

**Cointégration avec possibilité de changements structurels: Une application sur la masse monétaire, le revenu national, et les taux d'intérêts au Canada**

\*\*\*\*\*

**Présenté par : AHMED MOUNIR DIALLO**

\*\*\*\*\*

**Mémoire présenté au  
Département de Science Économique de  
L'Université d'Ottawa  
Pour l'obtention du diplôme de Maîtrise  
ECO 7997**

\*\*\*\*\*

**Directeur du mémoire  
Ronald Bodkin**

\*\*\*\*\*

**Janvier 2000**

# TABLES DES MATIÈRES

	<b>PAGES</b>
<b>INTRODUCTION</b> .....	3
<b>Section 1/ REVUE DE LA LITTÉRATURE ÉCONOMIQUE</b> .....	6
<b>Section 2/ MOTIVATIONS ET TEST STATISTIQUES</b> .....	18
I/Motivation .....	18
II/Tests statistiques .....	22
<b>Section 3/ LES MODÈLES</b> .....	27
Modèle 1 (cointégration à la Engle-Granger) .....	27
Modèle 2 (changement sur moyenne) .....	28
Modèle 3 (changement de tendance) .....	29
Modèle 4 (tendance quadratique ) .....	30
<b>Section 4/ SIMULATION DE MONTE CARLO</b> .....	31
I/ Simulations des distributions en échantillon fini .....	31
II/ Calcul des valeurs critiques .....	34
<b>Section 5/ APPLICATIONS</b> .....	38
I/Tests de racine unitaire et de cointégration à Engle-Granger .....	40
II/Tests de cointégration avec changement structurel .....	47
<b>CONCLUSION</b> .....	57
<b>ANNEXE</b> .....	59
<b>RÉFÉRENCES</b> .....	63

## INTRODUCTION

Des diverses études auxquelles a donné lieu la relation entre inflation, masse monétaire, revenu national et taux d'intérêt n'émanent aucune conclusion empirique ou analytique claire.

Sur le plan empirique, les études sur données de panel font apparaître des résultats contradictoires, tantôt positifs, tantôt négatifs ou tout simplement nuls. Parmi celle-ci Barro (1997) ne trouve aucun lien significatif à long terme entre l'inflation et la croissance. Par contraste, Fisher (1983) trouve une relation significativement négative entre ces deux variables.

En ce qui concerne les analyses sur séries chronologiques, Stock-Watson (1989) et King-Plosser-Stock-Watson (1991) trouvent une super-neutralité (une monnaie est superneutre si une augmentation du taux de croissance de  $m$  entraîne une augmentation égale du taux de tous les prix  $p_i$  et donc du niveau général des prix, sans qu'aucune variable réelle ne soit modifiée) de la monnaie sur l'activité; autrement dit, l'existence d'une cointégration entre la masse monétaire, le revenu national et le taux d'intérêt. Au contraire, Friedman-Kuttner (1993) rejettent la présence de cointégration entre ces variables dès que l'échantillon considéré couvre les années 1980.

Face à toutes ces contradictions, Campbell-Perron (1991) ont suggéré l'inclusion d'une discontinuité sur la tendance déterministe. En effet, ils pensent qu'un changement structurel affectant ces trois variables serait en cause.

D'un point de vue analytique, des premiers travaux initiés par Tobin (1965) où l'inflation influençait positivement l'activité à long terme, se sont succédés des modèles

axés sur les comportements micro-économiques explicites dans lesquels la monnaie demeure superneutre, ou influence négativement le revenu à long terme.

Les modèles de croissances endogènes demeurent très pauvres une fois qu'on y intègre la monnaie. À cet effet, Gylfason (1989) dérive une corrélation négative entre le taux d'inflation et le taux de croissance endogène de longue période, tandis que Kydland (1991), dans un modèle où l'information est incomplète, montre que la monnaie n'est pas superneutre en termes de croissance stationnaire, pour peu que le principe d'équivalence ricardienne soit levé.

Le but de ce travail est d'étudier l'impact de la masse monétaire sur les variables réelles en longue période, d'un point de vue à la fois empirique et théorique. Plus précisément, la constatation juste sur données temporelles pour les États-Unis, d'une liaison négative entre la hausse des prix ou de la masse monétaire et le taux de croissance de l'activité économique durant la période post-Seconde Guerre mondiale, conduira à s'interroger sur une possible erreur de spécification. À l'appui de cette thèse vient le fait que les études empiriques sont très sensibles à la période d'observation. En particulier, le rôle causal des innovations monétaires se trouve nettement affaibli lorsque les années 1980 sont exclues de l'échantillon (Stock-Watson (1989)).

Pour ce faire, des modèles et des tests s'adaptant au contexte de changement structurel sont développés. Notre choix porte sur celui de l'Augmented-Dickey-Fuller (ADF). L'hypothèse nulle est la non-cointégration et son alternative est la cointégration avec changement structurel. Cependant, les tests utilisés dans ce travail sont contraints à une seule rupture de tendance dont la date est considérée comme un paramètre de nuisance et sera donc estimée.

Les propriétés asymptotiques pour l'ensemble de ces tests ont déjà été étudiées. Entre autres, Phillips-Ourialis (1990) ont été les premiers à développer les propriétés asymptotiques du modèle standard de cointégration à la Engle-Granger. Quant aux tests de changements structurels, un large éventail d'études sur leurs propriétés asymptotiques a été offert par Perron (1989), Andrew-Zivot (1992), Hansen (1992), Gregory-Hansen (1996, a, b) et Inoue (1996). Certes, nous procéderons par des simulations de Monte Carlo afin d'obtenir les valeurs critiques pour chacun de nos tests respectifs.

Le travail est disposé de la façon suivante. Une revue de la littérature est présentée dans la première section. À la deuxième section, nous discuterons de la motivation et des tests statistiques à notre disposition. À l'intérieur de la troisième section, nous présenterons les modèles macro-économétriques tout en exposant la méthodologie économétrique retenue. Dans la quatrième section, nous simulons (Monte Carlo) afin de trouver nos valeurs critiques. À la cinquième section, une application de ces tests sur données canadiennes pour la masse monétaire (M1), la masse monétaire (M2) et la base monétaire respectivement a été effectuée. Finalement, nous concluons.

## SECTION 1

### REVUE DE LA LITTÉRATURE

#### **Modele R.B.C versus Nouveaux-Keynesiens :**

Depuis que Friedman-Schwartz (1963) ont montré que les périodes de déclin marquées de l'activité économique ont coïncidé avec une chute significative du stock nominal de monnaie sur une période d'environ cent ans aux Etats-Unis, la question qui a le plus suscité d'attention de la part des chercheurs a certainement été celle des effets du choc monétaire sur les variables réelles.

Toutefois, les opinions restent très partagées quant à ses effets sur la politique monétaire. Ainsi, pour Friedman (1968), la politique monétaire ne peut maintenir le taux de chômage en deçà du taux «naturel» sans que cela ne se traduise par une hausse accélérée du taux d'inflation. S'inscrivant dans la même foulée, le débat qui a surtout retenu l'attention au cours des années 1970 a certainement été celui entourant la politique monétaire dans une économie où les agents anticipent rationnellement le futur. De l'approche d'équilibre général initiée par Lucas (1972), Kydland-Prescott (1982) introduisent un modèle à agent représentatif où ce dernier maximise son utilité sous contrainte, de façon plus explicite, qu'ils établissent le lien entre les choix individuels et les fluctuations agrégées.

Dans un tout autre ordre d'idées, Andersen-Jordan (1968) ont effectué une régression dans laquelle la production est une fonction de la monnaie (communément appelé modèle de St-Louis). En se fondant sur les résultats de cette analyse, ils ont pu

établir que les mouvements monétaires les plus importants furent surtout les résultats d'évolution propres à la sphère monétaire de l'économie, plutôt qu'à une réponse du stock de monnaie à des développements réels.

Sims (1972), partant d'un modèle VAR (Vector AutoRegressive), a tenté de tester la présence de causalité entre le revenu national et les variables monétaires pour les États-Unis. La causalité, au sens de Sims, permet de savoir si le passé d'une variable peut prédire le comportement futur d'une autre variable. À cet égard, il montre qu'il existe une relation causale dans les deux sens (ou feedback) entre les deux variables. Certes, le modèle est peu robuste dès qu'on change la taille de l'échantillon.

Le cycle économique est décrit par un ensemble de statistiques calculées à partir de données tirées de la réalité. Suivant le cycle défini par Lucas (1977), généralement, les statistiques couvrent deux types de variables macroéconomiques: d'une part, les fluctuations des agrégats par rapport à leurs tendances et, d'autre part, la covariance entre les agrégats et le PNB réel exprimés en termes de déviations par rapport à leurs tendances.

Bien que Lucas (1977) fut le premier à discuter des fluctuations par rapport à leurs tendances, il n'en demeure pas moins, qu'il n'a pas défini de façon précise la notion de tendance. Il a fallu attendre les travaux de Hodrick-Prescott (1980); ils appuient leur concept de tendance sur la théorie de la «croissance en état stationnaire», ce qui est caractérisé par le fait que certaines variables, dont la consommation, l'investissement,... croissent au même taux que la technologie. La procédure proposée par Hodrick-Prescott serait de faire varier le taux de changement technologique dans le temps de façon graduelle, d'où une tendance aléatoire.

Les modèles du cycle économique réel (RBC) insistent sur les changements technologiques comme cause principale des fluctuations. Souvent, cela suppose que la technologie fluctue autour d'une tendance déterministe. En revanche, dans les modèles de facture Keynésienne traditionnelle, les chocs de la production sont souvent déterminés par les perturbations monétaires ou d'autres composantes de la demande ainsi que la rigidité des prix et salaires nominaux. Mais, puisque ces modèles présupposent que prix et salaires nominaux finissent par s'ajuster, alors les variations de la demande globale n'ont pas d'effet à long terme. En d'autres mots, la production fluctue autour d'une tendance déterministe.

Nelson-Plosser (1982) ont tenté de découvrir si les fluctuations avaient une composante permanente. Ils viennent à la conclusion en effectuant un test de racine unitaire à la Dickey-Fuller (1979) qu'on ne pouvait pas rejeter l'hypothèse de l'existence d'une composante permanente dans les fluctuations.

Campbell-Mankiw (1987) ont proposé une autre façon de mesurer la persistance des fluctuations; ils ont trouvé que les chocs sur la production seraient le plus souvent amplifiés par des mouvements de production ultérieurs dans le même sens.

Cooley-Hansen (1989) introduisent la monnaie dans un modèle à un agent représentatif semblable à celui proposé par Hansen (1985). Dans un tel cas, la monnaie intervient dans les variables réelles par le biais de son effet sur l'inflation anticipée, mais ils trouvent qu'elle affecte peu le cycle économique. Les fluctuations des variables réelles sont peu affectés par la monnaie. Seuls le changement dans les prix et la corrélation entre les prix et le produit agrégé réagissent fortement.

C.Romer et D. Romer (1989), contrairement à Friedman-Schwartz, ont cherché dans les archives post-Seconde Guerre mondiale de la Réserve Fédérale des preuves

témoignant le fait que les changements de politique conduisant à une réduction de l'inflation n'étaient pas dus aux chocs monétaires. Toutefois, ils ont tenté de trouver des phénomènes naturels pouvant l'expliquer. Finalement, ils ont conclu que la relation monnaie-production reflète une causalité allant de la monnaie à la production et non dans le sens inverse. Il faut noter que leur méthode est beaucoup plus descriptive qu'historique.

Cho (1990) a intégré les rigidités nominales dans le modèle néo-classique de croissance. Cependant, il se limite à des contrats d'une période. Contrairement au modèle de Kydland-Prescott (1982) où l'information courante est imparfaite, dans ce modèle, les changements non anticipés de la monnaie ont des effets réels, car les contrats, une fois signés, constituent une contrainte à l'ajustement des salaires face à des chocs qui surviennent après leur signature. Les effets réels des chocs monétaires non anticipés viennent s'ajouter aux effets réels de la monnaie anticipée dont mentionnés Cooley-Hansen.

La théorie du cycle économique réel (RBC) considère que l'évolution du résidu de Solow n'est influencée que par les chocs technologiques. À l'opposé, une autre conception soutient que le résidu de Solow ne peut être attribué qu'aux changements dans la production ou à d'autres facteurs que les chocs technologiques. Dans le but de départager ces deux conceptions antagonistes, Bernanke-Parkinson (1991) ont effectué un test usuel. À la lumière de leurs résultats, ils estiment que les tenants du RBC devraient admettre soit que la grande dépression fut le résultat d'énormes chocs technologiques, soit que, pour des raisons qui restent à déterminer, le résidu de Solow mesure mal l'ampleur des changements technologiques internes au cours de la grande dépression, alors qu'il mesurait parfaitement ceux des autres périodes.

Kydland (1991) propose un modèle identique à celui de Kydland-Prescott (1982) à agent représentatif mais avec information incomplète. Ces résultats ne concernent qu'un petit nombre d'agrégats, et il trouve que les chocs monétaires ont un faible impact sur le cycle.

Cho-Phaneuf (1993) trouvent que l'intégration des rigidités nominales dans le modèle néo-classique de croissance accroît significativement l'effet des chocs monétaires sur le cycle. En combinant à la fois les chocs monétaires et les chocs technologiques, ils ont conclu que les prédictions sont proches des faits stylisés.

Cho-Cooley-Phaneuf (1994) ont récidivé avec un modèle néo-classique de croissance où l'enjeu est d'étudier la question la plus longuement débattue des coûts économiques engendrés par les contrats de salaire. Leurs résultats montrent que le coût est toujours faible pour des valeurs empiriques plausibles.

Le processus stochastique sous-jacent à la masse monétaire ( $M1$ ) a fait l'objet d'une attention particulière. Stock-Watson (1989), sur données mensuelles pour les États-Unis de 1959 à 1985, indiquent la présence d'une racine unitaire dans  $M1$ , et affirment que le taux de croissance de la masse monétaire est décrit par un processus stationnaire autour d'une tendance déterministe. En d'autres termes, ils montrent que la relation causale entre le taux de croissance de la masse monétaire et le revenu national est marginal.

