilleure dans les première et seconde approches que dans la troisième puisque les moyennes observées dans les deux premières se situaient autour de 2000, comparativement à environ 100 pour les moyennes de la troisième approche. On rappellera que l'approximation normale d'une distribution de Poisson est d'autant meilleure que la moyenne est plus élevée. Pour ces raisons, on reprendra dans les prochains paragraphes les données réduites des première et seconde approches.

La comparaison des trois approches

La première approche fournit 20 points expérimentaux et la seconde, en se restreignant aux données complètement réduites (soit les événements 1230 5991 et 1209 1536), en ajoute 3. On peut vérifier la cohérence de ces données en prenant la moyenne pondérée (voir section 3.3.4) des points dont les abscisses sont presque identiques et en établissant le rapport de vraisemblance de cette moyenne. Puisque chaque abscisse comporte une incertitude systématique de 20 %, on peut proposer comme critère pour regrouper des points que leurs abscisses ne diffèrent pas par plus d'environ 10 %. Ce qui mène au tableau 7.23.

Dans ce cas, le χ^2 global vaut 7,79 pour 11 degrés de liberté. Ce n'est pas excessivement faible, correspondant à une probabilité d'environ 75 %. Conséquemment, si on s'en tenait uniquement à ces données, on admettrait que le modèle statistique est adéquat. Toutefois,

Tableau 7.23: Données regroupées des première et seconde approches.

Événements	γ/γ_p	$g - g_p$ (grains/100 μm)	χ^2/ν
1123 3668-4 1293 0197-2 1336 4136-1	0,56	$0,8 \pm 0,9$ (0,8)	0,96/2
1158 1349-4 1230 5991-3	0,65	$-0,4 \pm 0,8$ (0,7)	0,20/1
1246 2305-1 1335 1495-1 1358 4323-2	0,79	$0,4 \pm 0,8$ (0,7)	2,44/2
1161 1718-3 1194 1922-2	1,0	$1,0 \pm 1,0$ (0,8)	0,56/1
1065 0972-6	1,4	$-0,2 \pm 1,3$ (1,1)	–
1183 1192-1 1230 5991-3 1365 0582-2	1,6	$0,0 \pm 0,8$ (0,7)	2,03/2
1121 3070-3 1210 4192-1	1,8	$-0,1 \pm 1,0$ (0,8)	0,10/1
1055 1623-1 1261 0117-1	2,0	$-0,2 \pm 1,1$ (0,9)	1,21/1
1068 3247-5 1209 1536- E'_1	5,4	$1,8 \pm 1,0$ (0,8)	0,29/1
1068 3247-4	7,2	$0,5 \pm 1,5$ (1,3)	–
1209 1536- E_2	18	$2,3 \pm 1,4$ (1,2)	–
1212 4904-2	100	$0,3 \pm 1,4$ (1,2)	–

Le tableau n'inclut que les données entièrement réduites de la seconde approche.

Les valeurs entre parenthèses sont les incertitudes corrigées.

étant donné le désaccord observé dans la troisième approche, on appliquera une correction du même type; les écarts-type seront donc multipliés par $\sqrt{0,708} = 0,842$. Le résultat de cette opération est indiqué par les valeurs entre parenthèses dans la troisième colonne du tableau 7.23.

Les données réduites peuvent dès lors être soumises à une analyse statistique. C'est ce qui sera maintenant abordé.

7.3.2 L'analyse statistique

L'analyse statistique des données sur le rayonnement de transition a été effectuée de façon presque identique à celle de la perte d'énergie. On a construit la densité de probabilités correspondant à l'ensemble des trois approches et on a estimé les paramètres qu'elle contenait dans l'approche du maximum de vraisemblance. On a de plus exigé que le modèle compte un rapport de vraisemblance d'au moins 10 %. Le critère est là encore que, puisqu'on désire tirer de cette analyse une conclusion sur un modèle physique (et non pas seulement effectuer une interpolation), on doit exiger un niveau de confiance relativement élevé.

La densité de probabilités globale a pour expression:

$$\ell = \prod_{i=1}^k \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_i} \exp\left(-\frac{(y_i - f(x_i; \vec{a}))^2}{2\sigma_i^2}\right) \prod_{i=1}^m \prod_{j=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{ij}} \exp\left(-\frac{(y_{ij} - f(x_{ij}; \vec{a}))^2}{2 \cdot 0,708 \cdot \sigma_{ij}^2}\right) \quad (7.35)$$

où y_l représente une différence de densité de grains, σ_l son incertitude et $f(x_l; \vec{a})$ constitue le modèle. Cette partie de la densité de probabilités s'applique aux première et troisième approches, dans lesquelles la méthode expérimentale mène à une différence dans les densités de grains, de même qu'aux données de la seconde approche (1230 5991 et 1209 1536) qu'il a été possible de réduire complètement. L'indice l désigne les différents points expérimentaux de la première et de la troisième approches, soit les données présentées dans les tableaux 7.22 et 7.23

La seconde partie s'applique aux points de la seconde approche où demeure à résoudre le problème de la reproductibilité, soit l'événement 1069 5986 du module H-3 et les deux événements du module H-10. La solution que nous avons choisie est d'exprimer la différence des densités de grains comme une fonction à un paramètre (pour chaque série de données), paramètre qui permet de tenir compte de l'effet de la reproductibilité. Ici, l'indice i désigne la série de données (une dans chaque module), à laquelle correspond un

facteur de reproductibilité, tandis que l'indice j désigne une trace particulière dans l'une de ces séries de données. L'expression de y_{ij} est alors:

$$y_{ij} = \frac{g_{ij}}{a + (1 - a) \exp -(t_{ij}/\tau)} - \alpha_i \frac{(g_0)_{ij}}{a} \quad (7.36)$$

où α_i est le paramètre mentionné, g_{ij} la densité de grains de la trace j de la série de données i et $(g_0)_{ij}$ la valeur du plateau pour une trace équivalente à cette dernière; σ_{ij} est l'incertitude résultante de ces deux quantités. Le facteur 0,708 qui la multiplie corrige le problème décelé à la section précédente et attribué au recours à la distribution normale. Les variables a et τ se rapportent au modèle de régression. On y utilise les valeurs déterminées à la section 6.3.3, conjointement avec les paramètres du modèle atomique, soit pour a , 0,58, et pour τ , 25 jours.

Il reste encore à préciser le ou les modèles qu'on désire mettre à l'épreuve. Étant donné la quantité restreinte de données dont on dispose, on ne tentera que de déterminer si les données s'accordent avec un comportement logarithmique ou une valeur constante de $g - g_p$. Dans ce cas, les deux alternatives peuvent être décrites par l'expression:

$$f(x_{ij}; \vec{a}) = a_0 + a_1 \cdot \log x_{ij}. \quad (7.37)$$

La variable x_{ij} représente le rapport du facteur de Lorentz de la trace j de la série de données i au facteur de Lorentz associé au plateau. On peut naturellement fixer a_0 ou a_1 ; le modèle devient alors plus simple.

Puisqu'on a une expression pour la densité de probabilités globale, l'équation 7.35, on peut en déduire une expression pour le rapport de vraisemblance. Or, comme la quantité $-2 \ln \lambda$ est distribué asymptotiquement comme un χ^2 , où λ est le rapport de vraisemblance (voir section 3.4.2), il en résulte que la quantité:

$$\sum_{l=1}^k \left(\frac{y_l - f(x_l; \vec{a})}{\sigma_l} \right)^2 + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \left(\frac{y_{ij} - f(x_{ij}; \vec{a})}{0,708 \sigma_{ij}} \right)^2 \quad (7.38)$$

suit une distribution du χ^2 dont le nombre de degrés de liberté est la différence entre le nombre de points expérimentaux et le nombre de paramètres estimés.

Il n'est pas impossible d'exprimer les estimateurs des différents paramètres sous forme explicite mais les expressions sont complexes, hautement spécifiques (un léger changement d'un modèle modifiant complètement les expressions) et présentent souvent des difficultés

dans le traitement informatique. Une solution numérique permet de contourner quelques-uns de ces obstacles. Il est donc apparu plus simple de recourir à nouveau au programme MINUIT FORTRAN (voir section 6.3.3).

Le modèle statistique proposé peut compter jusqu'à 4 paramètres ajustables: l'ordonnée à l'origine et la pente de l'équation 7.37 et des paramètres d'ajustement pour les événements incomplètement réduits de la seconde approche (eq. 7.38), qu'on désignera α_{H-3} et α_{H-10} , l'indice correspondant au module dont provient l'événement. Puisque la seconde approche ne renferme que deux groupes de mesures et que chaque groupe appartient à un module différent, la notation devrait être dénuée d'ambiguïté. Il existe 16 manières par lesquelles un groupe de 4 paramètres peut se répartir en paramètres variables et en paramètres fixes. Du point de vue physique, elles ne présentent pas toutes le même intérêt. Les possibilités que nous avons explicitement considérées sont répertoriées au tableau 7.24. Également, afin de s'assurer que les événements de la seconde approche n'influencent pas excessivement l'optimisation, on a exclu les données du module H-10 et recommencé l'analyse. Les résultats en sont aussi reportés au tableau 7.24.

Le modèle statistique envisagé possède deux cas extrêmes: lorsque tous les paramètres sont fixes ($\alpha_{H-3} = \alpha_{H-10} = 1,000$ et $a_0 = a_1 = 0,000$) et lorsqu'ils sont tous variables. Le premier cas ne mène pas à un bon accord avec l'ensemble des données (le désaccord étant toutefois moins mauvais, et en fait acceptable, si on élimine les données du module H-10). Le second cas mène à un bon accord, qu'on recoure à toutes les données ou à un sous-ensemble de celles-ci. Ce qui indique que le modèle choisi peut décrire adéquatement les données, en ajustant certains des paramètres. Il n'y a donc aucune nécessité de chercher à développer un autre modèle. Il reste dès lors à déterminer si les données expérimentales s'accordent mieux avec un accroissement ou une valeur constante de la densité de grains en fonction du rapport des facteurs de Lorentz.

Si, dans la région ultrarelativiste, la densité de grains est strictement constante (et mérite donc bien le nom de plateau de Fermi), la pente de l'équation 7.37, a_1 , devrait prendre une valeur nulle. Ceci n'est pas possible, comme on l'a mentionné précédemment, si les autres paramètres demeurent fixés. Toutefois, comme le révèle le tableau 7.24, l'accord peut devenir tout à fait satisfaisant si une optimisation de ceux-ci est accomplie. En fait, par le tableau 7.24, il appert qu'un accord très satisfaisant peut être obtenu simplement en variant l'ordonnée à l'origine, qui prend alors pour valeur: $a_0 = 0,61 \pm 0,20$. Le fait de laisser simultanément varier les deux autres paramètres n'améliore les

Tableau 7.24: Résultats des différents ajustements possibles.

Paramètres variables	Toutes les données		Données de H-10 exclues	
	χ^2/ν $P(\chi^2)$	paramètres	χ^2/ν ($P(\chi^2)$)	paramètres
Aucun	34,20/23 (7 %)	–	24,88/19 (15 %)	–
a_0	22,56/22 (42 %)	$0,61 \pm 0,20$	16,63/18 (55 %)	$0,57 \pm 0,21$
a_1	17,76/22 (72 %)	$0,81 \pm 0,23$	13,97/18 (72 %)	$0,75 \pm 0,24$
α_{H-3}	32,91/22 (7 %)	$1,011 \pm 0,014$	23,59/18 (18 %)	$1,011 \pm 0,014$
α_{H-10}	29,81/22 (12 %)	$1,023 \pm 0,015$	–	–
a_0	16,36/21 (75 %)	$0,31 \pm 0,24$	12,55/17 (75 %)	$0,31 \pm 0,25$
a_1		$0,62 \pm 0,28$		$0,56 \pm 0,28$
α_{H-3}	28,52/21 (12 %)	$1,011 \pm 0,014$	–	–
α_{H-10}		$1,023 \pm 0,015$		
a_0	22,55/21 (35 %)	$0,62 \pm 0,21$	16,63/17 (48 %)	$0,57 \pm 0,22$
α_{H-3}		$0,999 \pm 0,014$		$1,000 \pm 0,015$
a_1	17,09/21 (70 %)	$0,87 \pm 0,25$	13,61/17 (70 %)	$0,80 \pm 0,26$
α_{H-3}		$0,992 \pm 0,015$		$0,993 \pm 0,015$
a_0	21,51/20 (37 %)	$0,57 \pm 0,22$	–	–
α_{H-3}		$1,000 \pm 0,015$		
α_{H-10}		$1,012 \pm 0,016$		
a_1	16,57/20 (68 %)	$0,83 \pm 0,26$	–	–
α_{H-3}		$0,993 \pm 0,015$		
α_{H-10}		$1,008 \pm 0,016$		
a_0	15,20/19 (70 %)	$0,31 \pm 0,25$	11,92/16 (75 %)	$0,33 \pm 0,25$
a_1		$0,65 \pm 0,29$		$0,61 \pm 0,30$
α_{H-3}		$0,991 \pm 0,015$		$0,991 \pm 0,015$
α_{H-10}		$1,006 \pm 0,016$		
Lorsque les valeurs des paramètres ne sont pas indiquées, ils prennent les valeurs implicites 0,000 pour a_0 et a_1 et 1,000 pour α_{H-3} et α_{H-10} .				

choses que très marginalement. On peut également obtenir un accord, acceptable mais médiocre, en fixant la pente et l'ordonnée à l'origine (à une valeur nulle) et en variant le facteur α_{H-10} . Le facteur α_{H-3} semble dans tous les cas avoir une influence secondaire (et ne mène pas à lui seul à un accord acceptable).

Parmi ces deux possibilités, la seconde est physiquement acceptable: elle signifie que le facteur de reproductibilité global aurait varié entre le moment où a été déterminée la courbe de calibration du module H-10 et celui où ont été évaluées les traces d'électrons et de positrons⁴. Elle ne mène toutefois qu'à un accord médiocre, à peine acceptable, avec les données expérimentales. La première possibilité implique qu'il y ait eu une erreur systématique dans l'évaluation du plateau: on ne peut expliquer autrement que se révèle une différence systématique entre la densité de grains établie pour le plateau et celles de traces qui devraient en principe y reposer. Comme les traces utilisées dans cette étude proviennent en majorité du module H-3, l'éventualité demeure possible. Elle a toutefois lieu de surprendre car les événements proviennent de plaques sélectionnées au hasard. Or, comme l'étude de la perte d'énergie rapportée au chapitre précédent, et menée dans les mêmes plaques (et comprenant plusieurs des traces utilisées ici), n'a pas révélé d'effet systématique de ce genre, on voit mal d'où un tel effet surgirait. Néanmoins, en admettant cette possibilité, il demeure une façon de la tester: les traces des modules verticaux n'ont aucune raison de présenter un effet de ce type puisque leur réduction a été menée indépendamment pour chaque point.

Dans l'hypothèse que la densité de grains est constante dans la région du plateau de Fermi, les quatre événements des modules verticaux devraient être compatibles avec une valeur moyenne nulle. Les déviations devraient pouvoir s'expliquer purement en termes de déviations statistiques. Dans ce cas, le test du rapport de vraisemblance permet de tester l'hypothèse. Or, lorsqu'on l'applique à ces données, on obtient un χ^2 de 10,14 pour 4 degrés de liberté, pour une probabilité de 4 %. Ce qui ne laisse que deux conclusions possibles: soit que les données ne soient pas compatibles avec une valeur constante, soit que les écarts-type aient été sous-estimés. Étant donné les tests de cohérence auxquels ont été soumises les données, la seconde possibilité ne semble pas probante.

Il appert donc que la classe de modèles où la pente est nulle ne présente qu'un accord médiocre avec les données, bien qu'à la limite acceptable. Par contraste, si on laisse la

⁴Si on néglige la possibilité d'une erreur systématique dans l'évaluation de la régression, le facteur de reproductibilité global des traces du module H-10 est l'inverse du paramètre α_{H-10} : $(F \cdot I)_{H-10} = \alpha_{H-10}^{-1}$.

penne prendre des valeurs non nulles, l'accord s'en trouve fortement amélioré et est en fait satisfaisant dans toutes les situations. En fait, aucun des modèles où la pente est nulle ne permet d'atteindre une probabilité aussi élevée que lorsque la valeur de celle-ci est optimisée. On note aussi à ce sujet que cette probabilité est remarquablement constante, s'étendant de 68 à 75 %, dépendant des autres paramètres qu'on laisse varier. Enfin, si le test du rapport de vraisemblance est refait sur les données des modules verticaux uniquement, dans le contexte où la pente varie (l'ordonnée à l'origine demeurant fixée à 0), on trouve alors un χ^2 variant de 4,63 à 4,65 pour 4 degrés de liberté (pour une probabilité de 32 %).

On notera que l'inclusion ou l'exclusion des données du module H-10 change très peu la valeur des paramètres ou la tendance générale du modèle. Certaines probabilités s'en trouvent haussées, ce dont il n'y a pas lieu de se surprendre puisque l'ensemble de données s'en trouve réduit, mais la conclusion énoncée précédemment reste valide (avec moins de poids): aucune situation où la pente est nulle ne permet d'obtenir un accord aussi bon que lorsqu'elle est optimisée.

En conséquence, l'interprétation la plus satisfaisante des données requiert que, dans la région du plateau de Fermi, la densité de grains varie avec le facteur de Lorentz. Suivant le groupe de paramètres sur lequel se fait l'optimisation, cette pente varie entre $0,62 \pm 0,28$ et $0,87 \pm 0,25$. Pour fins d'analyse subséquente, on choisira, en faisant appel au principe du rasoir d'Occam, le modèle le plus simple, soit lorsque seule la pente varie. Elle prend alors une valeur de $0,81 \pm 0,23$ grains/100 μm . La figure 7.3 présente les données expérimentales dans cette circonstance ($\alpha_{H-3} = \alpha_{H-10} = 1,000$); la courbe représente le modèle théorique ($a_0 = 0,000$ et $a_1 = 0,81$).