Friedman-Kuttner (1993), quant à eux, rejettent l'existence même de la causalité au sens de Granger entre le stock de monnaie et le revenu national malgré l'introduction de plusieurs variantes du taux d'intérêt. On constate dès lors que les résultats sur la causalité restent très controversés.

Dufour-Tessier (1996), pour leur part, trouvent que les variables monétaires (base et multiplicateur) causent, au sens de Granger, de façon significative le revenu, confirmant les conclusions d'études antérieures à ce propos (Sims 1972). Il est à remarqué, que la relation de causalité est unidirectionnelle (de la base vers le revenu). Par contre, à la différence de Litterman-Weiss (1985), pour les États-Unis, Dufour-Tessier concluent que le taux d'intérêt ne cause pas directement le revenu mais n'excluent pas la possibilité qu'il puisse l'affecter indirectement à travers les variables monétaires (Base et Multiplicateur).

Cette approche, bien que populaire, n'est certes pas la seule qui soit utilisée pour prouver la présence d'interactions entre l'offre de monnaie et certaines variables réelles. Il y a aussi la notion de cointégration, introduite par Granger (1983), et Engle-Granger (1987). Il s'agit d'une propriété possédée par certaines séries temporelles non stationnaires; en première approximation, on dira que deux variables sont cointégrées si elles sont toutes deux non stationnaires mais qu'il existe une combinaison linéaire des deux variables qui se révèlent stationnaire.

Plus précisément, une série est stationnaire, ou intégrée d'ordre zéro (0), on la note  $I(0)$ , si sa moyenne est constante et sa variance bornée, par exemple, c'est le cas d'un bruit blanc :  $z_t = \varepsilon_t$  avec  $E(z_t) = 0$  et  $V(z_t) = \sigma^2$ . Une série est intégrée d'ordre  $d$ , s'il est nécessaire de la différencier  $d$  fois pour la rendre stationnaire; ainsi, pour une marche aléatoire  $z_t = z_{t-1} + \varepsilon_t$ , avec  $E(z_t) = 0$  si  $z_0 = 0$  mais  $V(z_t) = t\sigma^2$ , non bornée, constitue un exemple de variable  $I(1)$ .

De même on convient avec Engle-Granger (1987) de dire qu'un vecteur  $X_t$  est cointégré d'ordre  $d, b$ , ce que l'on note  $X_t \text{ CI } (d,b)$  si :

- i) toutes les composantes de  $X_t$  sont intégrées d'ordres  $d$ , c'est-à-dire stationnaire dans leur  $d^{\text{ième}}$  différence et
- ii) il existe au moins un vecteur  $a$  tel que  $aX_t$  est intégré (stationnaire) d'ordre  $d-b$ ,  $b > 0$ ; dans le cas limite où  $d=b$ , le processus  $aX_t$  est stationnaire.

Parmi les diverses propriétés exceptionnelles des vecteurs cointégrés l'une semble constituer une contrainte particulièrement embarrassante pour le travail économétrique. Engle -Granger (1987) montrent en effet que la cointégration de  $X_t$  implique qu'il n'existe aucune représentation VAR finie, pour  $X_t$ . La raison en est simplement que si une telle représentation existait, aucune combinaison linéaire de  $X_t$  ne serait stationnaire. Le théorème de représentation de Granger permet heureusement de se tirer de cette impasse. Ce théorème stipule que si deux variables  $x_t$  et  $y_t$  sont cointégrées,  $\text{CI } (1,1)$  il est toujours possible de les exprimer sous la forme d'un modèle à correction d'erreur du type Davidson-Hendry-Srba-Yeo (1978).

$$y_t - y_{t-1} = k(y_{t-1} - bx_{t-1}) + h(x_t - x_{t-1}) + \varepsilon_t ,$$

où  $\varepsilon_t$  est un terme d'erreur stationnaire, éventuellement autocorrélé. La présence de cointégration entre plusieurs variables indépendantes donne des erreurs qui n'admettent pas de racine unitaire. Le test de l'existence d'une racine unitaire est réalisé en régressant les différences premières de chacune des variables sur sa valeur en niveau décalée puis en ajoutant, un, deux, .... retards sur les différences elles-mêmes. Cependant, si  $x_t$  et  $y_t$  sont cointégrés, ce théorème nous assure que la variation  $(y_t - y_{t-1})$

peut être en partie prévue grâce à l'information  $(y_t - \beta x_{t-1})$ ; ceci est la conséquence du théorème de représentation de Granger.

Les controverses soulevées par l'analyse économétrique des modèles de ce type sont trop nombreuses pour que nous puissions les envisager ici. Contentons-nous de rappeler qu'un grand nombre des problèmes rencontrés résultent à nouveau du caractère non stationnaire des déterminants.

Considérons un modèle de cointégration sous sa forme réduite :

$$y_t = \alpha + \beta^* t + u_t \quad (1)$$

Avec  $A(L) u_t = \varepsilon_t$ ,

où  $\alpha$  et  $\beta$  sont des vecteurs de  $(1 \times n)$  de coefficients fixes.  $y_t$  est un vecteur de variables endogènes et  $u_t$ , le vecteur des innovations.  $A(L)$  est une matrice polynomiale d'ordre  $P$  telle que :

$$A(L) = I - A_1 L - A_2 L^2 - \dots - A_p L^p.$$

Les  $A_i$  sont des matrices  $(n \times n)$  de coefficients fixes. Les perturbations de  $\varepsilon_t$  sont supposées être normalement distribuées avec  $E(\varepsilon_t) = 0$  et  $V(\varepsilon_t) = \Sigma$

Après substitution, on obtient la forme vectorielle :

$$\Delta y_t = \alpha + \Pi [ (y_{t-1} - \beta(t-1)) ] + \sum \Gamma_j \Delta y_{t-j} + \varepsilon_t, \quad (2)$$

où  $\Delta y_t$  est le vecteur des premières différences des variables endogènes;  $y_{t-1}$  le premier retard du vecteur  $y_t$ ,

$$\Pi = \sum A_i - I \text{ et } \Gamma_j = \sum_{i=j+1}^k A_i \quad \forall j = 1, 2, \dots, k$$

Ainsi si  $\Delta y_t$  est stationnaire, alors  $\Pi [ (y_{t-1} - \beta(t-1)) ]$  est stationnaire.

Si  $\Pi$  est une matrice de plein rang  $n$ ,  $y_t$  est stationnaire autour de  $\beta t$ . Cette représentation est connue sous le nom de modèle VAR sans restrictions.

Lorsque  $\Pi = 0$ , de rang nul, on obtient un modèle VAR en premières différences :

$$\Delta y_t = \alpha + \sum \Gamma_j \Delta y_{t-j} + \varepsilon_t \quad (3)$$

Enfin, si le rang de  $\Pi \in [0, n]$ , alors il existe des matrices  $v, w$ , de rang  $(n \times r)$ , telles que :

$$\Pi = v^* w' \quad (4)$$

Si  $\Pi [y_{t-1} - \beta(t-1)]$  est stationnaire,  $u_{t-1} = w' [y_{t-1} - \beta(t-1)]$ , l'est aussi. Ce dernier terme est appelé erreur d'équilibre. En substituant (3) dans (2), on obtient l'équation suivante:

$$\Delta y_t = \alpha + v^* u_{t-1} + \sum \Gamma_j \Delta y_{t-j} + \varepsilon_t \quad ,$$

qui est aussi la forme condensée du modèle à correction d'erreur.

Avant de clore le débat, sur la cointégration, nous allons présenter quelques résultats d'études empiriques. Ainsi, King-Plosser-Stock-Watson (1991), sur données américaines, ont trouvé que l'encaisse réelle, le revenu national et les taux d'intérêts sont cointégrés. Par contraste, Friedman-Kuttner (1992), toujours sur données américaines, rejettent toute possibilité de cointégration entre ces variables. Cependant, il faut souligner que la taille de l'échantillon  $y$  est pour quelque chose. En découpant les observations initiales en deux sous-échantillons, les auteurs ne rejettent pas la présence de cointégration pour la période 1960 à 1979 :III, mais ils la rejettent pour les périodes précédentes. À cet égard, nous retiendrons cette explication :

"Friedman and Kuttner (1993) find no significant cointegration among money, income and interest rates in recent data. Observing their empirical results, Campbell and Perron (1991, p, 195), conjecture that real money, output and interest rates are cointegrated with a broken deterministic Velocity trend. ... . Failing to reject the null of

non cointegration, Friedman and Kuttner conclude that previously standard financial quantities can no longer serve as policy information variables because they no longer contain information about the macroeconomic outcomes". Inoue(1996)

Notre constatation est que les résultats sur la cointégration dépendent de la taille de l'échantillon; quand on augmente la taille de l'échantillon, on augmente aussi la possibilité de changement structurel (Perron(1989)).

Deux articles édifiants vont servir de pierre de touche à notre travail, l'un proposé par Gregory-Hansen (1996 a, b) et l'autre par Atsushi Inoue (1996).

Gregory-Hansen (1996 a,b), dans un modèle multivarié à correction d'erreur, proposent des tests qui sont des extensions du ADF, du  $Z_{\alpha}$  et du  $Z_t$  tests de cointégration. Ces tests sont complémentaires à ceux de Hansen (1992) et Quintos - Phillips (1993). Dans ces tests, l'hypothèse nulle est la non cointégration et l'alternative regroupe à la fois la cointégration à la Engle-Granger et la cointégration avec changement structurel. À première vue, les tests de Hansen et Quintos-Phillips sont meilleurs que ceux de Engle-Granger en ce qui a trait à la spécification. Ces changements structurels sont captés dans trois de leurs modèles. Leur modèle (4) inclut la possibilité de changement des variables explicatives sur la composante linéaire, communément appelée changement de régime. Quant à leurs modèles (2) et (3), ils admettent seulement une possibilité de rupture sur la composante linéaire. La date à laquelle intervient le changement de régime est supposée inconnue et sera donc à estimer ; elle représente le minimum des statistiques appliquées sur toutes les dates possibles de rupture. Généralement, les tests standards échouent par manque de

robustesse (ou de puissance). L' étude de Gregory-Hansen constitue une sorte de mise en garde contre ceux qui de façon hâtive rejettent la cointégration.

Gregory-Hansen, sur données annuelles de (1901-1985) pour les États-Unis, ont rejeté l'hypothèse nulle de non-cointégration au niveau de 5%, pour leurs modèles (2) et (3). Ensuite, ils ont analysées les données trimestrielles (1960:I-1990:IV), leurs conclusions étaient que les tests conventionnels d'ADF ne rejettent pas l'hypothèse nulle de non-cointégration (modèles (2) et (3)). Cependant, ils la rejettent au niveau de 5% pour le  $Z^*_t$  et 10% pour le  $Z^*_\alpha$  test (modèle (4)).

Grosso modo, Gregory-Hansen trouvent que les variables sont cointégrées autour d'une rupture sur la moyenne et autour d'une rupture sur la moyenne et la tendance pour les données annuelles. Quant aux données trimestrielles, le résultat est une cointégration avec changement de régime. Par conséquent, le vecteur de cointégration change à travers le temps.

Inoue (1996) développe des tests qui sont des extension du ADF et du ratio de vraisemblance, permettant de distinguer parmi une cointégration à la Engle-Granger et celle admettant des changements structurels, laquelle explique le mieux le comportement des variables. L'hypothèse nulle est la cointégration sans rupture de tendance et l'alternative est la cointégration avec rupture de tendance. La date à laquelle intervient cette rupture est supposée inconnue, mais déterminée; en d'autres termes, elle est représentée par un paramètre fixe exogène qui sera estimé.

Les résultats de Inoue sur données mensuelles américaines (1960:I-1994:XII) entre l'offre de monnaie (M1), le revenu personnel et les taux d'intérêts sur les bons du

trésor de 90 jours indiquent une cointégration autour d'une rupture de tendance linéaire comme dans Campbell-Perron.

Finalement, nous ne pouvons passer à la section suivante sans citer ce passage dans Inoue (1996) qui dans un sens pourrait servir de remarques:

1- « Remarks similar to those made about the Gregory-Hansen (1996 a,b) tests can be applied to the testing procedure proposed in this paper. First, rejection of the null does not necessarily imply that there is a trend-break. Tests for structural break, such as the test by Bai et al. (1994), should be used to answer the question about the existence of structural change. Second, the proposed tests do not substitute for the existence tests, but rather complement them. A combination of the proposed tests and the existing tests would help an applied researcher to analyze and model the data appropriately.

2- The present paper focuses on a trend break under the alternative. The following two extensions are left for future research. One is to allow structural change, not only in the linear trend, but also in the cointegrating vector as in Gregory and Hansen (1996b).

## SECTION 2

### MOTIVATION ET TESTS STATISTIQUES

#### 1) MOTIVATION

Les difficultés dont souffrent les analyses tant empiriques que théoriques entre l'offre de monnaie, le revenu national et les taux d'intérêts nous ont incité à admettre la possibilité de changements structurels dans nos modèles. Cependant, cette constatation nous a été dictée par le graphique de nos erreurs résiduelles et de celui de la vélocité. La raison de ce choix vient du fait que Perron (1989) soutient que «le traitement des tendances déterministes est inséparable du traitement des racines unitaires lorsque l'on travaille avec des données économiques »

Perron (1990) montre que les changements dans la moyenne d'une série pourraient être la cause principale de l'acceptation de la présence de racine unitaire. Si on considère des études couvrant une longue période, on devrait quelques fois considérer la possibilité de changement structurel dans la mesure où l'économie est perpétuellement soumise à des chocs.

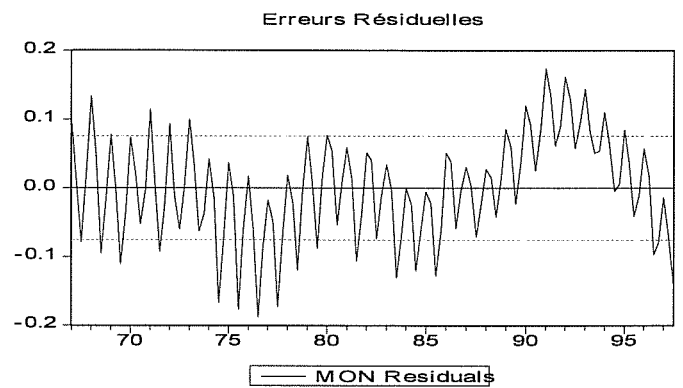
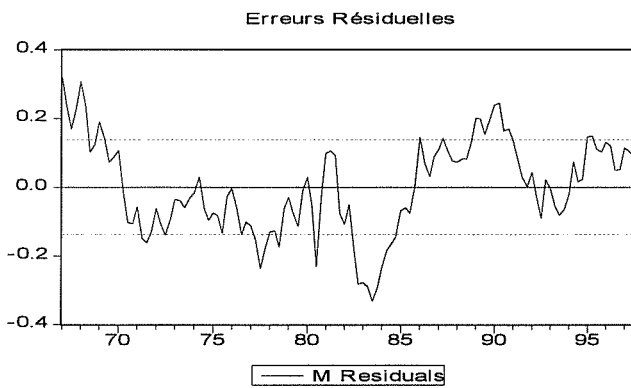
Dans cette étude, nous proposons quatre types de modèles (Stabilité Structurelle, Rupture sur la Moyenne, Rupture sur la Tendence, et Changement de Régime). Nous mettons surtout l'accent sur la rupture sur la moyenne et celle sur la tendance. Pour appliquer cette méthodologie, nous allons considérer la série des résidus de la régression de l'offre de monnaie (M1), ensuite celle de (M2) et enfin celle de la base sur le PIB réel et le taux d'intérêt nominal au Canada. Il s'agit d'une série trimestrielle qui couvre la période de 1967:I -1997:IV pour (M1 et M2) et 1961:I - 1997:IV

pour la base. Comme le montre la figure 2-a (résidu M1), la série présente une rupture sur la tendance à partir de 1983 et une autre en 1991. Quant à la figure 2.b (résidu M2), la série semble indiquer une rupture au niveau de la tendance en 1976 et une autre en 1991. Finalement, à la figure 2-c (résidu base), la série montre une rupture sur la tendance en 1979 et une autre en 1991. Ces données nous viennent de CANSIM<sup>1</sup>, elles sont toutes désaisonnalisées et corrigées au moyen d'un coefficient obtenu par la technique des moines mobiles.

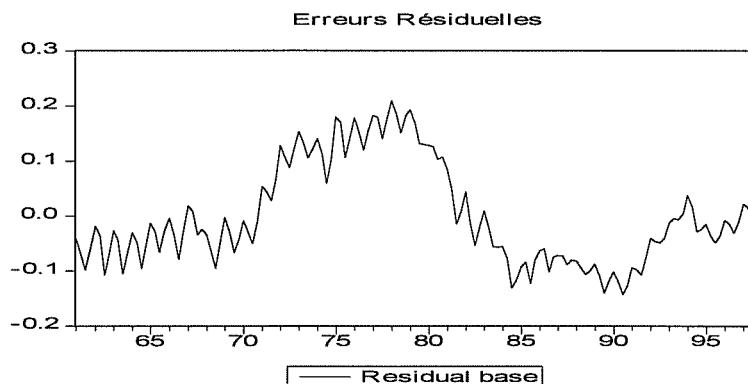
**Figure 2-1 REPRÉSENTATION GRAPHIQUE DES ERREURS RÉSIDUELLES :**

a) M1

b) M2



c) Base



1- B1646 (Base Monétaire), B1629 (M1), B1630 (M2), B14001 (i91), P100000 (indice des prix à la consommation), D15665 (P.I.B. en termes de revenu)

Afin de mieux saisir le comportement des résidus, nous allons étudier l'évolution de la vitesse de la monnaie. Une analyse des variations de la vitesse de circulation de la monnaie vient éclairer utilement cette question. Dans le cas des Etats-Unis, M. Friedman (1983) attribue la rupture observée dans l'évolution de la vitesse de M1 en 1981 à la très grande variabilité de sa croissance à la suite de la modification des procédures opérationnelles de la Réserve fédérale en 1979.

En effet, la proposition de Friedman revient à affirmer qu'une forte volatilité de la croissance monétaire accroît le degré d'incertitude perçu par les variables économiques, et conduit à une augmentation de la demande de monnaie.

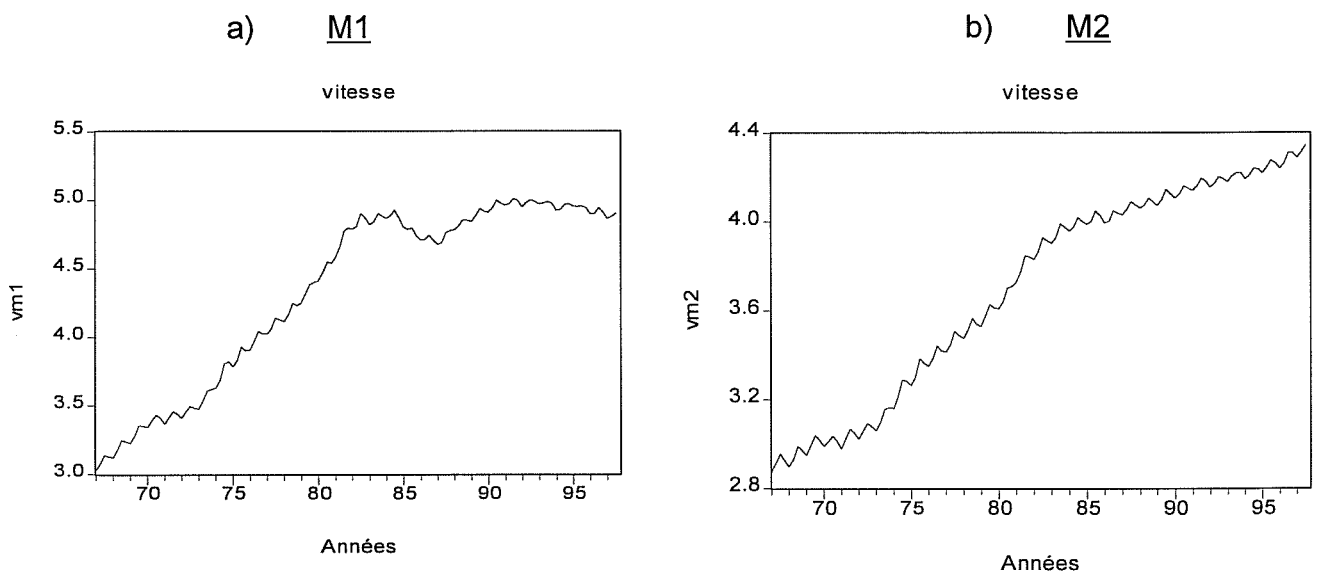
La vitesse de circulation est obtenue grâce à l'équation quantitative de la monnaie de Fisher :

$$MV = PY ,$$

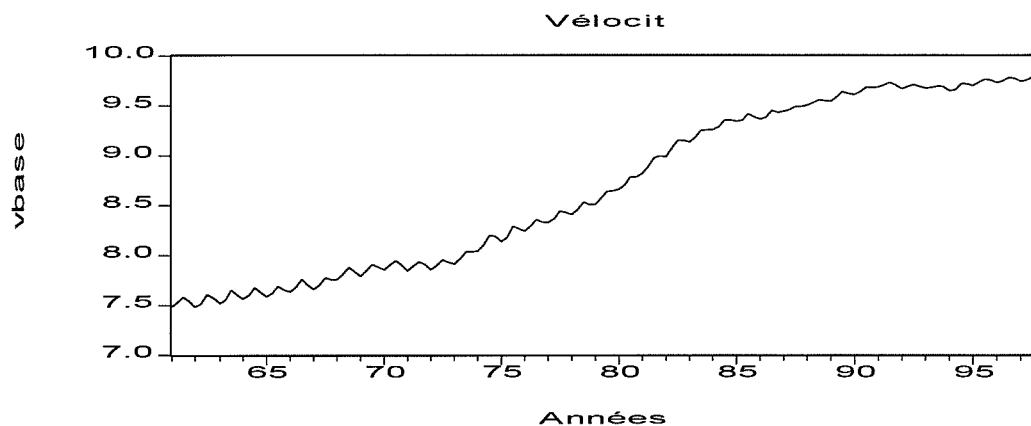
où M est l'encaisse nominale; V est la vitesse; P le niveau Prix et Y le revenu national.

Le graphique suivant représente l'évolution de cette variable.

Figure 2.2: Vitesse de la monnaie



c) Base



Dans la problématique de la vitesse, nous constatons, qu'elle n'est pas parfaitement linéaire (elle semble monotone), surtout après 1985, pour ce qui est de M1. Pour ce faire, nous procéderons par une batterie de tests. Pour illustrer ce point, nous appliquerons les tests de changements structurels (moyenne, tendance et tendance quadratique). Toutefois, malgré les résultats obtenus, nous supposerons sa forme linéaire (figure 2-2-a). En ce qui concerne la vitesse au niveau de M2, nous remarquons une tendance presque linéaire même s'il est possible de la diviser en trois sous-groupes de 1967-1974, de 1975-1984 et de 1985-1997 (voir figure 2-2-b). Chaque sous-groupe semble suivre une moyenne. Enfin, la vitesse au niveau de la base est presque identique à celle au niveau de M2, sauf pour l'échelle et, à partir de 1985, la tendance est plus galopante (figure 2-2-c). Ceci est en conformité avec nos résultats.

Après une analyse détaillée de ces graphiques, il nous semble tout à fait justifié de considérer la présence de changements structurels avec des tendances linéaires. La courbure de la vitesse au niveau de M1 nous a amenés à nous questionner sur toute éventualité d'une tendance quadratique; à cet égard, nous avons testé cette possibilité.

Compte tenu de la difficulté de programmer plusieurs formes de tendance, nous avons jugé au mieux de notre connaissance de considérer une tendance linéaire.

## II) TESTS STATISTIQUES

Nous savons que plusieurs tests sont disponibles pour ce faire et nous avons retenu les approches de Dickey-Fuller (1979, 1981), notamment leurs propositions par rapport à la statistique  $t$  dont la distribution n'est plus la loi de Student. Cependant, il est à signaler que le principal test que nous avons choisi d'utiliser est celui du ADF.

Dans la première de ces procédures, le test de l'existence d'une racine unitaire est réalisée en régressant les différences premières de chacune des variables sur sa valeur en niveau décalée puis en ajoutant un, deux, .... retards sur les différences elles-mêmes. Ce faisant, dans cette étude nous tenons à nous assurer une certaine robustesse des conclusions dès que l'augmentation du nombre de retards sur la variable endogène ne modifie que très marginalement les valeurs de  $t$ . La justification de cette démarche nous la devons à Dickey-Said (1984):

d'abord développée pour un processus AR(1), l'introduction de retards sur l'expliquée étend la procédure de tests à des modèles AR d'ordre supérieur à l'unité et à des modèles ARMA ( $p',q$ ) approximés par des AR ( $p$ ).

Dans la problématique de Phillips-Perron (1991), on admet que les composantes en moyenne mobile sont probablement présentes dans de nombreuses séries économiques et l'on suppose l'insuffisance de la correction retenue dans le test de

Dickey-Fuller. Une correction non paramétrique est proposée par Phillips (1987) offrant un test à priori plus robuste que le précédent.

Certes, nous savons que les résultats des tests de racine unitaires dépendent presque exclusivement de la spécification de la composante déterministe de la fonction de tendance. La robustesse des résultats provient de l'examen des graphiques de la série, c'est-à-dire, il est toujours essentiel de voir si des changements structurels se sont produits. En ce qui concerne les tests, nous avons jugé opportun de suivre la méthode de Perron (1990) affirmant que la procédure de Dickey-Fuller apparaît à l'heure actuelle comme la plus robuste. C'est cette raison particulière qui nous a poussé à la choisir uniquement. Nous ferons abstraction de la correction non paramétrique de Phillips et bien entendu dans les modèles à changements structurels; nous ne voyons pas de grande différence entre le test de Phillips-Perron et celui du ADF, du moins asymptotiquement. En conformité avec les quatre modèles que nous présenterons ultérieurement, nous testons la présence de cointégration en effectuant un test de racine unitaire sur le terme d'erreur. Autrement dit, il s'agit tout simplement de tests de cointégration des erreurs résiduelles. L'hypothèse nulle est la non-cointégration et son alternative est celle avec rupture.

Suivant Hansen (1992) et Gregory-Hansen (1996a,b):

Soit  $\varepsilon_t$ , le terme d'erreur de la régression de la variable dépendante, par exemple, l'offre de monnaie, sur les variables indépendantes à savoir : le produit national et les taux d'intérêts. Afin d'effectuer le test, nous allons commencer par estimer la régression suivante:

$$\Delta\varepsilon_t = \rho \varepsilon_{t-1} + u_t \quad ,$$

où  $\Delta\varepsilon_t$  est la première différence de  $\varepsilon_t$  et  $u_t \sim \text{i.i.d } N(0, 1)$ , processus en bruits blancs; l'hypothèse  $\beta = 1$  correspondant à l'existence d'une racine unitaire se traduit par l'unicité de  $\rho$  ( $\rho=1$ ) dans  $\Delta\varepsilon_t = \rho \varepsilon_{t-1} + u_t$ .

En appliquant la méthode des moindres carrés ordinaires (m.c.o), l'estimateur de  $\rho$  est :

$$\hat{\rho}^* = \frac{\sum_{t=1}^{T-1} \hat{\varepsilon}_{t\tau} \hat{\varepsilon}_{(t+1)\tau}}{\sum_{t=1}^{T-1} \hat{\varepsilon}_{t\tau}^2}$$

Ensuite, on effectue un test t

$$t = (\hat{\rho}^* - 0) / (s^2 / \sum_{t=1}^{T-1} (\hat{\varepsilon}_{t\tau})^2)$$

où

$$s^2 = \frac{\sum_{t=1}^T (\Delta \hat{\varepsilon}_{t\tau} - \hat{\rho}^* \hat{\varepsilon}_{(t-1)\tau})^2}{(T-1)}$$

Ici, T représente le nombre d'observations sur le coefficient  $\rho$  avec comme hypothèse nulle la non-cointégration  $\rho = 0$  et comme alternative  $\rho \neq 0$ .