7.3.3 Discussion

L'analyse statistique nous a indiqué l'existence probable d'un effet logarithmique dans la région ultrarelativiste, dont le coefficient du logarithme (décimal) a pour valeur: $0,81 \pm 0,23$ grains/100 μm . Ainsi exprimée, cette quantité n'incorpore que les incertitudes d'origine aléatoire. Il reste à évaluer l'incertitude systématique. Celle-ci provient essentiellement du modèle de régression de l'image latente et, dans celui-ci, du coefficient de population, $a = 0,58 \pm 0,15$, puisque la plupart des points expérimentaux utilisés ici possèdent un temps de régression notablement plus long que 25 jours. Le coefficient du

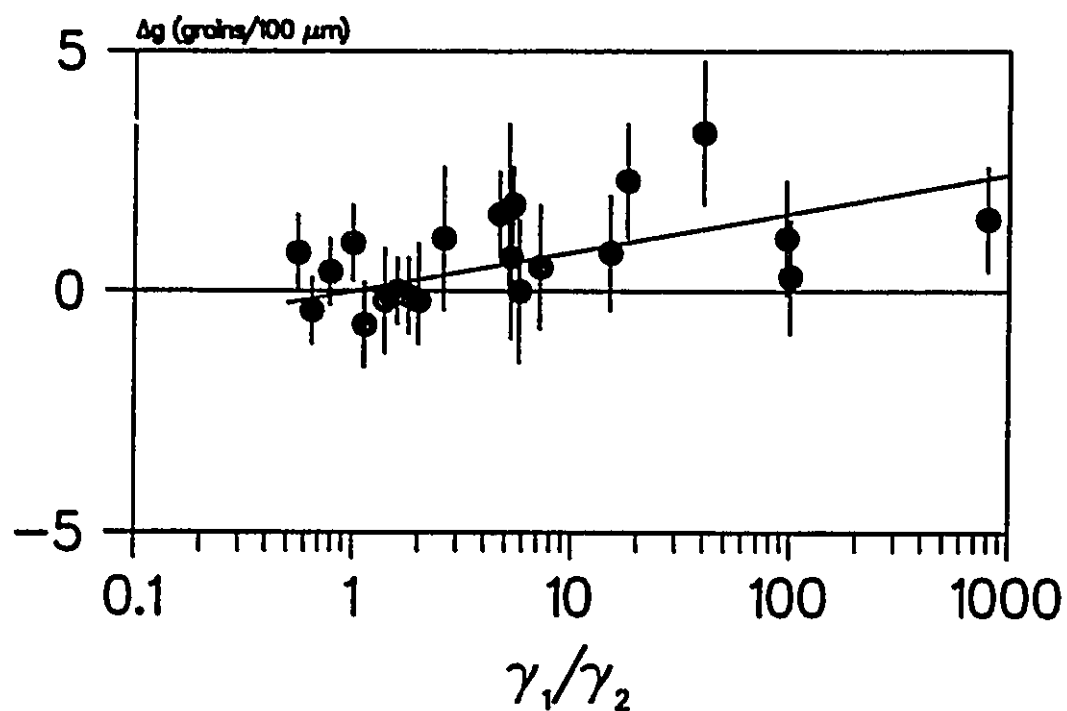


Figure 7.3: Différence des densités de grains en fonction du rapport des facteurs de Lorentz. La courbe représente la droite de pente optimale.

logarithme est *grosso modo* inversement proportionnel à a , relation qui permet de déduire l'erreur systématique sur le coefficient: $0,81 \pm 0,23 \pm_{0,15}^{0,35}$ grains/100 μm , où la seconde quantité est l'erreur systématique.

Le coefficient du logarithme permet en retour de déduire une valeur pour l'énergie de seuil du rayonnement de transition. Le tableau 7.2 comporte, pour deux énergies de plasma, les valeurs d'énergie de seuil et les valeurs correspondantes de la pente, soit le coefficient du logarithme. On en déduit que, pour une énergie de plasma de 39,6 eV, l'énergie de seuil est $500 \pm_{50}^{100} \pm_{75}^{50}$ eV et, pour une énergie de plasma de 33,8 eV, elle est de $400 \pm_{50}^{120} \pm_{60}^{40}$ eV, la première incertitude étant statistique et la seconde systématique.

Les deux valeurs d'énergie de seuil ne sont pas déraisonnables, bien qu'elles soient significativement plus élevées que la valeur obtenue dans l'étude de la perte d'énergie (90 eV). En revanche, puisqu'on parle de rayonnements actiniques différents, une différence entre les deux séries de valeurs est quelque peu prévisible. On notera qu'une valeur d'énergie de seuil d'environ 500 eV correspond approximativement au potentiel d'ionisation moyen du bromure d'argent (voir tableau 6.2) et semble relativement justifiable sur cette base. On ajoutera d'autre part que cette énergie de seuil représente une valeur effective, puisque la fonction de résolution utilisée (eq. 7.11) est extrêmement simple. Enfin, l'énergie de seuil déduite est également affectée par les détails dont ne tient pas compte notre modèle théorique de production du rayonnement de transition (voir section 7.1.2), par exemple, l'angle d'incidence de la particule chargée sur l'interface.

La possibilité que le rayonnement de transition contribue à la densité de grains dans l'émulsion nucléaire ne semble pas avoir été suggérée dans la littérature scientifique avant 1985 [555]. Nous n'avons connaissance d'aucun autre travail abordant spécifiquement cette question. En revanche, plusieurs résultats portant sur la région du plateau dans l'émulsion nucléaire ont été publiés, surtout en rapport avec une prédiction de Tsytovitch [73,556] suivant laquelle les corrections radiatives devraient devenir notables pour des facteurs de Lorentz supérieurs à quelques centaines et entraîner une décroissance par rapport au plateau. Cette question est abordée par Zhdanov [557], Stiller [500], Buskirk [501], Herz [502], Anzon [503], Virk [507], Chasnikov [508] et Batthyany [558]. D'autre part, l'étude de Morrish [491] de 1952, mentionnée au chapitre précédent, portait également sur cette région.

L'interprétation que nous donnons de nos résultats implique que la densité de grains dans l'émulsion nucléaire devrait, pour des facteurs de Lorentz supérieurs à 100, croître

de 0,8 grains/100 μm par décade; c'est-à-dire que la densité de grains devrait être plus élevée que le plateau (qu'on supposera atteint pour un facteur de Lorentz de 100) par 0,8 grains/100 μm à 1000, 1,6 grains/100 μm à 10000 et ainsi de suite. En termes relatifs, cela correspond à un accroissement de 2,5 % à 1000 et de 5 % à 10000.

Les résultats de Morrish [491] s'étendent jusqu'à des facteurs de Lorentz de 10000 et sont entièrement compatibles avec un plateau. On doit toutefois souligner que ces résultats se résument à 5 points, dont 3 dans la région du plateau. Comme la précision est d'ordre 2 %, ce n'est pas fortement incompatible avec nos résultats.

Les résultats de Zhdanov [557] sont plutôt difficiles à interpréter puisqu'il y a décroissance aux facteurs de Lorentz élevés, en accord avec la prédiction de Tsytovitch. C'est d'ailleurs la conclusion que tire Zhdanov. Si on ne regarde que les points dans la région de facteurs de Lorentz supérieurs à 300, on pourrait y trouver un indice d'accroissement logarithmique semblable à celui que produirait le rayonnement de transition mais les points expérimentaux sont à la fois trop imprécis et trop dispersés pour que cette observation ne constitue plus qu'un mince indice.

Les résultats de Stiller [500] sont très équivoques. D'abord, parce qu'ils sont basés sur seulement 5 valeurs de facteurs de Lorentz (dont 4 dans la région du plateau), ensuite parce qu'un effet systématique assez important s'y manifeste. Cet effet systématique présente les mêmes caractéristiques que ce nous avons observé: un accroissement lent de la densité de grains après le plateau. Ainsi, les résultats de Stiller pourraient s'interpréter élégamment en termes de rayonnement de transition, quoique la pente serait plus accentuée que ce que nous trouvons (dépendant toutefois du type d'émulsion). Toutefois, l'explication proposée par Stiller, soit un gradient de température, n'est certainement pas impossible, surtout que, dans toutes les émulsions testées, la densité de grains correspondant à la plus haute valeur de facteur de Lorentz semble systématiquement basse. Aussi, là encore, bien que ces résultats puissent être considérés compatibles avec les nôtres, nous estimons qu'il s'agit d'une indication fragile.

Il n'y a certainement aucune indication dans les résultats de Buskirk [501] d'accroissement logarithmique dans la région du plateau. Il n'en résulte pas que ce soit incompatible avec un accroissement logarithmique, la dispersion des points étant plutôt grandes et les incertitudes absentes, mais, puisque les valeurs de facteur de Lorentz s'étendent jusqu'à 5000 et qu'elles ne révèlent pas la moindre tendance, nous serions portés à considérer le résultat comme peu compatible avec le nôtre.

On ne peut malheureusement tirer tellement des résultats de Herz [502]. D'une part, seulement 3 points expérimentaux sont disponibles (pour chaque type d'émulsion); d'autre part, la dispersion est à ce point prononcée qu'aucune tendance significative ne se dégage. Ce n'est en tout cas pas en meilleur accord avec un plateau qu'avec un accroissement logarithmique. Nous ne tiendrons donc pas compte de ces résultats.

Les résultats d'Anzon [503] s'étendent sur un intervalle assez restreint, jusqu'à un peu plus de 2000. Ils sont compatibles avec un plateau et demeureraient compatibles avec un faible accroissement relativiste, mais d'ampleur plus faible que celle que nous obtenons, par un facteur d'environ 2.

Quant aux résultats de Virk [507], ils ne suggèrent aucun accroissement dans la région du plateau de Fermi mais ne seraient pas incompatibles avec nos résultats. En effet, étant donné la taille des incertitudes et le domaine couvert, un accroissement logarithmique s'accorderait avec les données, un plateau présentant toutefois une probabilité manifestement supérieure.

L'étude de Chasnikov [508] couvre un intervalle de facteurs de Lorentz allant jusqu'à 10000. Elle n'apparaît pas être compatible avec un accroissement de 5 %. Cette conclusion ne repose toutefois que sur deux points, correspondant aux facteurs de Lorentz les plus élevés.

Enfin, il y aurait dans l'étude de Batthyany [558] un indice d'accroissement logarithmique. Il est toutefois difficile d'en quantifier la valeur car la méthodologie adoptée consistait à évaluer les longueurs des lacunes (voir section 4.5.2). Bien que cette quantité puisse être reliée à la densité de grains, les données fournies ne sont pas suffisantes pour faire cette conversion. D'autre part, l'étude ne repose que sur deux facteurs de Lorentz et les incertitudes ne manquent pas d'être importantes.

Dans tous ces travaux, la régression a pu constituer un effet systématique important. Morrish [491] a envisagé la possibilité et estime que la régression ait été faible mais son argumentation est très indirecte et donc, doit être prise avec prudence. D'autre part, Herz [502] estime très probable qu'une régression importante se soit produite dans ses émulsions. Les autres auteurs ne discutent pas cet aspect [557,500,501,503,507,508,558].

Le travail de Plante et Hébert [555] suggérerait un accroissement de la densité de grains de l'ordre de 3 % par décade. Ce travail, basé sur les données des seconde et troisième approches, ne tenait pas adéquatement compte d'effets systématiques comme la régression et la reproductibilité. De plus, l'analyse statistique n'y était pas suffisamment étoffée.

La prise de mesures additionnelles et une analyse plus minutieuse mènent à un résultat numériquement assez semblable, quoique légèrement inférieur. La conclusion est en fin de compte semblable dans les deux analyses, à savoir que le rayonnement de transition accroît la densité de grains dans la région ultrarelativiste, contrairement à l'opinion prévalente que cette région présentait une densité de grains constante.

Conclusion

Les résultats présentés dans les chapitres 5, 6 et 7 font ressortir la multiplicité des effets systématiques qui peuvent affecter les mesures quantitatives effectuées dans l'émulsion nucléaire. Trois effets sont apparus prédominants: la reproductibilité, l'effet de profondeur et la régression.

L'effet de profondeur est par l'ampleur le plus important des trois mais, à deux exceptions près, il a été trouvé qu'il était remarquablement constant d'une plaque à une autre. Naturellement, ceci n'est pas une propriété intrinsèque des émulsions nucléaires; elle reflète simplement la minutie avec laquelle les physiciens du projet E-531 ont procédé au développement (et la qualité technique de la procédure). D'autre part, son évaluation ne présente pas tellement de difficultés.

La reproductibilité est des trois facteurs le plus délicat à contrôler et à évaluer. Les deux procédures utilisées ont donné de bons résultats: les calibrations avec une seule trace n'ont pas mené à une incertitude différente de celles effectuées avec trois traces. Néanmoins, la seconde approche est estimée légèrement préférable sur la base de la vérification de cohérence, où deux des traces calibrées par la première approche révélaient des difficultés (l'une d'elles pouvant toutefois être expliquée autrement).

Il a été observé que la régression de l'image latente dans les émulsions nucléaires FUJI ET-7B ne s'accorde pas avec le modèle exponentiel proposé par Demers. On observe bien une décroissance exponentielle, mais elle ne semble affecter qu'une certaine proportion des grains impressionnés. C'est-à-dire qu'il semble exister deux populations différentes: dans l'une, l'image latente est instable et se décompose assez rapidement (sur une période d'un mois) tandis que, dans l'autre, la stabilité est beaucoup plus grande. Les deux populations sont de taille comparable. Cette observation peut s'interpréter assez élégamment à partir des travaux théoriques de Hamilton sur la formation de l'image latente.

En ce qui a trait à la perte d'énergie, la conclusion suivante se dégage: la perte d'énergie la plus probable ne décrit pas adéquatement la densité de grains de l'émulsion nucléaire, à tout le moins si on a recours à la paramétrisation de Sternheimer. Il est toutefois possible que le problème ne se situe au niveau du modèle du phénomène puisque, comme

on en a fait état, des expériences d'autres types ont révélé que le modèle ne convenait pas quantitativement. Il s'agit d'une question où des études supplémentaires, à la fois théoriques et expérimentales, seraient requises. On a constaté également que la perte d'énergie restreinte telle que décrite par les paramètres de Sternheimer ne convenait pas tellement non plus, quoiqu'elle s'accordait davantage avec les résultats expérimentaux. Ce qui a lieu de surprendre est que les résultats qui s'accordent le mieux avec l'expérience sont aussi les plus primitifs. Il semble que les améliorations apportées au modèle par Sternheimer aient détérioré l'accord plutôt que de l'améliorer.

On a par contre observé qu'un modèle d'origine quantique décrivait très adéquatement les données expérimentales à condition toutefois de tenir compte des propriétés du détecteur (ce que l'approche de Sternheimer ne permet pas de faire). Le modèle semble présenter une plus grande cohérence que l'approche utilisée par Sternheimer et repose sur des quantités aisément disponibles dans la documentation scientifique. L'introduction d'une fonction de résolution pour l'émulsion nucléaire, même grossière, oblige à déterminer des paramètres particuliers à celle-ci (les énergies minimale et maximale admissibles, respectivement 90 eV et 1,4 keV) mais apparaît plus réaliste qu'une démarche supposant que tous les détecteurs réagissent de la même manière (et avec la même efficacité) au passage d'une particule chargée.

L'étude menée dans la région du plateau dans le but de déterminer si le rayonnement de transition pouvait contribuer à la densité de grains semble indiquer que ce soit le cas. Il n'est pas impossible d'expliquer les observations expérimentales à l'aide d'effets systématiques ou d'une variation statistique prononcée mais la probabilité n'en est pas très élevée. La valeur obtenue pour l'énergie de seuil du rayonnement de transition nécessaire pour impressionner un grain de bromure d'argent, autour de 400 à 500 eV (dépendant de la fréquence de plasma utilisée), est compatible avec ce que laisserait prévoir un argument à main levée. Elle diffère de la valeur correspondante déduite pour la perte d'énergie mais ceci n'est pas inattendu. Enfin, on fera remarquer que la régression joue un rôle beaucoup plus déterminant dans l'étude du rayonnement de transition que dans celle de la perte d'énergie (et est d'ailleurs la source principale de l'erreur systématique sur l'énergie de seuil).

Du point de vue de l'objet principal de cette thèse, soit l'identification des particules chargées ultrarelativistes dans l'émulsion nucléaire, la perte d'énergie constitue une façon de déterminer ou de restreindre l'identité d'une particule chargée ultrarelativiste, au moins

dans une partie des circonstances. La précision de la méthode est déterminée par la précision des calibrations et par les fluctuations statistiques dans le nombre de grains d'argent que comporte une trace. Comme il est difficile de réduire cette incertitude en deçà de 2 % et que la différence entre le minimum et le plateau vaut de 8 à 10 %, la marge est mince. L'efficacité de la méthode est maximale lorsque le facteur de Lorentz d'une particule chargée se situe autour de 5, soit la région où une méthode reposant sur le temps de vol devient inefficace. Cette méthodologie peut donc jouer un rôle complémentaire à la technique du temps de vol et a été appliquée précisément dans cette situation [559]. Lorsque le facteur de Lorentz devient voisin de 100, la perte d'énergie sature et la mesure de la densité de grains ne permet plus de déterminer, même grossièrement, le facteur de Lorentz; on ne peut alors que donner une limite inférieure sur celui-ci.

En principe, le rayonnement de transition pourrait permettre de déduire le facteur de Lorentz dans la région où la perte d'énergie sature. En pratique, dans l'état actuel des choses, le tableau est plutôt sombre: l'accroissement de la densité de grains attribuable au rayonnement de transition est indiscutablement faible et trop d'effets systématiques entrent en jeu (régression de l'image latente et reproductibilité en particulier), qui se révèlent d'autant plus gênants qu'on cherche à mesurer une quantité absolue et non relative, soit une densité de grains en sus de celle du plateau de Fermi. Cependant, sur ce dernier point, la difficulté pourrait être notablement réduite si on évaluait un rapport de densités de grains plutôt qu'une différence. Cette quantité se compare toutefois moins directement à la théorie. Sans une meilleure connaissance du phénomène (et, évidemment, une confirmation), le rayonnement de transition ne peut pas être utilisé avec fiabilité pour l'identification des particules chargées ultrarelativistes.

Dans la perspective de travaux futurs consacrés à ces questions, quelques points n'ont pu être éclaircis dans cette thèse et gagneraient à être élucidés. L'effet du traitement chimique et du type d'émulsions nucléaires sur l'allure de la courbe d'ionisation ne peut être précisé dans le cadre de cette thèse, puisqu'elle n'a fait appel qu'à un seul type d'émulsions développées par le même traitement. Or, étant donné la diversité des résultats présentés sur le sujet (comme on l'a fait ressortir au chapitre 6), il serait important de déterminer dans quelle mesure la courbe d'ionisation est affectée par ces deux variables. Il ne s'agit pas là d'une suggestion nouvelle mais le modèle atomique offre un cadre théorique particulièrement approprié pour étudier la question: la fonction de résolution permet d'inclure de tels effets, soit par un nouveau choix de paramètres, soit par une forme

fonctionnelle plus élaborée. Par contraste, l'approche de Sternheimer présuppose que toutes les émulsions présentent la même sensibilité (normalisée), indépendamment de leur type et de la procédure de développement.

Quant à la région du plateau de Fermi, nos résultats suggèrent la présence de rayonnement de transition et indiquent une valeur minimale effective de l'énergie que requièrent les photons afin d'impressionner les grains de bromure d'argent. Les points à éclaircir demeurent toutefois nombreux: il n'a ainsi pas été possible de déterminer si la fréquence de plasma devrait être calculée en tenant compte ou non des électrons fortement liés, la solution déduite de nos résultats se révélant acceptable dans l'une ou l'autre alternative; d'autre part, nos résultats ne s'appliquent qu'à un type d'émulsions (FUJI ET-7B). D'autres émulsions, dont la taille moyenne des grains de bromure d'argent différera, devraient révéler un accroissement logarithmique différent. Enfin, tout comme dans le cas de la perte d'énergie, on doit garder à l'esprit que la fonction de résolution pourrait dépendre du type d'émulsions ainsi que du développement.

Bibliographie

- [1] J. E. Dupuy. *Introduction à la physique du rayonnement cosmique*. Doin, Paris, 1972, pp. 14-19 et pp. 21-23;
L. Jánossy. *Cosmic Rays*. (2^e éd.), Oxford University, Oxford, 1950, pp. 1-21.
- [2] J. D. Lawson. Nucl. Instrum. Meth. 220(1984)217;
A.N. Skrinskii. Usp. Fiz. Nauk. 138(1982)3 [Sov. Phys. Usp. 25(9)(1982)639].
- [3] Y.M. Ado. Usp. Fiz. Nauk. 145(1985)87 [Sov. Phys. Usp. 28(1)(1985)54].
- [4] A. M. Sessler. Am. J. Phys. 54(1986)505.
- [5] M. Jammer. *The Conceptual Development of Quantum Mechanics*. McGraw-Hill, Toronto, 1966, pp. 370-382;
H. Reichenbach. *The Rise of Scientific Philosophy*. University of California Press, Berkeley, 1951, pp. 166-190.
- [6] G. P. Yost et al. Phys. Lett. B. 204(1988)1 (Review of Particle Properties).
- [7] D. Blanc. *Noyaux, particules. Réacteurs nucléaires*. Masson, Paris, 1987, p. 48.
- [8] I. S. Newton. *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*. Royal Society, London, 1687, Livre III;
F. Cajori. *Sir Isaac Newton's Mathematical Principles of Natural Philosophy and his System of the World*. University of California, Berkeley, 1947, pp. 397 et sq.
- [9] Pour une bibliographie des articles d'Einstein durant cette période, voir: C. Lanczos. *The Einstein Decade (1905-1915)*. Elek Science, London, 1974, pp. 125 et sq.
Voir également: A. Einstein. in *Nobel Lectures (Physics) 1901-1921*. Elsevier, New York, 1967, pp. 477-490.
- [10] C. M. Will. Phys. Rep. 113(1984)345;
M. P. Haugan et C. M. Will. Physics Today. 40(5)(1987)69.

- [11] D. Bailin. *Contemp. Phys.* 30(1989)237;
A. B. Lahanas et D. V. Nanopoulos. *Phys. Rep.* 145(1987)1;
A. Neveu. *Helv. Phys. Acta.* 60(1987)1;
M. F. Sohnius. *Phys. Rep.* 128(1985)39;
S. Ferrara. *Phys. Rep.* 105(1984)5;
P. Fayet. *Phys. Rep.* 105(1984)21;
C. H. Llewellyn Smith. *Phys. Rep.* 105(1984)53.
- [12] G. Kane. *Modern Elementary Particle Physics*. Addison-Wesley, New York, 1987, pp. 285-293.
- [13] H. Weyl. *The Theory of Groups and Quantum Mechanics*. (trad.: H. P. Robertson), Dover, 1931, pp. 100 et sq.
- [14] W. D. Niven. *The Scientific Papers of James Clerk Maxwell*. Dover, New York, 1965.
Vol. 1, pp. 155-229, pp. 451-513, pp. 526-597;
Vol. 2, pp. 79-85, pp. 121-143, pp. 286-296, pp. 301-307, pp. 311-323, pp. 329-331, p. 406, pp. 533-537, pp. 672-680.
- [15] O. Darrigol. *Ann. Phys. (Paris)*. 9(1984)433.
- [16] J. Schwinger. *Selected Papers on Quantum Electrodynamics*. Dover, New York, 1958.
- [17] B. W. Petley. *The Fundamental Physical Constants and the Frontier of Measurement*. Adam Hilger, Boston, 1985, pp. 148-195.
- [18] F. J. M. Farley et E. Picasso. *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* 29(1979)243.
- [19] W. T. Grandy jr. *Introduction to Electrodynamics and Radiation*. Academic Press, New York, 1970, pp. 136 et sq.
- [20] G. Kane. *op. cit.*, réf. [12], pp. 224-230.
- [21] W. E. Thirring. *Principles of Quantum Electrodynamics*. Academic Press, New York, 1958, pp. 3 et sq.
- [22] E. Fermi. *Ric. Scient.* 2(1933)12; *Nuovo Cim.* 11(1934)1; *Z. Phys.* 88(1934)161.
- [23] T. D. Lee et C. N. Yang. *Phys. Rev.* 104(1956)254.

- [24] S. L. Glashow. Nucl. Phys. 22(1961)579;
S. Weinberg. Phys. Rev. Lett. 19(1967)1264;
A. Salam dans N. Svartholm. *Elementary Particle Theory*. Almqvist Forlag A B, Stockholm, 1968, p. 367.
- [25] I. J. R. Aitchison et A. J. G. Hey. *Gauge Theories in Particle Physics*. Adam Hilger, Bristol, 1983, pp. 238-268.
- [26] F. J. Hasert et al. Phys. Lett. B. 46(1973)138; Nucl. Phys. B. 73(1974)1;
P. Galison. Rev. Mod. Phys. 55(1983)477.
- [27] C. Rubbia. Rev. Mod. Phys. 57(1985)699;
E. Radermacher dans A. Faessler. *Progress in Particle and Nuclear Physics*. Vol. 14, Pergamon, Toronto, pp. 231-328;
P. M. Watkins. Contemp. Phys. 27(1986)291.
- [28] M. D. Scadron. Ann. Phys. (N. Y.). 148(1983)257;
I. J. R. Aitchison et A. J. G. Hey. *op. cit.*, réf. [25], pp. 192-217.
- [29] E. D. Commins et P. H. Bucksbaum. *Weak Interactions of Leptons and Quarks*. Cambridge University Press, New York, 1983, pp. 44-52.
- [30] I. J. R. Aitchison et A. J. G. Hey., *op. cit.*, réf. [25], pp. 239-242.
- [31] P. Langacker. Comments Nucl. Part. Phys. 19(1989)1.
- [32] H. Yukawa. Proc. Mat. Phys. Soc. Jap. 17(1935)48.
- [33] A. J. G. Hey et R. L. Kelly. Phys. Rep. 96(1983)71.
- [34] F. J. Ynduràin. *Quantum Chromodynamics—An Introduction to the Theory of Quarks and Gluons*. Springer-Verlag, New York, 1983, pp. 1-6.
- [35] F. J. Ynduràin. *op. cit.*, réf. [34], pp. 12-57.
- [36] J. Dorfan. Rapport interne: SLAC-PUB-4287. Avril 1987. Présenté au *SLAC Summer Institute On Particle Physics*, Stanford, Californie, 28 juillet au 8 août 1986.
- [37] G. Kane. *op. cit.*, réf. [20], pp. 175-184.

- [38] E. Hecht. *Optics*. (2^e éd.), Addison-Wesley, Don Mills (Ont.), 1987, pp. 114-116.
- [39] F. J. Ynduràin. *op. cit.*, réf. [34], p. 2
- [40] F. W. Bullock et R. C. E. Devenish. *Rep. Prog. Phys.* 46(1983)1029.
- [41] M. Kobayashi et T. Maskawa. *Prog. Theor. Phys.* 49(1973)652.
- [42] E. D. Commins et P. H. Bucksbaum. *op. cit.*, réf. [29], pp. 150-153.
- [43] D. B. Lichtenberg. *Unitary Symmetry and Elementary Particles*. (2^e éd.), Academic Press, New York, 1978, p. 216.
- [44] I. S. Hughes. *Elementary Particles*. (2^e éd.), Cambridge University Press, New York, 1985, p. 222.
- [45] D. H. Perkins. *Introduction to High Energy Physics*. (2^e éd.), Addison-Wesley, Don Mills (Ontario), 1982, p. 203.
- [46] V. Trimble. *Contemp. Phys.* 29(1988)373.
- [47] C. W. Fabjan et H. G. Fischer. *Rep. Prog. Phys.* 43(1980)1003.
- [48] E. Fenyves et O. Haiman. *The Physical Principles of Nuclear Radiation Measurements*. Academic Press, New York, 1969, p. 14.
- [49] J. D. Jackson. *Classical Electrodynamics*. (2^e éd.), John Wiley and Sons, Toronto, 1975, pp. 2-17 et p. 818.
- [50] D. S. Jones. *The Theory of Electromagnetism*. Pergamon, New York, 1964, pp. 1-7.
- [51] J. Jerphagnon. *Nonlinear optical interactions* dans C. H. L. Goodman. *Physics of Dielectric Solids 1980*. (Institute of Physics Conference Series No. 58), The Institute of Physics, London, 1980, pp. 73 et sq.
- [52] M. C. E. Huber et R.J. Sandeman. *Rep. Prog. Phys.* 49(1986)397.
- [53] J.D. Jackson. *op. cit.*, réf. [49], pp. 284-292.
- [54] J.D. Jackson. *op. cit.*, réf. [49], pp. 219-220.
- [55] D. S. Jones. *op. cit.*, réf. [50], pp. 13-14.

- [56] J.D. Jackson. *op. cit.*, réf. [49], pp. 17-22.
- [57] D. S. Jones. *op. cit.*, réf. [50], pp. 46-48.
- [58] J. D. Jackson. *op. cit.*, réf. [49], pp. 668-672.
- [59] L. D. Landau et E. M. Lifshitz. *The Classical Theory of Fields*. (Course of Theoretical Physics, tome 2), (2^e éd.), Pergamon, London, 1962, pp. 78-83.
- [60] J.D. Jackson. *op. cit.*, réf. [49], pp. 22-25.
- [61] R. Loudon. *The quantum theory of light*. (2^e éd.), Clarendon Press, Oxford, 1983, p. 175 et sq.
- [62] L. H. Ryder. *Quantum Field Theory*. Cambridge University Press, New York, 1985, pp. 81-128 (Chapitre 3).
- [63] C. Quigg. *Gauge Theories of the Strong, Weak and Electromagnetic Interactions*. (Frontiers in Physics Lecture Note Series, tome 56), Benjamin Cummings, Don Mills (Ont.), 1983, pp. 37-53 (Chapitre 3).
- [64] L. H. Ryder. *op. cit.*, réf. [62], pp. 27-80 (Chapitre 2).
- [65] W. Heitler. *The Quantum Theory of Radiation*. (3^e éd.), Oxford University Press, 1954, pp. 242-256 et pp. 416-418.
- [66] M. J. Parizet, E. Borie, B. Grossetête, D. B. Isabelle et J. Proriot. *Ann. Phys.* (Paris). 9(1984)103.
- [67] T. D. Lee. *Particle Physics and Introduction to Field Theory*. (Contemporary Concepts in Physics, tome 1), Harwood Academic, New York, 1981, pp. 62-102.
- [68] J. D. Bjorken et S. D. Drell. *Relativistic Quantum Mechanics*. (International Series in Pure and Applied Physics), McGraw-Hill, Toronto, 1964, pp. 285-290 (Appendice B).
- [69] R. C. Fernow. *Introduction to Experimental Particle Physics*. Cambridge University Press, New York, 1986, pp. 30-32.
- [70] J. D. Jackson. *op. cit.*, réf. [49], pp. 618-623.

- [71] E. Fenyves et O. Haiman. *op. cit.*, réf. [48], pp. 19-20.
- [72] R. C. Fernow. *op. cit.*, réf. [69], pp. 34-42.
- [73] A. Crispin et G. N. Fowler. *Rev. Mod. Phys.* 42(1970)290.
- [74] W. T. Grandy jr. *op. cit.*, réf. [19], pp. 86-89.
- [75] J. D. Jackson. *op. cit.*, réf. [49], pp. 701-719.
- [76] H. A. Bethe et E. E. Salpeter. *Quantum Mechanics of One- and Two-Electron Atoms*. Academic Press, New York, 1957, pp. 331-335.
- [77] H. A. Bethe et E. E. Salpeter. *op. cit.*, réf. [76], pp. 323-325.
- [78] H. A. Bethe et J. Ashkin dans E. Segrè (éd.). *Experimental Nuclear Physics*. Tome 1, John Wiley and Sons, New York, pp. 259-275.
- [79] B. Rossi. *High Energy Particles*. Prentice-Hall, Englewoods Cliff (N.J.), 1952, pp. 48-63.
- [80] H. A. Bethe et W. Heitler. *Proc. Roy. Soc. London A.* 146(1934)83.
- [81] R. C. Fernow. *op. cit.*, réf. [69], pp. 47-53.
- [82] E. Fenyves et O. Haiman. *op. cit.*, réf. [48], pp. 22-26.
- [83] K. Kleinknecht. *Detectors for particle radiation*. Cambridge University Press, New York, 1986, pp. 20-22.
- [84] E. Fenyves et O. Haiman. *op. cit.*, réf. [48], pp. 26-27.
- [85] E. Segrè. *op. cit.*, réf. [78], p. 275.
- [86] W. Heitler. *op. cit.*, réf. [65], pp. 264-266.
- [87] V. L. Ginzburg. *Waynflete Lectures on Physics*. (International Series in Natural Philosophy, tome 106), Pergamon, Toronto, 1983, pp. 101-103.
- [88] I. M. Frank dans *Nobel Lectures—Physics—1942-1962*. Elsevier, New York, 1964, pp. 442-468.

- [89] V. L. Ginzburg. *op. cit.*, réf. [87], pp. 103-110.
- [90] J. V. Jelley. *Čerenkov Radiation and its Applications*. Pergamon, New York, 1958, pp. 1-78.
- [91] R. C. Fernow. *op. cit.*, réf. [69], pp. 178-183.
- [92] E. Fenyves et O. Haiman. *op. cit.*, réf. [48], pp. 152-155.
- [93] J. D. Jackson. *op. cit.*, réf. [49], pp. 638-641.
- [94] P. A. Čerenkov dans *Nobel Lectures-Physics-1942-1962*. Elsevier, New York, 1964, pp. 426-440.
- [95] J. V. Jelley. *op. cit.*, réf. [90], pp. 37-43.
- [96] J. V. Jelley. *op. cit.*, réf. [90], pp. 15-21.
- [97] J. V. Jelley. *op. cit.*, réf. [90], pp. 1-7.
- [98] K. Kleinknecht. *op. cit.*, réf. [83], pp. 126-136.
- [99] J. V. Jelley. *op. cit.*, réf. [90], pp. 32-78 (Chapitre 3).
- [100] V. L. Ginzburg. *op. cit.*, réf. [87], pp. 108-110.
- [101] J. V. Jelley. *op. cit.*, réf. [90], pp. 27-31.
- [102] J. V. Jelley. *op. cit.*, réf. [90], pp. 126-159 (Chapitre 6).
- [103] R. C. Fernow. *op. cit.*, réf. [69], pp. 183-203.
- [104] V. P. Zrelov. *Cherenkov Radiation in High-Energy Physics*. Tome 2, U.S. Department of Commerce (National Technical Information Service), Springfield, 1970.
- [105] K. Kleinknecht. Phys. Rep. 84(1982)85.
- [106] V. L. Ginzburg. *op. cit.*, réf. [87], pp. 114-121.
- [107] J. V. Jelley. *op. cit.*, réf. [90], pp. 59-62.
- [108] R. C. Fernow. *op. cit.*, [69], pp. 294-296.