La statistique ADF est celle des régressions des régresseurs de  $\hat{\varepsilon}_{(t-1)\tau}$ .

$$ADF(\tau) = tstat(\hat{\varepsilon}_{(t-1)\tau})$$

La date à laquelle intervient cette rupture est supposée inconnue et doit être estimée. On calcule cette statistique sur toutes les dates possibles de rupture, celle qui correspond au minimum de toutes les statistiques est retenue.

Ipsa facto, précisons que dans ce travail, les tests de Dickey-Fuller ont été conduits avec et sans prise en compte d'un Trend (tendance) linéaire comme variable explicative. L'explication vient du fait que les propriétés asymptotiques des statistiques  $t$  dépendent de la valeur (inconnue) de la constante du drift des régressions. Or, Evans-Savin (1984) ont montré que cette dépendance était rompue si l'on considérait dans la liste des variables explicatives un tel trend, même si son coefficient théorique est nul, de sorte que dans les applications empiriques où la connaissance de la valeur de la constante est impossible, l'inclusion d'un trend sur le temps est probablement une décision prudente pour la réalisation des tests de racine unitaire.

Nous allons appliquer cette procédure sur nos trois modèles (1, 2, 3, 4). Le modèle 4 est présenté dans le but d'ouvrir des perspectives futures, mais ses résultats ne seront pas présentés car jugés non-pertinents.

## SECTION 3

### MODÉLISATION

De peur de nous répéter sans cesse, la démarche que nous avons choisie est similaire à celle de Hansen (1992), Gregory-Hansen (1996a,b) et Inoue (1996). Il s'agit de modèles univariés. Rappelons que l'hypothèse nulle est la non-cointégration et l'hypothèse alternative, la cointégration avec rupture. Toutefois, nous commençons notre étude par le modèle exempt de changement structurel, précisément celui à la Engle-Granger (modèle 1). Ce faisant, si on ne rejette pas la présence de cointégration, il s'avère inutile de poursuivre avec les autres types de modèles. A l'opposé, si on rejette la présence de cointégration à la Engle-Granger, alors il est nécessaire d'utiliser des modèles qui tiennent compte des changements structurels. Ces derniers sont soit au niveau de la moyenne (modèle 2), soit au niveau de la moyenne et de tendance (modèle 3) ou au niveau d'un changement de régime (modèle 4).

#### MODÈLE 1 : Engle-Granger

$$y_{1t} = \mu + \alpha^T y_{2t} + \varepsilon_t \quad \text{où} \quad t = 1, 2, 3, \dots, T$$

Il s'agit du modèle standard de cointégration à la Engle-Granger (1987), décrivant l'équilibre de long terme. Les paramètres  $\mu$  et  $\alpha$  décrivent un hyperplan de dimension  $m$ , vers lequel le processus vectoriel  $y_t$  tend à travers le temps. Le paramètre  $\mu$  est une variable, elle constitue la tendance linéaire.  $y_{2t}$  est le vecteur des variables explicatives

qui sont généralement des processus intégrés d'ordre 1, que l'on note  $I(1)$ . Le terme d'erreur  $\varepsilon_t$  est stationnaire avec la possibilité d'une forme autorégressive d'ordre 1 :  $\varepsilon_t = \rho\varepsilon_{t-1} + u_t$

Dans ce modèle, les coefficients des variables explicatives sont stables et ne changent pas dans le temps. Il faut noter que dans la plupart des cas, si le modèle 1 sert à capter une relation de long terme, nous sommes tentés de considérer les paramètres  $\mu$  et  $\alpha$  comme invariants.

## MODÈLE 2 : Changement autour de la moyenne ou changement de niveau

$$y_{1t} = \mu_1 + \mu_2 DU_t(\lambda) + \alpha^T y_{2t} + \varepsilon_t \quad t = 1, 2, 3, \dots, T$$

Contrairement au premier modèle, où il est supposé que le coefficient de la composante linéaire est fixe, on inclut ici la possibilité d'un changement de coefficients sur la moyenne. On les représente ( les coefficients ) par les paramètres  $\mu_1$  et  $\mu_2$ . Les changements structurels peuvent être reflétés par les changements de l'ordonnée à l'origine  $\mu$  et / ou les changements de la pente  $\alpha$ .

$DU_t(\lambda)$  est une variable auxiliaire qui prend la valeur 0 si  $\lambda T$  est inférieure ou égale à  $t$  et prend la valeur 1 autrement. Le moment où s'effectue le passage de la valeur 0 à la valeur 1 correspond à la date où intervient le choc sur la moyenne de la série.  $T$  représente la taille de l'échantillon et  $\lambda$  est un réel compris entre 0 et 1.  $y_{2t}$  représente le vecteur des régresseurs et les  $\varepsilon_t$  sont les innovations ou encore un terme d'erreur. Elles sont supposées autocorrélées c'est-à-dire que  $\varepsilon_t = \rho\varepsilon_{t-1} + u_t$ .

À titre d'exemple, considérons le cas d'une variable macroéconomique qui, par hypothèse, suit un processus stochastique stationnaire, à l'exception d'un seul changement sur sa moyenne. Se demander ce qui aurait pu se produire si on appliquait un test de l'hypothèse nulle sur la tendance stochastique ressemble beaucoup plus à un choc ayant des effets permanents. Donc, ne pas tenir compte de cette rupture diminue la probabilité de rejeter l'hypothèse nulle de non-stationarité.

Modèle 3 :                    **Changement autour de la moyenne et de la tendance ou changement de niveau avec tendance**

$$y_{1t} = \mu_1 + \mu_2 DU_t(\lambda) + \beta_1 t + \beta_2 DT(\lambda) + \alpha^T y_{2t} + \varepsilon_t \quad t = 1, 2, 3, \dots, T$$

$\mu_1$  représente l'ordonnée à l'origine avant le changement, et  $\mu_2$  représente le changement de l'ordonnée à l'origine au moment du changement.

Ce modèle représente le modèle 2 augmenté d'une tendance linéaire variable  $T$  et d'une tendance quasi linéaire  $DT_t(\lambda)$  pour mieux capter la présence de changements structurels au niveau de la tendance de la série. Comme dans le modèle précédent, la date à laquelle interviendra le changement structurel correspondra au moment où  $\lambda T$  est égal à  $t$ . La variable auxiliaire  $DT_t(\lambda)$  prend les valeurs suivantes :  $0, \dots, t_{\eta+1}, \dots, T$

Les innovations sont représentées par le terme  $\varepsilon_t$  et sont supposées autocorréllées.

Modèle 4 :                    **Changement de régime**

$$y_{1t} = \mu_1 + \mu_2 DU_t(\lambda) + \alpha_1^T y_{2t} + \alpha_2^T y_{2t} DU_t(\lambda) + \varepsilon_t \quad t = 1, 2, 3, \dots, T$$

Dans ce cas,  $\mu_1$  et  $\mu_2$  sont comme dans le modèle de changement de niveau,  $\alpha_1$  est le coefficient de cointégration autour de la pente avant le changement de régime, et  $\alpha_2$  le changement du coefficient de la pente. Ce changement structurel permet au vecteur pente de changer, ce qui permet à la relation d'équilibre d'osciller.

Ce modèle est semblable aux deux modèles précédents, sauf qu'il incorpore d'autres changements structurels pouvant affecter la pente.  $DU_t(\lambda)$  est une variable auxiliaire.

Les  $\varepsilon_t$  sont les innovations, elles sont autocorrélées.

N.B.: nous ne faisons que présenter le modèle 4, comme nous ne voyons pas la pertinence de l'appliquer dans la mesure où nous supposons l'évolution de la vitesse de la monnaie suit une tendance linéaire, étant donné la difficulté de définir sa tendance. De facto, nous allons présenter ces propriétés asymptotiques à l'annexe.

## Section 4

### **Simulations de Monte Carlo**

#### **I/ Simulation des distribution en échantillon fini**

Dans cette section, nous allons nous consacrer à trouver les valeurs critiques de la statistique ADF des trois modèles que nous avons retenus en échantillon fini. À cette fin, nous allons procéder par la technique de Monte Carlo : «This technique has the great attraction of providing exact (randomized) tests based on any statistic whose finite sample distribution may be intractable but can be simulated. The validity of the tests so obtained does not depend at all on the number of replications made (which can be small). Only the power of the procedure is influenced by the number of replications, but the power gains associated with lengthy simulations are typically rather small », (Dufour, 1996).

Certes, précisons que les valeurs critiques de la cointégration à la Engle-Granger aussi bien que celles avec rupture de tendance sont disponibles (voir Gregory-Hansen (1996 a, b), Inoue (1996), Perron (1989)).

Pour ce faire, nous décrivons ci-après la méthodologie générale pour les différents modèles. En effet, nous allons générer trois variables (processus générateur de données)  $y_{1t}$ ,  $y_{2t}$ , et  $y_{3t}$  ; elles correspondent à l'offre de monnaie, au revenu national et aux taux d'intérêts de nos modèles, et elles sont supposées indépendantes afin de respecter l'hypothèse nulle de non-cointégration. Elles suivent des marches aléatoires telles que:

$$y_{it} = y_{it-1} + \varepsilon_t \quad \text{avec } \varepsilon_t \sim \text{i.i.d } N(0, 1)$$

Supposons que :  $y_{i0} = 0$  , d'où  $y_{it} = \sum_{r=0}^t \varepsilon_r$

Tout d'abord, pour obtenir chaque  $y_{it}$  , il suffira de générer des erreurs normales de moyenne  $E(y_{it}) = 0$  et la variance  $V(y_{it}) = t$ , et nous les sommes pour chaque période T. Plusieurs tailles d'échantillon seront considérées, notamment T= 50; 100; 150; 200; 250; et 300.

Ensuite, on génère la constante et les diverses tendances qui vont avec chacun de nos modèles (2 et 3). Les valeurs critiques sont obtenues après trois étapes de calcul.

a. On effectue une régression linéaire par la méthode des moindres carrés ordinaires de l'équation:

$$y_{1t} = (\text{composante linéaire} = \mu) + \alpha y_{2t} + \beta y_{3t} + \varepsilon_t$$

où  $\varepsilon_t$  est un bruit blanc.

b. Ensuite, on régresse à nouveau par m.c.o l'équation

$$\varepsilon_t = \rho \varepsilon_{t-1} + u_t$$

c. Finalement, on effectue un t ratio sur l'estimateur de  $\rho$ .

Ainsi, pour obtenir les valeurs critiques du modèle 1, en l' occurrence la cointégration à la Engle-Granger, on observe comment les variables se comportent avec l'hypothèse nulle de non-cointégration.

Les opérations sont répétées 10 000 fois.

a. Comme dans le cas précédent, on génère aléatoirement  $y_{1t}$ ,  $y_{2t}$ ,  $y_{3t}$ .

b. Ensuite, on régresse par MCO l'équation :

$$y_{1t} = \alpha + \beta y_{2t} + \gamma y_{3t} + \varepsilon_t$$

$\alpha$  est une constante,  $\varepsilon_t$  innovations du terme d'erreur.

c. Finalement, on applique un test de racine unitaire sur le terme d'erreur, c'est-à-dire, le t ratio test sur l'estimateur  $\rho$  de l'équation :  $\varepsilon_t = \rho \varepsilon_{t-1} + u_t$

Des 10 000 répliques obtenues, nous sélectionnons les quantiles qui constituent nos valeurs critiques, sachant la taille T (50, ..., 300).

La procédure utilisée pour la cointégration avec changement structurel sur la moyenne de la série (modèle 2) est relativement différente de la précédente.

Toujours, nous effectuerons 10 000 les opérations suivantes:

a. À nouveau, on génère aléatoirement trois variables  $y_{1t}$ ,  $y_{2t}$ ,  $y_{3t}$ ,

b. Ensuite, nous régressons par M.C.O, l'équation:

$$y_{1t} = \alpha + DU_t(\lambda) \beta' + \gamma_1 y_{2t} + \gamma_2 y_{3t} + \varepsilon_t$$

Où  $\alpha$  est une constante ;  $DU_t(\lambda)$  une variable auxiliaire qui prend les valeurs 0 lorsque  $T\lambda \leq t$  et 1 autrement ;  $\lambda \in [ .02, .98 ]$  est un paramètre inconnu. T la taille de l'échantillon.  $\varepsilon_t$  innovations ou termes d'erreurs.

c. Finalement, pour chaque valeur de  $\lambda$ , nous effectuons un test de racine unitaire sur le terme d'erreur en utilisant le t ratio sur l'estimateur du coefficient  $\rho$  obtenu grâce à la régression  $\varepsilon_t = \rho \varepsilon_{t-1} + u_t$

Des 10 000 répliques obtenues, nous sélectionnons les quantiles correspondants à nos valeurs critiques. Le plus petit de ces t ratio sera retenu.

En ce qui concerne la procédure utilisée pour la cointégration avec changement structurel sur la moyenne et la tendance (modèle 3).

a. On génère aléatoirement les trois variables  $y_{1t}, y_{2t}, y_{3t}$

b. Ensuite, on régresse par M.C.O. l'équation suivante:

$$y_{1t} = \alpha + DU_t(\lambda) \beta_1 + \beta_2 T + DT_t(\lambda) \beta_2' + \gamma_1 y_{2t} + \gamma_2 y_{3t} + \varepsilon_t \quad t = 1, 2, \dots, T$$

Où  $\varepsilon_t$  innovations en termes d'erreur,  $\beta_1$  et  $\gamma_1$  représentent les coefficients,  $DU_t(\lambda)$  et

$DT_t(\lambda)$  sont des variables auxiliaires.  $DU_t(\lambda)$  prend la valeur 0 lorsque  $T\lambda \leq t$  et 1 lorsque

Finalment pour le cas échéant;  $\lambda \in [ .02, .98 ]$  est un paramètre inconnu;  $T$  la taille de

l'échantillon;  $\varepsilon_t$  innovations ou termes d'erreur.

c. Finalement, pour chaque valeur de  $\lambda$ , on effectue un test de racine unitaire sur le

terme d'erreur en utilisant le t ratio sur l'estimateur du coefficient  $\rho$  obtenu grâce à la

régression  $\varepsilon_t = \rho \varepsilon_{t-1} + u_t$

Des résultats obtenus en effectuant les 10 000 réplifications, on sélectionne les valeurs

critiques des quantiles choisis (1%, 2,5%, 5%, 10%) sachant  $T = 50; 100; 150; 200; 250; 300$ .