- [109] J. D. Jackson. *op. cit.*, réf. [49], pp. 685-693.
- [110] F. G. Bass et V. M. Yakovenko. Usp. Fiz. Nauk. 86(1965)189 [Sov. Phys. Usp. 8(3)(1965)420].
- [111] K. Kleinknecht. *op. cit.*, réf. [83], pp. 11-12.
- [112] V. L. Ginzburg. *op. cit.*, réf. [87], pp. 122-124.
- [113] F. F. Ternovskii. Zh. Eksp. Teor. Fiz. 39(1960)171 [Sov. Phys. JETP. 12(1)(1961)123].
G. M. Garibyan. Zh. Eksp. Teor. Fiz. 39(1960)1630 [Sov. Phys. JETP. 12(6)(1961)1138].
A. B. Khorev et V. A. Tsytovich. Zh. Eksp. Teor. Fiz. 89(1985)1134 [Sov. Phys. JETP. 62(4)(1986)653].
- [114] K. Kleinknecht. *op. cit.*, réf. [83], pp. 136-139.
- [115] E. Segrè. *op. cit.*, réf. [78], pp. 345-349.
- [116] K. Kleinknecht. *op. cit.*, réf. [83], pp. 18-20.
- [117] R. C. Fernow. *op. cit.*, réf. [69], pp. 56-58.
- [118] E. Fenyves et O. Haiman, *op. cit.*, réf. [48], pp. 31-32.
- [119] E. Segrè. *op. cit.*, réf. [78], pp. 317-325.
- [120] J. D. Jackson. *op. cit.*, réf. [49], pp. 681-683.
- [121] V. B. Berestetskii, E. M. Lifshitz et L. P. Pitaevskii. *Relativistic Quantum Theory*. (Course of Theoretical Physics, tome 4), livre I, Pergamon, Toronto, 1971, pp. 295-306.
- [122] J. D. Jackson. *op. cit.*, réf. [49], pp. 679-683.
- [123] V. B. Berestetskii, E. M. Lifshitz et L. P. Pitaevskii. *op. cit.*, réf. [121], pp. 170 et sq.
- [124] E. Fenyves, E. et O. Haiman, *op. cit.*, réf. [48], pp. 29-30.

- [125] E. Segrè. *op. cit.*, réf. [78], pp. 309 et sq.
- [126] H. A. Bethe et E. E. Salpeter. *op. cit.*, réf. [76], pp. 295 et sq.
- [127] R. R. Roy et R. D. Reed. *Interactions of Photons and Leptons with Matter*. Academic Press, New York, 1968, p. 204-215.
- [128] E. Segrè. *op. cit.*, réf. [78], pp. 325-342.
- [129] R. C. Fernow. *op. cit.*, réf. [69], pp. 59-62.
- [130] E. Fenyves et O. Haiman, *op. cit.*, réf. [48], pp. 33-35.
- [131] E. Segrè. *op. cit.*, réf. [78], p. 326.
- [132] J. H. Hubbell, H. A. Gimm et I. Øverbø. *J. Phys. Chem. Ref. Data*. 9(1980)1023.
- [133] R. C. Fernow. *op. cit.*, réf. [69], pp. 63-64.
- [134] K. Kleinknecht. *op. cit.*, réf. [83], p. 17.
- [135] E. Fenyves et O. Haiman, *op. cit.*, réf. [48], p. 85.
- [136] R. R. Roy et R. D. Reed. *op. cit.*, réf. [127], pp. 247-250.
- [137] E. Segrè. *op. cit.*, réf. [78], pp. 304-305.
- [138] J. H. Hubbell. *National Standards Reference Data System*. National Bureau of Standards report NSRDS-NBS 29, Washington, 1969, pp. 1-8.
- [139] K. Kleinknecht. *op. cit.*, réf. [83], p. 20.
- [140] J. Stark et G. Wendt. *Ann. Phys. (Leipzig)*. 38(1912)921.
- [141] G. R. Piercy, F. Brown, J. A. Davies et M. McCargo. *Phys. Rev. Lett.* 10(1963)399.
- [142] H. Lutz et R. Sizmann. *Phys. Lett.* 5(1963)113.
- [143] J. Lindhard. *Phys. Lett.* 12(1964)126.
- [144] S. P. Ahlen. *Rev. Mod. Phys.* 52(1980)121.

- [145] V. A. Basylev et N. K. Zhevago. Usp. Fiz. Nauk. 137(1982)605 [Sov. Phys. Usp. 25(1982)565].
- [146] A. I. Akhiezer et N. F. Shul'ga. Usp. Fiz. Nauk. 137(1982)561 [Sov. Phys. Usp. 25(1982)541].
- [147] J. U. Andersen, E. Bonderup et R. H. Pantell. Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 33(1983)453.
- [148] R. C. Fernow, *op. cit.*, réf. [69], pp. 71-74.
- [149] J. U. Andersen. Nucl. Instrum. Meth. 170(1980)1.
- [150] J. U. Andersen et E. Lægsgaard. Nucl. Instrum. Meth. B. 33(1988)11.
- [151] J. F. Bak et al. Phys. Lett.B. 202(1988)615.
- [152] A. Belkacem et al. Phys. Rev. Lett. 54(1985)2667.
- [153] A. Belkacem et al. Phys. Lett. B. 177(1986)211.
- [154] K. Elsener, S. P. Møller, J. B. B. Petersen et E. Uggerhøg. Phys. Lett. B. 212(1988)537.
- [155] N. Cue et al. Phys. Rev. Lett. 53(1984)972.
- [156] J. F. Bak et al. Phys. Lett. B. 213(1988)242.
- [157] S. I. Baker et al. Nucl. Instrum. Meth. A. 248(1986)301.
- [158] R. A. Carrigan Jr. Nucl. Instrum. Meth. B. 33(1988)42.
- [159] J. L. Jaech. *Statistical Analysis of Measurement Errors*. John Wiley & Sons, New York, 1985, p. 2.
- [160] N. L. Johnson et F. C. Leone. *Statistics and Experimental Design*. (2^e éd.), tome I, John Wiley & Sons, New York, 1977, p. 1.
- [161] K. A. Brownlee. *Statistical Theory and Methodology in Science and Engineering*. John Wiley & Sons, New York, 1960, pp. 1-2.

- [162] P. G. Hoel. *Introduction to Mathematical Statistics*. (4^e éd.), John Wiley & Sons, New York, 1971, pp. 1-3.
- [163] G. McPherson. *J. R. Statist. Soc. A. Série 2*, 152(1989)221.
- [164] R. V. Hogg et E. A. Tanis. *Probability and Statistical Inference*. Macmillan, New York, 1983, pp. 365-407 (Chapitre 7).
- [165] J. L. Jaech. *op. cit.*, réf. [159], pp. 9-12.
- [166] R. V. Hogg et E. A. Tanis. *Probability and Statistical Inference*. Macmillan, New York, 1977, pp. 47-65 et 107-112.
- [167] P. G. Hoel. *op. cit.*, réf. [162], pp. 26-31 et 39-44.
- [168] W. T. Eadie, D. Drijard, F. E. James, M. Roos et B. Sadoulet. *Statistical Methods in Experimental Physics*. North-Holland, New York, 1971, pp. 20-21 et pp. 27-35.
- [169] S. Kotz et N. L. Johnson (éd.), *Encyclopedia of Statistical Sciences*. Tome 1, John Wiley & Sons, New York, 1982, p. 386.
- [170] M. Kendall et A. Stuart. *The Advanced Theory of Statistics*. (4^e éd.), tome 1, Macmillan, New York, 1977, pp. 57-91 (Chapitre 3).
- [171] P. G. Hoel. *op. cit.*, réf. [162], pp. 52-58 et 71-74.
- [172] J. E. Freund. *Mathematical Statistics*. (2^e éd.), Prentice-Hall, Englewood Cliffs (New Jersey), 1971, pp. 141-153.
- [173] K. A. Brownlee. *op. cit.*, réf. [161], pp. 34-42.
- [174] N. L. Johnson et F. C. Leone. *op. cit.*, réf. [160], pp. 66-84.
- [175] A. Hald. *Statistical Theory with Engineering Applications*. John Wiley & Sons, New York, 1952, pp. 105-109.
- [176] P. G. Hoel. *op. cit.*, réf. [162], pp. 149-151.
- [177] K. A. Brownlee. *op. cit.*, réf. [161], pp. 54-57.
- [178] N. L. Johnson et F. C. Leone. *op. cit.*, réf. [160], pp. 21-34.

- [179] W. Gilchrist. *Statistical Modelling*. John Wiley & Sons, New York, 1984, pp. 21-24.
- [180] A. Hald. *op. cit.*, réf. [175], pp. 253-275 (Chapitre 10).
- [181] M. Kendall et A. Stuart. *op. cit.*, réf. [170], pp. 33-53 (Chapitre 2).
- [182] A. Hald. *op. cit.*, réf. [175], pp. 319-337 (Chapitre 12).
- [183] W. Gilchrist. *op. cit.*, réf. [179], pp. 33-38.
- [184] N. L. Johnson et F. C. Leone. *op. cit.*, réf. [160], pp. 91-100.
- [185] P. G. Hoel. *op. cit.*, réf. [162], pp. 58-63.
- [186] K. A. Brownlee. *op. cit.*, réf. [161], pp. 19-21 et 105-108.
- [187] J. E. Freund. *op. cit.*, réf. [172], pp. 74-77 et pp. 156-159.
- [188] R. V. Hogg et E. A. Tanis. *op. cit.*, , réf. [166], pp. 66-73.
- [189] S. Kotz et N. L. Johnson (éd.), *Encyclopedia of Statistical Sciences*. Tome 1, John Wiley & Sons, New York, 1992, pp. 234-235.
- [190] W. T. Eadie, D. Drijard, F. E. James, M. Roos et B. Sadoulet. *op. cit.*, réf. [168], pp. 44-47.
- [191] A. Hald. *op. cit.*, réf. [175], pp. 23-36 et pp. 668-713 (Chapitre 21).
- [192] P. R. Bevington. *Data Reduction and Error Analysis for the Physical Sciences*. McGraw-Hill, Toronto, 1969, pp. 27-36.
- [193] P. G. Hoel. *op. cit.*, réf. [162], p. 82.
- [194] S. Kotz et N. L. Johnson (éd.). *Encyclopedia of Statistical Sciences*. Tome 6, John Wiley & Sons, New York, 1985, pp. 340-347.
- [195] W. T. Eadie, D. Drijard, F. E. James, M. Roos et B. Sadoulet. *op. cit.*, réf. [168], pp. 54-57.
- [196] J. E. Freund. *op. cit.*, réf. [172], pp. 79-81.
- [197] R. V. Hogg et E. A. Tanis. *op. cit.*, , réf. [166], pp. 73-76.

- [198] W. T. Eadie, D. Drijard, F. E. James, M. Roos et B. Sadoulet. *op. cit.*, réf. [168], pp. 46-47.
- [199] J. E. Freund. *op. cit.*, réf. [172], pp. 95-96.
- [200] P. G. Hoel. *op. cit.*, réf. [162], pp. 225-226.
- [201] S. Kotz et N. L. Johnson (éd.). *Encyclopedia of Statistical Sciences*. Tome 7, John Wiley & Sons, New York, 1986, pp. 20-25.
- [202] N. L. Johnson et F. C. Leone. *op. cit.*, réf. [160], pp. 100-104.
- [203] R. V. Hogg et E. A. Tanis. *op. cit.*, réf. [166], pp. 78-82.
- [204] J. E. Freund. *op. cit.*, réf. [172], pp. 81-83, pp. 160-161 et pp. 184-193.
- [205] P. G. Hoel. *op. cit.*, réf. [162], pp. 63-67.
- [206] K. A. Brownlee. *op. cit.*, réf. [161], pp. 135-147.
- [207] A. Hald. *op. cit.*, réf. [175], pp. 688-690 et pp. 714-738 (Chapitre 22).
- [208] W. Gilchrist. *op. cit.*, réf. [179], pp. 38-40.
- [209] P. R. Bevington. *op. cit.*, réf. [192], pp. 36-43.
- [210] W. T. Eadie, D. Drijard, F. E. James, M. Roos et B. Sadoulet. *op. cit.*, réf. [168], pp. 48-49.
- [211] M. Kendall et A. Stuart. *op. cit.*, réf. [170], pp. 280-281.
- [212] E. Rutherford, H. Geiger et H. Bateman. *Phil. Mag. Série 6*, 20(1910)698.
- [213] W. T. Eadie, D. Drijard, F. E. James, M. Roos et B. Sadoulet. *op. cit.*, réf. [168], pp. 74-75.
- [214] P. G. Hoel. *op. cit.*, réf. [162], pp. 87-88.
- [215] R. V. Hogg et E. A. Tanis. *op. cit.*, réf. [166], pp. 117-122.
- [216] N. L. Johnson et F. C. Leone. *op. cit.*, réf. [160], pp. 135-137.

- [217] J. E. Freund. *op. cit.*, réf. [172], pp. 111-112.
- [218] W. T. Eadie, D. Drijard, F. E. James, M. Roos et B. Sadoulet. *op. cit.*, réf. [168], p. 76.
- [219] P. G. Hoel. *op. cit.*, réf. [162], pp. 86-87.
- [220] R. V. Hogg et E. A. Tanis. *op. cit.*, , réf. [166], pp. 122-127.
- [221] N. L. Johnson et F. C. Leone. *op. cit.*, réf. [160], pp. 140-141.
- [222] J. E. Freund. *op. cit.*, réf. [172], pp. 112-114.
- [223] N. L. Johnson et F. C. Leone. *op. cit.*, réf. [160], pp. 111-112.
- [224] W. T. Eadie, D. Drijard, F. E. James, M. Roos et B. Sadoulet. *op. cit.*, réf. [168], pp. 52-53.
- [225] A. Hald. *op. cit.*, réf. [175], pp. 119-158 (Chapitre 6).
- [226] W. T. Eadie, D. Drijard, F. E. James, M. Roos et B. Sadoulet. *op. cit.*, réf. [168], pp. 58-61.
- [227] J. E. Freund. *op. cit.*, réf. [172], pp. 115-117 et 164-168.
- [228] R. V. Hogg et E. A. Tanis. *op. cit.*, , réf. [166], pp. 128-134.
- [229] N. L. Johnson et F. C. Leone. *op. cit.*, réf. [160], pp. 123-133.
- [230] W. Gilchrist. *op. cit.*, réf. [179], pp. 40-42.
- [231] P. G. Hoel. *op. cit.*, réf. [162], pp. 75-86.
- [232] J. L. Jaech. *op. cit.*, réf. [159], pp. 13-16.
- [233] S. Kotz et N. L. Johnson (éd.). *Encyclopedia of Statistical Sciences*. Tome 6, John Wiley & Sons, New York, 1985, pp. 347-359.
- [234] P. R. Bevington. *op. cit.*, réf. [192], pp. 43-49.
- [235] R. V. Hogg et E. A. Tanis. *op. cit.*, , réf. [166], pp. 153-165.

- [236] J. E. Freund. *op. cit.*, réf. [172], pp. 206-209.
- [237] A. Hald. *op. cit.*, réf. [175], pp. 214-218.
- [238] W. T. Eadie, D. Drijard, F. E. James, M. Roos et B. Sadoulet. *op. cit.*, réf. [168], pp. 25-27.
- [239] W. T. Eadie, D. Drijard, F. E. James, M. Roos et B. Sadoulet. *op. cit.*, réf. [168], pp. 36-37.
- [240] R. V. Hogg et E. A. Tanis. *op. cit.*, réf. [166], pp. 58-60.
- [241] J. E. Freund. *op. cit.*, réf. [172], pp. 149-151.
- [242] A. Hald. *op. cit.*, réf. [175], pp. 109-110.
- [243] W. T. Eadie, D. Drijard, F. E. James, M. Roos et B. Sadoulet. *op. cit.*, réf. [168], pp. 79-80.
- [244] R. V. Hogg et E. A. Tanis. *op. cit.*, , réf. [166], pp. 344-346.
- [245] A. Hald. *op. cit.*, réf. [175], pp. 160-174.
- [246] N. L. Johnson et F. C. Leone. *op. cit.*, réf. [160], pp. 142-144.
- [247] W. T. Eadie, D. Drijard, F. E. James, M. Roos et B. Sadoulet. *op. cit.*, réf. [168], pp. 62-63.
- [248] S. Kotz et N. L. Johnson (éd.). *Encyclopedia of Statistical Sciences*. Tome 5, John Wiley & Sons, New York, 1985, pp. 668-677.
- [249] N. L. Johnson et F. C. Leone. *op. cit.*, réf. [160], pp. 159-161.
- [250] J. L. Jaech. *op. cit.*, réf. [159], pp. 18-19.
- [251] W. T. Eadie, D. Drijard, F. E. James, M. Roos et B. Sadoulet. *op. cit.*, réf. [168], pp. 64-66.
- [252] S. Kotz et N. L. Johnson (éd.). *Encyclopedia of Statistical Sciences*. Tome 1, John Wiley & Sons, New York, 1982, pp. 439-442.
- [253] K. A. Brownlee. *op. cit.*, réf. [161], pp. 148-150.

- [254] J. E. Freund. *op. cit.*, réf. [172], pp. 212-216.
- [255] N. L. Johnson et F. C. Leone. *op. cit.*, réf. [160], pp. 145-148, 166-168 et 511-512.
- [256] R. V. Hogg et E. A. Tanis. *op. cit.*, , réf. [166], pp. 125-126 et 132-133.
- [257] J. L. Jaech. *op. cit.*, réf. [159], pp. 21-22.
- [258] P. G. Hoel. *op. cit.*, réf. [162], pp. 88-90, 252-257 et 392.
- [259] P. R. Bevington. *op. cit.*, réf. [192], pp. 314-315.
- [260] W. T. Eadie, D. Drijard, F. E. James, M. Roos et B. Sadoulet. *op. cit.*, réf. [168], pp. 184-185.
- [261] A. Hald. *op. cit.*, réf. [175], pp. 204-210.
- [262] P. G. Hoel. *op. cit.*, réf. [162], pp. 102-105.
- [263] J. L. Jaech. *op. cit.*, réf. [159], pp. 33-34.
- [264] J. E. Freund. *op. cit.*, réf. [172], pp. 254-266.
- [265] R. V. Hogg et E. A. Tanis. *op. cit.*, , réf. [166], pp. 224-228.
- [266] W. T. Eadie, D. Drijard, F. E. James, M. Roos et B. Sadoulet. *op. cit.*, réf. [168], pp. 115-118.
- [267] N. L. Johnson et F. C. Leone. *op. cit.*, réf. [160], pp. 206-212.
- [268] K. A. Brownlee. *op. cit.*, réf. [161], pp. 65-68.
- [269] P. G. Hoel. *op. cit.*, réf. [162], pp. 190-196.
- [270] W. T. Eadie, D. Drijard, F. E. James, M. Roos et B. Sadoulet. *op. cit.*, réf. [168], pp. 130-135.
- [271] P. G. Hoel. *op. cit.*, réf. [162], pp. 362-365.
- [272] W. T. Eadie, D. Drijard, F. E. James, M. Roos et B. Sadoulet. *op. cit.*, réf. [168], pp. 118-121, 129 et 152-154.

- [273] W. T. Eadie, D. Drijard, F. E. James, M. Roos et B. Sadoulet. *op. cit.*, réf. [168], pp. 149-151.
- [274] W. Gilchrist. *op. cit.*, réf. [179], pp. 174-177.
- [275] J. E. Freund. *op. cit.*, réf. [172], pp. 266-271.
- [276] J. L. Jaech. *op. cit.*, réf. [159], p. 30.
- [277] J. E. Freund. *op. cit.*, réf. [172], pp. 363-367.
- [278] K. A. Brownlee. *op. cit.*, réf. [161], pp. 272-348 (Chapitre 11).
- [279] W. T. Eadie, D. Drijard, F. E. James, M. Roos et B. Sadoulet. *op. cit.*, réf. [168], pp. 123-124, 129-130, 135-136 et 163-171.
- [280] N. L. Johnson et F. C. Leone. *op. cit.*, réf. [160], pp. 434-435.
- [281] P. G. Hoel. *op. cit.*, réf. [162], pp. 170-174.
- [282] W. Gilchrist. *op. cit.*, réf. [179], pp. 180-187.
- [283] N. L. Johnson et F. C. Leone. *op. cit.*, réf. [160], pp. 212-218.
- [284] R. V. Hogg et E. A. Tanis. *op. cit.*, réf. [166], pp. 201-205.
- [285] P. G. Hoel. *op. cit.*, réf. [162], pp. 196-200.
- [286] J. L. Jaech. *op. cit.*, réf. [159], pp. 30-32.
- [287] K. A. Brownlee. *op. cit.*, réf. [161], pp. 68-71.
- [288] W. T. Eadie, D. Drijard, F. E. James, M. Roos et B. Sadoulet. *op. cit.*, réf. [168], pp. 121-123, 130 et 155-159.
- [289] R. V. Hogg et E. A. Tanis. *op. cit.*, réf. [166], pp. 224-227.
- [290] W. Mendenhall, R. L. Scheaffer et D. D. Wackerly. *Mathematical Statistics with Applications*. (3^e éd.), Duxbury Press, Boston, 1986, pp. 371-376.
- [291] W. Mendenhall, R. L. Scheaffer et D. D. Wackerly. *op. cit.*, réf. [290], pp. 303-306.

- [292] A. Hald. *op. cit.*, réf. [175], pp. 202-203.
- [293] P. G. Hoel. *op. cit.*, réf. [162], pp. 370-372.
- [294] W. Mendenhall, R. L. Scheaffer et D. D. Wackerly. *op. cit.*, réf. [290], p. 271.
- [295] P. R. Bevington. *op. cit.*, réf. [192], pp. 66-77.
- [296] A. Hald. *op. cit.*, réf. [175], pp. 243-245.
- [297] K. A. Brownlee. *op. cit.*, réf. [161], pp. 72-74.
- [298] M. Kendall et A. Stuart. *op. cit.*, réf. [170], pp. 272-273.
- [299] R. G. Krutchkoff. *Probability and Statistical Inference*. Gordon and Breach, New York, 1970, pp. 166-170.
- [300] A. Hald. *op. cit.*, réf. [175], pp. 287-290.
- [301] R. G. Krutchkoff. *op. cit.*, réf. [299], p. 157.
- [302] M. Kendall et A. Stuart. *The Advanced Theory of Statistics*. (4^e éd.), tome 2, Charles Griffin & Company, London, 1979, pp. 298-300.
- [303] S. Kotz et N. L. Johnson (éd.). *Encyclopedia of Statistical Sciences*. Tome 2, John Wiley & Sons, New York, 1982, pp. 193-204.
- [304] S. Kotz et N. L. Johnson (éd.). *Encyclopedia of Statistical Sciences*. Tome 1, John Wiley & Sons, New York, 1982, pp. 387-389.
- [305] P. G. Hoel. *op. cit.*, réf. [162], pp. 168-169.
- [306] N. L. Johnson et F. C. Leone. *op. cit.*, réf. [160], p. 428.
- [307] A. Hald. *op. cit.*, réf. [175], pp. 19-21 et 613-614.
- [308] A. Hald. *op. cit.*, réf. [175], pp. 522-584 (Chapitre 18).
- [309] A. Hald. *op. cit.*, réf. [175], pp. 585-667 (Chapitres 19 et 20).
- [310] W. Mendenhall, R. L. Scheaffer et D. D. Wackerly. *op. cit.*, réf. [290], pp. 439-502.

- [311] W. Gilchrist. *op. cit.*, réf. [179], particulièrement les pages 61 à 72 (Chapitre 6).
- [312] N. L. Johnson et F. C. Leone. *op. cit.*, réf. [160], pp. 427-497 (Chapitre 12).
- [313] J. E. Freund. *op. cit.*, réf. [172], pp. 358-392 (Chapitre 13).
- [314] K. A. Brownlee. *op. cit.*, réf. [161], pp. 349-369 (Chapitre 12).
- [315] K. A. Brownlee. *op. cit.*, réf. [161], pp. 468-502 (Chapitre 17).
- [316] R. V. Hogg et E. A. Tanis. *op. cit.*, , réf. [166], pp. 232-239.
- [317] P. G. Hoel. *op. cit.*, réf. [162], pp. 174-181.
- [318] W. T. Eadie, D. Drijard, F. E. James, M. Roos et B. Sadoulet. *op. cit.*, réf. [168], pp. 165-166 et 285-287.
- [319] J. L. Jaech. *op. cit.*, réf. [159], pp. 37-41.
- [320] W. Mendenhall, R. L. Scheaffer et D. D. Wackerly. *op. cit.*, réf. [290], pp. 381-438.
- [321] K. A. Brownlee. *op. cit.*, réf. [161], pp. 74-96.
- [322] W. T. Eadie, D. Drijard, F. E. James, M. Roos et B. Sadoulet. *op. cit.*, réf. [168], pp. 215-254 (Chapitre 10).
- [323] P. G. Hoel. *op. cit.*, réf. [162], pp. 106-112 et 203-219.
- [324] N. L. Johnson et F. C. Leone. *op. cit.*, réf. [160], pp. 227-241.
- [325] J. E. Freund. *op. cit.*, réf. [172], pp. 289-313 (Chapitre 10).
- [326] W. Gilchrist. *op. cit.*, réf. [179], pp. 49-53.
- [327] J. E. Freund. *op. cit.*, réf. [172], pp. 324-326.
- [328] N. L. Johnson et F. C. Leone. *op. cit.*, réf. [160], pp. 254-258.
- [329] R. G. Krutchkoff. *op. cit.*, réf. [299], p. 231.
- [330] R. G. Miller, Jr. *Beyond ANOVA, Basics of Applied Statistics*. John Wiley & Sons, Toronto, 1986, pp. 3-4.

- [331] S. Kotz et N. L. Johnson (éd.). *Encyclopedia of Statistical Sciences*. Tome 3, John Wiley & Sons, New York, 1982, pp. 712-722.
- [332] P. G. Hoel. *op. cit.*, réf. [162], pp. 226-234.
- [333] K. Pearson. *Phil. Mag. Série 5*, 50(1900)157.
- [334] S. Kotz et N. L. Johnson (éd.). *Encyclopedia of Statistical Sciences*. Tome 1, John Wiley & Sons, New York, 1982, pp. 442-457.
- [335] R. V. Hogg et E. A. Tanis. *op. cit.*, réf. [166], pp. 329-341.
- [336] W. T. Eadie, D. Drijard, F. E. James, M. Roos et B. Sadoulet. *op. cit.*, réf. [168], pp. 257-262.
- [337] N. L. Johnson et F. C. Leone. *op. cit.*, réf. [160], pp. 274-278.
- [338] A. Hald. *op. cit.*, réf. [175], pp. 739-744.
- [339] K. A. Brownlee. *op. cit.*, réf. [161], pp. 153-154.
- [340] M. S. Bartlett. *Proc. Roy. Soc. London A*. 160(1937)268.
- [341] A. Hald. *op. cit.*, réf. [175], pp. 290-299.
- [342] R. G. Miller, Jr. *op. cit.*, réf. [330], p. 262.
- [343] S. G. Frederiksen. Thèse de doctorat. Université d'Ottawa, Ottawa (Ontario, Canada), 1987;
A. Gauthier. Thèse de doctorat. Ohio State University, Columbus (Ohio, U.S.A.), 1987;
N. Ushida et al. *Nucl. Instrum. Meth.* 224(1984)50.
- [344] M. K. Gaillard, B. W. Lee et J. L. Rosner. *Rev. Mod. Phys.* 47(1975)277.
- [345] C. Caso et M. C. Touboul. *Riv. Nuovo Cim.* 9(12)(1986)1.
- [346] H. E. Fisk et F. Sciulli. *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* 32(1982)499;
D. Cline et W. F. Fry. *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* 27(1977)209.

- [347] W. H. Barkas. *Nuclear Research Emulsions*. Tome 1, Academic Press, New York, 1963, p. 59.
- [348] P. Demers. *Ionographie—Les émulsions nucléaires*. Presses universitaires de Montréal, Montréal, 1955, pp. 29-35 et 83-86.
- [349] W. H. Barkas. *op. cit.*, réf. [347], pp. 59-62.
- [350] P. Demers. *op. cit.*, réf. [348], pp. 55-56.
- [351] J. F. Hamilton. *Adv. Phys.* 37(1988)359.
- [352] L. Avan, M. Avan, D. Blanc et J.-L. Teyssier. *Ionographie—Émulsions, détecteurs solides de traces*. Doin, Paris, 1973, pp. 72-73.
- [353] R. C. Weast (éd.). *Handbook of Chemistry and Physics*. 49^e éd., The Chemical Rubber Company, Cleveland, 1968, p. B-324.
- [354] P. Demers. *op. cit.*, réf. [348], p. 54.
- [355] W. H. Barkas. *op. cit.*, réf. [347], pp. 62-69.
- [356] Y. T. Tan. *MRS Bulletin*. 14(5)(1989)13.
- [357] R. C. Weast (éd.) *op. cit.*, réf. [353], p. B-243.
- [358] L. Avan, M. Avan, D. Blanc et J.-L. Teyssier. *op. cit.*, réf. [352], pp. 92-96.
- [359] M. M. Shapiro dans S. Flügge. *Encyclopedia of Physics (Handbuch der Physik)*. Tome 45, Springer-Verlag, Berlin, 1958, pp. 386-387.
- [360] C. E. K. Mees. *The Theory of the Photographic Process*. Macmillan, New York, 1954, pp. 23-47.
- [361] R. P. Loveland et A. P. H. Trivelli. *J. Franklin Inst.* 204(1927)193, 377.
- [362] A. Apostol et M. Nicolae. *Rev. Roum. Phys.* 14(1969)761.
- [363] P. Demers. *op. cit.*, réf. [348], pp. 176-178.
- [364] V. Kumar et A. P. Sharma. *Aust. J. Phys.* 29(1976)51.

- [365] D. Brown (Dép. de Biologie, Université d'Ottawa). Communication personnelle; S. K. Chapman dans R. F. E. Crang et K. L. Klomparens. *Artifacts in Biological Electron Microscopy*. Plenum, New York, 1988, pp. 131-150 (Chapitre 7).
- [366] W. H. Barkas. *op. cit.*, réf. [347], pp. 24-25.
- [367] W. H. Barkas. *op. cit.*, réf. [347], pp. 80-82
- [368] H. Bilz et W. Weber dans A. Baldereschi, W. Czaja, E. Tosatti et M. Tosi. *The Physics of Latent Image Formation in Silver Halides*. Proceedings of an International Symposium. Trieste, Italie, 11-14 juillet 1983. World Scientific, Singapour, 1984, pp. 25-34.
- [369] R. J. Friauf. *op. cit.*, réf. [368], pp. 79-116.
- [370] P. W. M. Jacobs. MRS Bulletin. 14(5)(1989)31.
- [371] W. H. Barkas. *op. cit.*, réf. [347], pp. 23-37.
- [372] P. Demers. *op. cit.*, réf. [348], pp. 65-68.
- [373] L. Slifkin. MRS Bulletin. 14(5)(1989)36.
- [374] C. R. A. Catlow. MRS Bulletin. 14(5)(1989)23.
- [375] F. C. Brown. MRS Bulletin. 14(5)(1989)17.
- [376] P. Kowaliski. *Applied Photographic Theory*. John Wiley & Sons, Toronto, 1972, pp. 384-412.
- [377] P. Demers. *op. cit.*, réf. [348], pp. 183-184.
- [378] R. S. Eachus. *op. cit.*, réf. [368], pp. 249-276.
- [379] H. A. Hoyer, Jr. *op. cit.*, réf. [368], pp. 151-165.
- [380] F. Granzer. *op. cit.*, réf. [368], pp. 277-295.
- [381] P. Kowaliski. *op. cit.*, réf. [376], pp. 398-412.
- [382] P. Demers. *op. cit.*, réf. [348], pp. 71-80.

- [383] C. E. K. Mees. *op. cit.*, réf. [360], pp. 327-344.
- [384] P. Demers. *op. cit.*, réf. [348], pp. 183-184.
- [385] W. H. Barkas. *op. cit.*, réf. [347], pp. 35-37.
- [386] C. F. Powell, P. H. Fowler et D. H. Perkins. *The Study of Elementary Particles by the Photographic Method*. Pergamon, New York, 1959, pp. 66-67.
- [387] M. M. Shapiro. *op. cit.*, réf. [359], pp. 387-388.
- [388] W. H. Barkas. *op. cit.*, réf. [347], pp. 92-96.
- [389] E. Fenyves et O. Haiman, *op. cit.*, [48], pp. 166-170.
- [390] P. Demers. *op. cit.*, réf. [348], pp. 186-192.
- [391] E. M. Friedländer, J. Friedländer, A. Marin et R. D. Settles. Nucl. Instrum. Meth. 79(1969)165.
- [392] R. W. Gurney et N. F. Mott. Proc. Roy. Soc. London A. 164(1938)151.
- [393] W. H. Barkas. *op. cit.*, réf. [347], pp. 49-58.
- [394] P. Kowaliski. *op. cit.*, réf. [376], pp. 386-390.
- [395] L. Avan, M. Avan, D. Blanc et J.-L. Teyssier. *op. cit.*, réf. [352], pp. 73-89.
- [396] J. J. Ramsden. Proc. Roy. Soc. London A. 406(1986)27.
- [397] P. Demers. *op. cit.*, réf. [348], pp. 47-48.
- [398] J. F. Hamilton. *op. cit.*, réf. [368], pp. 203-223.
- [399] E. Moisar. *op. cit.*, réf. [368], pp. 225-246.
- [400] W. H. Barkas. *op. cit.*, réf. [347], pp. 133-179 (Chapitre 5).
- [401] B. M. McLeod. Thèse de maîtrise. Université d'Ottawa, Ottawa (Ontario, Canada), 1980, pp.33-126 (Chapitre 2).
- [402] M. M. Shapiro. *op. cit.*, réf. [359], p. 404.

- [403] P. Demers. *op. cit.*, réf. [348], pp. 140-146.
- [404] W. H. Barkas. *op. cit.*, réf. [347], pp. 100-104.
- [405] C. F. Powell, P. H. Fowler et D. H. Perkins. *op. cit.*, réf. [386], pp. 139-140.
- [406] W. H. Barkas. *op. cit.*, réf. [347], pp. 344-348.
- [407] M. M. Shapiro. *op. cit.*, réf. [359], pp. 380-381.
- [408] L. Avan, M. Avan, D. Blanc et J.-L. Teyssier. *op. cit.*, réf. [352], pp. 119-152 (Chapitre 4).
- [409] P. Demers. *op. cit.*, réf. [348], pp. 311-322 (Chapitre 16).
- [410] W. H. Barkas. *op. cit.*, réf. [347], pp. 283-344.
- [411] M. M. Shapiro. *op. cit.*, réf. [359], pp. 371-380.
- [412] C. F. Powell, P. H. Fowler et D. H. Perkins. *op. cit.*, réf. [386], pp. 113-130.
- [413] P. Demers. *op. cit.*, réf. [348], pp. 225-227.
- [414] C. F. Powell, P. H. Fowler et D. H. Perkins. *op. cit.*, réf. [386], pp. 92-104.
- [415] W. H. Barkas. *op. cit.*, réf. [347], pp. 239-242 et 387-400.
- [416] M. M. Shapiro. *op. cit.*, réf. [359], pp. 352-358 et 419-423.
- [417] P. Demers. *op. cit.*, réf. [348], pp. 274-294 (Chapitre 14).
- [418] P. E. Hodgson. Brit. J. Appl. Phys. 3(1952)11.
- [419] C. F. Powell, P. H. Fowler et D. H. Perkins. *op. cit.*, réf. [386], pp. 74-89.
- [420] W. H. Barkas. *op. cit.*, réf. [347], pp. 425-466 (Chapitre 10).
- [421] L. Avan, M. Avan, D. Blanc et J.-L. Teyssier. *op. cit.*, réf. [352], pp. 47-60.
- [422] M. M. Shapiro. *op. cit.*, réf. [359], pp. 358-371.
- [423] P. Demers. *op. cit.*, réf. [348], pp. 263-273.
- [424] W. H. Barkas. *op. cit.*, réf. [347], p. 398.