Les résultats obtenus sont présentés dans les tableaux suivants:

N.B: Une fois le rejet de la cointégration, les erreurs résiduelles sont stationnaires et

suivent une loi normale. Quant à la tendance, elle prend la valeur 0 avant la rupture et 1

après la rupture. En régressant par m.c.o. les équations des différents modèles, la

constante se génère automatiquement (une fois qu'elle figure dans le modèle).

### III/ Valeurs Critiques

**Tableau 4-1:** Valeurs critiques pour la cointégration à Engle-Granger:

1%	2,5%	5%	10%	Nombre d'obs.
-4,50429	-4,1274	-3,8686	-3,53017	T=50
-4,42911	-4,06286	-3,79807	-3,49299	T=100
-4,4518	-4,09591	-3,78387	-3,49608	T=150
-4,35896	-4,0394	-3,76339	-3,46958	T=200
-4,33767	-4,02455	-3,77098	-3,45271	T=250
-4,57699	-4,33224	-3,9381	-3,58316	T=300

**Tableau 4.2:** Valeurs critiques pour la cointégration avec rupture sur la moyenne :

1%	2,5%	5%	10%	Nombre d'obs.
-6,00829	-5,74292	-5,32412	-4,97303	T=50
-5,68408	-5,44278	-5,11806	-4,82424	T=100
-5,53099	-5,35882	-5,06912	-4,78727	T=150
-5,53376	-5,32121	-5,01343	-4,75183	T=200
-5,52767	-5,31233	-4,99736	-4,73103	T=250
-5,55412	-5,31178	-4,99647	-4,73049	T=300

**Tableau 4.3:** Valeurs critiques pour la cointégration avec rupture sur la moyenne et la tendance:

1%	2,5%	5%	10%	Nombre d'obs.
-6,25405	-6,04717	-5,70418	-5,4389	T=50
-6,33893	-6,1164	-5,74437	-5,46582	T=100
-6,22516	-6,02418	-5,70038	-5,41404	T=150
-6,18903	-5,96696	-5,65368	-5,40384	T=200
-6,16275	-5,95975	-5,65884	-5,38251	T=250
-6,16409	-5,95239	-5,63821	-5,40191	T=300

En ce qui concerne les valeurs critiques asymptotiquement convergentes, nous avons choisi la méthode de Davidson-MacKinnon. Ces valeurs critiques restent valables quelque que soit la taille de l'échantillon. À cet égard, nous appliquons une régression par la méthode des moindres carrés ordinaires de chacune des colonnes des tableaux (2) et (3) sur le vecteur unitaire 1 et sur le vecteur  $1/T$  où  $T$  représente la taille de l'échantillon.

Le coefficient de  $1/T$  obtenu pour chaque quantile sera la valeur critique asymptotiquement convergente.

Notre constatation est que les résultats de nos valeurs critiques convergentes sont près de ceux obtenus dans les tableaux 1, 2 et 3.

**Tableau 4.5:** Valeurs critiques convergentes pour la cointégration avec rupture sur la moyenne:

<b>1%</b>	<b>2,5%</b>	<b>5%</b>	<b>10%</b>
-5.3984	-5.1978	-4.9234	-4.6800

**Tableau 4.6:** Valeurs critiques convergentes pour la coïntégration avec rupture sur la moyenne et la tendance:

<b>1%</b>	<b>2,5%</b>	<b>5%</b>	<b>10%</b>
-6.1718	-5.9598	-5.6523	-5.3925

## SECTION 5

### APPLICATIONS EMPIRIQUES

Nous allons analyser la validité de l'hypothèse de non-cointégration de la masse monétaire sur les variables réelles en flux (différence) en utilisant des données trimestrielles pour le Canada. Ces données portent sur les indices de prix à la consommation, le PIB réel, les taux d'intérêts nominaux (bons du Trésor 91 jours du gouvernement canadien), les masses monétaires M1 et M2 pour la période 1967:I - 1997:IV, et finalement la base monétaire pour la période 1961:I - 1997:IV. Nous avons pris le logarithme de ces variables et de surcroît, nous avons divisé l'indice des prix à la consommation par rapport au PIB et aux différentes variables monétaires. Ces périodes ont vu un accroissement des échanges et une plus grande coordination des politiques économiques, en particulier l'existence d'un taux de change flottant.

Il a paru nécessaire de diviser la période totale de l'étude en deux, compte tenu de la difficulté de tirer des données sur les offres de monnaie M1 et M2 entre 1961:I - 1966:II. Précisons que toutes nos données sont obtenues à partir de Cansim. Pour l'indice implicite des prix à la consommation, les derniers ajustements ont été faits en 1992.

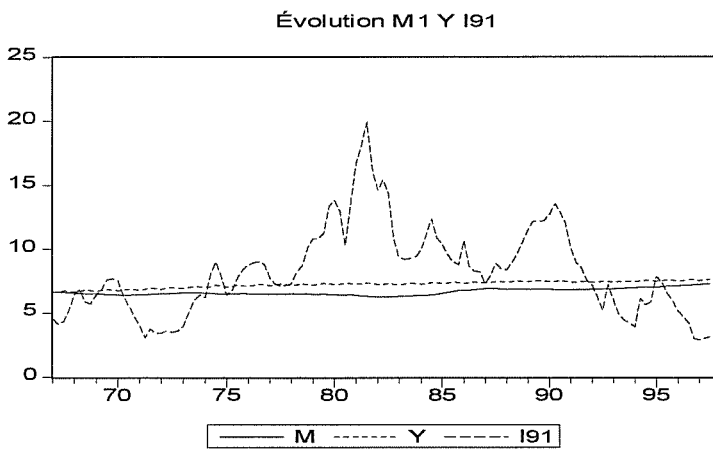
De plus, les années 1981-1982 et 1990-1992 constituent des années charnières au Canada (récession). Elles ont vu une succession de réajustements. De tels réajustements existent aussi à l'intérieur de chacune des périodes (voir figures 2-1-a-b-c, 2-2a-b-c) et sont d'amplitude plus faible.

D'un point de vue statistique, des corrections devraient évidemment être prises en compte au niveau des tests de cointégration. De même, il faudrait introduire des

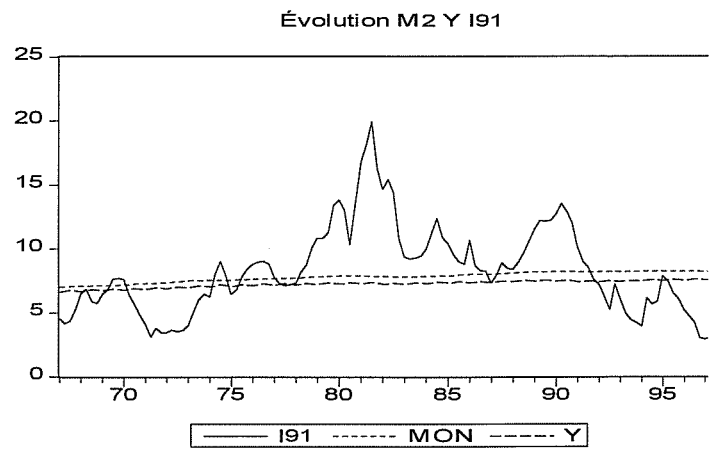
tendances déterministes pour modéliser la phase de croissance. Ces diverses non-stationnarités paraissent cependant pouvoir être négligées en première approche. Par ailleurs, les effets tendanciels sont peu importants comparés aux variabilités des séries. Comme il s'agit de cointégration, il est toujours préférable de commencer par les tests de racines unitaires afin de vérifier si nos variables sont des processus intégrés ou non. Dans la figure 5-1-a-b-c, nous présentons l'évolution de M1, M2 et de la Base respectivement sur le PIB réel et le taux d'intérêt nominal (figure 5-1-a-b-c).

Figure 5-1 :

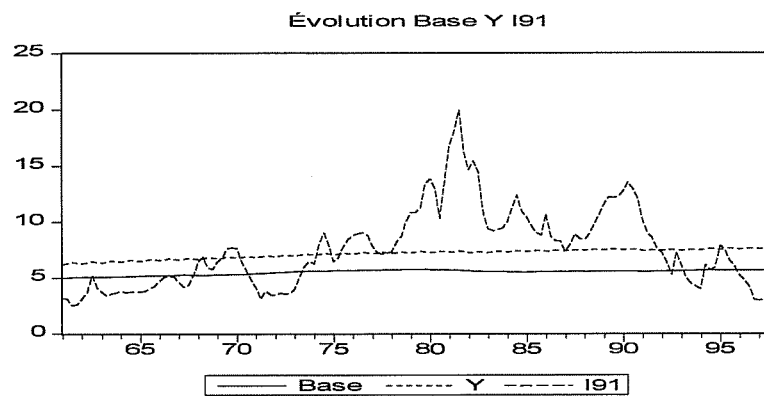
a)



b)



c)



## I) Tests de racine unitaire et de cointégration à la Engle-Granger

Rappelons que le test de l'existence d'une racine unitaire est réalisé en régressant les différences premières de chacune des variables sur sa valeur en niveau décalée puis en ajoutant un, deux,... retards sur les différences elles-mêmes. Il s'agit de comparer le ratio  $t$  des coefficients des variables retardées à la valeur critique. Les équations sont les suivantes:  $\Delta M1_t = \rho M1_{t-1} + \varepsilon_t$ , où  $\Delta M1_t$  est la première différence de l'encaisse réelle  $M1_t$ ;  $M1_{t-1}$  le premier retard de  $M1_t$ ,  $\varepsilon_t$  représente l'innovation ou terme d'erreur.

$\Delta M2_t = \rho M2_{t-1} + \varepsilon_t$ , où  $\Delta M2_t$  est la première différence de l'offre de monnaie  $M2_t$ ,  $M2_{t-1}$  le premier retard de  $M2_t$ ;

$\Delta B_t = \rho B_{t-1} + \varepsilon_t$ ,  $\Delta B_t$  où est la première différence de la base;  $B_{t-1}$  le premier retard de B;

$\Delta PIBR_t = \rho PIBR_{t-1} + \varepsilon_t$ ,  $\Delta PIBR_t$  est la première différence du produit intérieur brut réel,  $PIBR_{t-1}$  est le premier retard du PIB;

$\Delta INT_t = \rho INT_{t-1} + \varepsilon_t$ ,  $\Delta INT_t$  est la première différence du taux d'intérêt,  $INT_{t-1}$  est le premier retard du INT.

Les résultats des tests de racine unitaire pour  $M1$ ,  $M2$ ,  $PIBR$ , et  $INT$  sont présentés au tableau 5-1-a, ensuite  $B$ ,  $INT$  et  $PIBR$  sont présentés au tableau 5-1-b respectivement, Ils indiquent que toutes les variables sont stationnaires en flux (première différence), autrement dit des processus intégrés d'ordre 1,  $I(1)$ .

TABLEAU 5.1.a

	$\rho$ COEFFICIENT	$Z^*_t$ TEST PHILLIPS- PERRON	DURBIN- WATSON TEST	VALEUR CRITIQUE À 5%
$M1_{t-1}$	- 0.372374 (0.071595)	- 5.201118	2.129453	- 2.8853
$M2_{t-1}$	- 0.283685 (0.063822)	- 4.444932	2.076285	- 2.8853
$PIBR_{t-1}$	- 1.018845 (.091447)	- 11.14140	2.036311	- 2.8853
$INT_{t-2}$	- 0.758462 (0.088905)	- 8.531172	1.923540	- 2.8853

Les valeurs entre parenthèses sont les écarts types, et les valeurs critiques sont celles de MacKinnon à 5%.

On peut constater qu'aucune des variables n'admet de coefficients significativement différents de 1. À 95%, si la série contient une racine unitaire, la statistique est supérieure à -2.8853. Or, tous les ratios t sont inférieurs à cette valeur. Aussi, il faut souligner qu'il n'y a pas de différence entre les résultats  $Z^*_t$  test de Phillips-Perron et le test de l'ADF.

Au Tableau 5.1.b, nous présenterons les résultats du test de racine unitaire sur la base et les autres variables. Tout comme sur M1 et M2, nos résultats indiquent que nos variables sont des processus intégrés d'ordre 1.

TABLEAU 5.1.b

	$\rho$ COEFFICIENT	$z_t^*$ TEST PHILLIPS- PERRON	DURBIN- WATSON TEST	VALEUR CRITIQUE À 5%
$B_{t-1}$	- 0.695465 (0.079893)	- 8.704908	2.138628	- 2.8812
$PIBR_{t-1}$	- 1.024873 (0.083009)	-12.34647	2.047714	- 2.8812
$INT_{t-2}$	- 0.864464 (0.081086)	- 9.427831	1.926968	- 2.8812

Les valeurs entre parenthèses sont les écarts types, et les valeurs critiques sont celles de MacKinnon à 5%.

Notons que la différence au niveau de la valeur critique vient de la différence dans la taille de l'échantillon. Aussi, il faut préciser qu'il n'y a pas de différence entre les résultats du test du ADF et celui du  $Z_t^*$  test de Phillips-Perron.

Comme précédemment, tous les ratios t sont inférieurs à la valeur critique à 5%. On peut, par conséquent, admettre qu'aucune des variables n'admet des coefficients significativement différents de l'unité.

Ayant accepté la stationnarité en flux de toutes les variables, nous pouvons maintenant tester l'hypothèse nulle de non-cointégration. Parmi les nombreuses méthodes proposées, les résultats de Engle-Granger (1987) indiquent que l'on doit préférer soit la statistique C.R.D.W. calculée sur les résidus de l'équation de cointégration supposée, soit le test du Augmented Dickey-Fuller (ADF) mis en oeuvre sur ces mêmes résidus; là encore, la logique de ces tests est triviale. Pour le premier, il s'agit d'utiliser la relation entre la statistique de Durbin-Watson et le coefficient de corrélation afférent aux réalisations courantes et retardées des résidus d'une équation de régression. En effet, dans le modèle1 :

Modèle 1:  $M1_t = \alpha + \beta \text{PIBR}_t + \delta \text{INT}_t + e_t$  avec  $\Delta \varepsilon_t = \rho \varepsilon_{t-1} + u_t$ , il vient:  $\rho = 1 - \text{DW}/2$ ,  
 $u_t \sim \text{i.i.d } N(0,1)$ ,

où toutes les variables sont en logarithme à l'exception du taux d'intérêt nominal, et  $\alpha$  représente la moyenne.