- [425] C. F. Powell, P. H. Fowler et D. H. Perkins. *op. cit.*, , réf. [386], p. 53.
- [426] W. H. Barkas. *Nuclear Research Emulsions*. Tome 2, Academic Press, New York, 1973, p. 56.
- [427] C. O'Ceallaigh. *Nuovo Cim. Suppl.* 12(1954)412.
- [428] W. H. Barkas. *op. cit.*, réf. [347], pp. 402-405.
- [429] E. Rüdinger. *Niels Bohr: Collected Works*. Tome 8, North-Holland, New York, 1987. Voir par exemple l'introduction de Jens Thorsen.
- [430] N. Bohr. *Phil. Mag. Série 6*, 30(1915)581;
reproduit et commenté dans L. Rosenfeld. *Niels Bohr: Collected Works*. Tome 2, North-Holland, New York, 1981, pp. 57 et sq.
et également dans le tome 8 de la même collection: E. Rüdinger. *Niels Bohr: Collected Works*. Tome 8, North-Holland, New York, 1987, pp. 47 et sq.
- [431] L. Landau. *J. Phys. (U.S.S.R.)* 8(1944)204.
- [432] C. Blunck et S. Leisegang. *Z. Phys.* 128(1950)500.
- [433] P. V. Vavilov. *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* 32(1957)920 [*Sov. Phys. JETP.* 5(1957)749].
- [434] P. Shulek, B. M. Golovin, L. A. Kulyukina, S. V. Medved' et P. Pavlovich. *Yad. Fiz.* 4(1966)564 [*Sov. J. Nucl. Phys.* 4(1967)400].
- [435] V. A. Chechin et V. C. Ermilova. *Nucl. Instrum. Meth.* 136(1976)551.
- [436] R. Talman. *Nucl. Instrum. Meth.* 159(1979)189.
- [437] J. F. Bak et al. *Nucl. Phys. B*288(1987)681.
H. Bichsel. *Rev. Mod. Phys.* 60(1988)663.
- [438] W. H. Barkas. *op. cit.*, réf. [347], pp. 382-384.
- [439] L. Avan, M. Avan, D. Blanc et J.-L. Teyssier. *op. cit.*, réf. [352], pp. 23-24.
- [440] C. G. Darwin. *Phil. Mag. Série 6*, 23(1912)907.

- [441] N. Bohr. *Phil. Mag. Série 6*, 25(1913)10;
reproduit et commenté dans L. Rosenfeld. *Niels Bohr: Collected Works*. Tome 2,
North-Holland, New York, 1981, pp. 15 et sq.
et également dans le tome 8 de la même collection: E. Rüdinger. *Niels Bohr:
Collected Works*. Tome 8, North-Holland, New York, 1987, pp. 47 et sq.
- [442] H. A. Bethe. *Ann. Phys. (Leipzig)*. 5(5)(1930)325.
- [443] C. Møller. *Ann. Phys. (Leipzig)*. 14(5)(1932)531.
- [444] F. Bloch. *Z. Phys.* 81(1933)363; *Ann. Phys. (Leipzig)*. 16(5)(1933)285.
- [445] E. Fermi. *Nuclear Physics*. Matériel recueilli par J. Orear, A. H. Rosenfeld et R.
A. Schluter, University of Chicago Press, Chicago, 1950, pp. 27-34.
- [446] E. Segrè. *Nuclei and Particles*. W. A. Benjamin, New York, 1964, pp. 24-32.
- [447] W. F. G. Swann. *J. Franklin Inst.* 226(1938)598.
- [448] E. Fermi. *Phys. Rev.* 56(1939)1242; 57(1940)485.
- [449] O. Halpern et H. Hall. *Phys. Rev.* 57(1940)459; 73(1948)477.
- [450] R. M. Sternheimer. *Phys. Rev.* 88(1952)851.
- [451] R. M. Sternheimer. *Phys. Rev.* 103(1956)511.
- [452] R. M. Sternheimer et R. F. Peierls. *Phys. Rev. B*. 3(1971)3681.
- [453] R. M. Sternheimer, S. M. Seltzer et M. J. Berger. *Phys. Rev. B*. 26(1982)6067.
- [454] R. M. Sternheimer, M. J. Berger et S. M. Seltzer. *At. Dat. Nucl. Dat. Tables*.
30(1984)261.
- [455] M. M. Shapiro. *op. cit.*, réf. [359], pp. 354-355.
- [456] L. Avan, M. Avan, D. Blanc et J.-L. Teyssier., *op. cit.*, réf. [352], pp. 108-112.
- [457] C. F. Powell, P. H. Fowler et D. H. Perkins. *op. cit.*, , réf. [386], pp. 43-49.
- [458] H. Messel et D. M. Ritson. *Phil. Mag. Série 7*, 41(1950)1129.

- [459] W. H. Barkas. *op. cit.*, réf. [347], pp. 382-384.
- [460] J. H. Cobb, W. W. M. Allison et J. N. Bunch. Nucl. Instrum. Meth. 133(1976)315.
- [461] U. Fano. Ann. Rev. Nucl. Sci. 13(1963)1.
- [462] W. H. Barkas. *op. cit.*, réf. [347], pp. 418-424.
- [463] G. Wyllie dans J. B. Birks et J. H. Schulman. *Progress in Dielectrics*. Tome 2, Heywood & Cie, London, 1960, pp. 3-27.
- [464] I. Bunget et M. Popescu. *Physics of Solid Dielectrics*. Elsevier, New York, 1984, pp. 207-258 (Chapitre 6).
- [465] L. D. Landau et E. M. Lifshitz. *Electrodynamics of Continuous Media*. (Course of Theoretical Physics, tome 8), Pergamon, New York, 1960, pp. 349-357.
- [466] W. W. M. Allison et J. H. Cobb. Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 30(1980)253.
- [467] W. W. M. Allison. Phys. Script. 23(1981)348.
- [468] J. P. Desclaux. At. Dat. Nucl. Dat. Tables. 12(1973)311.
- [469] W. L. Wiese et G. A. Martin dans H. L. Anderson. *Physics Vade Mecum*. American Institute of Physics, New York, 1981, p. 101.
- [470] L. Avan, M. Avan, D. Blanc et J.-L. Teyssier. *op. cit.*, réf. [352], pp. 103-106.
- [471] R. Katz et E. J. Kobetich. Phys. Rev. 186(1969)344.
- [472] V. A. Chechin, L. P. Kotenko, G. I. Merson et V. C. Yermilova. Nucl. Instrum. Meth. 98(1972)577.
- [473] L. Avan, M. Avan, D. Blanc et J.-L. Teyssier. *op. cit.*, réf. [352], pp. 101-103.
- [474] M. Morand, S. Desprez-Rebaud et M. C. Lefèvre Le Gentil. Sc. Ind. Phot. Série 2, 31(1960)342.
- [475] S. Desprez et M. Morand dans H. Frieser et G. Heimann. *Korpuskularphotographie IV*. (4^e conférence internationale de photographie corpusculaire). Institut für wissenschaftliche Photographie der Technischen Hochschule München, Munich, 1963, pp. 66-73.

- [476] L. M. Brown. Phys. Rev. 90(1953)95.
- [477] P. Demers. *op. cit.*, réf. [348], pp. 295-305.
- [478] W. H. Barkas. *op. cit.*, réf. [347], pp. 349-358.
- [479] C. F. Powell, P. H. Fowler et D. H. Perkins. *op. cit.*, réf. [386], pp. 46-49 et 169-170.
- [480] L. Avan, M. Avan, D. Blanc et J.-L. Teyssier. *op. cit.*, réf. [352], pp. 38-41.
- [481] R. Y. Rubinstein. *Simulation and the Monte Carlo Method*. John Wiley & Sons, New York, 1981, pp. 114-157 (Chapitre 4).
- [482] R. L. LaFara. *Computer Methods for Science and Engineering*. Hayden Book, Rochelle Park (New Jersey), 1973, pp. 216-236 (Chapitre 11).
- [483] W. J. Thompson. *Computing in Applied Science*. John Wiley & Sons, New York, 1984, pp. 51-55.
- [484] P. F. Hultquist. *Numerical Methods for Engineers and Computer Scientists*. Benjamin/Cummings, Don Mills (Ontario), 1988, pp. 189-220 (Chapitre 7).
- [485] F. Scheid. *Theory and Problems of Numerical Analysis*. (Schaum's Outline Series), McGraw-Hill, Toronto, 1968, pp. 125-146 (Chapitre 15).
- [486] F. Scheid. *op. cit.*, réf. [485], pp. 107-124 (Chapitre 14).
- [487] G. P. S. Occhialini. Nuovo Cim. Suppl. 6(1949)413.
- [488] D. R. Corson et M. R. Keck. Phys. Rev. 79(1950)209.
- [489] E. Pickup et L. Voyvodic. Phys. Rev. 80(1950)89.
- [490] I. B. McDiarmid. Phys. Rev. 84(1951)851.
- [491] A. H. Morrish. Phil. Mag. Série 7, 43(1952)533.
- [492] A. H. Morrish. Phys. Rev. 91(1953)423.
- [493] M. M. Shapiro et B. Stiller. Phys. Rev. 87(1952)682.
- [494] B. Stiller et M. M. Shapiro. Phys. Rev. 92(1953)735.

- [495] R. P. Michaelis et C. E. Violet. Phys. Rev. 90(1953)723.
- [496] J. R. Fleming et J. J. Lord. Phys. Rev. 92(1953)511.
- [497] G. Alexander et R. H. W. Johnston. Nuovo Cim. Série 10, 5(1957)363.
- [498] B. Jongejans. Nuovo Cim. Série 10, 16(1960)625.
- [499] J. W. Patrick et W. H. Barkas. Nuovo Cim. Suppl. Série 10, 23(1962)1.
- [500] B. Stiller dans H. Frieser et G. Heimann. *Korpuskularphotographie IV*. (4^e conférence internationale de photographie corpusculaire). Institut für wissenschaftliche Photographie der Technischen Hochschule München, Munich, 1963, pp. 542-557.
- [501] F. R. Buskirk, J. N. Dyer, H. D. Hanson, R. Seng et R. H. Weidman dans E. Dahl-Jensen. *Proceedings of the Vth International Conference on Nuclear Photography*. (5^e conférence internationale de photographie corpusculaire). Publication CERN 65-4, CERN, Genève, 1965, pp. 9.9-9.13.
- [502] A. J. Herz et B. Stiller. dans E. Dahl-Jensen. *op. cit.*, réf. [501], pp. 9.23-9.31.
- [503] Z. V. Anzon, A. Kh. Vinitskiï, Zh. S. Takibaev, I. Ya. Chasnikov et Ts. I. Shakhova. Zh. Eksp. Teor. Fiz. 47(1964)2051 [Sov. Phys. JETP. 20(1965)1378].
- [504] C. A. Nicoletta, P. J. McNulty et P. L. Jain. Phys. Rev. Série 2, 164(1967)1693.
- [505] F. J. Congel et P. J. McNulty. Phys. Rev. Série 2, 176(1968)1615.
- [506] Tsai-Chü. C. R. Acad. Sc. Paris. B. 269(1969)781.
- [507] H. S. Virk. Nucl. Phys. B. 72(1974)393.
- [508] I. Ya. Chasnikov et Ts. I. Shakhova. Prib. & Tekh. Eksp. 18(1975)52 [Instrum. Exp. Tech. 18(1975)723].
- [509] V. Ammosov et al. Nuovo Cim. A. Série 11, 51(1979)539.
- [510] M. Derrick et al. Phys. Rev. Lett. 36(1976)936, 1410.
- [511] M. Derrick et al. Phys. Rev. D. 25(1982)624.

- [512] N. Armenise et al. Phys. Lett. B. 94(1980)527.
- [513] V. Korotkov et al. Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz. 31(1980)772 [Sov. Phys. JETP Lett. 31(1980)728].
- [514] M. Jonker et al. Phys. Lett. B. 107(1981)241.
- [515] K. Nishikawa et al. Phys. Rev. Lett. 46(1981)1555; 54(1985)1336.
- [516] H. C. Ballagh et al. Phys. Rev. D. 21(1980)569; 24(1981)7.
- [517] N. J. Baker et al. Phys. Rev. D. 32(1985)531.
- [518] V. Jain et al. Phys. Rev. D. 41(1990)2057.
- [519] N. Ushida et al. Phys. Rev. Lett. 45(1980)1049, 1053; 48(1982)844; 51(1983)2362; 56(1986)1767, 1771.
- [520] N. J. Baker. et al. Phys. Rev. D. 34(1986)1251.
- [521] R. Brock et al. Phys. Rev. D. 25(1982)1753.
- [522] P. Bosetti et al. Nucl. Phys. B. 209(1982)29.
- [523] D. Allasia et al. Phys. Lett. B. 154(1985)231.
- [524] H. Grassler et al. Nucl. Phys. B. 194(1982)1.
- [525] V. V. Ammosov. et al. Nucl. Phys. B. 177(1981)365.
- [526] G. T. Jones et al. Z. Phys. C (Particles and Fields). 27(1985)43.
- [527] P. Allen et al. Nucl. Phys. B. 264(1986)221.
- [528] F. James et M. Roos. Comp. Phys. Comm. 10(1975)343.
- [529] T. Hara. Thèse de doctorat. Osaka Machi Daigaku, 1982 (en japonais).
- [530] L. D. Landau et E. M. Lifshitz. *op. cit.*, réf. [465], p. 251.
- [531] J. D. Jackson. *op. cit.*, réf. [49], pp. 284-292.

- [532] V. L. Ginzburg. *Theoretical Physics and Astrophysics*. Pergamon, Toronto, 1979, p. 162.
- [533] L. Durand. Phys. Rev. D. 11(1975)89.
- [534] M. Abramowitz et I. A. Stegun. *Handbook of Mathematical Functions*. Dover, New York, 1965, pp. 231-233.
- [535] P. Goldsmith et J. V. Jelley. Phil. Mag. Série 8, 4(1959)836.
- [536] F. R. Arutyunyan, K. A. Ispiryan et A. G. Oganessian. Yad. Fiz. 1(1965)842 [Sov. J. Nucl. Phys. 1(1965)604];
F. R. Arutyunyan, K. A. Ispiryan, A. G. Oganessian et A. A. Frangyan. Zh. Eksp. Teor. Fiz. 52(1967)1121 [Sov. Phys. JETP. 25(1967)743];
A. I. Alikhanyan, F. R. Arutyunyan, K. A. Ispiryan et M. L. Ter-Mikaelyan. Zh. Eksp. Teor. Fiz. 41(1961) 2002 [Sov. Phys. JETP. 14(1962)1421].
- [537] A. I. Alikhanian, K. M. Avakina, G. M. Garibian, M. P. Lorikian et K. K. Shikhliarov. Phys. Rev. Lett. 25(1970)635.
- [538] C. L. Wang, G. F. Dell, Jr., H. Uto et L. C. L. Yuan. Phys. Rev. Lett. 29(1972)814.
- [539] J. Fischer, S. Iwata, V. Radeka, C. L. Wang et W. J. Willis. Phys. Lett. B. 49(1974)393;
C. W. Fabjan et W. Struczinski. Phys. Lett. B. 57(1975)483;
C. Camps et al. Nucl. Instrum. Meth. 131(1975)411;
B. Merkel et al. Nucl. Instrum. Meth. 138(1976)625;
J. Cobb et al. Nucl. Instrum. Meth. 140(1977)413;
A. G. Oganessian et A. T. Sarkissian. Nucl. Instrum. Meth. 145(1977)251;
C. W. Fabjan. Nucl. Instrum. Meth. 146(1977)343;
C. Kourkoumelis. *A Study of the J/ψ Production in Proton-Proton Collisions at the CERN ISR, Using Liquid Argon Calorimeters and Lithium/Xenon Transition Radiation Detectors*. CERN 77-06, 29 mars 1977, Genève;
A. I. Alichanian et al. Nucl. Instrum. Meth. 158(1979)137.
- [540] M. L. Cherry. Phys. Rev. D. 17(1978)2245.

- [541] A. Büngener, B. Koppitz, R. van Staa, P. Stähelin et M. Holder. Nucl. Instrum. Meth. 214(1983)261;
H.-J. Butt, B. Koppitz, S. Nann et R. van Staa. Nucl. Instrum. Meth. A. 252(1986)483;
B. Dogolshein. Nucl. Instrum. Meth. A. 252(1986)137.
- [542] M. Deutschmann et al. Nucl. Instrum. Meth. 180(1981)409;
T. Ludlam et al. Nucl. Instrum. Meth. 180(1981)413;
C. W. Fabjan et al. Nucl. Instrum. Meth. 185(1981)119;
Y. Watase et al. Nucl. Instrum. Meth. A. 248(1986)379;
R. D. Appuhn, K. Heinloth, E. Lange, R. Oedingen et A. Schlösser. Nucl. Instrum. Meth. A. 263(1988)309;
M. Holder et H. Suhr. Nucl. Instrum. Meth. A. 263(1988)319.
- [543] A. Vacchi. Nucl. Instrum. Meth. A. 252(1986)498;
M. Castellano et al. Nucl. Instrum. Meth. A. 256(1987)38;
R. Ansari et al. Nucl. Instrum. Meth. A. 263(1988)51;
J.-F. Detoeuf et al. Nucl. Instrum. Meth. A. 265(1988)157; A. 279(1989)310;
M. Baake et al. Nucl. Instrum. Meth. A. 281(1989)325.
- [544] M. A. Piestrup et al. Phys. Rev. A. 32(1985)917.
- [545] M. J. Moran et al. Phys. Rev. Lett. 57(1986)1223.
- [546] M. J. Moran. Nucl. Instrum. Meth. B. 33(1988)18.
- [547] M. A. Piestrup et al. Nucl. Instrum. Meth. B. 40/41(1989)965.
- [548] P. J. Ebert et al. Phys. Rev. Lett. 54(1985)893.
- [549] M. J. Moran et P. J. Ebert. Nucl. Instrum. Meth. A. 242(1986)355.
- [550] M. Abramowitz et I. A. Stegun. *op. cit.*, réf. [534], p. 255.
- [551] C. F. Powell, P. H. Fowler et D. H. Perkins. *op. cit.*, , réf. [386], pp. 180-190.
- [552] C. F. Powell, P. H. Fowler et D. H. Perkins. *op. cit.*, , réf. [386], pp. 276-277.

- [553] F. Mosteller et J. W. Tukey. *Data Analysis and Regression*. Addison-Wesley, Don Mills (Ont.), 1977, pp. 122-123.
- [554] R. T. Birge. Phys. Rev. 40(1932)207.
- [555] C. Plante et J. Hébert. Nucl. Instrum. Meth. A. 235(1985)561.
- [556] V. N. Tsytovitch. Zh. Eksp. Teor. Fiz. 42(1962)457 [Sov. Phys. JETP. 15(1962)320];
V. N. Tsytovitch. Dokl. Akad. Nauk. 144(1962)310 [Sov. Phys. Dokl. 7(1962)411];
V. N. Tsytovitch. Zh. Eksp. Teor. Fiz. 43(1962)1782 [Sov. Phys. JETP. 16(1963)1260].
- [557] K. I. Alekseeva, G. B. Zhdanov, M. I. Tret'yakova et M. N. Shcherbakova. Zh. Eksp. Teor. Fiz. 44(1963)1864 [Sov. Phys. JETP. 17(1963)1254].
- [558] Y. Batthyany et al. C. R. Acad. Sc. Paris. B. 269(1969)655.
- [559] P. Côté. Thèse de maîtrise. Université d'Ottawa, Ottawa, 1989.
P. Côté, C. Plante et J. Hébert. Phys. Script. 40(1989)583.

Appendice A. Préparation: microscopie électronique

A.1 Préparation de la solution de grains de bromure d'argent

Cette partie de la procédure est effectuée en chambre noire afin d'observer, en autant que faire se peut, des grains de bromure d'argent non impressionnés.

Un morceau (de quelques millimètres carrés) d'une plaque d'émulsion nucléaire est prélevé et déposé dans 25 ml d'eau distillée. On laisse l'émulsion s'imbiber d'eau pour une nuit.

La phase suivante consiste à extraire la gélatine de cette solution. Il s'agit d'abord de dissoudre la gélatine, ce qui libère les grains de bromure d'argent, puis de purifier la solution, par filtrage.

La gélatine a été dissoute en portant la solution à 50°C pour 2 heures. Une filtration est ensuite immédiatement accomplie. Le papier-filtre utilisé ne doit toutefois pas retenir des cristaux microscopiques (le papier-filtre Whatman Qualitative 1 est adéquat pour cette tâche).

Le résultat est une solution de grains de bromure d'argent dans de l'eau distillée (et possiblement, un résidu de gélatine).

A.2 L'exposition au microscope électronique à transmission

Par contraste avec l'étape précédente, la préparation de l'échantillon pour l'exposition ne nécessite pas d'être faite en chambre noire.

Quelques gouttes de la solution de grains de bromure d'argent sont déposées sur une mince grille de 3 mm de diamètre. On laisse l'eau s'évaporer puis la grille est insérée dans le microscope électronique et l'échantillon est examiné.

A.3 L'exposition au microscope électronique à balayage

Ici encore, il n'est pas requis que cette étape soit effectuée en chambre noire (bien que cela ait été le cas).

Pour l'exposition au microscope électronique à balayage, quelques gouttes de la solution sont déposées sur un disque d'aluminium d'un diamètre de 3 cm qui, après évaporation de l'eau, est inséré dans le tube à vide du microscope et examiné.

Il est bon de mentionner que cette façon de procéder, bien qu'adéquate, n'est pas la meilleure. Le fonctionnement du microscope électronique à balayage requiert que la surface sur laquelle reposent les grains de bromure d'argent soit conductrice. C'est le cas du disque de métal mais sa surface n'est généralement pas régulière. Aussi, il est préférable, si des conditions optimales sont requises, de faire croître sur le disque d'aluminium une couche de carbone et d'y déposer la solution.

Appendice B. Mesures de calibration

Tableau B.1: Données brutes normalisées: année 1984.

Date	1068 2822-3	
	I	II
Moyenne	282	420
7/01	0,97	0,99
5/07	1,00	1,01
5/07	0,99	0,96
6/07	1,00	0,98
9/07	0,98	1,00
24/09	1,03	1,05
3/10	1,03	1,00
3/10	1,02	1,02
9/10	1,02	–
9/10	0,99	1,01
5/11	1,00	1,00
28/11	0,99	1,00
11/12	1,00	0,99
12/12	0,98	1,00

Tableau B.2: Données brutes normalisées: année 1985.

Date	1068 2822-3	
	I	II
Moyenne	276	408
4/01	1,03	1,02
17/04	1,02	1,00
30/04	0,99	0,99
30/04	1,00	0,98
10/05	0,99	0,97
13/05	0,97	0,97
21/05	1,00	-
21/05	1,00	1,00
27/05	0,97	1,00
24/06	0,98	1,00
2/07	1,00	0,97
8/07	1,03	1,03
12/07	1,03	1,02
7/08	1,01	1,05

Tableau B.3: Données brutes normalisées de la période 1.

Date	1068 2822-3		1068 3247-3			1191 1790-1			Moyenne
	I	II	I	II	III	I	II	III	
Moyenne	284	416	285	298	157	332	337	177	
4/03	0,996	1,010	-	-	-	-	-	-	$1,003 \pm 0,007$
6/03	1,007	1,002	-	-	-	-	-	-	$1,004 \pm 0,003$
12/03	1,042	1,055	1,067	1,037	1,025	1,059	1,045	1,079	$1,051 \pm 0,006$
16/03	0,993	1,024	1,004	0,987	0,987	0,973	0,997	1,028	$0,999 \pm 0,007$
21/03	-	-	1,014	0,993	1,013	1,015	1,012	0,971	$1,003 \pm 0,007$
23/03	0,975	0,993	-	-	-	-	-	-	$0,984 \pm 0,009$
31/03	1,000	0,974	1,000	1,027	1,025	1,042	1,033	0,977	$1,010 \pm 0,009$
8/04	1,007	1,005	1,004	1,003	1,032	1,003	1,003	1,000	$1,007 \pm 0,009$
13/04	0,989	0,971	0,947	0,970	0,955	0,997	0,961	0,977	$0,971 \pm 0,006$
17/04	0,993	0,969	0,972	0,977	0,981	0,952	0,955	0,955	$0,969 \pm 0,005$

Tableau B.4: Données brutes normalisées de la période 2.

Date	1068 2822-3		1068 3247-3			1191 1790-1			Moyenne
	I	II	I	II	III	I	II	III	
Moyenne	278	408	273	288	149	320	321	168	
24/05	1,040	1,044	1,029	1,003	1,013	1,019	1,040	1,012	1,025 ± 0,005
26/05	1,011	1,010	1,022	1,003	1,007	1,000	0,991	1,006	1,006 ± 0,003
28/05	1,014	0,998	-	-	-	-	-	-	1,006 ± 0,008
29/05	0,996	0,983	1,018	1,003	0,980	0,997	1,003	1,006	0,998 ± 0,004
2/06	1,007	0,975	0,996	1,000	-	0,978	0,969	1,024	0,992 ± 0,007
5/06	0,975	0,983	1,004	0,993	0,993	1,000	0,984	-	0,990 ± 0,004
9/06	1,000	0,983	1,011	0,997	1,013	1,009	0,988	1,024	1,003 ± 0,005
13/06	0,989	-	1,004	0,990	1,013	0,991	1,009	1,012	1,001 ± 0,004
17/06	0,986	1,000	0,967	0,990	1,013	0,984	0,975	0,988	0,988 ± 0,005
20/06	-	-	0,963	1,007	0,980	-	-	-	0,983 ± 0,013
21/06	0,993	0,998	1,004	1,028	1,007	1,009	1,025	0,976	1,005 ± 0,006
22/06	1,000	1,017	-	-	-	-	-	-	1,008 ± 0,009
26/06	0,982	1,007	0,993	1,003	0,980	1,016	1,006	0,964	0,994 ± 0,006

Tableau B.5: Données brutes normalisées de la période 3.

Date	1068 2822-3		1068 3247-3			1191 1790-1			Moyenne
	I	II	I	II	III	I	II	III	
Moyenne	280	412	280	298	154	324	330	168	
1/10	1,000	0,998	1,014	1,000	1,019	0,991	0,976	1,030	1,004 ± 0,006
2/10	0,993	0,990	0,979	1,000	0,968	0,985	0,985	1,024	0,990 ± 0,006
3/10	1,014	1,010	1,000	0,993	1,006	1,006	0,985	1,036	1,006 ± 0,005
6/10	1,000	0,998	0,993	1,000	1,019	1,009	1,024	0,940	0,998 ± 0,009
8/10	1,004	1,010	1,011	1,007	0,994	1,012	1,036	0,970	1,006 ± 0,007

Tableau B.6: Données brutes normalisées de la période 4.

Date	1068 2822-3		1068 3247-3			1191 1790-1			Moyenne
	I	II	I	II	III	I	II	III	
Moyenne	282	416	285	299	156	334	342	168	
15/12	1,004	1,007	1,007	0,993	1,000	1,012	1,020	0,994	1,005 ± 0,003
16/12	1,004	0,990	1,004	0,993	1,006	0,988	1,000	0,994	0,997 ± 0,002
18/12	0,996	1,002	0,986	1,013	0,987	1,000	0,977	1,006	0,996 ± 0,004

Tableau B.7: Données brutes normalisées de la période 5.

Date	1068 2822-3		1068 3247-3			1191 1790-1			Moyenne
	I	II	I	II	III	I	II	III	
Moyenne	278	406	280	297	148	328	339	170	
22/3	0,978	0,993	0,996	1,000	0,980	0,991	1,000	0,982	$0,990 \pm 0,003$
23/3	1,022	1,010	1,004	1,000	1,014	1,006	1,000	1,024	$1,010 \pm 0,003$

Tableau B.8: Données brutes normalisées de la période 6.

Date	1068 2822-3		1068 3247-3			1191 1790-1			Moyenne
	I	II	I	II	III	I	II	III	
Moyenne	289	433	281	307	158	341	344	170	
22/04	1,007	1,000	0,993	0,990	1,019	0,962	0,991	1,076	1,005 ± 0,012
26/04	0,986	1,014	1,007	1,013	1,044	1,035	1,017	1,000	1,014 ± 0,007
30/04	0,983	1,000	1,004	0,987	0,987	0,985	0,974	0,994	0,989 ± 0,003
2/05	0,990	0,995	1,014	1,010	0,975	1,006	1,003	0,965	0,995 ± 0,006
5/05	1,021	0,991	1,011	1,000	1,000	1,009	1,003	0,994	1,004 ± 0,003
6/05	1,017	0,998	0,979	1,000	0,994	1,000	1,012	0,965	0,996 ± 0,006

Tableau B.9: Données réduites: facteur interpériodique.

Période	1068 2822		1068 3247			1191 1790		
	I	II	I	II	III	I	II	III
Moyenne	282	415	281	298	154	330	336	170
1	1,007	1,002	1,014	1,000	1,019	1,036	1,003	1,041
2	0,986	0,983	0,972	0,966	0,968	0,970	0,955	0,988
3	0,993	0,993	0,996	1,000	1,000	0,982	0,982	0,988
4	1,000	1,002	1,014	1,003	1,013	1,012	1,018	0,988
5	0,986	0,978	0,996	0,997	0,961	0,994	1,009	1,000
6	1,025	1,043	1,000	1,030	1,026	1,033	1,024	1,000

Tableau B.10: Mesures réduites sur l'effet de profondeur: trace 1264 5032-1.

Intervalle (μm)	Nombre de longueurs	Période de mesures				Moyenne
		4 au 6	15 au 17	27 au 29	22 au 23	
		Nombre de grains				
450-500	20	659	640	646	650	649
500-550	24	791	780	771	794	784
550-578	16	477	471	457	478	471

Tableau B.11: Mesures réduites sur l'effet de profondeur: trace 1317 3776-1.

Intervalle (μm)	Nombre de longueurs	Période de mesures				Moyenne
		7	15 au 17	27 au 29	22 au 23	
		Nombre de grains				
50-100	17	486	496	475	493	488
100-150	17	453	457	468	451	457
150-200	4	105	109	112	106	108

Tableau B.12: Mesures réduites sur l'effet de profondeur: trace 1217 2228-1.

Intervalle (μm)	Nombre de longueurs	Période de mesures				Moyenne
		4 au 6	15 au 17	27 au 29	22 au 23	
		Nombre de grains				
150-200	20	551	559	548	584	560
200-250	22	613	622	614	631	620
250-300	23	674	637	644	645	650
300-350	22	669	635	629	645	645
350-400	23	710	671	684	679	686
400-450	22	673	644	678	665	665
450-500	23	733	703	713	707	714
500-550	23	714	692	697	706	702
550-578	12	373	367	367	365	368

Tableau B.13: Mesures réduites sur l'effet de profondeur: trace 1173 5131-4.

Intervalle (μm)	Nombre de longueurs	Période de mesures				Moyenne
		4 au 6	15 au 17	27 au 29	22 au 23	
		Nombre de grains				
50-100	21	565	568	566	563	566
100-150	21	583	574	587	578	580
150-200	21	628	623	633	617	625
200-250	21	583	588	577	588	584
250-300	21	608	616	597	603	606
300-350	21	550	551	538	547	546
350-400	20	583	587	571	589	582
400-450	13	386	390	390	395	390

Tableau B.14: Mesures réduites sur l'effet de profondeur: trace 1317 1230-5.

Intervalle (μm)	Nombre de longueurs	Période de mesures				Moyenne
		4 au 6	15 au 17	27 au 29	22 au 23	
		Nombre de grains				
50-100	5	149	145	146	148	147
100-150	6	194	180	171	170	179
150-200	4	125	127	123	127	126

Tableau B.15: Mesures réduites sur l'effet de profondeur: trace 1068 2822-3.

Intervalle (μm)	Nombre de longueurs	Période de mesures				Moyenne
		4 au 6	15 au 17	27 au 29	22 au 23	
		Nombre de grains				
100-150	4	116	118	118	114	116
150-200	7	154	157	159	161	158
200-250	7	210	209	215	221	214
250-300	7	214	221	228	228	223
300-350	5	138	136	134	128	134
350-400	7	206	206	200	212	206
400-450	7	191	190	191	195	192
450-500	7	219	229	222	223	223
500-550	6	175	174	172	181	176

Tableau B.16: Mesures réduites sur l'effet de profondeur: trace 1189 4841-4.

Intervalle (μm)	Nombre de longueurs	Période de mesures				Moyenne
		4 au 6	15 au 17	27 au 29	22 au 23	
		Nombre de grains				
50-100	7	192	194	197	200	196
100-150	7	211	206	217	210	211
150-200	7	199	207	202	197	201

Tableau B.17: Mesures brutes sur l'effet de profondeur: trace 1063 5095-4.

Intervalle (μm)	Plaque				Moyenne (grains/100 μm)
	101	102	104	105	
	Nombre de grains/Nombre de longueurs				
50-100	-	119/4	122/4	105/4	28,8 $\pm$ 1,5
100-150	-	193/7	190/7	195/7	27,5 $\pm$ 1,1
150-200	-	191/7	200/7	180/7	27,2 $\pm$ 1,1
200-250	-	211/7	212/7	221/7	30,7 $\pm$ 1,2
250-300	209/7	194/7	204/7	181/7	28,1 $\pm$ 1,0
300-350	208/7	191/7	211/7	226/7	29,9 $\pm$ 1,0
350-400	225/7	213/7	212/7	197/7	30,3 $\pm$ 1,0
400-450	234/7	218/7	245/7	222/7	32,8 $\pm$ 1,1
450-500	226/7	233/7	226/7	214/7	32,1 $\pm$ 1,1
500-550	232/7	217/7	221/7	174/7	30,1 $\pm$ 1,0
550-624	257/9	441/15	288/11	346/12	28,3 $\pm$ 0,8

Tableau B.18: Mesures brutes sur l'effet de profondeur: trace 1159 4042-1.

Intervalle (μm)	Plaque			Moyenne (grains/100 μm)
	144	145	146	
	Nombre de grains/Nombre de longueurs			
50-100	-	330/12	318/11	28,2 $\pm$ 1,1
100-150	-	301/11	357/13	27,4 $\pm$ 1,1
150-200	-	356/12	366/13	28,9 $\pm$ 1,1
200-250	-	307/12	368/13	27,0 $\pm$ 1,0
250-300	-	322/12	366/13	27,5 $\pm$ 1,0
300-350	-	272/10	370/13	27,9 $\pm$ 1,1
350-400	200/7	351/12	383/13	29,2 $\pm$ 1,0
400-450	324/12	369/12	329/12	28,4 $\pm$ 0,9
450-500	365/12	304/11	384/12	30,1 $\pm$ 0,9
500-550	332/12	378/12	344/12	29,3 $\pm$ 0,9
550-600	281/11	340/12	299/11	27,1 $\pm$ 0,9
600-628	125/5	196/8	195/7	25,8 $\pm$ 1,1

Tableau B.19: Mesures brutes sur l'effet de profondeur: trace 1213 2364-1.

Intervalle (μm)	Plaque 78 Nombre de grains/Nombre de longueurs	Moyenne (grains/100 μm)
200-250	931/33	$28,2 \pm 0,9$
250-300	1088/36	$30,2 \pm 0,9$
300-350	1009/34	$29,7 \pm 0,9$

Tableau B.20: Mesures brutes sur l'effet de profondeur: trace 1255 4789-5

Intervalle (μm)	Plaque				Moyenne (grains/100 μm)
	36	37	38	39	
	Nombre de grains/Nombre de longueurs				
50-100	—	286/10	353/12	332/12	$28,6 \pm 0,9$
100-150	—	305/11	343/12	331/12	$28,0 \pm 0,9$
150-200	—	338/11	352/12	251/9	$29,4 \pm 1,0$
200-250	—	318/11	373/12	370/12	$30,3 \pm 0,9$
250-300	—	300/11	328/12	350/12	$27,9 \pm 0,9$
300-350	—	308/11	362/12	353/12	$29,2 \pm 0,9$
350-400	210/7	334/11	356/12	342/12	$29,6 \pm 0,8$
400-450	261/9	319/11	356/11	333/11	$30,2 \pm 0,8$
450-500	268/9	299/11	356/11	320/11	$29,6 \pm 0,8$
500-550	280/9	292/10	300/11	290/10	$29,1 \pm 0,9$
550-600	262/8	267/10	315/11	307/10	$29,5 \pm 0,9$
600-628	147/6	92/3	233/8	118/4	$28,1 \pm 1,2$

Appendice C. Mesures brutes (Perte d'énergie par ionisation)

Tableau C.1: Perte d'énergie: données de l'émulsion.