Dans ce cas, si nos variables sont cointégrées, alors  $\varepsilon_t$  est stationnaire et, dans le cas contraire,  $\varepsilon_t$  possède une racine unitaire (évidemment nos variables sont des  $I(1)$ ). La question est alors celle de l'égalité à un du paramètre  $\rho$ . En conséquence, on admettra que les variables sont cointégrées lorsque la statistique de Durbin-Watson sera non significativement différente de zéro. Un cas de figure dénoncé par Granger-Newbold (1974) sous les termes de "spurious régressions".

En ce qui concerne l'autre procédure, nous ne faisons que reconsidérer les tests de racine unitaire précédents: s'agissant de savoir si la série des résidus de l'équation est ou n'est pas stationnaire, on reconduit la démarche de Dickey-Fuller. Il convient de prendre en compte le fait que la série considérée est la résultante d'une estimation préalable, celle de l'équation de cointégration, et non une série directement observée. Cela se traduit par une modification des valeurs critiques de la statistique  $t$  qui ne sont plus lues chez Dickey-Fuller (1979), mais chez Engle-Granger (1987), ou, pour un plus grand nombre de configurations possibles chez Engle-Yoo (1987).

Pour le test standard de cointégration, un ratio  $t$  est calculé sur le coefficient dans l'équation des erreurs résiduelles suivante:  $\Delta \varepsilon_t = \rho \varepsilon_{t-1} + u_t$ , où  $\Delta \varepsilon_t$  est la première différence du terme d'erreur du modèle,  $\varepsilon_{t-1}$  son premier retard et  $u_t \approx N(0,1)$

Rappelons que notre hypothèse nulle est la non-cointégration alors que son alternative est la cointégration à la Engle-Granger:

$$H_0 : \rho = 0$$

$$H_1 : \rho \neq 0$$

Lorsque nous appliquons les M.C.O. sur l'équation des erreurs résiduelles, nous obtenons les résultats suivants pour M1:

	COEFFICIENT $\rho$	t RATIO	VALEUR CRITIQUE À 1%
$\varepsilon_{t-1}$	- 0.067183	- 2.004610	- 4.4518

Le ratio t obtenu suggère la présence d'une racine unitaire sur le terme d'erreur. La statistique t est supérieure à la valeur critique à 1% ( $t = 02.004610 > - 4.4518 = t^*$ ). Par conséquent, on ne rejette pas l'hypothèse nulle de non-cointégration. Dans ce cas, deux possibilités peuvent se présenter, soit qu'il y a absence totale de cointégration, soit que le test n'est pas assez robuste pour ne pas rejeter la non-cointégration lorsqu'il y a rupture de tendance.

Nous allons présenter au tableau 5.2.a les résultats de l'estimation par m.c.o. de l'équation de M1:

TABLEAU 5.2.A

	COEFFICIENTS	t RATIOS	ÉLASTICITÉS
Constante	7.6967	7.858	1.1514
PIBR	- 0.16252	- 1.116	- 0.1766
INT	- 0.032984	- 8.834	- 0.0404

Si on se réfère à l'élasticité d'après le tableau, on voit bien qu'une diminution du taux d'intérêt entraîne une augmentation de l'offre de monnaie M1 ou de la demande, ce qui confirme tout à fait la théorie économique.

Les résultats de M2, lorsque nous appliquons les m.c.o. sur l'équation des erreurs résiduelles:

	$\rho$ COEFFICIENT	t RATIO	VALEUR CRITIQUE À 1%
$\varepsilon_{t-1}$	- 0.28647	- 4.309289	- 4.4518

La statistique obtenue est supérieure à la valeur critique à 1% ( $t = - 4.309289 > - 4.4518 = t^*$ ), c'est donc la raison pour laquelle on ne rejette pas l'hypothèse nulle de non-cointégration.

Quant aux résultats de l'estimation par m.c.o. de l'équation de M2, nous les présentons au tableau 5.2.b:

TABLEAU 5.2.b

	COEFFICIENTS	t RATIOS	ÉLASTICITÉS
Constante	2.2934	5.027	0.2931
PIBR	0.70902	10.45	0.6584
INT	0.0070387	4.047	0.0074

Contrairement à M1, ici lorsque le taux d'intérêt augmente, il s'ensuit un accroissement de M2. Ceci est à l'opposé de la théorie économique qui dit : si le taux d'intérêt augmente, l'offre de monnaie (M2) doit diminuer; en d'autres termes la causalité est renversée. Cependant, si la composante majeure de M2 donne un rendement financier, les attentes en sont moins claires.

Finalement, nous présentons les résultats de la base lorsque nous appliquons le m.c.o. sur les erreurs résiduelles:

	$\rho$ COEFFICIENT	t RATIO	VALEUR CRITIQUE À 1%
$\varepsilon_{t-1}$	- 0.34174	- 2.494837	- 4.4518

Dans ce cas-ci aussi on ne rejette pas l'hypothèse nulle de non-cointégration à 1% ( $t = 2.494837 > - 4.4518 = t^*$ ).

Dans le cas de l'estimation par M.C.O. de la régression, on obtient le même cas de figure que précédemment, une causalité renversée entre la base et les taux d'intérêts. Ceci est difficile à expliquer.

TABLEAU 5.2.c

	COEFFICIENTS	t RATIOS	ÉLASTICITÉS
Constante	1.7165	6.695	0.3124
PIBR	0.52703	13.89	0.6848
INT	0.0085146	3.318	0.0116

## II) Test de cointégration avec changement structurel

Ayant rejeté la cointégration à la Engle-Granger, on peut aller à la seconde étape qui consiste à introduire une possibilité de changement structurel. Pour ce faire, nous allons commencer par le modèle 2:

$$\text{Modèle 2: } M1_t = \eta + DU_t(\lambda) \eta'_1 + \gamma_1 \text{PIBR}_t + \gamma_2 \text{INT}_t + \varepsilon_t$$

où  $\eta_i$  et  $\gamma_i$  sont des coefficients fixes et  $DU_t(\lambda)$  est une variable auxiliaire qui prend la valeur 0 lorsque  $T\lambda \leq t$  et 1 autrement.

Dans ce modèle, l'hypothèse nulle est la non-cointégration et son alternative est la cointégration avec rupture sur la moyenne. Comme précédemment, pour tester ce modèle, on effectue le test du ratio t sur le coefficient  $\rho$   $\Delta \varepsilon_t = \rho \varepsilon_{t-1} + u_t$ , avec  $u_t \sim \text{i.i.d } N(0,1)$ . On suit la même méthodologie pour M2 et pour la base (B). Les résultats de l'estimation par m.c.o. sont présentés:

t RATIO	BREAK	VALEUR CRITIQUE À 1%
- 4.434457	1971	- 5.53099

On trouve ici que la statistique t est supérieure à la valeur critique à 1% ( $t = 4.434457 > - 4.43099 = t^*$ ). L'hypothèse nulle de non-cointégration est acceptée. On ne peut pas dire qu'il existe une cointégration autour d'une rupture sur la moyenne de M1.

Quant à M2, les résultats de l'estimation par M.C.O. sont les suivants:

t RATIO	BREAK	VALEUR CRITIQUE À 1%
- 7.420725	1988:II	- 5.53099

On rejette l'hypothèse nulle de non-cointégration à 1%. Par conséquent, on peut affirmer qu'il y a eu présence de cointégration autour d'une rupture sur la moyenne et elle s'est produite aux alentours de 1988:II (II indique le second trimestre). À cet effet, on peut procéder par M.C.O. pour obtenir les coefficients en y incluant la date de rupture.

TABLEAU 5.3.b

	COEFFICIENTS	t RATIOS	ÉLASTICITÉS
Constante	- 1.1625	- 5.070	- 0.1486
$DU_t(\lambda)$	0.13396	7.254	0.0052
PIBR	1.2268	37.03	1.1392
INT	0.0039109	2.007	0.0041

On constate une causalité renversée entre M2 et INT, les deux variables évoluent dans le même sens. Aussi, si le PIBR croît de 1%, l'offre de monnaie (M2) croît de 1.1392. À l'inverse, un accroissement de 1% du taux d'intérêt entraîne un accroissement trivial de .0041. Finalement, on rejette à nouveau l'hypothèse nulle de non-cointégration pour la base.

t RATIO	BREAK	VALEUR CRITIQUE À 1%
- 7.319457	1983	- 5.53099

Les variables sont cointégrées autour d'une rupture sur la moyenne en 1983.

On peut remarquer que les signes des coefficients sont conformes à la théorie économique lorsque l'activité économique connaît une croissance, la masse monétaire va suivre pour soutenir cette croissance. En ce qui concerne le taux d'intérêt, on constate qu'il évolue dans le sens opposé de la base.

TABLEAU 5.3.c

	COEFFICIENTS	t RATIOS	ÉLASTICITÉS
Constante	0.45497	3.552	0.0828
$DU_t(\lambda)$	- 0.24710	- 18.84	- 0.0182
PIBR	0.72401	37.41	0.9407
INT	0.0038626	2.669	0.0053

Enfin, même si quelque fois il arrive que la causalité entre le taux d'intérêt et la monnaie soit renversée, on peut noter que l'élasticité est proche de zéro. Ceci étant le cas, on peut passer au modèle de changement structurel avec rupture sur la tendance.

$$\text{Modèle 3: } M_1 = \eta_1 + Du_t(\lambda) \eta'_1 + \beta T + DT_t(d)\beta' + \gamma_1 PIBR_t + \gamma_2 INT_t + \varepsilon_t$$

où  $\alpha_i$ ,  $\beta_i$  et  $\gamma_i$  sont des coefficients fixes,  $DU_t(\lambda)$  une variable auxiliaire sur la moyenne, T la tendance et  $DT_t(\lambda)$  étudie la possibilité d'un changement structurel sur la tendance.

Une application du test de cointégration sur le terme d'erreur donne les résultats suivants pour M2:

t RATIO	BREAK	VALEUR CRITIQUE À 5%
- 4.338553	1984:III	- 5.70038

La statistique est supérieure à la valeur critique à 5% ( $t = - 4.338553 > - 5.70038 = t^*$ ), on accepte l'hypothèse nulle de non-cointégration à 5% pour M1.

Lorsqu'on refait le même test sur le terme d'erreur, on obtient les résultats suivants pour M2:

t RATIO	BREAK	VALEUR CRITIQUE À 5%
- 5.733810	1990	- 5.70038

On rejette l'hypothèse nulle de non-cointégration pour M2. L'année où intervient le changement structurel est 1990. Le test est accepté à un niveau satisfaisant.

Maintenant, on peut appliquer un m.c.o. sur l'équation précédente en y incluant la date de rupture pour obtenir les coefficients.

TABLEAU 5.4.b

	COEFFICIENTS	t RATIOS	ÉLASTICITÉS
Constante	- 2.4862	6.364	0.3178
$DU_t(\lambda)$	0.035748	1.487	0.0008
T	0.0060598	12.89	0.0484
$DT_t(\lambda)$	- 0.010064	- 6.865	- 0.0029
PIBR	0.68266	11.77	0.6339
INT	0.0018583	1.085	0.0019

La causalité est renversée entre INT et M2 mais l'élasticité est proche de zéro.

Enfin, quand nous jetons un coup d'oeil sur la base, le test sur le terme d'erreur donne les résultats suivants:

t RATIO	BREAK	VALEUR CRITIQUE À 5%
- 7.453202	1991	- 5.70038

On rejette l'hypothèse nulle de non-cointégration, en d'autres termes il existe une cointégration autour d'une rupture de tendance en 1991. En substituant l'année à laquelle intervient cette rupture dans le modèle 3, et en régressant par M.C.O., on obtient les coefficients.

TABLEAU 5.4.C

	COEFFICIENTS	t RATIOS	ÉLASTICITÉS
Constante	- 2.1747	- 5.085	- 0.3958
$DU_t(\lambda)$	- 0.09715	2.848	0.0033
T	- 0.0072967	- 10.48	- 0.0989
$DT_t(\lambda)$	0.0050194	2.883	- 0.0025
PIBR	1.1407	17.10	1.4821
INT	0.0050128	1.930	0.0068

Ici aussi, la causalité est renversée entre la base et les taux d'intérêts. Aussi, un accroissement de 1% PIB entraîne un accroissement de 1.4821%. Dans un tel cas, on dit que la monnaie est un bien de luxe (Friedman, 1959).

Certes, même si dans la plupart des cas la causalité entre l'offre de monnaie (M1, M2, B) et les taux d'intérêts est renversée, cela n'exclut pas le fait que la relation causale entre ces deux variables est presque nulle, c'est-à-dire neutre.

Pour étudier la possibilité d'une non-linéarité, nous avons essayé, par curiosité, de voir la cointégration autour d'une rupture quadratique  $T^2$ . Nous n'avons pas jugé nécessaire de présenter nos résultats d'autant plus qu'ils n'étaient pas concluants. Donc, le fait d'avoir supposé à la section 2 une linéarité de nos vitesses a été un choix sage.

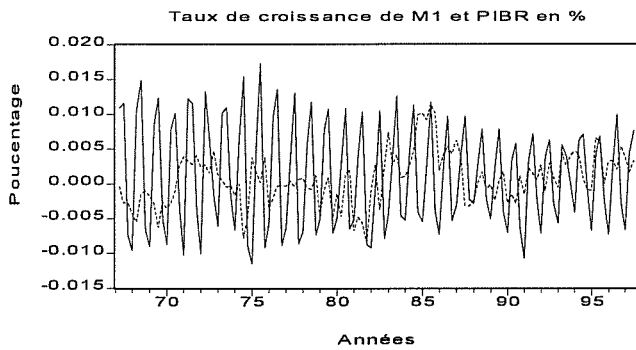
Au regard des précédents développements, les modèles qui tiennent compte d'un changement structurel sont bien appropriés pour capter la nature de la relation entre nos variables. La date où intervient le break nous le confirme sans équivoque. En effet, entre 1981 et 1982, aussi entre 1990 et 1992, l'économie canadienne, comme celle des États-Unis, a vécu une sévère récession. À cette époque, la politique monétaire était restrictive. Une certaine évidence apparaît quant au fait qu'il existe une relation stable entre nos deux séries. En dehors de l'amplitude, leurs variations sont pratiquement dans le même sens. Cette constatation est conforme à ce qu'avait avancé Friedman-Schwartz.