Événement	Plaque	Date	X' $\pm 0,002$	Y' $\pm 0,002$	$\bar{X}$ (μm)	N_g	N_l
1028 4984-2	129	10/10/84	0,136	0,002	288	958	32
	130	9/10/84	0,136	0,009	288	990	32
1055 1623-1	55	2/05/88	-0,056	-0,008	294	1671	57
1065 0972-6	7	17/06/86	-0,126	0,016	403	776	26
	8	17/06/86	-0,123	0,017	320	1038	36
1068 2822-4	54	11/12/84	-0,087	0,055	343	1381	50
	55	11/12/84	-0,090	0,046	316	1545	56
1068 3247-1	147	7/11/84	0,140	0,087	352	934	32
	146	7/11/84	-	-	440	536	19
1068 3247-4	148	30/11/84	-0,034	-0,085	225	1608	55
1068 3248-5	148	30/11/84	-0,043	-0,081	268	1646	55
1068 4707-1	165	5/11/84	-0,128	0,091	381	919	30
	166	5/11/84	-0,129	0,092	319	1184	39
1071 4892-2	89	5/11/84	0,082	-0,119	326	1786	60
1101 3758-1	86	24/06/86	0,139	-0,219	127	219	9
	85	24/06/86	0,131	-0,223	314	1075	39
1121 3070-2	51	3/10/84	-0,132	-0,072	474	583	14
	52	3/10/84	-0,128	-0,067	318	1592	39
1121 3070-3	51	1/05/85	-0,028	0,010	470	2199	75
	51	9/06/86	-	-	465	2078	71
	51	1/05/88	-0,030	0,010	461	2154	70
1123 3668-3	82	4/05/88	0,195	-0,362	326	701	24
	81	4/05/88	0,208	-0,359	373	635	20
1123 3668-4	82	4/05/88	0,078	-0,149	342	1613	53
1126 1102-1	27	28/11/84	-	-	208	972	35
	27	1/05/88	-0,063	-0,205	208	1000	35
1148 4878-2	65	6/11/84	-0,132	0,063	318	1222	39
1148 4878-4	64	6/11/84	0,050	-0,109	424	1478	50

Tableau C.2: Perte d'énergie: données de l'émulsion (Suite).

Événement	Plaque	Date	X' $\pm 0,002$	Y' $\pm 0,002$	$\bar{X}$ (μm)	N_g	N_t
1157 2192-2	16	26/03/86	0,057	-0,037	378	1941	69
1157 2192-3	16	26/03/86	0,075	0,085	319	2133	69
1158 1349-1	15	1/04/86	0,228	-0,139	206	438	12
1158 1349-2	15	1/04/86	0,088	-0,098	215	892	32
1158 1349-4	15	28/03/86	-0,072	0,103	472	858	28
	15	2/04/86	-	-	472	856	28
	16	28/03/86	-0,071	0,104	283	1813	62
1159 3610-1	174	7/11/84	-0,050	0,108	428	1777	60
	174	3/05/85	-0,049	0,107	430	1709	60
	174	13/06/86	-	-	430	1688	60
	174	5/10/87	-	-	430	1715	60
1161 1718-3	40	10/04/86	0,183	-0,039	182	432	14
	39	10/04/86	0,181	-0,038	303	864	28
1183 1192-1	49	20/03/86	-0,049	-0,042	516	639	22
	49	10/06/86	-0,044	-0,043	525	545	19
	50	20/03/86	-0,047	-0,044	210	1998	68
	50	10/06/86	-0,047	-0,044	199	1534	53
1185 2045-4	93	10/10/84	0,150	-0,147	350	1004	30
	92	10/10/84	0,141	-0,140	347	1157	33
1191 1790-1	162	4/10/84	-0,031	-0,201	532	912	28
1194 1922-2	173	18/06/86	0,072	-0,006	178	999	34
	172	18/06/86	0,074	-0,006	421	1144	40
1210 4192-1	121	5/05/88	0,020	-0,026	503	2360	75
1210 4192-2	122	5/05/88	-0,041	-0,225	226	2002	72
1212 4904-2	2	15/04/86	-0,043	-0,077	494	973	34
	3	15/04/86	-0,040	-0,076	130	870	29
1230 2173-2	5	26/04/88	-0,130	-0,108	304	1167	36
1230 2173-3	5	27/04/88	-0,137	-0,020	308	1087	32
1230 2173-4	4	17/12/87	0,028	-0,010	438	2288	70
	4	27/04/88	0,028	-0,009	419	2718	80

Tableau C.3: Perte d'énergie: données de l'émulsion (Suite).

Événement	Plaque	Date	X' $\pm 0,002$	Y' $\pm 0,002$	$\bar{X}$ (μm)	N_g	N_t
1230 5991-2	60	15/07/85	0,010	-0,160	79	1481	59
1230 5991-3	60	15/07/85	-0,080	-0,045	337	1675	57
	60	11/04/86	-	-	337	1615	57
1235 5031-3	139	7/11/84	0,137	0,021	266	838	29
	138	7/11/84	0,140	0,017	368	890	29
1246 2305-1	22	1/05/88	-0,020	-0,057	438	2188	70
1261 0117-1	20	30/04/88	0,020	-0,016	276	930	30
1269 3262-1	105	13/03/86	-0,160	-0,274	330	992	32
	106	13/03/86	-0,170	-0,274	253	617	20
1270 0803-3	94	9/10/84	-0,040	0,069	440	1801	54
	94	3/06/86	-0,040	0,069	454	1850	60
1293 0197-1	121	12/07/85	0,129	-0,017	212	543	17
	120	12/07/85	0,134	-0,017	340	967	33
1293 0197-2	121	12/07/85	-0,167	-0,085	438	455	14
	120	12/07/85	-0,163	-0,087	332	912	30
1324 2661-4	145	14/03/86	0,022	-0,041	362	2053	67
1335 1495-1	121	3/05/88	-0,045	-0,108	230	2188	73
1336 4136-1	35	17/03/86	-0,105	-0,163	313	1634	50
1350 4566-1	12	9/04/86	-0,146	-0,240	324	1166	34
	13	9/04/86	-0,146	-0,238	326	1228	35
1350 4566-2	12	9/04/86	-0,047	-0,218	213	2416	75
1351 1479-2	15	13/03/86	0,150	-0,197	254	835	25
	14	13/03/86	0,153	-0,199	306	1199	31
1351 1479-3	15	13/03/86	-0,021	0,025	496	2006	55
1358 4323-2	8	16/12/87	0,106	-0,036	347	1375	41
	8	28/04/88	0,109	-0,037	318	1538	46
1365 0582-2	17	29/04/88	-0,013	0,061	456	2263	70

Tableau C.4: Perte d'énergie: données du spectromètre.

Événement	Date	p (GeV/c)	ID	Lepton
1028 4984-2	7/12/80	$2,013 \pm 0,014$	p	-
1055 1623-1	15 ou 16/12/80	41 ± 5	μ^+	μ^+
1065 0972-6	21/12/80	27 ± 3	μ^-	μ^-
1068 2822-4	22 ou 23/12/80	$1,185 \pm 0,017$	π^+, μ^+	μ^-
1068 3247-1	22 ou 23/12/80	$8,7 \pm 0,8$	μ^-	μ^-
1068 3247-4	22 ou 23/12/80	$0,695 \pm 0,005$	e^+	μ^-
1068 3247-5	22 ou 23/12/80	$0,55 \pm 0,14$	-	μ^-
1068 4707-1	22 ou 23/12/80	$7,36 \pm 0,17$	μ^-	μ^-
1071 4892-2	26/12/80	$5,78 \pm 0,11$	μ^+	μ^+
1101 3758-1	6/01/81	$1,62 \pm 0,03$	π^-, μ^-	-
1121 3070-2	17/01/81	$1,024 \pm 0,005$	p	μ^-
1121 3070-3	17/01/81	36 ± 4	μ^-	μ^-
1123 3668-3	17 ou 18/01/81	$0,487 \pm 0,003$	π^+	μ^-
1123 3668-4	17 ou 18/01/81	$11,4 \pm 0,5$	μ^-	μ^-
1126 1102-1	18/01/81	$3,32 \pm 0,03$	K^+, π^+	μ^-
1148 4878-2	1/02/81	$5,09 \pm 0,11$	μ^+	μ^-
1148 4878-4	1/02/81	$9,0 \pm 0,4$	μ^-	μ^-
1157 2192-2	6/02/81	$0,315 \pm 0,002$	μ^+, π^+	μ^-
1157 2192-3	6/02/81	$6,52 \pm 0,17$	μ^-	μ^-
1158 1349-1	6/02/81	$1,081 \pm 0,006$	p	μ^-
1158 1349-2	6/02/81	$2,357 \pm 0,018$	$\bar{p}$	μ^-
1158 1349-4	6/02/81	$13,7 \pm 0,5$	μ^-	μ^-
1159 3610-1	7/02/81	$5,65 \pm 0,21$	μ^-	μ^-
1161 1718-3	7/02/81	$19,8 \pm 1,2$	μ^-	μ^-
1183 1192-1	15/02/81	33 ± 7	μ^-	μ^-
1185 2045-4	16/02/81	$1,287 \pm 0,005$	p	-
1191 1790-1	21/02/81	$1,381 \pm 0,010$	p	e^+
1194 1922-2	22/02/81	20 ± 5	μ^-	μ^-

Tableau C.5: Perte d'énergie: données du spectromètre (Suite).

Événement	Date	p (GeV/c)	ID	Lepton
1210 4192-1	2/03/81	37 ± 4	μ^+	μ^+
1210 4192-2	2/03/81	$0,942 \pm 0,004$	π^-, μ^-, e^-	μ^+
1212 4904-2	3 ou 4/03/81	$9,5 \pm 0,3$	e^-	e^-
1230 2173-2	11 ou 12/03/81	$2,61 \pm 0,02$	K^-, π^-	μ^-
1230 2173-3	11 ou 12/03/81	$1,434 \pm 0,006$	K^-	μ^-
1230 2173-4	11 ou 12/03/81	66 ± 14	μ^-	μ^-
1230 5991-2	11 ou 12/03/81	$0,757 \pm 0,004$	π^+, μ^+, e^+	μ^-
1230 5991-3	11 ou 12/03/81	$12,4 \pm 0,5$	μ^-	μ^-
1235 5031-3	14/03/81	$7,8 \pm 0,4$	μ^-	μ^-
1246 2305-1	30 ou 31/03/81	$15,6 \pm 0,8$	μ^-	μ^-
1261 0117-1	11/04/81	42 ± 6	μ^-	μ^-
1269 3262-1	19/04/81	$6,76 \pm 0,13$	μ^-	μ^-
1270 0803-3	19/04/81	$1,954 \pm 0,013$	p	-
1293 0197-1	29/04/81	$10,1 \pm 0,4$	K^+, π^+	μ^-
1293 0197-2	29/04/81	$11,8 \pm 0,5$	μ^-	μ^-
1324 2661-4	10/05/81	$2,62 \pm 0,03$	$\bar{p}$	-
1335 1495-1	16/05/81	$16,2 \pm 1,0$	μ^-	μ^-
1336 4136-1	16/05/81	$10,5 \pm 0,3$	μ^-	μ^-
1350 4566-1	20 ou 21/05/81	$3,56 \pm 0,04$	K^-, π^-, μ^-, e^-	-
1350 4566-2	20 ou 21/05/81	$2,000 \pm 0,019$	p, K^+	-
1351 1479-2	21/05/81	$4,02 \pm 0,05$	p	μ^-
1351 1479-3	21/05/81	$58 \pm_8^{15}$	μ^-	μ^-
1358 4323-2	24/05/81	$15,5 \pm 0,7$	μ^+	μ^+
1365 0582-2	26/05/81	33 ± 5	μ^+	μ^+

Appendice D. Mesures brutes (Rayonnement de transition)

Tableau D.1: Effet de profondeur: module H-10 (I).

Intervalle (μm)	1056 2921	1121 1647	1201 1824	1206 0822
Plaque	15	153	52	173
251-300	– –	49/1 · 1,25 39,2 ± 5,6	– –	– –
301-350	157/4 · 1,25 31,4 ± 2,5	417/11 · 1,25 30,3 ± 1,5	– –	144/4 · 1,25 28,8 ± 2,4
351-400	200/5 · 1,25 32,0 ± 2,3	433/11 · 1,25 31,5 ± 1,5	– –	368/9 · 1,25 32,7 ± 1,7
401-450	166/5 · 1,25 26,6 ± 2,1	406/11 · 1,25 29,5 ± 1,5	– –	351/9 · 1,25 31,2 ± 1,7
451-500	197/5 · 1,25 32,9 ± 1,5	453/11 · 1,25 31,5 ± 2,2	– –	364/9 · 1,25 32,4 ± 1,7
501-550	183/5 · 1,25 29,3 ± 2,2	431/11 · 1,25 31,3 ± 1,5	174/4 · 1,25 34,8 ± 2,6	363/9 · 1,25 32,3 ± 1,7
551-624	289/7 · 1,25 33,0 ± 1,9	454/13 · 1,25 27,9 ± 1,3	166/4 · 1,25 33,2 ± 2,6	432/11 · 1,25 31,4 ± 1,5
Les 2 nombres au dénominateur servent à convertir les longueurs mesurées en longueurs équivalentes de 100 μm .				

Tableau D.2: Effet de profondeur: module H-10 (II).

Intervalle (μm)	1094 1907	1135 3990	1157 1854
Plaque	53	133	12
0-50	190/6 $\cdot$ 1,22 26,0 $\pm$ 1,9	— —	— —
51-100	293/10 $\cdot$ 1,22 24,0 $\pm$ 1,4	— —	591/16 $\cdot$ 1,22 30,3 $\pm$ 1,2
101-150	349/10 $\cdot$ 1,22 28,6 $\pm$ 1,5	— —	591/16 $\cdot$ 1,22 30,3 $\pm$ 1,2
151-200	330/10 $\cdot$ 1,22 27,0 $\pm$ 1,5	152/4 $\cdot$ 1,25 30,4 $\pm$ 2,5	55/2 $\cdot$ 1,22 22,5 $\pm$ 3,0
201-250	304/9 $\cdot$ 1,22 27,7 $\pm$ 1,6	163/5 $\cdot$ 1,25 26,1 $\pm$ 2,0	— —
251-300	— —	181/5 $\cdot$ 1,25 29,0 $\pm$ 2,2	— —
301-350	— —	206/5 $\cdot$ 1,25 33,0 $\pm$ 2,3	— —
351-400	— —	167/5 $\cdot$ 1,25 26,7 $\pm$ 2,1	— —
401-450	— —	210/5 $\cdot$ 1,25 33,6 $\pm$ 2,3	— —
Les 2 nombres au dénominateur servent à convertir les longueurs mesurées en longueurs équivalentes de 100 μm .			

Tableau D.3: Données brutes: Événement V-3 1014 0168.

Plaque	Trace 11		Trace 12	
	Normale	Inversée	Normale	Inversée
8	107, 107	101, 103	109, 110	98, 101
7	102, 89, 90	102, 89, 92 86	99, 90, 90	90, 95, 101 105
6	94, 95	95, 113, 99 102	94, 93	86, 106, 80 85
5	94, 90	96, 86, 99 100	97, 101	80, 84, 77 87
4	86, 83	95, 92, 90	95, 94	103, 93, 106
3	110, 111	65, 83, 77 90, 70, 76	101, 98	74, 82, 92 103, 102, 86
2	100, 98	95, 79, 99	96, 95	90, 85, 91
1	83, 82	82, 79, 80	88, 90	92, 83, 81

Tableau D.4: Données brutes: Événement V-3 1101 1005.

Plaque	Trace 8		Trace 9	
	Normale	Inversée	Normale	Inversée
10	95, 90	81, 83	98, 96	93, 80
9	113, 105	115, 101	111, 95	102, 90
8	105, 93	110, 110	103, 89	90, 94
7	–	110, 103	–	109, 103
6	112, 109	115, 112	96, 99	116, 107
5	90, 91	123, 101	105, 93	90, 94
4	98, 96	98, 94	99, 89	101, 97
3	97, 78	94, 95	95, 81	97, 94
2	99, 90	120, 114	103, 94	105, 100
1	77, 75	93, 91	89, 80	88, 84

Tableau D.5: Données brutes: Événement V-13 1373 0915.

Plaque	Trace 7	Trace 8
11	80, 84	96, 100
10	95, 92	99, 98
9	85, 88	98, 100
8	101, 101	102, 101
7	87, 86	86, 88
6	83, 83	97, 96
5	89, 92	79, 82
4	111, 108, 107	114, 118, 108
3	112, 112	93, 92
2	84, 83	94, 93
1	78, 82	95, 96
Une seule orientation (normale) est utilisée pour cette trace.		

Tableau D.6: Données brutes: Événement V-28 0671 8147.

Plaque	Trace 1		Trace 4	
	Normale	Inversée	Normale	Inversée
20	105, 108	112	116, 121	92
19	119, 114	106, 115	104, 100	99, 120
18	89, 90, 86	113, 118	103, 101, 102	111, 103
17	100, 97, 102	124, 156, 148	103, 101, 102	131, 89, 116
16	92, 85, 93	95, 106	86, 81, 89	94, 118
15	–	100, 99	–	90, 81
14	–	100	–	87
13	–	103	–	90