Cependant, un examen plus poussé des graphiques permet de constater que, à partir de 1973 jusqu'à la fin de 1975, aussi en 1983, et enfin en 1991, il s'est produit une divergence dans l'évolution des taux de croissance des deux variables. Ces dates correspondent bel et bien aux différentes récessions qu'a connues le Canada. Étant donné que notre modèle est contraint à une seule rupture, celle de 1983-1984 et celle

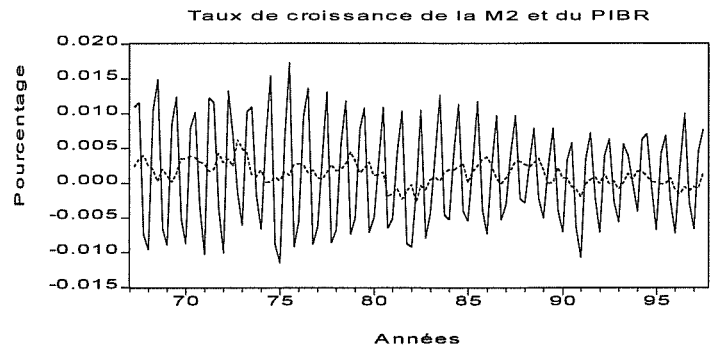
de 1990-1991 ont été les plus captées indépendamment du type d'offre de monnaie utilisée (M1, M2, base) (figure 5-2-a-b-c).

**Figure 5-2:**

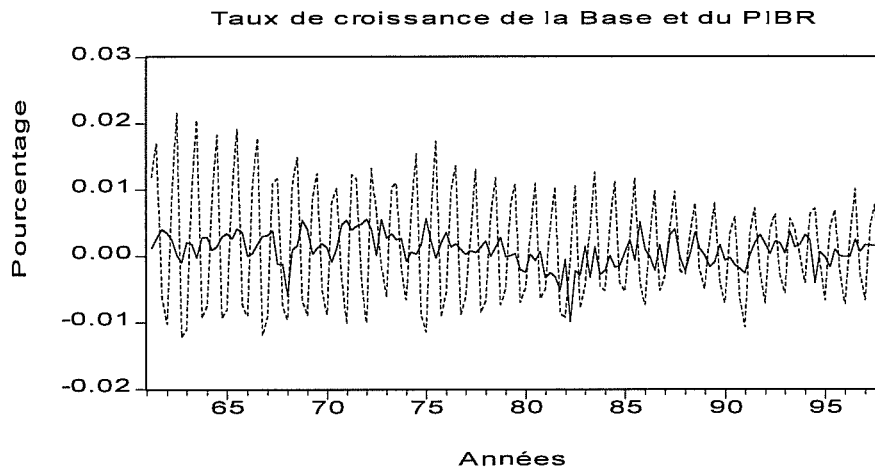
a)



b)



c)



**Légende:** ..... représente le taux de croissance du PIB

\_\_\_ représente le taux de croissance des différentes monnaies

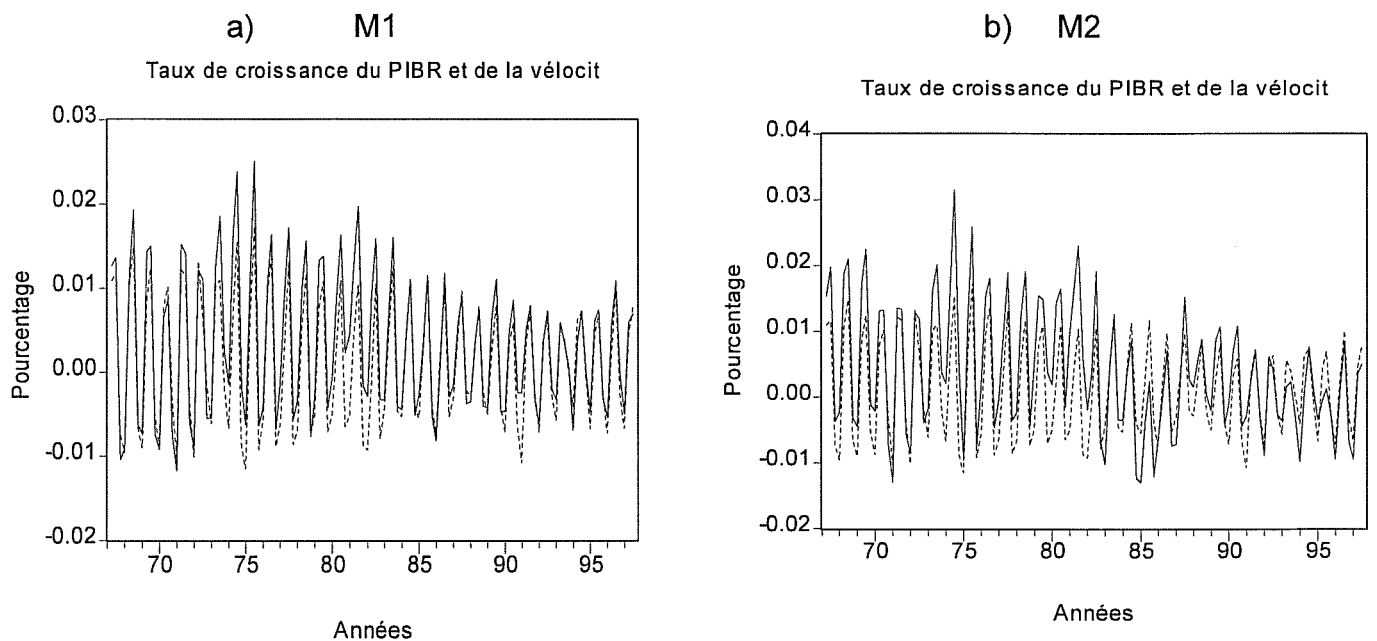
Comme nous l'avons déjà souligné à la section 2 sur les motivations de nos divers modèles, le taux de croissance de la vélocité et du PIB réel exhibent, d'après les

figures 5-2-a-b-c, des ruptures dans la relation entre la vitesse de la monnaie et le PIB réel en 1983 et en 1991, selon l'offre de monnaie considérée.

Nous savons que ces deux variables doivent être fortement autocorrélées dans la mesure où la vitesse est une fonction du produit national avec, notamment, l'équation de Fisher. Cette rupture expliquerait le rejet de la présence de cointégration dans certains articles.

Ce qu'on retiendra des figures 5-3-a-b-c, c'est qu'elles suggèrent une étroite relation entre la variation de la vitesse de la monnaie et celle du PIB réel, mais qu'il se produit des irrégularités à l'occasion. Autrement dit, la structure causale entre la vitesse de circulation de la monnaie est étroitement liée à la croissance du PIB réel, et cela de manière perpétuelle quand on fait abstraction des ruptures qui se produisent quelquefois (figures 5-3 -a-b-c).

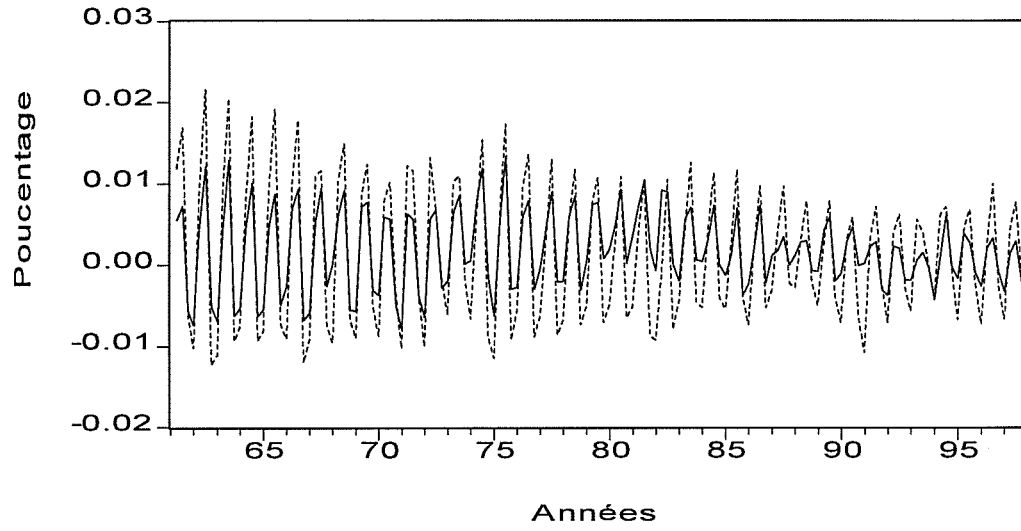
Figure 5-3 :



c)

Base

Taux de croissance du PIBR et de la vélocit



Légende: ..... taux de croissance du PIB

\_\_\_\_\_ taux de croissance de la vitesse

## CONCLUSION

Les difficultés éprouvées par les analyses tant empiriques que théoriques à émettre un pronostic fiable sur l'existence d'une relation stable et à long terme entre l'offre de monnaie, le PIB réel, et le taux d'intérêt conduisent à s'interroger sur une possible erreur de spécification. Le premier objectif était de faire parvenir sur données temporelles une liaison significative entre ces trois variables à travers une étude de cointégration à la Engle-Granger. L'amélioration indéniable de la qualité technique des outils statistiques utilisés qu'amène la théorie de la cointégration nous fait ainsi retrouver globalement des conclusions déjà émises antérieurement.

Partant de ce constat, une seconde préoccupation était d'introduire des chocs exogènes au système. Presque toutes les études qui ont seulement considéré la stabilité ont rejeté la présence d'une telle relation entre ces trois variables. Il est donc très important pour les chercheurs qui travaillent sur le concept de cointégration d'introduire la possibilité de changement structurel si les tests standards échouent. Souvent des soubresauts viennent perturber le cycle économique.

Les modèles introduisant ces changements ne sont pas seulement valables dans un contexte de linéarité. Comme dans cette étude, il est possible aussi d'introduire des non-linéarités.

La tendance non paramétrique non-linéaire utilisée par Herman J. Biermen (1996) est un cas très intéressant. Grâce à cette méthode, on peut vérifier la présence d'une tendance non-linéaire commune entre le PNB et l'offre de monnaie .

Mais il y a aussi l'approche de James D. Hamilton (1989) avec notamment une tendance stochastique avec changements de régime selon un processus de Markov. Ce modèle nous permet de tester entre la cointégration à la Engle-Granger ou celle avec une tendance de Markov, laquelle est la plus appropriée pour décrire le comportement des séries à estimer.

On peut aussi appliquer des modèles impliquant plusieurs ruptures.

En effet dans le graphique 6, on constate au minimum deux ruptures. En plus de celle de 1983, on en observe aussi une autre en 1991. C'est d'ailleurs la date à laquelle intervient la rupture dans l'étude.

Ce qu'il faut retenir finalement, c'est que les tests de cointégration peuvent s'appliquer dans un éventail plus large, avec des modèles plus complexes. Ainsi, grâce à cette technique, nous avons trouvé conformément à la théorie économique, une relation stable entre l'offre réelle de monnaie, le revenu national et les taux d'intérêts nominaux.

## ANNEXE : Propriétés asymptotiques des statistiques

### Théorie asymptotique

La théorie asymptotique permet de déterminer la loi d'une variable aléatoire après une certaine transformation. Le théorème central limite en est une illustration.

Définition: Théorème central limite unidimensionnel

Soit  $(X_n)_{n \geq 1}$  une suite de variables aléatoires (v.a.r.) définies sur  $(\Omega, \mathcal{A}, P)$  indépendantes de même loi et du deuxième ordre (c'est-à-dire appartenant à  $L_2(\Omega, \mathcal{A}, P)$ ); si on note  $EX_n = m$  et  $VX_n = \sigma^2$  (pour tout  $n$ ) on a:

$Y_n = n^{1/2} ((X'_n - m)/\sigma) \rightarrow N(0,1)$ ,  $Y_n$  converge en loi lorsque  $n \rightarrow \infty$ , avec  $X'_n = 1/n \sum_{i=1}^n X_i$ .

Il démontre que si les  $X_i$  sont ( $i = 1, 2, \dots, n$ ), sont des variables aléatoires (v.a.r.) indépendantes et identiquement distribuées (i.i.d) et  $S = X_1 + X_2 + \dots + X_n$ , la somme des  $X_i$ , alors:  $(S - E(S)) / \sqrt{V(S)} \approx N(0,1)$ , avec  $n$  assez grand.

Ainsi, quand il s'agit de modèles de cointégration comme dans cette présente étude, il est très difficile de déterminer les propriétés asymptotiques. Le théorème central limite permet de se tirer de ce mauvais pas. Supposons le cas d'une marche aléatoire  $Y_t = Y_{t-1} + \varepsilon_t$  où  $\varepsilon_t \approx N(0,1)$ , si le processus commence avec  $Y_0 = 0$ ; alors:  $Y_t = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \dots + \varepsilon_t$  d'où  $Y_t \approx N(0, t)$ .

En plus, si nous supposons que  $\varepsilon_t = (\varepsilon_{1t} + \varepsilon_{2t} + \dots + \varepsilon_{nt})/N$  où les  $\varepsilon_{it}$  sont indépendantes et identiquement distribuées, on peut déduire que  $\varepsilon_t \approx N(0, 1/N)$ .

La limite quand  $N \rightarrow \infty$  est un processus continu connu sous le nom de mouvement brownien. La valeur de ce processus au temps  $t$  est notée  $W(t)$  avec  $W: t \in [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}^1$

Définition: Le mouvement brownien standard (Standard Brownian motion) est un processus stochastique continu, associant chaque date  $t \in [0, 1]$  à un scalaire  $W(t)$ .

Il admet les propriétés suivantes :

1 /  $W(0) = 0$ ;

2 / Pour toutes les dates  $0 \leq t_1 < t_2 < \dots < t_k$ , les changements dans

$[W(t_2) - W(t_1)], [W(t_3) - W(t_2)], \dots, [W(t_k) - W(t_{k-1})]$  sont indépendants et gaussiens multivariés.  $[W(s) - W(t)] \approx N(0, s - t)$ .

3/ Pour toutes les réalisations données,  $W(t)$  est continu en  $t$  avec une probabilité 1.

Les processus de mouvement brownien seront utilisés pour la détermination des propriétés asymptotiques dans les modèles de cointégration.

Phillips-Ourialis (1990) ont été les premiers à démontrer les propriétés asymptotiques pour le modèle de cointégration à la Engle-Granger. Quant au modèle avec rupture de tendance, elles ont été bien analysées dans l'article de Perron (1990).

En ce qui a trait aux propriétés asymptotiques du modèle de cointégration avec tendance quadratique, il a fallu attendre les travaux de Hansen (1992).

La théorie asymptotique (en échantillon infini) est complexe et il est difficile d'établir les valeurs critiques permettant de tester la cointégration avec changement structurel. Par contraste, en échantillon fini, il est possible d'appliquer la technique de Monte Carlo pour établir les valeurs critiques (c'est comme dans le cadre de ce papier).

Nous allons quand même étudier la distribution asymptotique du test statistique de l'ADF pour les trois modèles les plus importants de cette étude. Il s'agit notamment des modèles 2, 3 et 4.

Supposons que les conditions suivantes soient satisfaites :

1/  $u_t$  est un processus  $ARMA(p, q)$  stationnaire tel que  $\Phi(L)u_t = \Psi(L)\varepsilon_t$ .  $(\varepsilon_t)$  est i.i.d  $(0, \sigma^2)$  avec  $E|\varepsilon_t|^{4+\delta} < \infty$  pour  $\delta > 0$ . La mesure de probabilité de  $(\varepsilon_t)$  est continue sur  $\mathfrak{R}^n$  d'après la mesure de Lebesgue.

2 /  $k \rightarrow \infty$  et  $T^{-1}k^3 \rightarrow 0$  lorsque  $T \rightarrow \infty$ , avec  $k \leq T$  ( $k$  est un entier)

Théorème 1 : Sous l'hypothèse nulle de non-cointégration pour le modèle 2

on a

$$\inf ADF(\lambda) \xrightarrow{d} \inf_{\lambda \in \Lambda} \int_0^1 Q(W_1, J) dS(W_1, J) \text{ où}$$

$$Q(W_1, J) = \left[ W_1(r) - \int_0^1 W_1 J' \left( \int_0^1 J J' \right)^{-1} J(\lambda, r) \left[ \int_0^1 \left( W_1 - \int_0^1 W_1 J' \left( \int_0^1 J J' \right)^2 dr \right)^{1/2} \right] \right]$$

$$S(W_1, J) = \left[ W_1(r) - \int_0^1 W_1 J' \left( \int_0^1 J J' \right)^{-1} J(\lambda, r) \right] [K' K]^{1/2}$$

$$K(\lambda) = \left[ 1 - \int_0^1 W_1 J' \left( \int_0^1 J J' \right)^{-1} \begin{pmatrix} I_{n2} & 0_{n2 \times 2} \\ 0_{2 \times n2} & 0 & 0 \\ & 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$$

$$J(\lambda, r) = \begin{bmatrix} W_{n2}(r) \\ K(\lambda, r) \end{bmatrix}$$

$$K(\lambda, r) = \begin{bmatrix} 1 \\ I(r \geq \lambda) \end{bmatrix}$$

Théorème 2 : Sous l'hypothèse nulle de non-cointégration, et considérant le modèle 3

on a :

$$\inf ADF(\lambda) \xrightarrow{d} \inf_{\lambda \in \Lambda} \int_0^1 Q(W_1, J) dS(W_1, J) \text{ où}$$

$$Q(W_1, J) = \left[ W_1(r) - \int_0^1 W_1 J' \left( \int_0^1 J J' \right)^{-1} J(\lambda, r) \right] \left[ \int_0^1 \left( W_1 - \int_0^1 W_1 J' \left( \int_0^1 J J' \right)^{-1} J(\lambda, r) \right)^2 dr \right]^{1/2}$$

$$S(W_1, J) = \left[ W_1(r) - \int_0^1 W_1 J' \left( \int_0^1 J J' \right)^{-1} J(\lambda, r) \right] [K' K]^{1/2}$$

$$K(\lambda) = \left[ 1 - \int_0^1 W_1 J' \left( \int_0^1 J J' \right)^{-1} \begin{pmatrix} I_{n2} & 0_{2n \times 4} \\ & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0_{4 \times 2n} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right]$$

$$J(\lambda, r) = \begin{bmatrix} W_{n2}(r) \\ K(\lambda, r) \end{bmatrix}$$



## RÉFÉRENCES

**Andersen, Leonall C., and Jordan, Jerry L.** (1968). « Monetary and Fiscal Actions : A Test of Their Relative Importance in Economic Stabilization », Federal Reserve Bank of St. Louis Review 50 (November) : 11-24

**Andrew, D.W.K. and E. Zivot**, (1992). « Further evidence on the great crash, the oil-price shock, and the unit-root hypothesis, », Journal of Business and Economic Statistics 10, 251-270

**Bai, J., Lumsdaime, R. L., and Stock, J. H.**, (1994). « Testing for and Dating Breaks in Integrated and Cointegrated time Series », Manuscript

**Barro, Robert J.** (1997). Determinants of Economic Growth : A Cross-Country Empirical Study , The M.I.T Press ,Cambridge, Massachusetts, and London, England

**Bernanke, Ben., and Parkinson, Martin L.** (1991). « Procyclical Labor Productivity and Competing Theories of the Business Cycle : Some Evidence from Interwar U.S Manufacturing industries. » Journal of Political Economy, 99 (June) : 439-459

**Biermen, Herman J.** (1996). « Nonparametric Nonlinear Co-Trending Analysis, with an Application to Interest and Inflation in the U.S. », Working Paper No. 9627 Southern Methodist University, Dallas, USA & Tilburg University, the Netherlands

**Campbell John Y., and Mankiw N. Gregory** (1987). « Are Output Fluctuations Transitory ? », Quarterly Journal of Economics, 102 (November) :857-880

**Campbell John Y. et Perron Pierre** (1991). « Racines unitaires en macroéconomie: Le cas multidimensionnel », Annales d'économie et de statistique, no 27

**Cho, J.-O** (1990). « Money Nominal Contracts and the Business Cycle I : One –Period Contract Case », mimeo,Queen's University, Kingston, Ontario

**Cho, Jank-Ok and Louis Phaneuf** (1993), «A Business Cycle Model with Nominal Wage Contracts and Government», UQÀM, Manuscript

**Cho, Jank-Ok, Thomas F. Cooley, and Louis Phaneuf** (1994). « The Welfare Costs of Nominal Wage Contracting », University of Rochester., Manuscript

**Cooley, T. F. , and Garry D. Hansen** (1989).« The Inflation Tax in a Real Business Cycle Model », American Economic Review, 79: 733-48

**Davidson, James E. H., David F. Hendry, Frank Srba, and Stephen Yeo** (1978). « Econometric Modelling of the Aggregate Time-Series Relationship between Consumers' Expenditure and Income in the United Kingdom », Economic Journal, 88 : 661-92

**Dickey, David N., and Wayne A. Fuller** (1979). « Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root », Journal of the American Statistical Association, 74 : 427-31

\_\_\_ and \_\_\_ (1981). « Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series With a Unit Root », Econometrica, 49 : 1057-72

**Dufour, J. M.** (1996). « Monte Carlo Tests with Nuisance parameters : A General Approach to Finite –Sample Inference and Nonstandard Asymptotics in Econometrics », document de travail, C.R.D.E., and Université de Montréal

**Dufour, J. M et D. Tessier** (1996). « Causality Tests Under VAR and VARMA: A Comparative Study », document de travail, C.R.D.E., Université De Montréal

**Engle, Robert F. and Byang Sam Yoo** (1987). « Forecasting and Testing in Co-Integrated Systems », Journal of Econometrics, 35 : 143-59

**Engle, Robert F. et Granger C.W.J.**(1987). « Co-Integration and Error Correction : Representation , Estimation and Testing », Econometrica, 5, 251-276

**Evans, G. B. A and N. E. Savin** (1984) .«Testing for Unit Roots :II », Econometrica, 52, 1241-1269

**Fisher S.** (1983).« Inflation and Growth », NBER; Working Paper ,1235, November

**Friedman, Benjamin M. and Kuttner, Kenneth N.** (1992). « Money, Income, Prices and Interest Rates », The American Economic Review, Vol .82, 472-492



**Friedman, Benjamin M. and Kuttner Kenneth N.** (1993) . « Another look at the Evidence on Money-Income Causality », Journal of Econometrics, 57, 189-203

**Friedman, Milton** (1959). « The Demand for Money : Some Theoretical and Empirical Results », Journal of Political Economy, Vol. LXVII (August, 1959). Reprinted in Robert Aaron Gordon and Lawrence R. Klein, Eds., Readings in Business Cycles (Homewood, Illinois, Richard D. Irwin, Inc., 1965), 427-455

**Friedman, Milton** (1968). « The Role of Monetary Policy », American Economic Review, 58 (March) : 1-17

**Friedman, Milton** (1983). « Monetary Variability : United States and Japan », Journal of Money, Credit and Banking, 15(3), (August): 339-343

**Friedman, Milton, and Schwartz, Anna J.** (1963). A Monetary History of the United States, 1867-1960; Princeton, Princeton University Press

**Granger, C.W.J.** (1983). « Co-Integrated Variables and Error-Correction Models », unpublished, University of California, San Diego, Discussion Paper 83-113

**Granger, C.W.J, and Paul Newbold** (1974). « Spurious Regressions in Econometrics », Journal of Econometrics, 2 : 111-20

**Gregory, Allan W. et Hansen Bruce E.** (1996a). « Residual-Based Tests for Cointegration in Models with Regime shift », Journal of Econometrics, 70, 99-126

**Gregory Allan W. et Hansen Bruce E.** (1996b). « Test for cointegration in models with regime and trend shifts », Oxford Bulletin of Economics and Statistics, 58, 555-560

**Gylfason. T** (1989). « Inflation, Growth, and External Debt: A view on the Landscape», University of Iceland, miméo. , September

**Hamilton, James D.** (1989). « A New Approach to the Econometric analysis of Nonstationary Time Series and the Business Cycle », Econometrica, 57 : 357-84

**Hansen E. Bruce** (1992). «Efficient Estimation and Testing of Cointegrating Vectors in the Presence of Deterministic Trends», Journal of Econometrics,

53, 87-121

**Hansen, G.D** (1985). « Indivisible Labor and The Business Cycle », Journal of Monetary Economics, 16, 309-27

**Hodrick, Robert J.**, and **Prescott, Edward C.** (1980). « Post-War U.S. Business Cycles : An Empirical investigation », Unpublished paper, Carnegie-Mellon University

**Inoue, Atsushi** (1996). «Testing the Campbell-Perron Conjecture: Cointegration with Trend Break », Department of Economics , The University of Pennsylvania, Working Paper

**King, Robert G** , **Plosser, Charles I.**, **Stock, James H.** , and **Watson, Mark W.** (1991). « Stochastic Trends and Economic Fluctuations », The American Economic Review ,Vol .81 no. 4, 819-840

**Kydland, Finn E.**, and **Prescott Edward C.**(1982). « Time to Build and Aggregate Fluctuations », Econometrica, 50 (November) : 1345-1370

**Kydland, Finn E.** (1991), « The Role of the Money in the Business Cycle Model », Carnegie –Mellon University, mimeographed

**Litterman, R.B.** , and **L. Weiss** (1985), «Money, Real Interest Rate, and Output: A Reintepretation of Postwar U.S Data», Econometrica, 53: 129-156

**Lucas, Robert E. Jr.**, (1972). «Expectations and Neutrality of Money», Journal of Economic Theory, 4(2): 103-124

**Lucas, Robert E. Jr.**, (1977). « Understanding Business Cycles », in Karl Brunner and Allan Meltzer (eds.), Stabilization of the Domestic and International Economy. Amsterdam: North-Holland, 7-29

**MacKinnon, J.G.**, (1991). « Critical values for cointegration tests», in **R.F. Engle** and **C.W.J. Granger** , eds., Long-Run Economic Relationships : Readings in Cointegration (Oxford; Oxford University Press), 267-276

**Nelson, Charles R.** and **Plosser, Charles I.** (1982). «Trends and Random Walk in Macroeconomic Time Series », Journal of Monetary Economics, 10,138-162

**Ourlis, S.** et **Phillips, P. C. B.** (1990). « Asymptotic Properties of Residual Based Tests For Cointegration », Econometrica, Vol 58 , no 1, 165-193

**Perron Pierre** (1989). « The Great Crash , The Oil Price Shock ,and the Unit Root Hypothesis », Econometrica, 57, 1361-1401

**Perron Pierre** (1990). « Testing for a Unit Root in Time Series With a Changing Mean », Journal of Business & Economic Statistics, April , Vol .8 no 2, 301-320

**Phillips, P.C.B.** (1987). « Time Series Regression with a Unit Root.», Econometrica, 55, 277-301

**Quintos, C.E and P.C.B. Phillips** (1993). « Parameter constancy in cointegrating regressions », Empirical Economics, 18, 675-703

**Romer, Christina D., and Romer, David H.** (1989). « Does Monetary Policy Matter ? A New Test in the Spirit of Friedman and Schwartz », N.B.E.R. Macroeconomics Annual, 4, 121-170

**Said, S.E and D.A. Dickey** (1984). « Testing for unit roots in autoregressive-moving average models of unknown order », Biometrika, 71, 599-607

**Sims Cristopher A.** (1972). « Money , Income , and Causality », The American Economic Review, 62, 540-52

**Stock, James H and Mark W. Watson** (1989). « Interpreting the Evidence on Money-Income Causality », Journal of Econometrics, 40, 161-81

**Tobin J.** (1965). « Money and Economic Growth», Econometrica, vol.33, n°4, October , 671-684